

## 削弱大气干扰影响的三种量子测距定位方案

丛爽<sup>1</sup>, 吴文燊<sup>1</sup>, 尚伟伟<sup>1</sup>, 陈鼎<sup>2</sup>

(1. 中国科学技术大学信息科学技术学院, 安徽合肥 230027;

2. 北京卫星信息工程研究所天地一体化信息技术国家重点实验室, 北京 100086)

**摘要:** 在分析量子测距定位原理与过程的基础上, 考虑纠缠光穿过大气电离层和对流层的过程中产生的距离误差对系统测距精度造成的影响, 根据纠缠光在电离层中的传播距离误差和电离层自由电子密度与纠缠光频率之间的关系, 以及纠缠光在对流层中的传播距离误差与对流层气压、温度等因素之间的关系, 提出3种抗大气干扰的量子测距定位方案; 通过理论分析, 推导出3种量子测距定位方案在削弱大气干扰带来的测距误差的表达式, 并给出数值计算实例, 说明基于3颗卫星加一个地面站的双频修正方案对大气层带来的测距误差最小。

**关键词:** 量子定位系统; 量子关联测距; 到达时间差; 传播距离误差; 精度

**中图分类号:** P225      **文献标识码:** A      doi: 10.3969/j.issn.0253-2778.2020.01.008

**引用格式:** 丛爽, 吴文燊, 尚伟伟, 等. 削弱大气干扰影响的三种量子测距定位方案[J]. 中国科学技术大学学报, 2020, 50(1): 64-71.

CONG Shuang, WU Wenshen, SHANG Weiwei, et al. Three quantum ranging and positioning schemes to reduce atmospheric interferences[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2020, 50(1): 64-71.

### Three quantum ranging and positioning schemes to reduce atmospheric interferences

CONG Shuang<sup>1</sup>, WU Wenshen<sup>1</sup>, SHANG Weiwei<sup>1</sup>, CHEN Ding<sup>2</sup>

(1. School of Information Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;

2. State Key Laboratory of Space-Ground Integrated Information Technology,

Beijing Institute of Satellite Information Engineering, Beijing 100086, China)

**Abstract:** Three quantum ranging positioning schemes against atmospheric interference are proposed based on the analysis of the principle and process of quantum ranging positioning schemes, considering the effects of distance error caused by entangled light passing through the atmospheric ionosphere and troposphere on the accuracy of the system, the relationship among the propagation distance error of the entangled light in the ionosphere, the free electron density in the ionosphere and the frequency of the entangled light, as well as the relationship between the propagation distance error of the entangled light in the troposphere and factors such as pressure, temperature and other factors. Expressions of the three quantum ranging positioning schemes to reduce the ranging error caused by atmospheric interference are derived by performing theoretical analyses. Numerical simulation examples are given to demonstrate that the dual-frequency correction scheme based on three satellites plus one ground station minimizes errors in

**收稿日期:** 2018-12-27; **修回日期:** 2019-12-24

**基金项目:** 天地一体化信息技术国家重点实验室开放基金(2015\_SGIT\_KFJJ\_DH\_04)资助。

**作者简介:** 丛爽(通讯作者), 女, 1961年生, 博士/教授, 研究方向: 量子系统控制、运动控制和智能控制。E-mail: scong@ustc.edu.cn

ranging the atmosphere.

**Key words:** quantum positioning system; quantum correlation ranging; time difference of arrival (TDOA); propagation distance error; accuracy

## 0 引言

全球定位系统(global positioning system, GPS)是通过用户接收机获取到多颗已知位置卫星所发送信号的传播时间,计算出每颗卫星与用户之间的距离,联立方程解算出用户的空间三维坐标,实现对用户的定位<sup>[1]</sup>. 由于 GPS 是基于电磁波信号的,其定位精度受到经典噪声极限以及电磁波信号带宽和功率的限制,无法进一步提高. 通过在空间定位系统中引入具有纠缠特性的量子纠缠光子对信号,能够进一步提高空间定位系统的定位精度,同时,采用量子纠缠特性能够使量子定位系统(quantum positioning system, QPS)具有更好的保密性. 2001 年, Giovannetti 团队首次提出一种采用纠缠光子对实现高精度定位的设想<sup>[2]</sup>. 由于量子纠缠光具有相干性好、相位稳定和有方向性等优点<sup>[3]</sup>,采用 QPS 可以实现卫星与用户之间距离的高精度测量. 2004 年, Bahde<sup>[4]</sup> 提出干涉式量子定位系统,他们通过计算证明,如果忽略大气层效应, QPS 的定位精度能够优于 1 cm. 2009 年, 杨春燕等<sup>[5-6]</sup> 推导出星座分布与定位精度之间的关系: 每条基线相对用户的张角越大, QPS 定位的精度越高; 当 3 条基线位置相互正交时, QPS 定位的精度最高. 2010 年, 李永放团队研究了脉冲激光作用下, 双光子纠缠源对量子定位系统定位精度的影响, 脉冲纠缠光的带宽越大, QPS 的定位精度越低<sup>[7]</sup>. 相关研究表明, 脉冲纠缠光中的光子数越多, 量子定位系统的定位精度越高<sup>[8]</sup>. 按照纠缠光子源放置的位置是在卫星上还是地面上, QPS 有星基和地基两种类型, 两者测距和定位的原理相同. 典型的星基量子定位系统是以 6 颗量子卫星为基础<sup>[9]</sup>, 每两颗卫星组成一个基线对, 6 颗卫星形成 3 个基线对, 通过符合测量和数据拟合, 每个基线对都可以得到一个到达时间差<sup>[10]</sup>, 通过此方法可以得到 3 个距离差, 联立 3 个距离差的方程计算出地面用户的空间三维坐标<sup>[4-5]</sup>. 作者所在研究小组提出了基于 3 颗卫星的量子定位系统<sup>[11]</sup>.

