

圆盘近尾迹中低频不稳定特性研究

张新太, 杨渐志, 顾海林, 钱万益, 刘明侯

(中国科学技术大学热科学和能源工程系, 安徽合肥 230027)

摘要:利用大涡模拟(LES)和热线实验测量手段,采用小波分析及FFT方法对 $Re=10^4$ 的圆盘近尾迹中的特征频率进行了捕捉,着重对低频不稳定性进行了研究.LES和热线实验结果表明,圆盘近尾迹中除对应于剪切层Kelvin-Helmholtz不稳定的高频率 $St_{KH}\approx 1.6$ 和大尺度涡旋脱落频率 $St_V\approx 0.14$ 外,还存在两个低频率: $St_{L1}\approx 0.02$ 和 $St_{L2}\approx 0.03$.进一步对导致低频不稳定性的物理机制进行了分析,发现低频率 $St_{L1}\approx 0.02$ 与涡旋脱落周向旋转有关,而低频率 $St_{L2}\approx 0.03$ 与回流区的伸缩运动有关.本研究合理解释了目前钝体绕流低频数值分散的原因.

关键词:低频不稳定性;圆盘近尾迹;小波分析;大涡模拟;热线测量

中图分类号:O357.5+2 **文献标识码:**A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2014.11.010

引用格式: Zhang Xintai, Yang Jianzhi, Gu Hailin, et al. Study on the low frequency instability in the near wake of a circular disk[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2014, 44(11): 952-959.

张新太, 杨渐志, 顾海林, 等. 圆盘近尾迹中低频不稳定特性研究[J]. 中国科学技术大学学报, 2014, 44(11): 952-959.

Study on the low frequency instability in the near wake of a circular disk

ZHANG Xintai, YANG Jianzhi, GU Hailin, QIAN Wanyi, LIU Minghou

(Department of Thermal Science and Energy Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: Based on data of LES (large eddy simulation) and hot wire anemometry, the low frequency instability in the near wake of a circular disk at $Re=10^4$ was studied by wavelet analysis and FFT method. It is found that, besides Kelvin-Helmholtz frequency $St_{KH}\approx 1.6$ and vortex shedding frequency $St_V\approx 0.14$, there are two low frequencies, namely $St_{L1}\approx 0.02$ and $St_{L2}\approx 0.03$. Further study shows that the two frequencies are correlated with the azimuthal motion of the vortex shedding location and the pumping motion of the recirculation region, respectively. The study presents a reasonable explanation of the scattering in the value of the low frequency in the near wake of the bluff body.

Key words: low frequency instability; near wake of circular disk; wavelet analysis; large eddy simulation; hotwire measurement

收稿日期:2014-09-24;修回日期:2014-10-27

基金项目:国家自然科学基金(11372302,11172296)资助.

作者简介:张新太,男,1990年生,硕士.研究方向:钝体绕流的实验研究与数值模拟. E-mail: zhangxintai@live.cn

通讯作者:刘明侯,博士/教授. E-mail: mhliu@ustc.edu.cn

			符号表		
d/m	圆盘直径	\bar{P}	无量纲过滤压力	$St(=fd/U_\infty)$	无量纲特征频率
$U_\infty/(m \cdot s^{-1})$	自由来流速度	C_s	Smagorinsky 常数	C_z	z 方向升力系数
$\nu/(m^2 \cdot s^{-1})$	空气运动粘度	$G(l, \tau)$	小波系数	θ/rad	涡旋脱落方位角
ω/m	圆盘厚度	l	尺度因子	Lr	无量纲回流区长度
\bar{u}_i	无量纲过滤速度	τ	平移因子	下标	
ν_{SGS}	无量纲亚网格尺度粘度	ψ	母小波	KH	KH 不稳定性
$\chi(=d/\omega)$	圆盘径厚比	f/Hz	频率	V	自然涡旋脱落
τ_{ij}	无量纲亚网格尺度应力	C_y	y 方向升力系数	L1	第一个低频特性
\bar{S}_{ij}	无量纲过滤应变率张量	ψ^*	与 ψ 共轭	L2	第二个低频特性
Δ	过滤尺度				

