

一种基于 SVD-CBFM 和 RACA 的单站 RCS 快速求解方法

朱金玉, 孙玉发, 方红雨, 丁亚辉, 杨明

(安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽合肥 230601)

摘要: 在奇异值分解特征基函数法(SVD-CBFM)的基础上提出一种快速求解目标单站 RCS 的有效数值方法. 为了降低入射激励的数目, 该方法考虑了子域间的相互耦合作用, 计算出各子域的次要特征基函数(SCBF). 采用再压缩自适应交叉近似(RACA)算法对各子域的特征基函数(CBFs)进行压缩, 加速 CBFs 的生成. 同时运用 RACA 算法填充远场区阻抗矩阵, 从而进一步提高 SCBF 和缩减矩阵构造过程中的矩阵矢量相乘速度. 数值算例验证了该方法的精准性和有效性.

关键词: 矩量法; 自适应交叉近似; 奇异值分解; 特征基函数法

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.0253-2778.2017.10.006

引用格式: 朱金玉, 孙玉发, 方红雨, 等. 一种基于 SVD-CBFM 和 RACA 的单站 RCS 快速求解方法[J]. 中国科学技术大学学报, 2017, 47(10):843-847.

ZHU Jinyu, SUN Yufa, FANG Hongyu, et al. A fast solution to monostatic RCS based on SVD-CBFM and RACA[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2017, 47(10):843-847.

A fast solution to monostatic RCS based on SVD-CBFM and RACA

ZHU Jinyu, SUN Yufa, FANG Hongyu, DING Yahui, YANG Ming

(Key Lab of Intelligent Computing & Signal Processing, Ministry of Education, Anhui University, Hefei 230601, China)

Abstract: An efficient method was proposed to solve monostatic RCS based on singular value decomposition-characteristic basis function method (SVD-CBFM). To reduce the numbers of incident wave excitations, the method considers the coupling effect among the sub-blocks, and calculates the secondary characteristic basis function (SCBF) of each sub-block. The recompressed adaptive cross approximation (RACA) algorithm was applied to recompress the characteristic basis functions (CBFs), which can accelerate the generation of CBFs. In order to further improve the speed of the matrix vector multiplication in the construction process of the SCBF and reduced matrix, the RACA algorithm was also applied to fill the impedance matrix of the far field. The numerical examples demonstrate the accuracy and efficiency of the proposed method.

Key words: method of moment; adaptive cross approximation; singular value decomposition; characteristic basis function method

收稿日期: 2017-01-09; 修回日期: 2017-05-27

基金项目: 国家自然科学基金(61172020)资助.

作者简介: 朱金玉, 女, 1992年生, 硕士生. 研究方向: 电磁散射与计算. E-mail: 874421334@qq.com

通讯作者: 孙玉发, 博士/教授. E-mail: yfsun@ahu.edu.cn

0 引言

矩量法因其精准性和有效性一直被广泛应用于分析目标的电磁散射特性.矩量法产生的系数矩阵是稠密矩阵,因而增加了计算机的存储和求解复杂度.为了克服此类问题,近年来国内外学者先后提出了多种快速有效算法,如快速多极子算法(FMM)^[1]、多层快速多极子算法(MLFMA)^[2]、自适应积分算法(AIM)^[3]、自适应交叉近似算法(ACA)^[4-5]等.这些方法由于要使用迭代法求解矩阵方程,耗费时间长,在求解一些电大尺寸目标的电磁散射问题时,存在阻抗矩阵收敛性差甚至出现不能收敛的问题.特征基函数法(CBFM)^[6-7]通过对目标进行分域,有效减小阻抗矩阵维数,利用各子域间的相互耦合作用来构造特征基函数(CBFs),并用降阶的方法构造缩减矩阵,从而可运用 LU 分解等方法直接求解,有效避免迭代求解时存在收敛慢或者不能收敛的问题.文献[8]提出了一种基于 Foldy-Lax 多径散射方程的特征基函数法.Lucente 等^[9]提出一种奇异值分解特征基函数法(SVD-CBFM),该方法用不同的极化方式和不同角度的入射波入射到各子域上,并生成各子域的 CBFs,再对各个子域的 CBFs 进行 SVD,得到与极化方式和入射方向都无关的一组 CBFs.在处理大规模电磁问题时,该方法所需的入射波激励数较多,生成的 CBFs 数目也较多,缩减矩阵维数较大,计算时间较长.为此文献[10]提出了一种改进的 SVD-CBFM,考虑到各子域间的相互耦合作用,计算出各子域的次要特征基函数(SCBF),进而实现减少入射波个数的目的,并对所得子域的 CBFs 进行 SVD,得到一组完全正交的 CBFs.