在空间定位系统测距与定位的过程中, 大气层干扰对卫星与地面之间传播的信号传播速度和传播路径都会产生影响, 给定位系统带来测距与定位

误差. 大气层中, 距离地面 10~50 km 的大气层是平流层, 空气稳定、密度低、不含水汽, 对纠缠光造成的折射小, 纠缠光穿过平流层时造成的传播距离误差可忽略不计<sup>[1]</sup>, 所以大气层对测距和定位精度的影响主要来自于纠缠光穿过距离地面 50~2000 km 的电离层<sup>[12]</sup>和距离地面 10 km 以内的对流层<sup>[1]</sup>产生的误差. 在 GPS 中, 对于电离层和对流层造成的测距误差已经有了大量的研究, 利用相对定位技术进行定位时, 若 GPS 基站与地面用户之间的距离在 50 km 范围内, 两条传播路径穿过的大气层的大气环境相关性较强(如自由电子密度, 空气密度, 温度等相近), 电离层和对流层对两条传播路径造成的误差接近, 通过差分能够将电离层和对流层带来的误差降低 80%<sup>[13-14]</sup>. 在量子定位系统中, 也可以利用相对定位的方法削弱大气干扰造成的测距与定位误差.

本文在考虑纠缠光穿过大气电离层和对流层的过程中产生的距离误差对系统测距精度造成影响的情况下, 根据纠缠光在电离层的传播距离误差与电离层自由电子密度及纠缠光频率之间的关系, 以及纠缠光在对流层中的传播距离误差与对流层气压、温度等因素之间的关系, 提出 3 种抗大气干扰的量子测距定位方案: 基于 3 颗卫星加一个地面站的单频量子测距定位方案、基于 3 颗卫星的双频量子测距定位方案以及基于 3 颗卫星加一个地面站的双频量子测距定位方案. 本文在详细分析量子测距定位原理与过程的基础上, 通过理论分析推导出 3 种量子测距定位方案在削弱大气干扰带来的测距误差的表达式, 并给出了数值仿真计算实例, 其中, 本文所提出的基于 3 颗卫星加一个地面站的单频量子测距定位方案已经申请了国家发明专利<sup>[15]</sup>.

## 1 纠缠光在大气层中传播时产生的距离误差

我们以 3 颗卫星为例来说明量子定位系统的工作原理. 在星基量子定位系统定位过程中, 卫星通过捕获、瞄准与跟踪(ATP)系统向用户和地面站发射纠缠光, 经反射回卫星, 被单光子探测器接收, 生成单光子时间脉冲序列, 通过符合测量和数据拟合, 获

得纠缠光的到达时间差 (time difference of arrival, TDOA), 根据到达时间差、光速以及卫星到用户之间的关系, 可以得到卫星到用户之间测量距离  $L_{\text{卫星-用户}}$  的计算公式为:

$$L_{\text{卫星-用户}} = c\Delta t/2 \quad (1)$$

式中,  $\Delta t$  纠缠光在两条传播路径上的到达时间差,  $c$  是纠缠光在真空中的传播速度,  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

通过相同的工作原理, 可以分别获得 3 颗卫星发射的纠缠光的到达时间差  $\Delta t_i (i = 1, 2, 3)$ , 再根据测量距离差公式(1), 可以分别计算出 3 颗卫星与用户之间的测量距离, 最后根据所得到的测量距离与用户坐标之间的转换关系, 获得含有 3 个距离的方程组, 即

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} &= c\Delta t_1/2 \\ \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} &= c\Delta t_2/2 \\ \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} &= c\Delta t_3/2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中,  $R_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $R_2(x_2, y_2, z_2)$  和  $R_3(x_3, y_3, z_3)$  分别为卫星  $R_1, R_2$  和  $R_3$  的空间三维坐标;  $(x, y, z)$  为地面用户的空间三维坐标.

通过解算方程组(2), 可以得到用户的坐标  $(x, y, z)$ , 实现对地面用户的定位.

