

# 超声速横侧射流混合特性的大涡模拟

曹长敏,赵马杰,周涛涛,叶桃红

(中国科学技术大学热科学和能源工程系,安徽合肥 230027)

**摘要:**采用大涡模拟方法研究了 Gamba 超声速燃烧室内的横侧射流流场中大尺度涡旋结构以及当地混合特性。超声速来流受到音速射流流体的阻碍,形成了复杂的激波和涡旋结构。由计算结果中的平均马赫数分布图可以清楚地看到激波结构,包括弧形激波、 $\lambda$  激波、桶状激波以及马赫盘;采用 Q 准则表征三维涡旋结构,可以看到稳定的反向旋转涡对(CVP)、尾迹反向旋转涡对(TCVP)、马蹄涡以及非稳定的射流剪切层涡等结构;此外,由平均流线图可以看到, TCVP 结构与 CVP 结构的旋转方向相反,不对称的 CVP 结构导致燃料质量分数展向分布不均匀。引入概率密度函数方法分析当地混合特性,结果表明射流近场混合主要发生在射流出口上游回流区以及桶状激波下侧和射流剪切层下侧的射流尾迹区内;射流远场混合分数的概率密度分布从  $\beta$  分布逐渐过渡为高斯分布。研究射流浓度衰减特征,结果表明氢气质量分数沿射流浓度最大迹线呈指数  $-0.7$  衰减。

**关键词:**超声速横侧射流; 大涡模拟; 大尺度涡旋结构; 混合特征; 概率密度函数

**中图分类号:** TK472+.6      **文献标识码:**A      **doi:**10.3969/j.issn.0253-2778.2015.08.008

**引用格式:** Cao Changmin, Zhao Majie, Zhou Taotao, et al. Large eddy simulation of mixing characteristic of jet in supersonic crossflow[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2015, 45(8): 665-673.

曹长敏,赵马杰,周涛涛,等. 超声速横侧射流混合特性的大涡模拟[J]. 中国科学技术大学学报, 2015, 45(8): 665-673.

## Large eddy simulation of mixing characteristic of jet in supersonic crossflow

CAO Changmin, ZHAO Majie, ZHOU Taotao, YE Taohong

(Department of Thermal Science and Energy Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** Large eddy simulation was performed to study the large scale vertical structures and the mixing characteristic of supersonic transverse injection flow in the Gamba combustor. The supersonic flow is obstructed by the sonic jet, resulting in very complex three dimensional shock waves and vertical structures. All of the shock waves, including bow shock,  $\lambda$  shock, expansion shock, barrel shock and Mach disk, can be seen in the mean Mach number contour. The three-dimensional vertical structures, such as steady counter-rotating vortex pairs (CVP), trailing counter-rotating vortex pairs (TCVP), horseshoe vortices and unsteady jet shear layer vortices, can be visualized by the iso-surface of Q-criterion. The TCVP structure rotates in the opposite direction of the CVP, which can be characterized by the average

收稿日期:2015-04-16;修回日期:2015-07-04

基金项目:国家自然科学基金(51176178),国家重点自然科学基金(50936005)资助。

作者简介:曹长敏,女,1988 年生,博士生。研究方向:超声速数值计算。E-mail: ccm777@mail.ustc.edu.cn

通讯作者:叶桃红,博士/副教授。E-mail: thye@ustc.edu.cn

streamline. Moreover, the asymmetric CVP structure leads to non-uniform distribution of fuel mass fraction in span-wise direction. The probability density functions (PDFs) were introduced to study the mixing characteristic in the near field, far field and the recirculation regions in the upstream of the jet. The results show that significant mixing occurs in the recirculation regions, the bottom of the barrel shock and the wake below the jet shear layer. The PDFs of mixture fraction obey  $\beta$  distribution in the near jet flow-field and develop into Gauss distribution in the downstream. The study of the concentration decay shows that the  $H_2$  mass fraction obeys exponential decay along the maximum centerline with the index being about  $-0.7$ .

**Key words:** jet in supersonic cross-flow; large eddy simulation; large scale vertical structure; mixing characteristic; probability density function (PDF)

## 0 引言

超燃冲压发动机(Scramjet)内来流空气的速度很高( $M_a > 1$ ),空气在燃烧室内的滞留时间为毫秒量级,燃料与空气很难充分混合,从而影响燃烧室内点火以及火焰稳定等过程.因此,研究超燃冲压发动机内燃料与空气的混合特征具有重要意义.目前,很多超燃冲压发动机试验主要采用燃料垂直入射的方式来提高燃料与空气的混合效率,如昆士兰大学 HyShot II 超声速燃烧室<sup>[1-2]</sup> 和斯坦福大学的 Gamba 超声速燃烧室<sup>[3-4]</sup>.超声速横侧射流(jet in supersonic cross-flow, JISCF)是指射流流体以声速垂直进入横向超声速主流区,并与超声速来流相互作用形成复杂的激波与涡旋结构<sup>[5]</sup>.其中主要的激波结构包括:在射流喷口上游形成的弧形激波、弧形激波与边界层相互作用形成的  $\lambda$  激波、射流膨胀形成的桶状激波、滑移面、马赫盘等.主要的涡旋结构有:稳定的反向旋转涡对、非稳态的射流剪切层涡、颈部的马蹄涡、尾迹涡/垂直涡以及远场的  $\Omega$ -shaped 涡旋结构<sup>[6]</sup>.大尺度的涡旋结构、激波与边界层相互作用形成的分离区与回流区有利于加强燃料与空气的掺混,提高混合效率及火焰驻定.