本文基于 SVD-CBFM,考虑到各子域间的相互耦合作用,计算出各子域的 SCBF,并对各子域的 CBFs 采用再压缩自适应交叉近似(RACA)算法^[11]进行压缩,同时运用 RACA 算法填充远场阻抗矩阵,进一步提高 SCBF 和缩减矩阵构造过程中的矩阵矢量相乘速度.

1 传统的 SVD-CBFM

采用矩量法求解目标电磁散射问题时,需将连续的表面积分方程离散化为

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{J} = \mathbf{E} \quad (1)$$

式中, \mathbf{Z} 是 $N \times N$ 维的阻抗矩阵, \mathbf{J} 是 $N \times 1$ 维的

电流量, N 为未知量的数目, \mathbf{E} 是入射激励向量.

CBFM 将目标分解成 M 个子域,对各子域进行有效剖分,将式(1)改写为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \cdots & \mathbf{Z}_{1M} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \cdots & \mathbf{Z}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1} & \mathbf{Z}_{M2} & \cdots & \mathbf{Z}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, \mathbf{Z}_{ij} ($i=1,2,\dots,M; j=1,2,\dots,M$) 是子阻抗矩阵,维数为 $N_i \times N_j$, \mathbf{J}_i 是待求表面电流, \mathbf{E}_i 表示入射激励向量.

为获得一组完全正交的 CBFs, SVD-CBFM 需在 θ 和 φ 方向上各设置一定数量的入射波激励.假设 θ 和 φ 方向上的入射波激励数分别为 N_θ 和 N_φ , 加上两种极化方式,则共有 $N_p = 2N_\theta N_\varphi$ 个入射波激励,记为 $\mathbf{E}_{ii}^{N_p}$, 则 i 子域在多激励下的电流可以通过求解下式得到

$$\mathbf{Z}_{ii}^c \mathbf{J}_{ii}^c = \mathbf{E}_{ii}^{N_p} \quad (3)$$

式中, \mathbf{Z}_{ii}^c 是 i 子域扩展后的 $N_i^c \times N_i^c$ 维的自阻抗矩阵, \mathbf{J}_{ii}^c 是多激励下 i 子域的 $N_i^c \times N_p$ 维扩展电流系数矩阵, $\mathbf{E}_{ii}^{N_p}$ 是 $N_i^c \times N_p$ 维的激励矩阵.由于 \mathbf{J}_{ii}^c 含有较多的冗余,对 \mathbf{J}_{ii}^c 进行 SVD,即

$$\mathbf{J}_{ii}^c = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (4)$$

式中, \mathbf{U} 是 $N_i^c \times r_i$ 维的矩阵, r_i 为 SVD 后的有效秩, \mathbf{S} 是 $r_i \times r_i$ 维的对角矩阵, \mathbf{V} 是 $r_i \times N_p$ 维的矩阵. \mathbf{U} 即为 i 子域的一组完全正交的 CBFs,用 \mathbf{J}_i^k 表示 \mathbf{U} 的第 k 个列向量,即 i 子域的第 k 个 CBFs,进而 i 子域上的电流 \mathbf{J}_i 可用该子域上的 CBFs 线性表示,即

$$\mathbf{J}_i = \sum_{k=1}^{r_i} c_i^k \mathbf{J}_i^k, i=1,2,3,\dots,M \quad (5)$$

