

基于非局部拉格朗日乘子的磁共振图像重建

李超, 杜宏伟, 邱本胜

(中国科学技术大学电子科学与技术系, 安徽合肥 230027)

摘要: 由于TV变换会造成阶梯伪影,使其不能很好地恢复磁共振图像(MRI)的细节和纹理.针对这种缺点,提出了在优化模型中引入非局部正则化来改善现有的MR重建算法.该方法以非局部均值(NLM)滤波为基础,利用磁共振图像的自相似特点,可以有效抑制阶梯效应并恢复图像细节.为了克服该正则化在实现方面的复杂性,进一步提出了一种改进的基于非局部拉格朗日乘子的磁共振成像方法(MRNLM),在简化非局部方法的同时提高了MR图像质量.实验结果表明,该算法在提高信噪比和视觉接受方面均有显著提升,并在时间和质量上达到很好的平衡.

关键词: MR图像恢复; 增广拉格朗日乘子; 非局部均值滤波; TV

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2017.08.006

引用格式: 李超,杜宏伟,邱本胜. 基于非局部拉格朗日乘子的磁共振图像重建[J]. 中国科学技术大学学报, 2017,47(8):674-678.

LI Chao, DU Hongwei, QIU Bensheng. Magnetic resonance image reconstruction based on nonlocal augmented Lagrangian multiplier method[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2017,47(8):674-678.

Magnetic resonance image reconstruction based on nonlocal augmented Lagrangian multiplier method

LI Chao, DU Hongwei, QIU Bensheng

(Department of Electronic Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: Total variation (TV) is unable to recover the fine details and textures of magnetic resonance (MR) images since it often suffers from staircase artifact. To reduce these drawbacks, an improved TV MR image recovery algorithm is introduced by using nonlocal regularization into the CS optimization problem. The nonlocal regularization is built on nonlocal means (NLM) filtering and takes advantage of self-similarity in images, which helps to suppress the staircase effect and restore the fine details. On account of the complexity in implementing NLM filter, a modified MR imaging method called nonlocal Lagrange multiplier (MRNLM) is proposed to overcome the above shortcomings while boosting MR image quality. Experimental results demonstrate that the proposed algorithm shows significant improvements on the state-of-the-art TV based algorithms in both SNR and visual perception, as well as a fair balance between time and quality.

Key words: MRI recovery; augmented Lagrange multiplier; nonlocal means filter; total variation

收稿日期:2016-04-12;修回日期:2016-05-24

作者简介:李超,男,1986年生,硕士生.研究方向:磁共振图像重建. E-mail: marklee@mail.ustc.edu.cn

通讯作者:杜宏伟,博士/副教授. E-mail: duhw@ustc.edu.cn

0 引言

磁共振(MR)由于无创伤和对组织清晰成像的优点已被广泛应用于各种研究和诊断,因此提高扫描和成像速度成为当前非常具有挑战性的问题.在硬件方面,成像速度的提高主要通过提高静磁场的场强以及多线圈的并行成像^[1-2]等.由于多方面的限制,硬件加速基本达到了极限.自文献^[3-4]提出压缩感知方法(CS)以来,使得加快磁共振成像有了很大的发展空间,运用 CS 方法可以仅采集少量 k 空间数据即可重建 MR 图像,因此大大降低了扫描时间.基于 CS-MR 的重建方法如下,假设 \mathbf{u} 是一个稀疏信号(磁共振信号恰为稀疏信号),而 \mathbf{A} 是观测矩阵且 $\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathcal{F}(\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{M \times N}, M \ll N)$, \mathcal{F} 是离散傅里叶变换,使得 $\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{b}$, 其中 \mathbf{b} 是含噪声的观测数据,那么我们可以由以下模型来恢复信号 \mathbf{u} :

$$\min_{\mathbf{u}} \varphi(\mathbf{u}) \text{ s.t. } \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b}\|_2 \leq \epsilon \quad (1)$$

式中, $\varphi(\cdot)$ 为正则项^[5-6].

TV 变换作为正则项被广泛用于各图像重建领域^[7-9],基本模型如下:

$$\min_{\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}} \|\boldsymbol{\omega}\|_1 \text{ s.t. } \mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{b}, \boldsymbol{\mathcal{D}}\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega} \quad (2)$$

式中, $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ 代表全变分算子.文献^[8]提出的一种基于 TV 正则项的增广拉格朗日和交替方向算法(TVAL3)模型如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_A(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{u}) = & \|\boldsymbol{\omega}\|_1 - \mathbf{v}^T(\boldsymbol{\mathcal{D}}\mathbf{u} - \boldsymbol{\omega}) + \frac{\beta}{2} \|\boldsymbol{\mathcal{D}}\mathbf{u} - \boldsymbol{\omega}\|_2^2 - \\ & \boldsymbol{\lambda}^T(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b}) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b}\|_2^2 \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}$ 是拉格朗日乘子, β, μ 是正则化参数.