由于超声速横侧射流流场有很强的非稳态特性,实验测量手段很复杂,实验设备昂贵,因此实验研究受到一定的限制.随着计算机技术以及数值方法的快速发展,越来越多的研究者采用数值计算方法研究超声速横侧射流.目前,雷诺平均方法(RANS)、直接数值模拟(DNS)以及大涡模拟(LES)方法被广泛地应用到流场计算中.其中,LES 方法通过直接求解湍流场中大尺度结构,对小尺度结构进行模化,既可以给出非定常的大尺度拟序结构,又降低了计算量,成为研究超声速横侧射流流场结构的重要方法<sup>[13-17]</sup>. Chai 等<sup>[14]</sup>采用 LES 方法对

Santiago 等<sup>[18]</sup>的超声速流场进行数值模拟,给出了瞬时流场结构,其统计平均结果与实验符合得很好; Kawai 等<sup>[16]</sup>对射流通量比  $J=1.7$  的超声速横侧射流标量混合场进行 LES 计算,并对比了湍流边界层与层流边界层对流场结构的影响,指出来流湍流边界层内的湍流结构与射流相互作用,增加了射流剪切层的不稳定性,导致射流剪切层更快地破碎,有强化混合的作用; Wang 等<sup>[17]</sup>采用 LES 方法,对比了圆形喷口与椭圆形喷口的超声速横侧射流的流场结构,椭圆形喷口射流在展向的传播速率比圆形喷口快,但射流穿透深度比圆形喷口低.

之前大量的超声速横侧射流数值模拟研究对多组分射流混合特性的研究较少.本文采用 LES 方法对斯坦福大学的 Gamba 超声速燃烧室内的横侧射流流场结构以及多组分射流的混合进行模拟和分析;采用 Q 准则表征流场中的大尺度拟序结构;给出标量分布、射流穿透深度、射流浓度衰减以及当地概率密度函数(probability density functions, PDFs)的分布,分析了超声速横侧射流流场中的混合特性.

## 1 物理问题

几何结构依据斯坦福大学的 Gamba 等<sup>[3]</sup>设计的超声速横侧射流燃烧室.图 1 为燃烧室二维纵截面结构示意图,实验中射流为氢气,横向主流为空气.燃烧室空气入口高度 23 mm,等面积段高度  $h=$

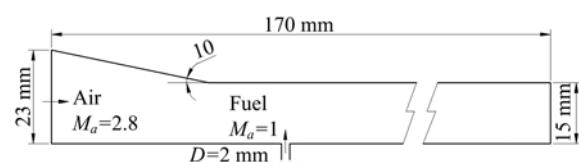


图 1 燃烧室二维纵截面结构示意图

Fig. 1 Sketch of the combustor

15 mm, 燃烧室上壁面斜板倾角 10°。射流氢气从直径  $D=2$  mm 的圆孔喷射入超声速主流中。模拟区域在主流流动方向上取射流出口上游 35D 和下游 50D 作为计算区域, 展向取 37.5D。燃烧室主流进口以及燃料射流的进口参数见表 1, 其中射流和超声速来流的动量通量比  $J=2.11$ 。

表 1 燃料与空气的入口参数

Tab. 1 Inflow condition of the fuel and air

	$M_a$	$P_a/\text{kPa}$	$T_a/\text{K}$	$Y(\text{H}_2)$	$Y(\text{O}_2)$	$Y(\text{N}_2)$
Fuel	1.0	668.25	250	1.0	0	0
Air	2.8	40	1200	0	0.232	0.768

## 2 数学物理模型

忽略化学反应速率源项, 且不考虑辐射的影响, 假设所有组分的刘易斯数均为 1, 过滤后的可压缩瞬时混合流场大涡模拟控制方程为

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\tau}_{ij} - \bar{\tau}_{ij}^{\text{sgs}}) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \widetilde{Y}_m}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j \widetilde{Y}_m}{\partial x_j} = \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\rho} D + \frac{\mu_t}{Sc_t} \right) \frac{\partial \widetilde{Y}_m}{\partial x_j} \right], \quad (m=1, N) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \widetilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\bar{\rho} \widetilde{E} + P) \bar{u}_j] = \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \lambda + \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \right) \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_j} + \right. \\ \left. (\mu_t + \mu) \frac{\partial k^{\text{sgs}}}{\partial x_j} + \bar{u}_i (\bar{\tau}_{ij} - \bar{\tau}_{ij}^{\text{sgs}}) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

式中, 上标“-”表示空间过滤, “~”表示 Favre 过滤;  $\bar{\rho}$  是密度;  $\bar{u}_j$  是速度分量;  $\bar{P}$  为压力;  $\bar{\tau}_{ij}$  为分子黏性应力;  $\lambda$  为分子热扩散系数;  $D$  为组分扩散系数;  $\mu$  为分子动力黏性系数;  $\widetilde{E}$  为总能,  $\widetilde{E} = \bar{e} + \frac{1}{2} \bar{u}_j^2 + k^{\text{sgs}}$ ;  $\bar{e}$  为内能;  $\widetilde{Y}_m$  分别为组分  $m (m=1, \dots, N)$  的过滤质量分数。上标“sgs”表示亚格子项。亚格子应力  $\bar{\tau}_{ij}^{\text{sgs}}$  由动态 Smagrincky 模型封闭; 亚格子湍动能  $k^{\text{sgs}} = C_l \Delta^2 (\widetilde{S}_{ij} \widetilde{S}_{ij})$ ; 亚格子动力黏性系数  $\mu_t = \bar{\rho} C_D \Delta^2 (\widetilde{S}_{ij} \widetilde{S}_{ij})^{1/2}$ ;  $C_l, C_D$  为模型系数, 通过动态模型确定;  $\widetilde{S}_{ij}$  为应变率张量;  $\Delta$  为 LES 网格过滤尺度。湍流 Schmidt 数  $Sc_t = 0.7$ , 湍流 Prandtl 数  $Pr_t = 0.9$ , 层流 Prandtl 数  $Pr = 0.72$ ; 压力与温度的关系满足

状态方程  $\bar{P} = \bar{\rho} R (\widetilde{Y}_m) \widetilde{T}$ ,  $R (\widetilde{Y}_m)$  为混合气体常数。