式中, c_i^k 为展开系数,将阻抗矩阵方程两边分别乘以 \mathbf{J}_i^k ($k=1,2,3,\dots,r_i$) 的转置,得到一个降阶的矩阵方程,即

$$\mathbf{Z}^R \cdot \mathbf{c} = \mathbf{E}^R \quad (6)$$

式中, \mathbf{Z}^R 为 $\sum_{i=1}^M r_i \times \sum_{i=1}^M r_i$ 维的缩减矩阵, \mathbf{c} 为

$\sum_{i=1}^M r_i \times 1$ 维的系数向量, \mathbf{E}^R 为 $\sum_{i=1}^M r_i \times 1$ 维激励向量.由于降阶后,缩减矩阵维数相对较小,可以直接通过 LU 分解法求出系数矩阵 \mathbf{c} ,进而求解出表面电流.对于多入射问题,对 \mathbf{Z}^R 一次 LU 分解后,可以反复利用,特别适用于目标单站 RCS 的计算.

2 SVD-CBFM 的改进

为了降低入射波的数目,加速 CBFs 的生成,文献[10]对 SVD-CBFM 中 CBFs 的构造进行了改进,即考虑各子域间的相互耦合作用,计算出各子域的 SCBF.

假设在目标 θ 和 φ 方向上的入射波激励数分别为 N_{θ}^{new} 和 N_{φ}^{new} ,加上两种极化方式,则共有 $N_p^{\text{new}} = 2N_{\theta}^{\text{new}}N_{\varphi}^{\text{new}}$ ($N_p^{\text{new}} \ll N_p$) 个人射波激励,对每一个入射波激励,扩展后 i 子域的主要特征基函数(PCBF)可通过下式得到

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^p = \mathbf{E}_{ii}, i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (7)$$

式中, \mathbf{E}_{ii} 是 $N_i^e \times 1$ 维的激励向量, \mathbf{Z}_{ii}^e 是 $N_i^e \times N_i^e$ 维的扩展后 i 子域的自阻抗矩阵.将所有其他子域的 PCBF 产生的散射场作为 i 子域一阶 SCBF 的入射场,则 i 子域一阶 SCBF 的表达式如下:

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^{S_i} = - \sum_{j=1 (j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{J}_j^p, i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (8)$$

以此类推, i 子域二阶 SCBF 的表达式如下:

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^{S_i} = - \sum_{j=1 (j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{J}_j^{S_i}, i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (9)$$

将扩展部分去掉便可获得 i 子域的实际 CBFs.对于 N_p^{new} 个激励,在每个激励下分别根据式(7)~(9)求解 i 子域的 CBFs,记 i 子域的 CBFs 为 $\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}}$.由上述方法求得 $\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}}$ 含有大量的冗余,采用 SVD 去除冗余,最终得到一组最小完全正交的 CBFs,进而求出表面电流.

3 运用 RACA 加速 SVD-CBFM

3.1 压缩阻抗矩阵的 RACA 算法

在 SVD-CBFM 改进过程中,求解 SCBF 和构造缩减矩阵中的矩阵矢量相乘运算,都是十分耗时的.为了提高运算效率,本文采用 RACA 算法加速计算过程,具体步骤如下:

先采用 ACA 算法对两个相互作用的远场子阻抗矩阵 \mathbf{Z}_{ij} 进行压缩,自适应分解成两个低秩子矩阵,将 \mathbf{Z}_{ij} 记为 $\mathbf{Z}^{N_i \times N_j}$,得

$$\mathbf{Z}^{N_i \times N_j} \approx \tilde{\mathbf{Z}}^{N_i \times N_j} = \mathbf{Z}_U^{N_i \times r} (\mathbf{Z}_V^{N_j \times r})^T \quad (10)$$

