

# 火星和地球上山峰最高高度及其差异研究

陈出新<sup>1,2</sup>, 常震<sup>1</sup>

(1. 中国科学技术大学地球和空间科学学院, 中国科学院近地空间环境重点实验室, 安徽合肥 230026;  
2. 宇航科学与技术协同创新中心, 安徽合肥 230026)

**摘要:**火星的半径只有地球半径的一半多一点, 而火星的最高峰奥林匹斯山比地球的最高峰珠穆朗玛峰的两倍还高, 火星上还有不少比珠峰还要高得多的山峰. 为解释这种与天体尺度不成比例的山峰或凸起的出现原因, 建立了一个山峰的应力模型, 发现影响山峰高度的主要因素是重力加速度. 越小的天体, 它的表面重力加速度越小, 表面的凸起就越显著. 同一模型亦较好地估算出与实际相近的地球最深海沟的深度.

**关键词:**火星; 地球; 山峰; 最大高度

**中图分类号:** P185.3; P313.6   **文献标识码:** A   doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2015.11.011

**引用格式:** Chen Chuxin, Chang Zhen. Study on the heights of the highest mountains of Mars and the Earth and their difference[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2015, 45(11): 949-952.  
陈出新, 常震. 火星和地球上山峰最高高度及其差异研究[J]. 中国科学技术大学学报, 2015, 45(11): 949-952.

## Study on the heights of the highest mountains of Mars and the Earth and their difference

CHEN Chuxin<sup>1,2</sup>, CHANG Zhen<sup>1</sup>

(1. CAS Key Laboratory of Geospace Environment, School of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;

2. Collaborative Innovation Center of Astronautical Science and Technology, Hefei 230026, China)

**Abstract:** The radius of Mars is only half of that of Earth, while the height of Mount Olympus, the highest mountain on Mars, is more than twice of that of Everest on Earth. There are still some peaks on Mars which are much higher than Everest. To explain the appearance of mountains or protrusions disproportional to the scale of the planet, a stress model of a mountain was set up. It was found that the main factor that affects the highest mountains' height is gravitational acceleration. The smaller the planet, the smaller its surface gravitational acceleration, and the more prominent the protrusions on its surface. The depth of the deepest trench on Earth was also estimated using the same method; the result is close to reality.

**Key words:** Mars; Earth; peak; the greatest height

收稿日期: 2015-09-08; 修回日期: 2015-11-06

基金项目: 国家自然科学基金(41374179, 41421063), 中国科学院重点项目基金(KZZD-EW-01-4)资助.

作者简介: 陈出新(通讯作者), 男, 1961年生, 博士/教授. 研究方向: 行星科学, 磁层物理. E-mail: chuxin@ustc.edu.cn

## 0 引言

火星和地球都有着多样的地形地貌,例如山峰、平原和盆地.火星全球测量卫星(Mars Global Surveyor)用激光对火星地形作了精确测量,得出最高点是奥林匹斯山.奥林匹斯山是火星上的一个山峰,同时也是太阳系中已知的最高的山峰,高出大地基准面21 229 m,几乎是地球上的最高峰珠穆朗玛峰(8 848 m)的两倍还多.除了奥林匹斯山,火星上的其他山峰都比地球上的最高山峰高很多<sup>[1]</sup>.如表1所示,火星的体积和质量比地球小很多.火星半径为地球半径的一半多一点,如果将火星的最高峰按地球的最高峰与其半径的比例估算,那么,奥林匹斯山将只有4 715 m.为什么火星的最高峰比地球的最高峰高很多?为什么没有更高的山峰?这是一个还未有明确答案的问题.下面我们将从一个山峰的应力模型来解释.