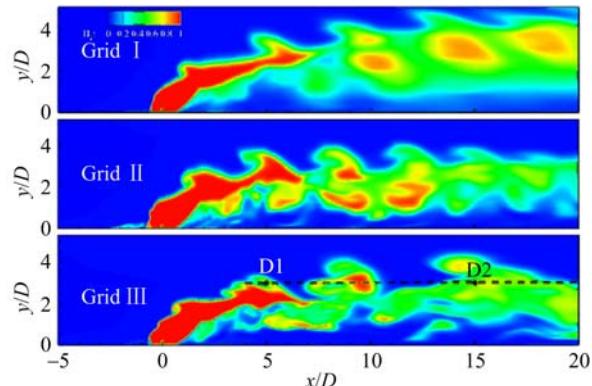
## 3 计算方法与网格

### 3.1 计算方法与初边界条件

本文对 OpenFOAM 软件平台的密度求解器 rhoCentralFoam<sup>[20]</sup>进行扩展, 添加组分输运方程(式(3)), 用于求解多组分扩散问题; 数值差分格式采用有限体积的半离散中心迎风方法。时间推进采用修正的四阶 Runge-Kutta 方法; 对流项采用二阶 TVD 差分格式; 扩散项、黏性项均为二阶中心差分格式。此求解器用于模拟超声速支板射流流场, 计算结果与实验符合较好<sup>[21]</sup>。燃料与空气的进口采用第一类 Dirichlet 边界条件, 参数大小如表 1 所示。固体壁面采用无滑移条件; 出口采用无反射边界条件。为了避开射流喷管的影响, 采用直接壁面喷射的进口条件, 其速度入口给定双曲正切分布<sup>[17]</sup>; 计算中以空气的进口参数作为初始场。为了捕捉非稳态的流场结构, 时间步的 CFL 条件满足  $C_{\text{max}} = 0.25$ 。

### 3.2 计算网格

数值模拟中采用网格自适应加密(ARM)技术, 提高数值计算精度。数值计算的初始粗网格(Grid I)总数为 4 800 000, 网格在射流出口以及下壁面附近区域密集分布, 首先在粗网格上得到收敛解, 然后根据混合分数进行两次网格加密。中间网格(Grid II)网格总数为 6 970 000, 密网格(Grid III)网格总数为 11 000 000。图 2 为在中心截面上不同网格的瞬时氢气的质量分数分布图。随着网格加密, 可以看到更为精细的流场结构。密网格的结果中可以观察



Grid I: coarse grid, Grid II: intermediate grid,  
Grid III: fine grid; D1 and D2 are the points on the line  $y/D=3$

图 2 中心截面上不同网格的瞬时氢气的质量分数分布图

Fig. 2 Instantaneous contours of hydrogen mass fraction in the symmetry planes

到射流剪切层外边界的更加精细的小尺度涡旋结构。本文中采用 Grid III 作为计算网格。

## 4 结果与讨论

### 4.1 流场结构

图 3 为计算得到的燃烧室中心截面上平均马赫数分布云图以及近场平均流场流线分布。由图可以非常清晰地看到流场波系分布，超声速来流空气遇到燃料射流的阻塞，在射流出口上游形成弧形激波，弧形激波后侧的高温区起到部分点火的作用，有助于火焰稳定燃烧。弧形激波与上游边界层相互作用导致边界层分离产生弱  $\lambda$  激波以及低速回流区。未膨胀的燃料 ( $M_a = 1$ ) 在射流出口附近膨胀产生膨胀波，并在射流出口下游近场形成桶状激波以及马赫盘。在射流圆管迎风侧靠近出口处 ( $x/D = -0.5$ ) 可以看到一个很小的回流区，这个小回流区对应三维徘徊涡结构。从平均流线图可以看到，燃料射流流体流出喷口后，大部分通过桶状激波迎风侧和马赫盘的前侧流出，这部分流体携带较高的动量，因此，可以穿透桶状激波与马赫盘前侧。

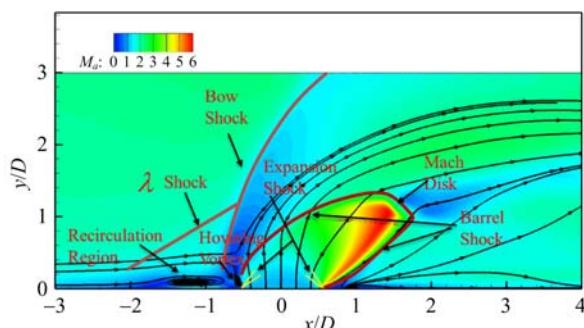


图 3 燃烧室中心截面上平均马赫数分布云图

Fig. 3 Mean Mach number contour  
in the symmetry planes

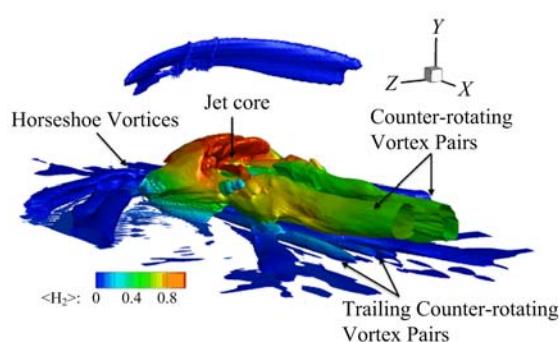


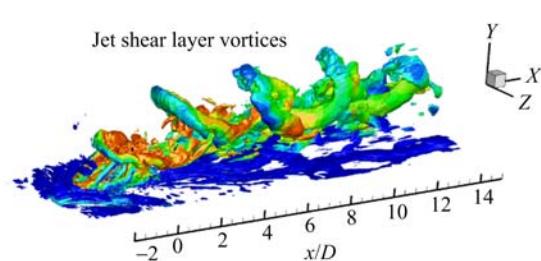
图 4 采用  $H_2$  质量分数着色的平均(a)和瞬时(b)的 Q 等值面