TVAL3 算法以其快速性和准确性超过了绝大多数的 CS 重建方法,但是此算法也有其他 TV 变换同样的缺点,它们往往会丢失一些图像的细节.

为克服上述缺点,近年来非局部正则化方法开始应用于图像去噪和重建领域^[10-14].文献^[13]提出的非局部正则(TVNLR)方法对自然图像的重建质量有明显提高,但是过度平滑使得该方法不太适合用于 MR 图像重建;文献^[14]指出,拉格朗日乘子 \mathbf{v} 代表梯度图像的矩阵,包含噪声和图像结构信息.受此启发,我们提出一种基于非局部拉格朗日乘子的磁共振重建方法(MRNLM),使得通过非局部均值滤波方法更新拉格朗日乘子后,可以使得减少噪声同时保留更多图像信息.磁共振实验表明,该算法更好地保持了图像结构,提高了重建图像质量.

1 压缩感知磁共振重建算法

1.1 非局部正则化思想

非局部均值(NLM)滤波的基本思想来源于图像的非局部自相似性,即图像内部的不同区域普遍存在结构和细节相似的子块,定义如下^[10]:

$$\text{NL}[\mathbf{u}](i) = \sum_{j \in I} \boldsymbol{\omega}(i, j) \mathbf{u}(j) \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\omega}(i, j) = \frac{1}{Z(i)} e^{-\frac{\|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\|_2^2}{h}} \quad (5)$$

式中, $\text{NL}[\mathbf{u}](i)$ 是图像 \mathbf{u} 中的所有像素对给定像素 i 的加权平均值,权重 $\{\boldsymbol{\omega}(i, j)\}_j$ 满足 $\sum_j \boldsymbol{\omega}(i, j) = 1$, $\|\cdot\|_2^2$ 为像素 i 和 j 的相似度的高斯加权欧氏距离, h 为控制衰减程度的参数, \mathbf{u}_k 表示中心位于像素 k 的方形邻域, $Z(i)$ 为正则化常数.基于以上,我们可以得出用于 CS 模型中的非局部均值正则项为

$$\text{NR}(\mathbf{u}) = \left\{ \begin{aligned} & \|\mathbf{u} - \mathbf{W}\mathbf{u}\|_2^2 \\ & \boldsymbol{W}(i, j) = \begin{cases} \boldsymbol{\omega}(i, j), & \text{if } u_i \in \kappa_i \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

1.2 基于非局部拉格朗日乘子的磁共振重建

将式(6)非局部正则项代入到式(2),我们可以得到基于非局部正则化的压缩感知磁共振重建模型 TVNLR.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} & \|\boldsymbol{\omega}\|_1 + \alpha \|\mathbf{x} - \mathbf{W}\mathbf{x}\|_2^2 \\ \text{s.t. } & \boldsymbol{\mathcal{D}}\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega}, \mathbf{u} = \mathbf{x}, \mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{b} \end{aligned} \quad (7)$$

其对应的增广拉格朗日函数可以表示如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_A(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{u}, \mathbf{x}) = & \|\boldsymbol{\omega}\|_1 - \mathbf{v}^T(\boldsymbol{\mathcal{D}}\mathbf{u} - \boldsymbol{\omega}) + \frac{\beta}{2} \|\boldsymbol{\mathcal{D}}\mathbf{u} - \boldsymbol{\omega}\|_2^2 + \\ & \alpha \|\mathbf{x} - \mathbf{W}\mathbf{x}\|_2^2 - \boldsymbol{\gamma}^T(\mathbf{u} - \mathbf{x}) + \frac{\theta}{2} \|\mathbf{u} - \mathbf{x}\|_2^2 + \\ & \frac{\mu}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b}\|_2^2 + \boldsymbol{\lambda}^T(\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b}) \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\mathbf{v}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\lambda}$ 是拉格朗日乘子, α, β, μ 是正则化参数.通过比较(3)和(8)可以看出,引入非局部正则项以后,增加了最优化问题的子问题数目,且非局部均值滤波提高了计算的复杂度.由于其中的拉格朗日乘子 \mathbf{v} 是从梯度图像 $\boldsymbol{\mathcal{D}}\mathbf{u}$ 更新而来,如果仍按照传统的 TVNLR 方法来更新 \mathbf{v} ,那么迭代后 \mathbf{v} 将会是一个含大量噪声的 $\boldsymbol{\mathcal{D}}\mathbf{u}$.由于 \mathbf{v} 中的噪声会减少相应的结构信息,所以有必要先对梯度图像去除噪声.基