纠缠光在传播过程中, 必须通过大气电离层和对流层, 由此产生测量距离误差, 所以用户精确的实际距离  $L_{\text{实际}}$  应当为测量距离  $L_{\text{测量}}$  与电离层传播距离误差  $\Delta L_{\text{电离}}$  以及对流层传播距离误差  $\Delta L_{\text{对流}}$  的差, 即

$$L_{\text{实际}} = L_{\text{测量}} - \Delta L_{\text{电离}} - \Delta L_{\text{对流}} \quad (3)$$

从式(3)可以看出, 测量距离与实际距离之间存在电离层传播距离误差以及对流层传播距离误差. 要想获得高精度的测量距离, 就必须求出电离层传播距离误差以及对流层传播距离误差. 下面, 我们将分别分析纠缠光在大气层中传播时产生的这两种距离误差的产生原因及其影响因素.

#### (I) 电离层传播距离误差

电离层是地球大气层中被太阳射线电离的部分, 在太阳光的强烈照射下, 电离层中的中性气体分子被电离, 产生大量的正离子和自由电子, 降低了纠缠光在电离层中的传播速度, 造成电离层传播距离误差, 它除了与自由电子密度有关外, 还与纠缠光的频率有关. 由电离层产生的传播距离误差  $\Delta L_{\text{电离}f_k}$  可以写为<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} \Delta L_{\text{电离}f_k} &= \int_{\text{卫星}}^{\text{地面}} c dt - \int_{\text{卫星}}^{\text{地面}} v dt = \\ &= \int_{\text{卫星}}^{\text{地面}} (c - v) dt = \int_{\text{卫星}}^{\text{地面}} (n_g - 1)v dt = \\ &= 40.28 \int_{\text{卫星}}^{\text{地面}} \frac{N_e}{f_k^2} dl \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $N_e$  是纠缠光传播路径上电离层自由电子密度;  $f_k$  为纠缠光的频率;  $n_g$  是纠缠光在电离层中传播时的群折射率;  $n_g = 1 + 40.28N_{\text{eir}}/f_k^2$ ;  $c$  是纠缠光在真空中的传播速度;  $v$  是纠缠光在电离层的实际传播速度, 与  $c$  之间关系满足  $c = n_g v$ ;  $dt$  是纠缠光在电离层中传播时间的微分, 且  $dl$  是纠缠光在电离层中传播路径的微分:  $dl = v dt$ .

由式(4)可以看出, 当纠缠光的频率  $f_k$  或者电离层自由电子密度  $N_e$  发生变化时, 纠缠光穿过电离层时产生的电离层传播距离误差  $\Delta L_{\text{电离}f_k}$  也会随之发生变化.

#### (II) 对流层传播距离误差

对流层占据了地球大气层中空气总量的 90%, 大量的中性气体分子使得纠缠光在对流层中传播时发射折射, 降低了纠缠光的传播速度, 并使纠缠光的传播路径发生弯曲, 造成对流层传播距离误差.

学者通过研究对流层传播距离误差, 提出了 Sasstamoinen 对流层延迟模型, 其计算对流层传播距离误差的公式为<sup>[16-17]</sup>

$$\begin{aligned} \Delta L_{\text{对流}} &= \frac{0.002277}{f(\varphi, h)} \times \frac{P}{\sin E + \frac{0.001433}{\tan E + 0.0445}} + \\ &= \frac{0.002277}{f(\varphi, h)} \times \frac{\left(\frac{1255}{T} + 0.05\right) P_w}{\sin E + \frac{0.00035}{\tan E + 0.017}} \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $\varphi$  和  $h$  分别是用户测量的纬度和海拔高度,  $f(\varphi, h)$  是由于地球自转引起的重力加速度变化修正项,  $f(\varphi, h) = 1 - 2.66 \times 10^{-3} \cos 2\varphi - 2.8 \times 10^{-7} h$ ,  $P$  是用户处的大气压强,  $T$  是用户处的绝对温度,  $P_w$  为用户处的水汽压, 且

$P_w = RH \times e^{-0.0006396h - 37.2465 + 0.213166T - 0.0002569T^2}$ ,  $RH$  为用户处空气的相对湿度,  $e$  是自然常数:  $e \approx 2.71828$ ,  $E$  是卫星对用户的仰角.

由式(5)可以看出, 要想计算出对流层传播距离误差, 必须知道用户所处位置的纬度、海拔高度、绝对温度、大气压强、相对湿度以及卫星对用户的仰角等 6 个参数, 才能够利用 Sasstamoinen 模型计算出

卫星与用户之间的对流层传播距离误差,所以实际对流层传播距离误差是很难获得的. 对流层产生的传播距离误差大小一般在  $2 \sim 20$  m, 通过 Sasstamoinen 模型补偿后, 对流层产生的传播距离误差可以减少到  $3 \sim 5$  cm<sup>[18]</sup>.

## 2 三种削弱大气层影响的方案

我们将提出 3 种抗大气扰动的量子测距定位方案, 它们分别是: ①基于 3 颗卫星加一个地面站的单频量子测距定位方案; ②基于 3 颗卫星的双频量子测距定位方案; ③基于 3 颗卫星加一个地面站的双频量子测距定位方案.