Fig. 4 Mean (a) and instantaneous (b) iso-surface of Q-criterion colored by the mass fraction of  $H_2$

图 4 为超声速横侧射流中声速射流流体与来流相互作用形成的复杂三维涡旋结构。图 4(a)为用 Q 准则平均等值面表征的稳态涡旋结构。从图中可以看出，反向旋转涡对(counter-rotating vortex pairs, CVP)结构，产生于桶状激波与马赫盘的后端，由射流圆柱演变而来，为横侧射流主要的涡结构；在射流出口上游，缠绕在射流圆柱周围的横向主流与壁面和射流相互作用形成了颈部的马蹄涡，与图 3 中射流上游回流区对应；另外，射流出口下游壁面附近，CVP 结构的下方形成了 CVP 的尾迹涡结构，称为 TCVP(trailing counter-rotating vortex pairs)结构。图 4(b)为采用瞬时 Q 等值面表征的非稳态射流剪切层的涡结构，一般认为，射流剪切层涡结构是由射流流体与来流之间剪切层的 Kelvin Helmholtz 不稳定引起的。回流区的形成以及流场复杂的三维涡旋结构有利于加强燃料与空气的掺混，提高混合效率。Q 准则等值面采用燃料  $H_2$  质量分数着色，得到 CVP 结构以及非稳态的射流剪切层上不均匀的  $H_2$  值分布表明了大尺度的涡旋结构对燃料与空气的混合影响。

### 4.2 标量分布

图 5 为不同流向位置 ( $x/D = 2, 4, 8$ ) 横截面上氢气的质量分数瞬时分布图。 $x/D = 2$  截面位于马赫盘后侧，CVP 结构刚刚开始形成，射流中心浓度较大；下游  $x/D = 4$  处，受到大尺度 CVP 的涡旋的卷吸作用，标量分布呈现“蘑菇云”状。远场  $x/D = 8$  截面，燃料射流的展向扩散导致中心射流燃料浓度降低。从中心截面上瞬时氢气的质量分数分布图(图 2)可以看到，氢气沿着非稳定的射流剪切层涡分布。射流动量大于横向主流动量 ( $J = 2.11$ )，在剪切层的上边界瞬时标量沿逆时针方向卷曲。在剪切层的下边界大尺度的涡旋结构不是很明显。



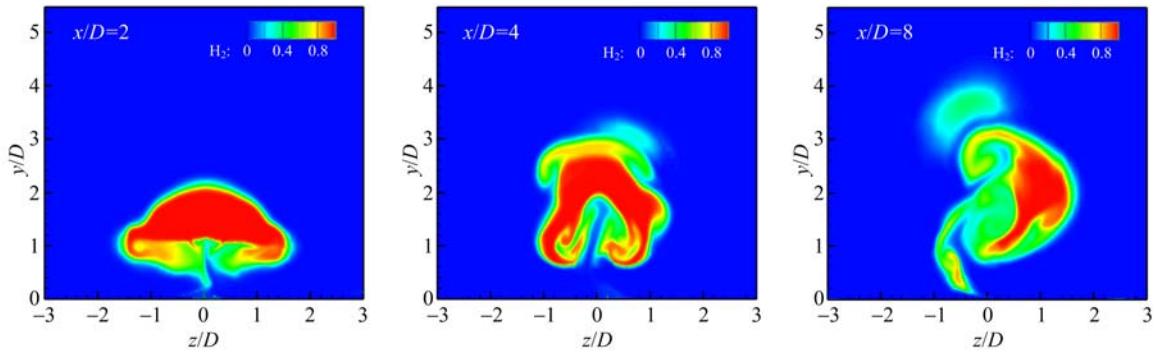
图5 不同流向位置( $x/D=2,4,8$ )横截面上氢气的质量分数瞬时分布图Fig. 5 Instantaneous contours of hydrogen mass fraction on the cross-planes ( $x/D=2,4,8$ )

图6为中心截面时间平均氢气质量分数分布云图。非稳定的射流剪切层消失,剪切层氢气质量分数分布平滑,可以看到高燃料质量分数分布的浓度核心区。图7为流向不同截面( $x/D=2,4,8$ )上平均氢气质量分数分布云图以及平均场流线图。从平均场流线图分布可以看到不同截面上形成的反向旋转涡对(CVP),且此CVP结构沿流向逐渐增大。另外,靠近下壁面附近可以看到由于主流CVP与壁面相互作用产生的尾部旋转涡旋涡对TCVP。随射流出口下游流场的发展,TCVP涡对间距逐渐变大,在