于此,我们提出基于非局部拉格朗日乘子的磁共振图像重建,使用非局部均值滤波算子更新拉格朗日乘子方法来减少 TVNLR 中的正则项数目和求解子问题的数目。

用类似 TVAL3^[8]方法将上述式(3)模型分解为 ω 和 u 两个子问题,此处给出结果如下:

ω 子问题

$$\omega = \max \left\{ \left\| \mathcal{D}u - \frac{v}{\beta} \right\|_2 - \frac{1}{\beta}, 0 \right\} \cdot \text{sgn} \left(\mathcal{D}u - \frac{v}{\beta} \right) \quad (9)$$

u 子问题

$$\hat{u} = u - \alpha d \quad (10)$$

式中, d 为梯度,由下式给出

$$d = \sum \mathcal{D}^T (\beta \mathcal{D}u - \omega - v) + \mu A^T (Au - b) - A^T \lambda \quad (11)$$

拉格朗日乘子 v, λ 由下述给出

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= v^{k-1} - \beta (\mathcal{D}u^k - \omega^k) \\ v^k &= W\alpha \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\lambda^k = \lambda^{k-1} - \mu (A u^k - b), \quad (13)$$

算法的简述见算法 1.1.

算法 1.1 基于非局部拉格朗日乘子的磁共振图像重建算法

输入参数

采样矩阵 A , 参考图像和完整的 k 空间数据, 初始拉格朗日乘子 v 和 λ , 正则化参数 β, μ 等

循环 1: while 循环次数未达到

a) 循环 2 while 相对误差不满足时

通过式(9)计算 ω 子问题

通过式(10)计算 u 子问题, 同时梯度向量由式

(11)计算

b) 分别通过式(12)和式(13)更新乘子 v 和 λ

输出: 重建图像以及相应的参考数据 SNR, 重建时间等.

2 实验方法和结果分析

2.1 实验方法

本文通过对比不同采样率下的信噪比(SNR)、视觉差异以及重建时间等指标来分析和评价 TVAL3、TVNLR 和 MRNLM 三种不同的重建算

法说明本文提出算法的优越性.其中用于对比的 TVNLR 算法根据经验选择迭代一定次数以后进行一次滤波.由于 MR 的 k 空间数据中间部分集中了图像的主要信息,我们采用如下的采样方法:在 k 空间中心部分径向采集,边缘部分随机采样.正则化参数根据经验选取,本实验中 $\mu = 512$, $\beta = 32$, $\alpha = 1$,非局部均值滤波的搜索窗口大小是 13×13 ,邻域大小 7×7 ,滤波参数为 0.03.测试所用的肝脏数据是在 1.5 T 西门子系统上采集的完整的 k -空间数据,测试图像的大小为 384×384 .模拟实验平台是 Window 10, 3.20 GHz Intel core i5, RAM 8 GB 机器,使用的软件为 Matlab 2014b.

2.2 实验结果

我们以采样率为 30% 时的肝脏重建图像为例对 TVAL3、TVNLR 和 MRNLM 三种算法进行比较.如图 1 所示,MRNLM 方法重建图像相比另外两种方法更接近原始图像.TVAL3 算法虽然也给出了较好的视觉质量,但在图像右半部分脊柱上侧的边缘仍然受阶梯效应的影响,有明显的褶皱和细节丢失;另一种用到非局部正则化的 TVNLR 方法虽然重建图像信噪比相对 TVAL3 有所提高,但是由于在分块内部过度平滑,因此在肝脏图像的下部椎间盘和脊柱区域造成了很严重的模糊,其中脊柱内的部分因过度平滑而很难区分.算法 MRNLM 由于改进了之前的正则化方法,对拉格朗日乘子的非局部均值滤波,防止噪声在迭代过程中的累积,使得在拉格朗日乘子中几乎不存在噪声,图像的边缘和细节比另外两者更清晰,同时保留了更多的纹理,能够为临床提供更多的支持.