### 2.1 基于三颗卫星加一个地面站的单频量子测距定位方案

本方案中, 我们利用 3 颗卫星和一个地面站实现对用户的定位, 每颗卫星和地面站以及用户组成一个测距子系统, 独立测量出卫星与用户之间的测量距离, 最终根据测出的 3 个测量距离, 利用方程组 (2) 得到用户的坐标. 由量子卫星、地面站和地面用户组成的单频量子测距定位方案的一个测距子系统如图 1 所示, 其中, 纠缠光子源是用来制备并分发纠缠光子对, 为整个定位系统提供测距与定位所需的纠缠光信号<sup>[19]</sup>.

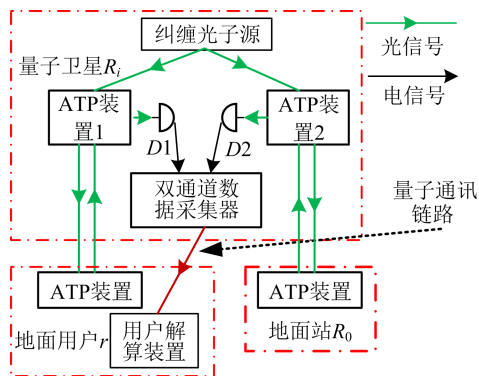


图 1 基于三颗卫星加一个地面站的单频量子测距定位方案的一个测距子系统

Fig. 1 A ranging subsystem based on a single-frequency quantum ranging positioning scheme of three satellites plus one ground station

ATP 通过瞄准和捕获对方发射的信标光, 同时自身也发射信标光, 与对方的 ATP 装置建立空间光链路, 并跟踪信号保证光链路持续稳定<sup>[20-21]</sup>.  $D_1$  和  $D_2$  是单光子探测器, 它们探测接收沿着星地光链路反射回来的单光子, 对光电转换后的电信号进行放大处理<sup>[22]</sup>, 并输出由单光子到达时间信息组成

的时间脉冲信号. 双通道数据采集器通过两个数据采集通道在时间轴上记录来自两个单光子探测器的时间脉冲信号. 量子卫星通过量子通讯链路将脉冲信号传播给地面用户  $r$ , 为用户解算装置提供地面用户坐标解算的初始数据. 用户解算装置通过符合测量和数据拟合得到两路纠缠光的到达时间差, 再分别计算出 3 颗卫星与用户之间的距离, 最后根据方程组 (2) 得到用户的坐标.

根据式 (1), 可以分别得到纠缠光在卫星  $R_i$  与用户以及与地面站  $R_0$  之间的测量距离; 将其带入式 (3), 可以得到卫星与用户之间的实际距离  $L_{ir}$  为

$$L_{ir} = c\Delta t_i / 2 + L_{i0} + (\Delta L_{i0\text{电离}} - \Delta L_{ir\text{电离}} + \Delta L_{i0\text{对流}} - \Delta L_{ir\text{对流}}) \quad (6)$$

式中,  $\Delta L_{ir\text{电离}}$  和  $\Delta L_{ir\text{对流}}$  是卫星与用户之间的电离层传播距离误差以及对流层传播距离误差;  $L_{i0}$ 、 $\Delta L_{i0\text{电离}}$  和  $\Delta L_{i0\text{对流}}$  是卫星与地面站之间的实际距离、电离层传播距离误差和对流层传播距离误差.

由式 (6) 可以看出, 在基于 3 颗卫星加一个地面站的单频测距定位方案中, 所需要测量的卫星与用户之间的实际距离由 4 部分组成: ①卫星与地面站之间以及卫星与用户之间的测量距离差; ②卫星与地面站之间的实际距离; ③和④分别是两个距离之间所产生的电离层以及对流层传播距离误差的差. 其中, ①中的测量距离差可以通过拟合出的到达时间差获得; ②中实际距离是已知的, 所以要想获得更高精度的实际距离与位置, 我们必须能够求出③和④中的传播距离误差的差. 从式 (6) 可以看出, 与没有地面站相比较, 加上地面站后, 电离层和对流层产生的传播距离误差, 从式 (3) 中的  $\Delta L_{ir\text{电离}} + \Delta L_{ir\text{对流}}$  大小降低到

$$(\Delta L_{ir\text{电离}} - \Delta L_{i0\text{电离}}) + (\Delta L_{ir\text{对流}} - \Delta L_{i0\text{对流}}) \ll \Delta L_{ir\text{电离}} + \Delta L_{ir\text{对流}} \quad (7)$$

加上一个地面站, 能够进一步提高量子定位系统的测距精度.

### 2.2 基于三颗卫星的双频量子测距定位方案

该方案采用 3 颗量子卫星, 但同时使用两个频率的纠缠光, 如图 2 所示. 其中,  $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_3$  和  $D_4$  是 4 个单光子探测器,  $F_1$  和  $F_2$  是两个滤波器,  $F_1$  能够通过频率较高的纠缠光,  $F_2$  能够通过频率较低的纠缠光.