0 引言

工程中大量使用钝体来实现火焰稳定,而钝体后尾迹结构对标量混合、火焰稳定性等起着重要的作用.因此,钝体绕流尾迹中湍流结构及其频率特性深受研究者关注.大量的研究表明,球体或圆盘绕流的尾迹具有三个不稳定机制,即涡旋脱落、剪切层及低频不稳定性.对球体尾迹不稳定性的研究最广泛.球体不稳定性与基于自由来流速度 U_∞ 和直径 d 的雷诺数相关. Kiyama 等^[1]对球体尾迹的演化及其对应的不稳定性进行了文献综述.当雷诺数在 277~300 时,尾迹结构平面对称且伴随有周期性发卡涡在固定方向脱落;雷诺数增大到 350~375 时,低频不稳定性出现,尾迹结构失去平面对称特性,发卡涡脱落方向随机变化;当雷诺数达到 800 后,开始出现边界层 Kelvin-Helmholtz(KH)不稳定性,由于边界层剪切出现小涡旋,导致大尺度涡旋快速扭曲.

对于圆盘绕流,虽然在实际应用与理论价值方面毫不逊色,但对其研究的文献远远没有圆柱和球体绕流那么丰富.本课题组对圆盘绕流不稳定性及其结构演化过程的研究结果表明,当雷诺数为 152 时,发卡涡周期性脱落,且涡脱落位置和方向不变;雷诺数达到 265 时,低频不稳定性出现,伴随有发卡涡脱落位置及方向变化;当雷诺数达到 650 时,剪切层 KH 不稳定性出现,此时,从圆盘附近剪切层形成的小涡旋使得发卡涡扭曲变形^[2].

研究者对涡旋脱落不稳定性及剪切层 KH 不稳定性的认识基本一致,即分别与尾迹中大尺度涡旋脱落、剪切层小涡结构相关.对于是什么导致低频不稳定性还存争论.从文献综述可以看到,低频不稳定性的临界雷诺数都大于涡旋脱落临界雷诺数.研究者推测,低频不稳定性一定与涡旋脱落有关.

Najia 等^[3]数值研究了平板绕流尾迹低频不稳定性,认为低频不稳定性是由两种湍流结构之间的转换导致;Wu 等^[4]的类似研究中也证实了上述两位研究者的观点. Miao 等^[5]对圆柱绕流低频不稳定性研究后认为,低频是因为涡旋结构形成长度的变化导致的.该观点也得到了 Lehmkuhl 等^[6]的认可. Berger 等^[7]对球体尾迹低频不稳定性的研究表明,低频是由于回流区的伸缩脉动.研究者不但对导致低频不稳定性的机制认识不同,得到的低频值也差异很大.如雷诺数 $1.5 \times 10^4 < Re < 3 \times 10^4$, $St(fd/U_\infty)$ 数为 0.05. 球体尾迹中, Tomboulides 等^[8]给出的 $Re=500$ 时低频值为 $St=0.045$;最近, Rodriguez 等^[9]给出了 $Re=3700$ 时 $St=0.02$. 由此可见,对低频不稳定性的研究有待加强.

本文采用大涡模拟(LES)和热线实验测量手段,采用小波分析及 FFT 方法对圆盘绕流低频不稳定性开展研究,期望增强对钝体绕流低频不稳定性的认识.

1 物理模型

圆盘直径 $d=0.04$ m,厚度 $\omega=0.008$ m,即径厚比 $\chi=d/\omega=5$. 进口来流速度为 3.75 m/s,对应雷诺数 $Re=10^4$. 计算区域为 $-10 \leq x/d \leq 20, 0 \leq r/d \leq 10$ 和 $0 \leq \theta < 2\pi$. 其中, $x=0, r=0$ 对应于圆盘下游断面中心,如图 1 所示.