表 1 火星和地球的物理参数<sup>[2]</sup>

Tab. 1 Physical parameters on Mars and Earth<sup>[2]</sup>

	火星	地球	比例
质量/(10 <sup>24</sup> kg)	0.641 74	5.972 6	0.107
体积/(10 <sup>10</sup> km <sup>3</sup> )	16.318	108.321	0.151
表面重力加速度/(m·s <sup>-2</sup> )	3.71	9.80	0.379
半径/km	3 395	6 371	0.533

## 1 高山的模型

地球上海平面的形成是由于液体对剪切形变(应变)的抗力很小,小到可以忽略.在足够长的时间内,海水形成以地心为球心的等势面即海平面.而高山能存在是由于岩石(或土壤)具有很强的抗剪切形变的能力.高山由于重力产生的形变可由岩石的剪切应力来抗衡.我们现在探讨的是可能存在于行星上的最高山峰.如果山峰的边缘是竖直的,那么从山顶下降一定高度之后,岩石的剪切应力不足以抗衡重力引起的形变,因为边缘处的应力为零(假设大气压可忽略).然而当山体有一倾斜边缘时,情形就大不相同<sup>[3]</sup>.重力引起的形变是可以被剪切应力抗衡的.

为了直接明了的缘故,我们选择直角坐标系来建立模型.设竖直向上为  $X_1$  轴,某一水平方向为  $X_2$  轴,  $X_3$  轴与前两轴成右手系.对山体有力平衡方程<sup>[4-6]</sup>:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i = 0 \quad (1)$$

式中,  $\sigma_{ij}$  为应力张量,  $f_i$  为体力.一般山体由地质活动形成,形成山脉,所以我们可选  $X_3$  轴为山脉方向.所有物理量独立于此方向.在竖直方向,体力是  $f_1 = -\rho g$ ,所以式(1)在  $X_1$  方向的分量可以写成

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} - \rho g = 0 \quad (2)$$

如图1所示,假设山峰相对于  $X_1$  轴对称,山峰最高点在底面的投影为 A.设山高为  $H$ .

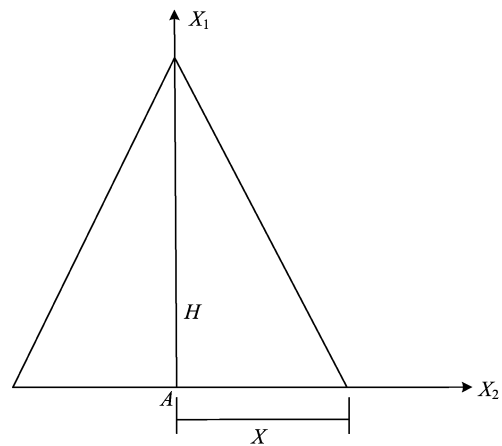


图 1 山峰坡度示意图

Fig. 1 Sketch map of the slope of a mountain

由于 A 点的对称性,在  $X_1$  轴上有  $\sigma_{12} = 0$ , 因此

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} - \rho g = 0 \quad (3)$$

沿  $X_1$  方向对式(3)积分,得到点 A 的正应力  $\sigma_{11} = \int_0^H \rho g dx$ . 当密度和重力加速度为常数时,

$$\sigma_{11} = \rho g H \quad (4)$$

由各向同性介质的胡克定律,我们有

$$\sigma_{11} = 2\mu \epsilon_{11} + \lambda \theta \quad (5)$$

$$\sigma_{22} = 2\mu \epsilon_{22} + \lambda \theta \quad (6)$$

式中,  $\epsilon_{ij}$  为应变张量,  $\mu$  和  $\lambda$  为拉梅系数,  $\theta = \epsilon_{11} + \epsilon_{22}$ .

利用不可压条件

$$\theta = 0 \quad (7)$$

我们得到

$$\epsilon_{22} = -\epsilon_{11} \quad (8)$$

将式(7)和(8)代入式(5)与(6),就有

$$\sigma_{22} = -\sigma_{11} \quad (9)$$

力平衡方程在  $X_2$  方向的分量为

$$\frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} = 0 \quad (10)$$

$\sigma_{22}$  随  $X_2$  线性减小,在边界上它为零.对于均匀介质

可将  $\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1}$  视为常数, 记为  $k$ . 将式(9)代入式(10), 我们有