图 2 中, 纠缠光子源利用两个不同频率的泵浦光分别制备出包含频率为  $f_1$  和  $f_2$  ( $f_1 > f_2$ ) 的纠缠光, 纠缠光子源将制备得到的纠缠光发射向 ATP

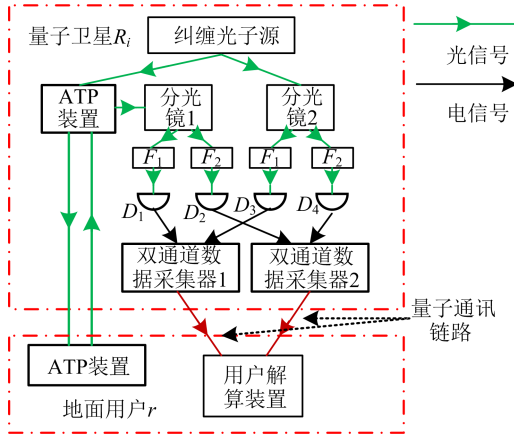


图 2 基于三颗卫星的双频量子测距定位方案的一个测距子系统

Fig. 2 A ranging subsystem based on three satellites for dual-frequency quantum ranging

装置和分光镜 2. 发射向 ATP 装置的纠缠光通过 ATP 装置发射向地面用户, 在地面用户处反射回卫星 ATP 装置, 再发射向分光镜 1, 通过分光镜 1 得到两束相同的纠缠光, 分别发射向两个滤波器  $F_1$  和  $F_2$ , 频率为  $f_1$  的纠缠光能通过滤波器  $F_1$ , 被单光子探测器  $D_1$  接收, 频率为  $f_2$  的纠缠光能通过滤波器  $F_2$ , 被单光子探测器  $D_2$  接收. 同样, 发射向分光镜 2 的纠缠光中频率为  $f_1$  的纠缠光被单光子探测器  $D_3$  接收, 频率为  $f_2$  的纠缠光被单光子探测器  $D_4$  接收. 双通道数据采集器 1 采集  $D_1$  和  $D_3$  接收到的单光子信号, 双通道数据采集器 2 采集  $D_2$  和  $D_4$  接收到的单光子信号, 并将两个双通道数据采集器采集到的单光子到达时间脉冲信号发送到用户解算装置, 通过符合测量和数据拟合分别获得频率  $f_1$  和  $f_2$  的纠缠光的到达时间差, 再根据式(1)分别计算出在频率  $f_1$  和  $f_2$  下卫星到用户的测量距离.

根据式(3), 可以分别得到频率为  $f_1$  和  $f_2$  的纠缠光进行独立测距时, 卫星与用户之间的实际距离  $L_{ir}$  为

$$L_{ir} = c\Delta t_{if_1}/2 - \Delta L_{ir\text{电离}f_1} - \Delta L_{ir\text{对流}} \quad (8)$$

$$L_{ir} = c\Delta t_{if_2}/2 - \Delta L_{ir\text{电离}f_2} - \Delta L_{ir\text{对流}} \quad (9)$$

将式(8)与式(9)相减, 整理后可以得到在频率  $f_1$  和  $f_2$  下, 卫星与用户之间电离层传播距离误差的差为

$$\Delta L_{ir\text{电离}f_1} - \Delta L_{ir\text{电离}f_2} = c\Delta t_{if_1}/2 - c\Delta t_{if_2}/2 \quad (10)$$

根据式(4)给出的电离层产生的传播距离误差, 可以分别得到采用频率为  $f_1$  和  $f_2$  的纠缠光进行独

立测距时, 卫星与用户之间的电离层传播距离误差, 然后将它们相减, 得到卫星与用户之间电离层传播距离误差的差为

$$\begin{aligned} \Delta L_{ir\text{电离}f_1} - \Delta L_{ir\text{电离}f_2} = & \\ (1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}) \times 40.28 \int_{R_i}^r \frac{N_{eir}}{f_1^2} dl_{ir} = & \\ (1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}) \Delta L_{ir\text{电离}f_1} & \quad (11) \end{aligned}$$

将式(11)代入式(10), 可计算出频率为  $f_1$  的纠缠光所产生的电离层传播距离误差  $\Delta L_{ir\text{电离}f_1}$  为

$$\Delta L_{ir\text{电离}f_1} = \frac{cf_2^2}{2(f_2^2 - f_1^2)} (\Delta t_{if_1} - \Delta t_{if_2}) \quad (12)$$

由式(12)可以看出, 只要通过符合测量和数据拟合, 分别获得频率为  $f_1$  和  $f_2$  的纠缠光的到达时间差  $\Delta t_{if_1}$  和  $\Delta t_{if_2}$ , 就可以计算出频率为  $f_1$  的纠缠光穿过电离层产生的电离层传播距离误差  $\Delta L_{ir\text{电离}f_1}$ . 同理, 可以得到频率为  $f_2$  的纠缠光穿过电离层产生的电离层传播距离误差  $\Delta L_{ir\text{电离}f_2}$ .