由于运用 ACA 算法得到的两个低秩矩阵中有一定的冗余存在,为去除冗余,对 ACA 算法得到的两个矩阵 $\mathbf{Z}_U^{N_i \times r}$ 和 $\mathbf{Z}_V^{N_j \times r}$ 分别进行 QR^[12] 分解,即

$$\mathbf{Z}_U^{N_i \times r} = \mathbf{Q}_U^{N_i \times r} \mathbf{R}_U^{r \times r} \quad (11)$$

$$\mathbf{Z}_V^{N_j \times r} = \mathbf{Q}_V^{N_j \times r} \mathbf{R}_V^{r \times r} \quad (12)$$

将经过 QR 分解获得的两个上三角矩阵 $\mathbf{R}_U^{r \times r}$ 和 $\mathbf{R}_V^{r \times r}$ 进行乘积,得

$$\mathbf{R}^{r \times r} = \mathbf{R}_U^{r \times r} (\mathbf{R}_V^{r \times r})^T \quad (13)$$

对 $\mathbf{R}^{r \times r}$ 进行 SVD 处理,即

$$\mathbf{R}^{r \times r} = \mathbf{U}_U^{r \times r'} \mathbf{S}^{r' \times r'} (\mathbf{V}_V^{r \times r'})^T \quad (14)$$

则阻抗矩阵变成如下形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}^{N_i \times N_j} &\approx \mathbf{Z}_U^{N_i \times r} (\mathbf{Z}_V^{N_j \times r})^T = \\ &\mathbf{Q}_U^{N_i \times r} \mathbf{U}_U^{r \times r'} \mathbf{S}^{r' \times r'} (\mathbf{Q}_V^{N_j \times r} \mathbf{V}_V^{r \times r'})^T = \\ &\tilde{\mathbf{Z}}_U^{N_i \times r'} (\tilde{\mathbf{Z}}_V^{N_j \times r'})^T \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $r' < r$, RACA 算法在 ACA 算法的基础上进一步降低了矩阵的秩,减小了矩阵的维数,因此采用压缩形式的阻抗矩阵求解 SCBF 和缩减矩阵,可有效提高 SCBF 和缩减矩阵构造过程中矩阵矢量的相乘速度.

3.2 压缩 CBFs 的 RACA 算法

为了进一步提高 CBFs 的生成速度,本文采用 RACA 算法对求得的 i 子域的 $\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}}$ 进行压缩,该算法用 ACA 分解和两个简单的 QR 分解及 SVD 代替直接用 SVD 压缩 $\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}}$,可有效提高 CBFs 的生成速度. RACA 算法压缩 $\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}}$ 的过程如下:

先对 $\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}}$ 进行 ACA 压缩

$$\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}} = \mathbf{J}_U (\mathbf{J}_V)^T \quad (16)$$

分别对矩阵 \mathbf{J}_U 和 \mathbf{J}_V 进行 QR 分解

$$\mathbf{J}_U = \mathbf{Q}_{JU} \mathbf{R}_{JU} \quad (17)$$

$$\mathbf{J}_V = \mathbf{Q}_{JV} \mathbf{R}_{JV} \quad (18)$$

将式(17)和(18)代入式(16),得

$$\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}} = \mathbf{Q}_{JU} \mathbf{R}_{JU} (\mathbf{R}_{JV})^T (\mathbf{Q}_{JV})^T \quad (19)$$

对 $\mathbf{R}_{JU} (\mathbf{R}_{JV})^T$ 进行 SVD,有

$$\mathbf{R}_{JU} (\mathbf{R}_{JV})^T = \mathbf{U}_{JU} \mathbf{S}_J (\mathbf{V}_{JV})^T \quad (20)$$

则 $\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}}$ 表示成如下形式:

$$\mathbf{J}_i^{N_i^{\text{new}}} = \mathbf{Q}_{JU} \mathbf{U}_{JU} \mathbf{S}_J (\mathbf{Q}_{JV} \mathbf{V}_{JV})^T \quad (21)$$

$\mathbf{Q}_{JU} \mathbf{U}_{JU}$ 即为 i 子域的一组最小完全正交的 CBFs,从而计算出目标的表面电流.