$$-\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} = 0 \quad (11)$$

沿  $X_2$  方向对式(11)积分, 得到点 A 的正应力  $\sigma_{11} = kX$ , 其中  $X$  是山峰底部的半宽度. 结合式(4), 我们有

$$kX = \rho g H \quad (12)$$

如图 2 所示, 当  $H$  太大时, 底部的 A 点由于过大的压力不能保持固态. 剪切应力不再存在. 因此具有某一坡度的山峰不能无限高. 这里  $k$  是由构成山峰的岩石(或土壤)的性质决定的. 在不同的行星, 它应该变化不大, 因为类地行星的地壳是由不同的岩石组成, 而不同岩石的弹性力学性质相近. 同时, 在不同的行星上, 地壳密度  $\rho$  相近, 底部半宽度  $X$  的上限也相近. 这时,  $g$  和  $H$  近似成反比关系. 限制高度的主要参数是重力加速度.

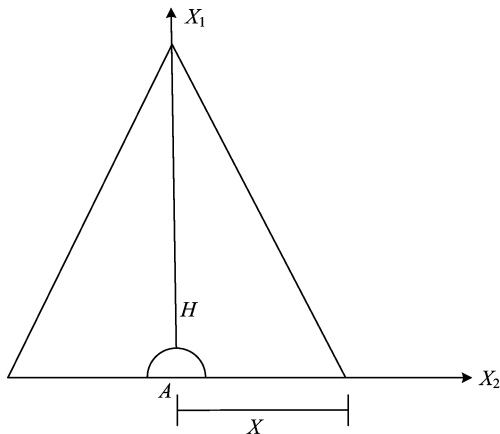


图 2 A 点附近的液态状态示意图

Fig. 2 Sketch map of the liquid state of medium at point A

火星上最高峰的高度与地球上最高峰的高度的比值为 2.4. 该值的倒数是 0.417, 而二者的重力加速度的比值是 0.379. 这与我们的解释是一致的. 因此高于 20 000 m 的山峰能在火星上形成<sup>[7-8]</sup>, 而不会在地球上出现. 应用这种方法, 我们能得到高度的上限. 山峰的高度可以在一定范围内变化, 但它们不能超过这个量级.

## 2 地球最深海沟的深度

如图 3 所示, 上面提到的方法也可用来计算地球上最深海沟的深度. 海沟与山峰的区别在于边界条件. 由于海沟的坡面被海水覆盖, 在它的表面上有

海水的压力, 该压力由海水柱产生, 所以边界上的应力不再为零.

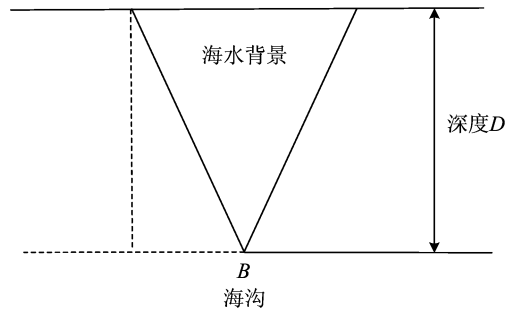


图 3 海沟示意图

Fig. 3 Sketch map of the trench

设海沟的最深处为 B 点. 沿  $X_1$  方向对式(3)积分到与海底平, 得到点 B 的正应力

$$\sigma_{11} = \int_0^D \rho_{\text{海水}} g dx = \rho_{\text{海水}} g D \quad (13)$$

式中,  $D$  为海沟深度,  $\rho_{\text{海水}}$  为海水密度.

设海沟上边缘在与海沟最深处同一水平面的投影点为 A. 沿  $X_2$  方向对式(11)积分, 我们有

$$\int_A^B \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} dx_2 = \int_A^B \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_2} dx_2 \quad (14)$$

将式(13)代入, 得到

$$kX = (\rho - \rho_{\text{海水}}) g D = \rho g H \quad (15)$$

式中,  $\rho$  为地球岩石的密度,  $H$  为地球最高峰的高度.