将式(12)代入距离公式(8), 可以得到卫星与用户之间的实际距离  $L_{ir}$  为

$$L_{ir} = c\Delta t_{if_1}/2 - \frac{cf_2^2}{2(f_2^2 - f_1^2)} (\Delta t_{if_1} - \Delta t_{if_2}) - \Delta L_{ir\text{对流}} \quad (13)$$

由式(13)可以看出, 该方案根据式(12)能够准确计算出电离层传播距离误差为

$$cf_2^2 (\Delta t_{if_1} - \Delta t_{if_2}) / [2(f_2^2 - f_1^2)],$$

所以能够完全消除电离层传播距离误差对量子定位系统测距精度的影响. 不足是, 此方案中还存在对流层传播距离误差  $\Delta L_{ir\text{对流}}$  无法确定的问题.

### 2.3 基于三颗卫星加一个地面站的双频量子测距定位方案

本测距定位方案结合了前两种方案的优点, 采用 3 颗量子卫星, 又同时使用两个频率的纠缠光实现对用户的定位. 利用双频纠缠光消除电离层传播距离误差对测距精度的影响; 由于地面站的存在, 也可以部分修正对流层传播距离误差.

量子卫星、地面站和用户组成的基于 3 颗卫星加一个地面站的双频量子测距定位方案的一个测距子系统如图 3 所示. 该方案中, 纠缠光子源制备出包含频率为  $f_1$  和  $f_2$  ( $f_1 > f_2$ ) 的纠缠光, 同时发射向用户和地面站, 在地面站和用户出反射回来的纠缠光通过卫星上的两个 ATP 装置, 到达两个分光镜, 后面的处理过程与基于三颗卫星的双频测距定位方

案相同.

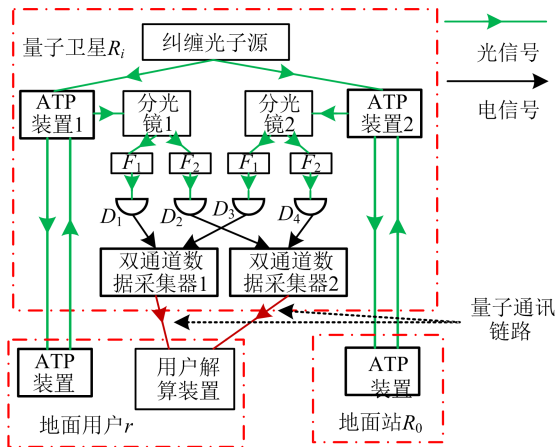


图 3 基于三颗卫星加一个地面站的双频量子测距定位方案的一个测距子系统

Fig. 3 A ranging subsystem based on dual-frequency quantum ranging positioning scheme of three satellites plus one ground station

将式(3)代入式(1),可以分别得到频率为  $f_1$  和  $f_2$  的纠缠光进行独立测距时,卫星与用户之间的实际距离  $L_{ir}$  为

$$L_{ir} = c\Delta t_{if_1}/2 + L_{i0} + (\Delta L_{i0\text{电离}f_1} - \Delta L_{ir\text{电离}f_1}) + (\Delta L_{i0\text{对流}} - \Delta L_{ir\text{对流}}) \quad (14a)$$

$$L_{ir} = c\Delta t_{if_2}/2 + L_{i0} + (\Delta L_{i0\text{电离}f_2} - \Delta L_{ir\text{电离}f_2}) + (\Delta L_{i0\text{对流}} - \Delta L_{ir\text{对流}}) \quad (14b)$$

卫星与地面站之间电离层传播距离误差的差具有与式(11)相同的关系;并且卫星与地面站之间的实际距离也具有式(13)相同的关系,将式(13)代入距离公式(14a),可以得到基于 3 颗卫星加一个地面站的双频量子测距定位方案下卫星与用户之间的实际距离  $L_{ir}$  为

$$L_{ir} = c\Delta t_{if_1}/2 + L_{i0} - \frac{cf_2^2}{2(f_2^2 - f_1^2)}(\Delta t_{if_1} - \Delta t_{if_2}) - (\Delta L_{ir\text{对流}} - \Delta L_{i0\text{对流}}) \quad (15)$$

从式(15)可以看出,基于 3 颗卫星加一个地面站的双频量子测距定位方案,我们能够精确地计算出电离层中的传播距离误差的差为  $cf_2^2(\Delta t_{if_1} - \Delta t_{if_2})/[2(f_2^2 - f_1^2)]$ ,对其进行修正,完全消除了电离层传播距离误差对量子定位系统测距精度的影响;同时,将对流层传播距离误差给量子定位系统带来的测距误差大小从  $\Delta L_{ir\text{对流}}$  降低到了  $\Delta L_{ir\text{对流}} - \Delta L_{i0\text{对流}}$ .

本文提出的 3 种抗大气干扰的量子测距定位方案,都能够一定程度上降低大气干扰带来的测距

误差,其中,基于 3 颗卫星加一个地面站的量子测距定位方案,利用纠缠光在卫星与地面站之间传播路径上的电离层传播距离误差和对流层传播距离误差,将卫星与用户之间的误差  $\Delta L_{ir\text{电离}} + \Delta L_{ir\text{对流}}$ ,减少到式(7)所示卫星与用户之间的误差与卫星与地面站之间误差之间的差.该方法的不足是不能对误差进行完全修正;基于 3 颗卫星的双频量子测距定位方案,利用双频纠缠光在电离层传播过程中产生的电离层传播距离误差不同且成比例关系,计算出电离层传播距离误差,能够完全消除电离层对量子定位系统测距定位精度的影响,但是该方法不能修正对流层传播距离误差;基于 3 颗卫星加一个地面站的双频量子测距定位方案结合了前两种测距定位方案的优点,既能完全修正电离层传播距离误差,也能降低对流层传播距离误差给量子定位系统测距定位精度的影响,抗大气干扰能力最强.此方案需要用到地面站以及双频率纠缠光子对的发射与接收,是 3 种方案中要求最多的一个,对量子纠缠源提出了更高的要求.