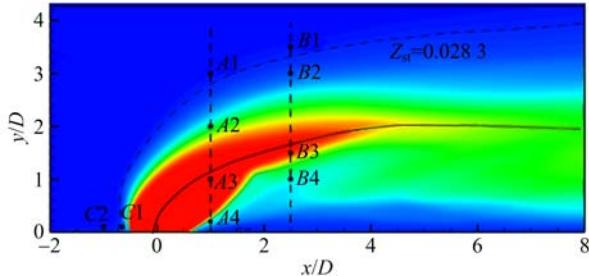


图6 中心截面时间平均氢气质量分数分布云图

Fig. 6 Mean contours of hydrogen mass fraction in the symmetry planes

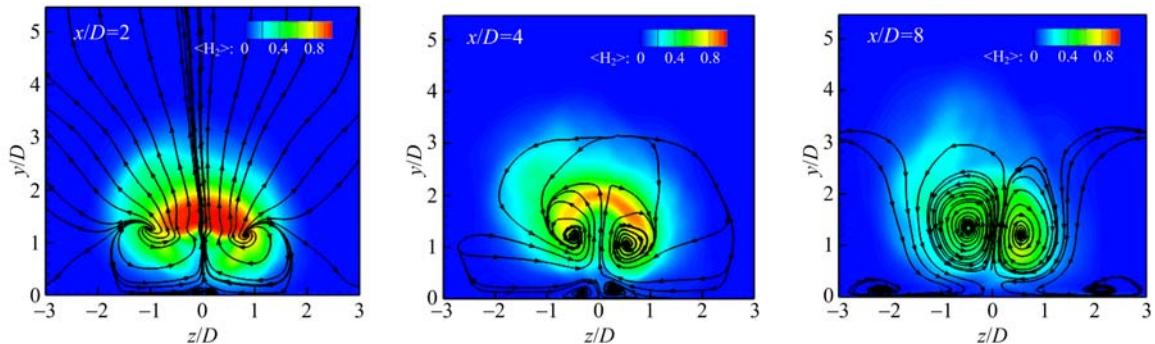
$x/D=8$ 截面展向间距约为 $4D$ ,同时还可以看到TCVP涡对的旋转方向与CVP相反。这两对涡旋有利于远场及近壁面处射流与横向主流的混合。Rana等<sup>[22]</sup>认为并不是所有的超声速横侧射流都存在TCVP结构,TCVP结构的产生取决于来流马赫数。对比 $y$ 轴两侧的涡旋可以发现, $x/D=2$ 截面形成了对称的CVP结构,然而下游截面( $x/D=4,8$ )CVP结构出现不对称特征,从而导致下游截面质量分数分布出现不对称特征。

#### 4.3 混合分数概率密度函数

对比中心截面瞬时以及平均氢气质量分数分布可以看出,超声速横侧射流流场中,瞬时混合特性与平均混合特性存在很大的差异。因此,研究流场中当地混合分数随时间的变化规律具有重要意义。本节引入概率密度函数PDFs,分析流场中当地混合特性。定义混合物分数 $Z$ 为氢气的质量分数,其概率密度为

$$p(Z)dZ = P\left\{ Z - \frac{1}{2} \nabla Z \leq Z \leq Z + \frac{1}{2} \nabla Z \right\} \quad (5)$$

概率密度函数归一化,

图7 流向不同截面( $x/D=2,4,8$ )上平均氢气质量分数分布云图以及平均场流线图Fig. 7 Mean contours of hydrogen mass fraction on the cross-planes ( $x/D=2,4,8$ )

$$\int_0^1 p(Z) dZ = 1 \quad (6)$$

对图 2 和图 6 中的坐标点进行时间取样, 样本总数为 37 900。

图 8 为射流近场的流向截面  $x/D=1, 2.5$  位置上当地坐标点混合分数的 PDFs 的分布。 $Z=0$  为空气侧,  $Z=1$  为燃料侧。 $x/D=1$  为穿过桶状激波以及射流剪切层的直线, 图中 A1~A4 以及 B1~B4 8 个点对应图 6 中相应点。A1 和 A2 位于中心浓度线上方, A3 和 A4 位于中心浓度线下方。A1 为射流剪切层外侧的点, 由于来流空气与燃料未混合,  $Z=0$  附近的概率分布接近 1。A2 位置处的概率密度在  $Z$  空间内趋近均匀分布, 这是因为此处位于射流剪切层附近, 受射流剪切层涡的卷吸影响, 当地流场中燃料与空气的混合加快。A3 位于桶状激波内, 近  $Z=1$  的概率分布接近 1 表明桶形激波内混合很差。桶状激波下侧尾迹区内 A4 处混合分数呈现高斯分布, 混合分数值在 0.2~0.4 之间分布。流线位置  $x/D=2.5$  处, B1, B2 位于中心浓度线上方, B3, B4 位于