2 数值模型及求解

数值模拟采用 LES 方法. LES 中,求解大尺度结构,模化小尺度湍流. 过滤后的不可压缩流动的无量纲连续和动量方程为

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

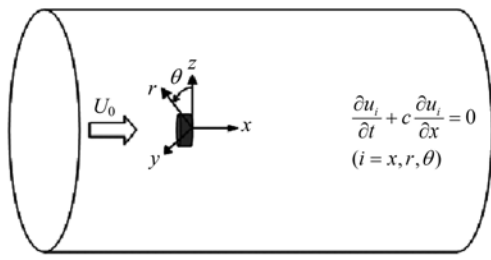


图 1 计算区域与坐标系统

Fig. 1 Sketch of the flow domain and coordinate system

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

式中, $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ 是亚网格尺度应力 (SGS-stress), “-”表示空间过滤.

亚网格应力中出现了不封闭项,需要模化. 本文采用动态 Smagorinsky 模型:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2 \nu_{SGS} \bar{S}_{ij} \quad (3)$$

式中,

$$\nu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (4)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

$$|\bar{S}| = (2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (6)$$

ν_{SGS} 是亚网格尺度粘性; \bar{S}_{ij} 过滤应变率张量; Δ 是过滤尺度, C_s 是 Smagorinsky 常数. 本文中, Δ 采用 LES 控制体尺度, C_s 通过尺度相似动态计算.

采用交错网格提高离散精度及数值稳定性. 扩散项离散采用二阶中心差分; 对流项采用守恒的二阶中心差分; 时间项采用二阶半隐格式. 压力速度耦合采用 SIMPLE 算法.

计算中, 进口采用自由流速度 U_0 ; 出口及周向采用无反射边界条件; 圆盘表面采用无滑移边界条件. 在近圆盘区域及速度梯度较大的剪切层区域采用局部加密网格, 网格数为 $512(x) \times 140(r) \times 40(\theta)$. 程序可靠性及网格独立性可参见课题组先期研究[10-11]. 计算时间步为 $0.003d/U_0$, 大约 $100d/U_0$ 后达到统计定常.

3 小波分析方法

传统的傅里叶分析会产生平均的谱系数, 要求信号足够长方可得到稳定的谱, 这对 LES 数值计算提出了很高要求[12]. 此外, 傅里叶谱中峰值可能会超过 1 个, 而峰值频率随时间的变化规律能揭示更多流动物理本质[13]. 因此, 本文采用小波分析方法

捕捉圆盘尾迹中的特征频率. 对任意的信号 $g(t)$, 其小波系数公式可表示为

$$G(l, \tau) = l^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \psi^* \left[\frac{t-\tau}{l} \right] dt \quad (7)$$

式中, ψ 为母小波, ψ^* 与 ψ 共轭; l 为尺度因子; τ 为平移因子. 本文采用连续 Morlet 母小波:

$$\psi(t) = \exp(i\omega_0 t) \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] \quad (8)$$

式中, $\omega_0 = 6$ 以满足容许性条件[13].

式(7)中的小波系数 $G(l, \tau)$ 可分析变换为 $G(f, t)$ [14], 其中 f 和 t 分别为频率和时间. 当 $\omega_0 = 6$ 时, 频率 f 和尺度因子 l 的转换关系为 $f = 1/(1.03l)$. 因而, 通过小波分析就可获得信号在任意时刻的频率信息.

4 实验验证

实验在中国科学技术大学流体力学实验中心低湍流度闭式风洞中进行. 该风洞实验段界面长度 2 m, 工作截面 $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$. 特征速度 7 m/s 时, 自由流湍流度为 0.5%. 实验系统包括圆盘模型、风洞、坐标架、热线风速仪等(图 2).