### 3 数值计算实例

在本节的计算实例中,假定地球半径为 6400 km,卫星在离地面 500 km 的轨道上运行,其坐标为  $(6.9 \times 10^6, 0, 0)$ ,用户的坐标假定为:  $(6.36 \times 10^6, 0.5 \times 10^6, 0)$ ;地面站  $R_0$  坐标为  $(6.39 \times 10^6, -0.3 \times 10^6, 0)$ ;卫星与地面用户之间和卫星与地面站之间星地光链路上的电离层平均自由电子密度  $N_{eir}$  和  $N_{ei0}$  分别为(个/ $\text{m}^3$ ):  $N_{eir} = 1.44 \times 10^{19}$  和  $N_{ei0} = 1.42 \times 10^{18}$ ;地面的大气压强为 1 个标准大气压,它的大小是 1013 hPa,对流层层顶大气压强为 200 hPa.由于对流层大气压强对高度连续衰减,实验取对流层大气压强为 500 hPa;地面用户的海拔高度为 300 m,温度为 20°C,即  $T_r = 20 + 273 = 293$  K,相对湿度为 30%,纬度 39.9°;地面站的海拔高度为 400 m,温度为 19°C,即  $T_0 = 19 + 273 = 292$  K,对流层相对湿度为 27%,纬度 39.5°;两个频率的纠缠光的波长分别选 850 nm 和 1550 nm,它们的频率分别选  $f_1 = 3.53 \times 10^{14}$  Hz,  $f_2 = 1.59 \times 10^{14}$  Hz.根据卫星、用户以及地面站的空间三维坐标,我们能够计算出卫星与用户,以及卫星与地面站的实际距离分别为  $L_{ir} = 735934.77972$  m 和  $L_{i0} = 591692.48770$  m.

我们利用频率为  $f_1$  和  $f_2$  的纠缠光进行测距时,基于本文提出的 3 种测距定位方案,获得的测距

误差结果比较如表 1 所示<sup>[23]</sup>。从表 1 可以看出：①单频纠缠光进行独立测距时，纠缠光的频率越高，则量子定位导航系统的测距误差越小；②有地面站存在的量子定位导航系统的测距误差远小于无地面站存在时的测距误差；③双频纠缠光修正方案的测距精度优于同样两个频率纠缠光单独测距的方案。

表 1 测距定位方案测距误差结果比较

Tab. 1 Comparison of ranging error results of ranging and positioning schemes

方案	误差/m		
	$f_1$	$f_2$	$f_1 + f_2$ 双频
基于 3 颗量子卫星的量子定位系统	1.52028	1.67028	1.48210
基于 3 颗量子卫星加一个地面站的量子定位系统	0.04798	0.06298	0.04416

## 4 结论

本文提出了 3 种抗大气干扰的量子测距定位方案，3 个方案都能够在一定程度上降低大气干扰带来的测距误差，我们还可以在所提方案的基础上，利用 Saastamoinen 模型进一步对对流层路径延迟进行补偿。

### 参考文献(References)

[1] 李征航, 黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 3 版. 武汉: 武汉大学出版社, 2005.  
LI Z H, HUANG J S. GPS Surveying and Data Processing [M]. 3ed, Wuhan: Wuhan University Press, 2005.

[2] GIOVANNETTI V, LLOYD S, MACCONE L. Quantum-enhanced positioning and clock synchronization [J]. Nature, 2001, 412 (6845): 417-419.

[3] 丁燕. 相位法激光测距仪设计及其关键技术研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.  
DING Y. The design of phase-shift laser rangefinder and the research of it's key technologies [D]. Shanghai: Tongji University, 2007.

[4] BAHDE T B. Quantum positioning system[C]//36th Annual Precise Time and Interval Meeting, Naval Observatory, Washington DC, USA: IEEE, 2005: 423-427.

[5] 杨春燕, 吴德伟, 余永林, 等. 干涉式量子定位系统最优星座分析研究[J]. 测绘通报, 2009, 12: 1-6.  
YANG C Y, WU D W, YU Y L, et al. Research on optimal constellation distribution of interferometric quantum positioning system[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2009, 12: 1-6.

[6] YANG C Y, WU D W, YU Y L. The integration of GPS and interferometric quantum position system for high dynamic precise positioning[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Information and Automation. Harbin, China: IEEE, 2010: 508-512.