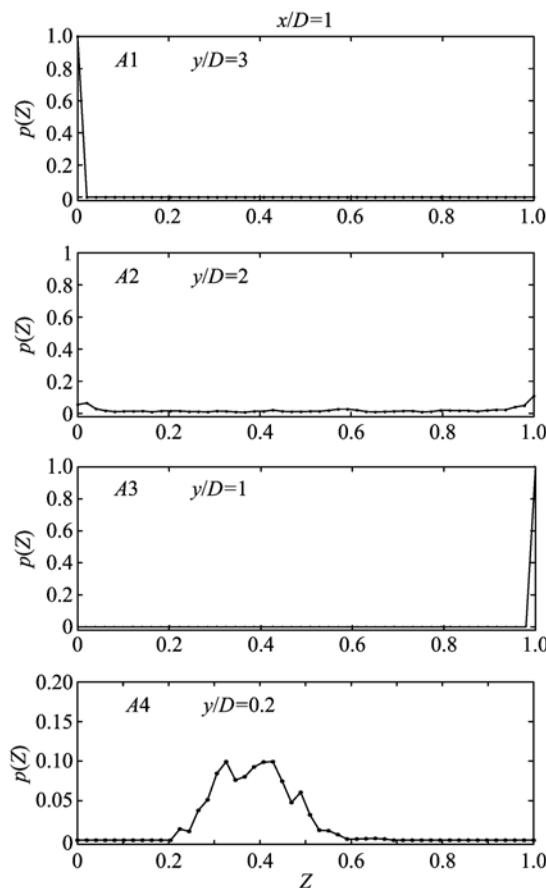


图 8 流向不同截面 ( $x/D = 1, 2.5$ ) 当地坐标点混合分数的 PDFs 分布

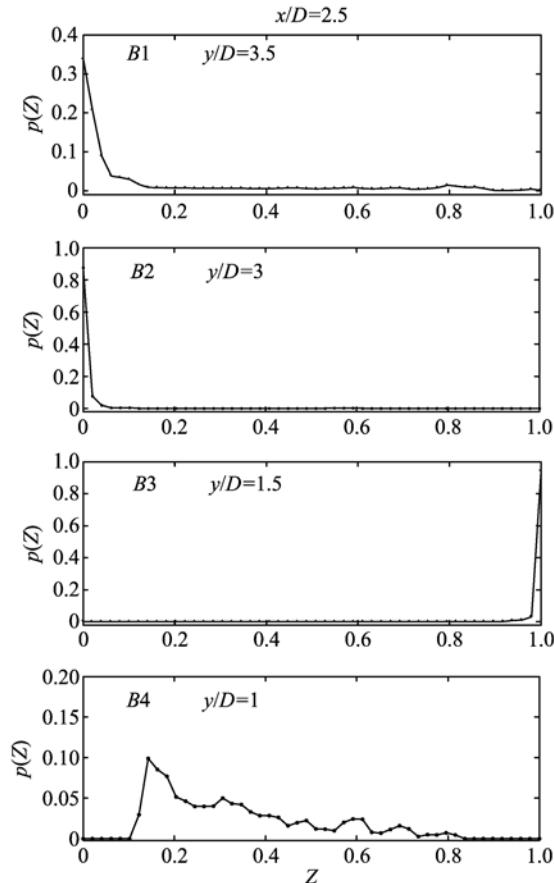
Fig. 8 PDFs of mixture fraction in the near fields  $x/D = 1$  and  $2.5$

中心浓度线下方。可以看到, 射流剪切层下边界下侧点 B4 的混合最强, 混合分数值在 0.1~0.8 之间分布。值得注意的是点 B2, 混合分数在当量混合值  $Z_{st} = 0.0283$  附近取值的概率很高, 此处为最可能着火的地方。

图 9 为射流出口上游回流区内混合分数 PDFs 分布。点 C1 位于悬挂涡对应的回流区内, 回流掺混使得燃料与空气混合比较好, 概率密度分布比较均匀。点 C2 位于马蹄涡对应的回流区内, 混合分数在当量混合  $Z_{st} = 0.0283$  附近取值的概率很高, 形成可燃混合物。图 10 为射流远场沿着  $y/D = 3$  直线上的混合分数 PDFs 分布。由图可以看出, 在点 D1 处,  $Z=0$  附近空气侧的概率分布较高, 随着燃料射流向下游发展, 燃料侧的概率逐渐降低, 空气侧的比例逐渐提高。受到 CVP 结构的掺混以及涡旋的破碎的影响, 混合分数的概率密度分布从  $\beta$  分布逐渐过渡为高斯分布, 表明远场混合逐渐趋于均匀。

#### 4.4 浓度衰减速率

图 11 为对数坐标下沿着最大浓度中心线(图 6



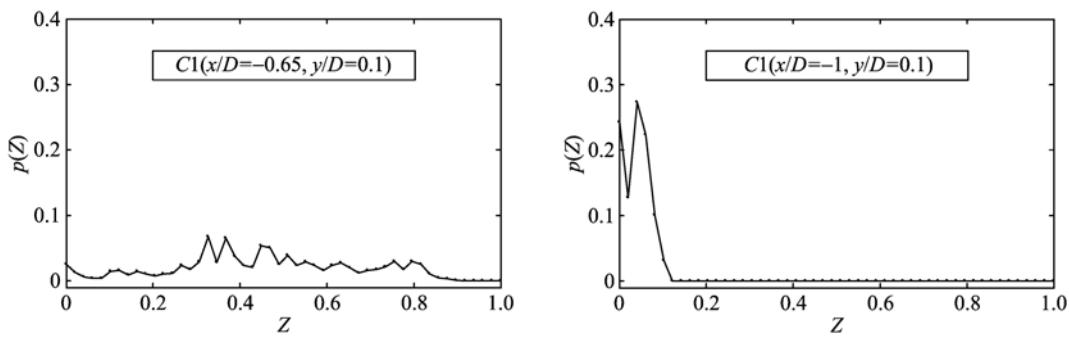


图9 射流出口上游回流区内混合分数 PDFs 分布

Fig. 9 PDFs of mixture fraction in the upstream recirculation regions of the jet

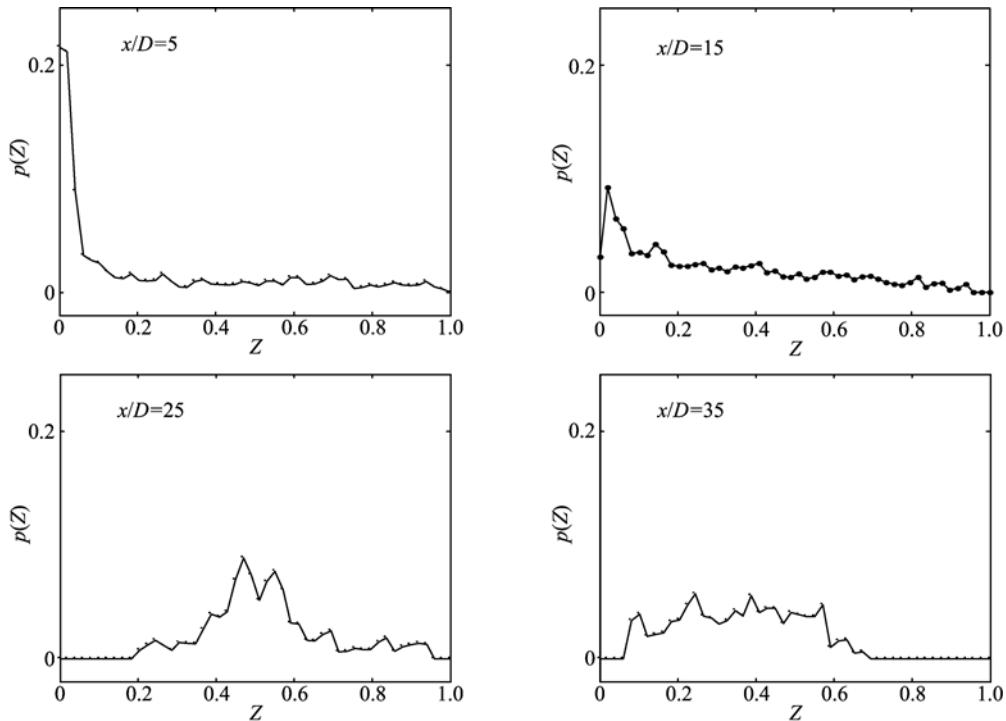
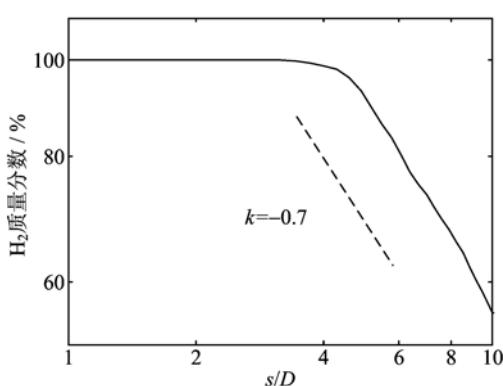
图10 射流远场沿  $y/D = 3$  直线上混合分数 PDFs 分布Fig. 10 PDFs of mixture fraction in the downstream  $y/D = 3$ 