图 2 左侧是肝脏图像的三种重建算法在不同采样率下所得的重建图像的信噪比.由图 2 可知,在 10% 较低采样率下,虽然三者信噪比均不高,但 MRNLM 仍相对 TVAL3 的重建图像提高 2.5 dB 左右,相对 TVNLR 提高 1.5 dB.且随着采样率的提高,MRNLM 几乎呈比例提高,TVNLR 方法有所提高,而 TVAL3 的重建质量提高不明显,这说明此正则化方法在利用图像信息改进图像质量方面具有很好的效果.图 2 右侧重建图像和原图的相对误差也说明了 MRNLM 方法的重建算法优于另外两种.

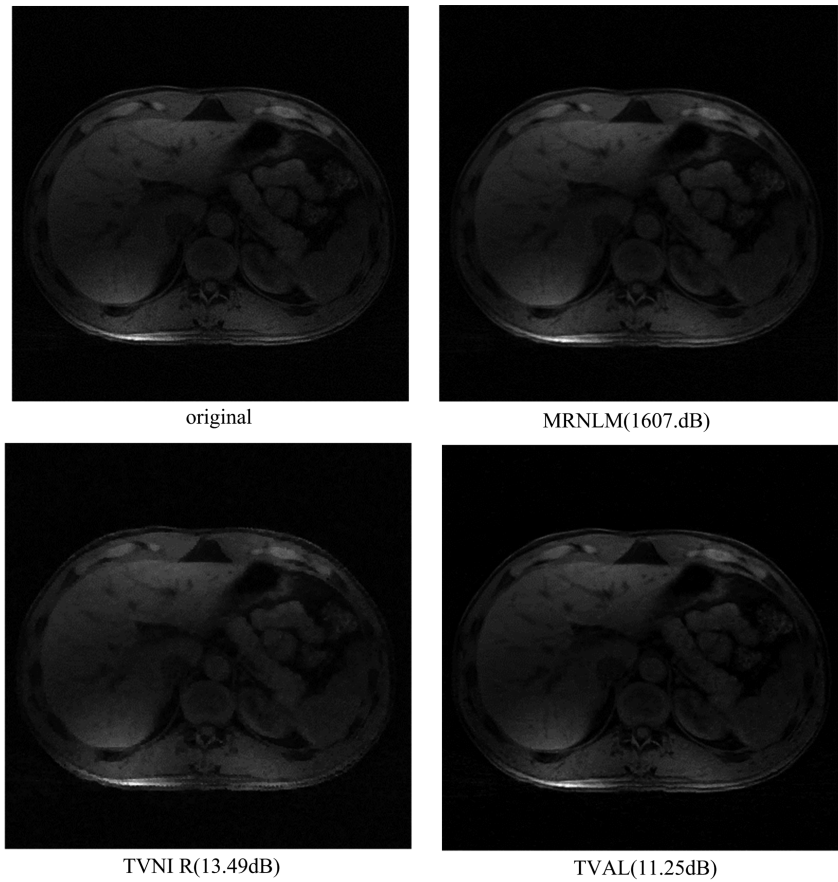


图 1 各方法在 30% 采样率下重建的肝脏图像

Fig.1 MR liver images that recovered under the ratio of 30% with different methods

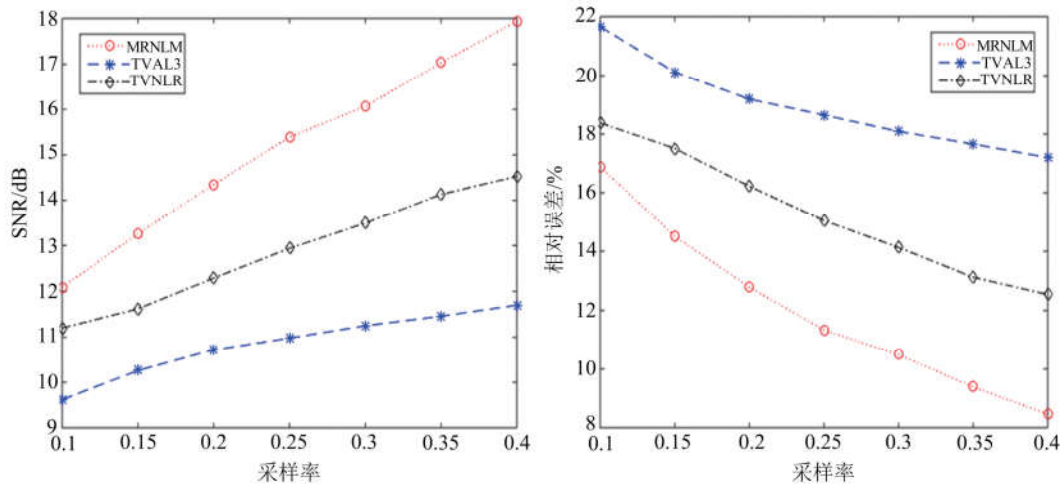


图 2 重建的肝脏图像在不同采样率下的信噪比和相对误差

Fig.2 The SNR and relative error of the reconstructed MR liver images under different ratios