[7] 李永放, 王兆华, 李百宏, 等. 脉冲激光作用下的量子定位实验方案的设计及分析[J]. 光子学报, 2010, 39 (10): 1811-1815.  
LI Y F, WANG Z H, LI B H, et al. Experimental scheme design and analysis for the quantum spatial positioning with pulse laser[J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(10): 1811-1815.

[8] EINSTEIN A, PODOLSKY B, ROSEN N. Can quantum mechanical description of physical reality be considered completed? [J]. Physical Review, 1935, 47: 777-780.

[9] 雒怡, 姜恩春. 基于二阶量子相干的定位与时钟同步方法[J]. 现代导航, 2012: 456-461.  
LUO Y, JIANG E C. Positioning and clock synchronization based on second-order quantum coherence[J]. Modern Navigation. 2012: 456-461.

[10] 肖俊俊. 量子导航定位中的测量技术实验研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2014.  
XIAO J J. Research of measuring technology based on quantum navigation and position [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2014.

[11] 丛爽, 陈鼎, 宋媛媛, 等. 一种基于三颗量子卫星的定位与导航方法及系统, 中国: 申请号: 201711465970.9 [P]. 2017-12-28.  
CONG S, CHEN D, SONG Y Y, et al. A method and system for positioning and navigation based on three quantum satellites, China: Application Number: 201711465970.9 [P]. 2017-12-28.

[12] 吴晓莉, 韩春好, 平劲松. GEO 卫星区域电离层监测分析[J]. 测绘学报, 2013, 42(1): 13-18.  
WU X L, HAN C H, PING J S. Monitoring and analysis of regional ionosphere with GEO satellite observations[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2013, 42(1): 13-18.

[13] 郁聪冲. 差分 GPS 基准站测量方法比较分析[J]. 价值工程, 2016: 93-94.

- YU C C. Comparative analysis of the measuring methods for DGPS datum station [J]. Value Engineering, 2016; 93-94.
- [14] 江涛,陈卫东. 基于差分双向测距协议的两飞行体相对定位算法[J]. 中国科学技术大学学报, 2011, 41(2): 121-126.
- JIANG T, CHEN W. Relative localization algorithm based on difference two-way ranging between two aircraft bodies[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2011, 41(2):121-126.
- [15] 丛爽,陈鼎,吴文燊,等. 一种基于三颗量子卫星加一个地面站的星基量子测距与定位系统, 中国: 申请号: 201810414030. 5[P]. 2018-05-03.
- CONG S, CHEN D, WU W S, et al. Space-based quantum ranging system for undermining atmospheric interference effects, China: 20181041 4030. 5 [P]. 2018-05-03.
- [16] 赵静畅,时爽爽. 对流层天顶延迟模型研究进展及其在中国区域的精度分析[J]. 地球物理学进展, 2018, 33(1):148-155.
- ZHAO J Y, SHI S S. Research progress of zenith tropospheric delay model and its accuracy analysis over China[J]. Progress in Geophysics, 2018, 33(1): 148-155.
- [17] 赵祥伟,陈正宇. 全球天顶对流层延迟模型新修正方法[J]. 测绘科学, 2018, 43(5):18-22.
- ZHAO X W, CHEN Z Y. The new correction method of global zenith total delay model [J]. Science of Surveying and Mapping, 2018, 43(5): 18-22.
- [18] 赵志浩. 几种对流层延迟改正模型对 GPS 精密单点定位结果的影响[D]. 西安: 长安大学, 2014.
- ZHAO Z H. Several kinds of troposphere delay correction model impact on GPS precise point positioning[D]. Xi'an: Chang'an University, 2014.
- [19] 尹娟娟,俞侃,包佳祺. 飞秒激光泵浦 I 类 BBO 晶体中自发参量下转换的研究[J]. 光子学报, 2011, 40(9): 1376-1380.
- YIN J J, YU K, BAO J Q. Spontaneous parametric down conversion in Type-I BBO crystal pumped by femtosecond pulses[J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(9): 1376-1380.
- [20] 丛爽,汪海伦,邹紫盛,等. 量子导航定位系统中的捕获和粗跟踪技术[J]. 空间控制技术与应用, 2017, 43(1): 1-10.
- CONG S, WANG H L, ZOU Z S, et al. Techniques of acquisition and coarse tracking in the quantum navigation and positioning system [J]. Aerospace Control and Application, 2017, 43(1): 1-10.
- [21] 丛爽,邹紫盛,尚伟伟,等. 量子定位系统中的精跟踪系统与超前瞄准系统[J]. 空间电子技术, 2017, 6: 8-19.
- CONG S, ZOU Z S, SHANG W W, et al. Fine tracking system and advanced targeting system in quantum positioning system [J]. Space Electronic Technology, 2017, 6: 8-19.
- [22] 史学舜,刘长明,赵坤,等. 基于相关光子的单光子探测器量子效率测量系统[J]. 光子学报, 2017, 46(3): 1-6.
- SHI X S, LIU C M, ZHAO K, et al. Measurement system for quantum efficiency of the single photon detector based on correlated photons [J]. Acta Photonica Sinica, 2017, 46(3): 1-6.
- [23] 吴文燊. 量子定位导航系统及其抗大气干扰研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2019.