图11 沿最大浓度中心线的浓度衰减曲线

Fig. 11 Maximum centerline concentration delay

所示的黑色实线上燃料  $H_2$  质量分数的衰减曲线,  $s$  为沿着射流最大浓度中心线的长度。如图可见,  $s/D < 4$  为射流核心区, 衰减较慢, 燃料的质量分数等于 100%。 $s/D > 4$  的下游流场, 由于受到横侧射流中大尺度涡旋结构(CVP)卷吸掺混的影响, 浓度的衰减变快, 氢气的质量分数呈指数  $-0.7$  衰减, 相比亚声速横侧射流的指数  $-1.3$  衰减较慢<sup>[26]</sup>, 可能的原因是流体可压缩性抑制了近场的混合。

#### 4 结论

本文采用 LES 方法研究了超声速横侧射流流场中的大尺度涡旋结构以及当地混合特性, 得到以

下结论：

(I) 声速射流流体与超声速来流相互作用形成复杂的激波结构与涡旋结构。激波结构包括弧形激波、激波、膨胀波、桶状激波以及马赫盘。采用 Q 准则表征稳态涡旋结构，由平均等值面可以看出稳态涡结构，包括产生于桶状激波与马赫盘后端的反向旋转涡对 CVP 结构、缠绕在射流圆柱周围的马蹄涡以及 CVP 结构的下方形成的 TCVP 尾迹涡结构；由瞬时等值面可以看到非稳态射流剪切层的涡结构。

(II) 由平均流线图可以看到，TCVP 的旋转方向与 CVP 相反；射流远场 CVP 出现不对称特征，导致氢气质量分数分布沿展向分布不均匀。

(III) 混合分数的概率密度函数分析结果表明，射流近场混合主要发生在射流出口上游回流区以及桶状激波下侧和射流剪切层下侧的射流尾迹区内；射流远场混合分数的概率密度分布从  $\beta$  分布逐渐过渡为高斯分布；射流剪切层上边界和喷口上游回流区是可燃混合物的聚集区。

(IV) 沿着氢气最大浓度中心线，氢气质量分数呈指数  $-0.7$  衰减，比声速横侧射流浓度衰减慢。

**致谢** 本文的数值计算得到了中国科学技术大学超级计算中心的计算支持和帮助。

#### 参考文献(References)

- [1] Chapuis M, Fedina E, Fureby C, et al. A computational study of the HyShot II combustor performance [J]. Proceedings of the Combustion Institute, 2013, 34(2): 2 101-2 109.
- [2] Smart M K, Hass N E, Paull A. Flight data analysis of the HyShot 2 scramjet flight experiment [J]. AIAA Journal, 2006, 44(10): 2 366-2 375.
- [3] Gamba M, Miller V A, Mungal M G, et al. Ignition and flame structure in a compact inlet/scramjet combustor model[C]// Proceedings of the 17th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. San Francisco, CA, USA: AIAA, 2011. doi: 10.2514/6.2011-2366.
- [4] Gamba M, Mungal M G, Hanson R K. Ignition and near-wall burning in transverse hydrogen jets in supersonic cross-flow [C]// Proceedings of the 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Orlando, FL, USA: AIAA, 2011. doi: 10.2514/6.2011-319.
- [5] Mahesh K. The interaction of jets with crossflow [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2013, 45: 379-407.
- [6] Yangcheng Y, Heibrich L, Klaus H. Injection and mixing in a scramjet combustor: DES and RANS studies [J]. Proceedings of the Combustion Institute, 2013, 34: 2 083-2 092.
- [7] Papamoschou D, Hubbard D G. Visual observations of supersonic transverse jets [J]. Experiments in Fluids, 1993, 14(6): 468-476.
- [8] Gruber M R, Nejad A S, Chen T H, et al. Mixing and penetration studies of sonic jets in a Mach 2 freestream[J]. Journal of Propulsion and Power, 1995, 11(2): 315-323.
- [9] Gruber M R, Nejad A S, Chen T H, et al. Compressibility effects in supersonic transverse injection flowfields[J]. Physics of Fluids, 1997, 9(5): 1 448-1 461.
- [10] Ben-Yakar A. Experimental Investigation of Mixing and Ignition of Transverse Jets in Supersonic Crossflows [D]. Palo Alto, CA, USA: Stanford University, 2000.
- [11] Ben-Yakar A, Mungal M G, Hanson R K. Time evolution and mixing characteristics of hydrogen and ethylene transverse jets in supersonic crossflows [J]. Physics of Fluids, 2006, 18 (2): 026101; doi: 10.1063/1.2139684.
- [12] Rossmann T, Pizzaia A. Effect of boundary layer thickness on jet mixing in a supersonic turbulent crossflow [C]// Proceedings of 52nd Aerospace Sciences Meeting. National Harbor, Maryland, USA: AIAA, 2014. doi: 10.2514/6.2014-0590.
- [13] Ferrante A, Mattheou G, Dimotakis P E. LES of an inclined sonic jet into a turbulent crossflow at Mach 3. 6[J]. Journal of Turbulence, 2011, 12(2): 1-32.
- [14] Chai X, Mahesh K. Simulations of high speed turbulent jets in crossflow [C]// Proceedings of the 40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit. Chicago, IL, USA: AIAA, 2010. doi: 10.2514/6.2010-4603.
- [15] Kawai S, Lele S K. Mechanisms of jet mixing in a supersonic crossflow: A study using large-eddy simulation [C]// Proceedings of the 44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Hartford, CT, USA: AIAA, 2008. doi: 10.2514/6. 2008-4575.
- [16] Kawai S, Lele S K. Large-eddy simulation of jet mixing in supersonic crossflows [J]. AIAA journal, 2010, 48(9): 2 063-2 083.
- [17] Wang G L, Chen L W, Lu X Y. Effects of the injector geometry on a sonic jet into a supersonic crossflow[J]. Science China Physics, Mechanics and Astronomy,