表 1 统计了测试平台上三种算法重建单幅图像的时间.由表 1 可以看出,由于引入了非局部均值滤波,MRNLM 方法增加了一定的时间成本,但改进了非局部正则化方法,使其较 TVNLR 方法减少了

大量重建时间.虽然 MRNLM 方法的重建图像时间约是 TVAL3 时间的 2.5 倍,但它很好地平衡了重建图像质量和重建时间成本.此方法既缩短了非局部正则化方法的重建时间,又改善了 TVAL3 的缺点.

表 1 各方法在实验中单幅图像的重建时间

Tab.1 Average Time for each liver image reconstructed by different methods

Method	ratio/%							Average
	10	15	20	25	30	35	40	
TVAL3	10.50	10.78	12.10	12.97	12.34	11.96	13.00	11.95
MRNLM	29.17	29.97	29.48	29.60	29.82	29.59	29.47	29.59
TVNLR	39.60	38.69	39.81	39.23	39.25	33.33	32.70	37.52

3 结论

本文将一种新的基于非局部拉格朗日乘子的重建方法用于 MR 肝脏图像研究.不同于一般的 TV 方法,该方法使用 NLM 作为压缩感知优化的正则项,并使用 NLM 更新拉格朗日乘子,而不是将其用在迭代重建图像.实验结果表明,该方法显著改善了重建图像的质量,且相对一般的非局部正则化方法缩短了重建时间.从重建结果可以得出结论,NLM 方法弥补了 TV 模型的缺点,这使得 MRNLM 算法既有效地保留了图像边缘获得了更详细的信息,同时又消除了阶梯伪影,可以为临床提供很好的帮助.

本文关注了重建算法对磁共振图像质量的改进,如果能针对此方法设计更好的采样方式将有助于提高图像信噪比.此外,本文采用的是一般性的非局部滤波算子,如果能根据图像先验信息改进非局部滤波算子,也将能够更好地重建图像.如何能更好地利用非局部算子并节省重建时间成本将是未来的研究工作.

参考文献(References)

- [1] FENG L, SRICHAI M B, LIM R P, et al. Highly accelerated real-time cardiac cine MRI using k -t SPARSE-SENSE[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2013, 70(1): 64-74.
- [2] UECKER M, LAI P, MURPHY M J, et al. ESPIRiT—an eigenvalue approach to autocalibrating parallel MRI: Where SENSE meets GRAPPA [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2014, 71 (3): 990-1001.
- [3] DONOHO D. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52 (4): 1289-1306.
- [4] CANDÈS E. J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52 (2): 489-509.
- [5] LUSTIG M, DONOHO D, PAULY J M. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, 58(6): 1182-1195.
- [6] GUO W H, YIN W T. Edge guided reconstruction for compressive imaging [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2012, 5(3): 809-834.
- [7] ZHU Y G, SHI Y Y. A fast method for reconstruction of total-variation MR images with a periodic boundary condition [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(4): 291-294.
- [8] LI C B, YIN W T, JIANG H, et al. An efficient augmented Lagrangian method with applications to total variation minimization [J]. *Computational Optimization and Applications*, 2013, 56(3): 507-530.
- [9] NEEDELL D, WARD R. Stable image reconstruction using total variation minimization [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2013, 6(2): 1035-1058.
- [10] BUADES A, COLL B, MOREL J M. Image enhancement by non-local reverse heat equation [R]. *CMLA*, 2006.
- [11] MANJÓN J V, COUPÈ P, BUADES A, et al. New methods for MRI denoising based on sparseness and self-similarity [J]. *Medical Image Analysis*, 2012, 16 (1): 18-27.
- [12] JAFARI-KHOUZANI K. MRI upsampling using feature-based nonlocal means approach [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2014, 33 (10): 1969-1985.
- [13] ZHANG J, LIU S H, XIONG R Q, et al. Improved total variation based image compressive sensing recovery by nonlocal regularization [C]// *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*. Beijing: IEEE Press, 2013: 2836-2839.
- [14] VAN TRINH C, DINH K Q, NGUYEN V A, et al. Total variation reconstruction for compressive sensing using nonlocal Lagrangian multiplier [C]// *Proceedings of the 22nd European Signal Processing Conference*. Lisbon, Portugal: IEEE Press, 2014: 231-235.