4 数值算例与结果

为验证本文方法的有效性,分别对长方体和杏仁体的单站 RCS 进行了计算.所有算例均在 Intel (R) Core(TM) i7-3820 CPU @ 3.60 GHz, 56.0 GB RAM 的 PC 上完成,编译器采用 Visual Studio 2013,算例中采用双精度浮点型计算,ACA 和 SVD 的门限值分别取 0.001 和 0.005,本文方法 SCBF 取至 1 阶.

算例 4.1 长方体导体单站 RCS 的计算. 长方体导体的长、宽、高分别为 2 m、1.5 m、0.5 m, 入射波的频率为 300 MHz, 入射角度为 $\theta_i = 0^\circ - 180^\circ$, $\varphi_i = 60^\circ$, 采用三角单元进行剖分, 总的三角单元数为 3 798, 将其划分成 12 个非空子域, 相邻子域间扩展长度为 0.15λ , 扩展后未知量数目为 10 364, 在 θ 和 φ 方向上分别设置 5 和 8 个人射波激励. 采用文献[10]方法和本文方法计算长方体导体的 VV 极化单站 RCS, 计算结果与商业软件 FEKO 进行对比, 如图 1 所示. 由图 1 可见, 本文方法和文献[10]方法计算得到的 RCS 曲线与 FEKO 吻合良好.

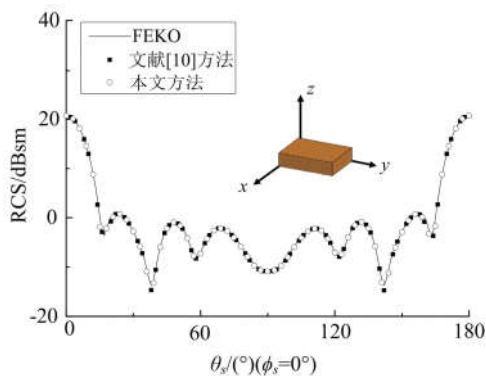


图 1 长方体 VV 极化单站 RCS

Fig.1 VV polarization monostatic RCS of cuboid

算例 4.2 杏仁体导体单站 RCS 的计算. 杏仁体导体的尺寸为 252.374 4 mm, 入射波的频率为 5.5 GHz, 入射角度为 $\theta_i = 90^\circ$, $\varphi_i = 0^\circ \sim 180^\circ$, 采用三角单元进行剖分, 总的三角单元数为 5 796, 将其划分成 16 个非空子域, 相邻子域间扩展长度为 0.15λ , 扩展后未知量数目为 16 975, 在 θ 和 φ 方向上分别设置 5 和 9 个人射波激励. 采用文献[10]方法和本文方法计算杏仁体导体的 HH 极化单站 RCS, 计算结果与商业软件 FEKO 进行对比, 如图 2 所示.

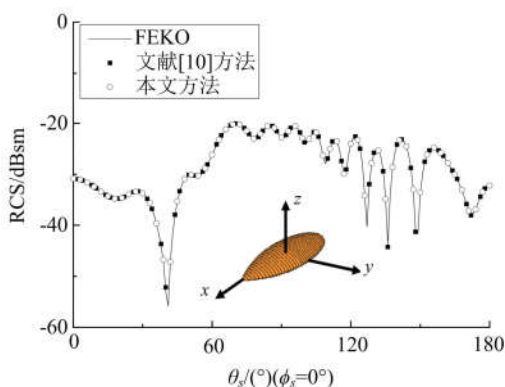


图 2 杏仁体 HH 极化单站 RCS

Fig.2 HH polarization monostatic RCS of almond

所示. 由图 2 可见, 本文方法和文献[10]方法计算得到的 RCS 曲线与 FEKO 吻合良好.