- 2013, 56(2): 366-377.
- [18] Santiago J G, Dutton J C. Velocity measurements of a jet injected into a supersonic crossflow [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 1997, 13(2): 264-273.
- [20] Greenshields C J, Weller H G, Gasparini L, et al. Implementation of semi-discrete, non-staggered central schemes in a colocated, polyhedral, finite volume framework, for high speed viscous flows [J]. *International journal for numerical methods in fluids*, 2010, 63(1): 1-21.
- [21] Cao Changmin, Ye Taohong. RANS simulation of turbulent non-premixed H<sub>2</sub>/air combustion in a scramjet [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2015, 36(1): 89-96.  
曹长敏, 叶桃红. 超声速 H<sub>2</sub>/Air 湍流扩散燃烧 RANS 数值模拟[J]. 推进技术, 2015, 36(1): 89-96.
- [22] Rana Z A, Thornber B, Drikakis D. Transverse jet injection into a supersonic turbulent cross-flow [J]. *Physics of Fluids*, 2011, 23 (4): 046103; doi: 10.1063/1.3570692.
- [23] Rothstein A D, Wantuck P J. A study of the normal injection of hydrogen into a heated supersonic flow using planar laser-induced fluorescence [D]. Cambridge, MA, USA: Massachusetts Institute of Technology, 1992.
- [24] McDaniel J C, Graves J. Laser-induced-fluorescence visualization of transverse gaseous injection in a non-reacting supersonic combustor [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 1988, 4(6): 591-597.
- [25] Brown G L, Roshko A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1974, 64: 775-816.
- [26] Smith S H, Mungal M G. Mixing, structure and scaling of the jet in crossflow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 357: 83-122.

(上接第 642 页)

- [9] Mo Jiaqi, Han Xianglin, Chen Songlin. The singularly perturbed nonlocal reaction diffusion system [J]. *Acta Math Sci*, 2002, 22B(4): 549-556.
- [10] Mo Jiaqi, Lin Wantao, Wang Hui. Variational iteration solution of a sea-air oscillator model for the ENSO [J]. *Prog Nat Sci*, 2007, 17(2): 230-232.
- [11] Mo Jiaqi, Lin Wantao. A class of nonlinear singularly perturbed problems for reaction diffusion equations with boundary perturbation [J]. *Acta Math Appl Sinica*, 2006, 22(1): 27-32.
- [12] Mo Jiaqi. A class of singularly perturbed differential-difference reaction diffusion equation [J]. *Adv Math*, 2009, 38(2): 227-231.
- [13] Mo Jiaqi. Homotopy mapping solving method for gain fluency of a laser pulse amplifier [J]. *Science in China, Ser G*, 2009, 52(7): 1 007-1 070.
- [14] Mo Jiaqi, Lin Wantao. Asymptotic solution of activator inhibitor systems for nonlinear reaction diffusion equations [J]. *J Sys Sci & Complexity*, 2008, 20(1): 119-128.
- [15] Mo Jiaqi. Approximate solution of homotopic mapping to solitary wave for generalized nonlinear KdV system [J]. *Chin Phys Lett*, 2009, 26(1): 010204.
- [16] Mo Jiaqi. Singularly perturbed reaction diffusion problem for nonlinear boundary condition with two parameters [J]. *Chin Phys*, 2010, 19(1): 010203.
- [17] Mo Jiaqi, Chen Huaijun. The corner layer solution of Robin problem for semilinear equation [J]. *Math Appl*, 2012, 25(1): 1-4.
- [18] Chen Huaijun, Mo Jiaqi. The asymptotic estimation for a class of burning singularly perturbed problem [J]. *J Sys Sci & Math Scis*, 2010, 30 (1): 114-117 (in Chinese).
- [19] Chen Huaijun, Mo Jiaqi. Singularly perturbed nonlinear reaction diffusion problem with two parameters [J]. *Acta Phys Sinica*, 2010, 59(7): 4 409-4 412 (in Chinese).
- [20] Chen Huaijun, Mo Jiaqi, Xie Feng. The solvability for parabolic equation with boundary perturbation [J]. *Math Appl*, 2008, 21(1): 34-37.
- [21] Shi Lanfang, Zhu Min, Zhou Xianchun, et al. The solitary traveling wave solution for a class of nonlinear evolution equations [J]. *Atca Phys Sinica*, 2014, 63(13): 130201 (in Chinese).
- [22] Shi Lanfang, Wang Weigang, Mo Jiaqi. Asymptotic solving method of travelling solution for higher dimensional disturbed breaking soliton equation [J]. *Math Appl*, 2014, 27(3): 317-321 (in Chinese).