计算得出最深海沟的深度为

$$D = \frac{\rho}{(\rho - \rho_{\text{海水}})} H = 13270 \text{ m} \quad (16)$$

事实上, 马里亚纳海沟是目前最深的海沟, 从海平面算起它有 10 911 m 深. 这与我们的推测相近.

## 3 结论

通过建立高山的应力模型并应用火星和地球的物理参数, 我们推出火星与地球重力加速度的不同导致它们最高山峰高度不同的结论. 我们的研究结果与真实相近. 应用同样的方法, 对地球上最深海沟的深度做了计算. 结果也证明了我们理论的正确性. 在火星和地球上虽然形成珠穆朗玛峰和奥林匹斯峰的机制不同, 前者源于板块运动, 后者由火山活动形成, 但影响它们高度的主要因素是重力加速度. 由于重力加速度的不同, 火星和地球上的最高峰的高度也不同. 除了奥林匹斯峰外, 火星上还有一些山峰比地球的最高峰高许多. 地球和火星内部具有使最高

峰不断增长的动力,但岩石的抗剪切能力却是有限的.超出岩石抗剪切应力的峰值是不稳定的,风化、地震和滑坡等因素都能使最高峰保持在一定的高度之下.这是一个不断增长与不断崩塌的动态平衡过程.我们的模型是真实山峰的一个简化,对介质的均匀性作了假设.真实山峰的坡度是随着高度的减小而不断减小的.山麓(可视为山体的下表面)由滑坡运至的碎石和土壤形成,较为松软和平缓;而山顶由岩石构成,较为坚硬和陡峭.在本文中假设了均一的坡度,而实际地球或火星可能由台地加山峰组成.那样的话,最高峰可能要比估计值高一些.

#### 参考文献(References)

- [1] Smith D E, Zuber M T, Frey H V, et al. Mars orbiter laser altimeter: experiment summary after the first year of global mapping of Mars [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2001, 106: 23 689-23 722.
- [2] Kaye G W C, Laby T H. Tables of physical and chemical constants [M]. Longman Group Limited, 1995.
- [3] Sullivan R, Thomas P, Veverka J, et al. Mass movement slope streaks imaged by the Mars Orbiter Cametra[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2001, 106: 23 607-23 633.
- [4] McSween H Y. The rocks of Mars from far and near [J]. *Meteoritics and Planetary Science*, 2002, 37: 7-25.
- [5] McSween H Y, Wyatt M B, Gellert R, et al. Characterization and petrologic interpretation of olivine-rich basalts at Gusev Crater, Mars [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2006, 111: E02S10; doi: 10.1029/2005JE002477.
- [6] Xu Z L. Elasticity Mechanics [M]. Beijing: People's Education Publisher, 1983.
- [7] Anderson D L, Miller W F, Latham G V, et al. Seismology on Mars [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1977, 82: 4 524-4 546.
- [8] Anderson R C, Dohm J M, Golombek M P, et al. Primary centers and secondary concentrations of tectonic activity through time in the western hemisphere of Mars [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2001, 106: 20 563-20 585.
- [5] Zhong Shunshi, Yang Xuexia, Gao Shichang. Polarization-agile microstrip antenna array using a single phase-shift circuit [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2004, 52(1): 84-87.
- [6] Wang Zhongbao, Fang shaojun, Fu shiqiang, et al. Dual-band, probe-fed stacked patch antenna for GNSS applications [J]. *IEEE Antenna and Wireless Propagation Letters*, 2009, 8(4): 100-103.
- [7] Yang Xuexia, Gong Bo, Yang Fang. A reconfigurable patch antenna with quadri-polarization states using dual feed ports [C]//*Proceedings of Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI)*, 2012 IEEE. Chicago, IL: IEEE, 2012: 1-2.
- [8] Lu Xiaoyong, Qi Zhu, Luo Yuehua. Integrative design of power divider and phase shifter for phased array [C]//*2011 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*. Baltimore, MD: IEEE, 2011: 1270-1273; doi: 10.1109/MWSYM.2011.5972776.
- [9] 郑学孟. 混合环功分器的变型电路 [J]. *现代雷达*, 1985(2): 67-76.

(上接第 933 页)