两个算例所需的时间如表 1 所示. 由表 1 可知, 本文方法与文献[10]方法相比, 有效减少了 CBFs 的生成时间, 进一步加速缩减了矩阵的填充, 有效提高了计算效率.

表 1 CPU 时间比较

计算目标	计算方法	CBFs 生成时间/s	缩减矩阵填充时间/s	总时间/s
长方体	文献[10]方法	190	595	810
	本文方法	101	520	652
杏仁体	文献[10]方法	618	1 366	2 039
	本文方法	304	1 284	1 646

5 结论

本文给出了一种快速求解目标单站 RCS 的有效数值方法. 该方法为了降低传统 SVD-CBFM 入射波激励的数目, 计算出各子域的 SCBF, 采用 RACA 算法对 CBFs 进行压缩, 同时运用 RACA 算法填充远场阻抗矩阵. 计算结果表明, 本文方法在保证精度的同时, 计算效率得到了提高, 对于目标单站 RCS 的计算具有一定的优势.

参考文献(References)

- [1] ENGHETA N, MURPHY W D, ROKHLIN V, et al. The fast multipole method (FMM) for electromagnetic scattering problems [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1992, 40(6): 634-641.
- [2] WENG C C, CUI T J, SONG J M. A FAFFA-MLFMA algorithm for electromagnetic scattering [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2002, 50(11): 1641-1649.
- [3] BLESZYNSKI E, BLESZYNSKI M, JAROSZEWICZ T. Adaptive integral method for solving large-scale electromagnetic scattering and radiation problems [J]. Radio Science, 1996, 31(5): 1225-1251.
- [4] BEBENDORF M. Approximation of boundary element matrices [J]. Numerische Mathematik, 2000, 86(4): 565-589.
- [5] ZHAO K Z, VOUVAKIS M N, LEE J F. The adaptive cross approximation algorithm for accelerated

- method of moments computations of EMC problems [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2005, 47(4): 763-773.
- [6] PRAKASH V V S, MITTRA R. Characteristic basis function method: a new technique for efficient solution of method of moments matrix equations[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2003, 36(2): 95-100.
- [7] MITTRA R, BIANCONI G, PELLETTI C, et al. A computationally efficient technique for prototyping planar antennas and printed circuits for wireless applications[J]. Proceedings of the IEEE, 2012, 100(7): 2122-2131.
- [8] SUN Y F, CHAN C H, MITTRA R, et al. Characteristic basis function method for solving large problems arising in dense medium scattering [C]// IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. Columbus, USA: IEEE, 2003, 2: 1068-1071.
- [9] LUCENTE E, MONORCHIO A, MITTRA R. An iteration-free MoM approach based on excitation independent characteristic basis functions for solving large multiscale electromagnetic scattering problems [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(4): 999-1007.
- [10] 王仲根, 孙玉发, 王国华. 应用改进的特征基函数法和自适应交叉近似算法快速分析导体目标电磁散射特性 [J]. 物理学报, 2013, 62(20): 196-202.
- WANG Zhonggen, SUN Yufa, WANG Guohua. A fast solution of electromagnetic scattering with improved characteristic basis function method and ACA[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(20): 196-202.
- [11] 张爱奎, 孙玉发, 王仲根, 等. 应用 RACA 算法快速求解导体目标 RCS [J]. 中国科技论文, 2015, 10(14): 1656-1659.
- ZHANG Aikui, SUN Yufa, WANG Zhonggen, et al. Fast calculation of the RCS of conducting targets by using RACA algorithm[J]. China Science Paper, 2015, 10(14): 1656-1659.
- [12] SEO S M, LEE J F. A single-level low rank IE-QR algorithm for PEC scattering problems using EFIE formulation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(8): 2141-2146.