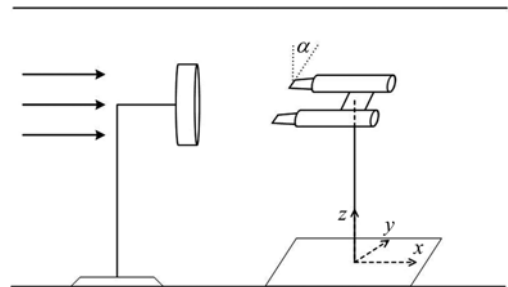


图 2 实验装置示意图

Fig. 2 Schematic of the experimental set-up

圆盘通过支架固定于低速风洞内, 两个相同的一维热线探头分别布置在关于圆盘中心轴对称的水平面内, 并固定在移动坐标架上, 通过计算机可控制其在三维方向上移动. 热线风速仪与探头相连, 可得到对应风速下的电压信号, 并输送至计算机进行进一步的处理. 实验前对热线进行静态标定, 分别在 $2 \sim 10 \text{ m/s}$ 的多个风速下测量, 采用 King 公式进行拟合, 得到拟合曲线(图 3):

$$E^c = A + B \cdot U^n \quad (9)$$

式中, $A = -1.316$, $B = 1.28$, $n = 0.8913$. 实验时对尾迹区域内 $x/d = 1, 2, 3, 5, 8, 10$; $r/d = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ 的多个位置分别进行测量. 热线采样频率为 1.5 kHz, 采样时间约 10 s. 两个探头电信号经过标定曲

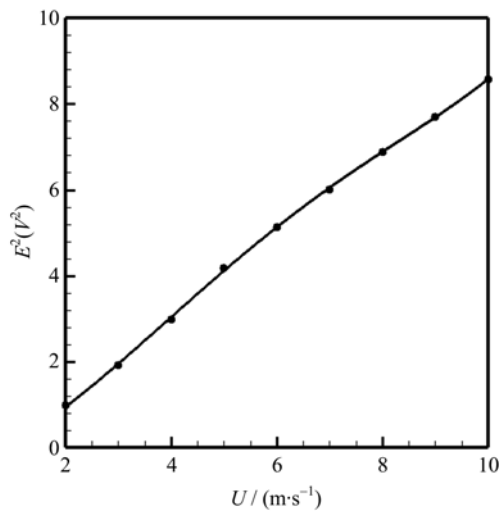


图 3 热线静态标定曲线

Fig. 3 Static Calibration curve of Hot wire

线转换为速度信息,用于 FFT 频谱分析.

5 结果与讨论

5.1 频谱分析

为捕捉圆盘近尾迹中的特征频率,在 LES 计算流场中不同位置布置探针. 探针具体位置为: P1 ($x/d = -0.088, r/d = 0.546$)和 P2 ($x/d = 0.518, r/d = 0.718$)位于剪切层中; P3 ($x/d = 1.613, r/d = 0.320$)位于平均回流区下游附近; P4 ($x/d = 0, r/d = 0$)位于圆盘下游断面中心. 每个探针的采样时间为 98.304 个无量纲时间,即 32 768 个计算时间步.



图 4 计算流场中探针的位置

Fig. 4 Location of the computational probes

图 5(a)是 P1 处周向速度脉动作的小波谱,图中灰度表示小波系数模的大小,由图可观察到小波谱含有多个特征频率带和相应的谐波带. 其中频率值 $St_{KH} \approx 1.2 \sim 1.6$ 的高频率带间歇性出现,如在时间 $t = 23.84 \sim 25.92d/U_0, 49.11 \sim 51.19d/U_0,$ 和 $58.92 \sim 59.51d/U_0$, 并同时伴有二分之一次谐波带. 该高频率对应于剪切层的 KH 不稳定性,其值 $St_{KH} \approx 1.2 \sim 1.6$ 与 Berger 等^[7]的实验值吻合. 值得一提的是,该高频率带只在剪切层中 P1 和 P2 处的小波谱中被清楚地观察到. 图 5(b)是图 5(a)在较低频率范围的放大图,以更清楚地观察较低值范围的特征频率带. 由图 5(b)可观察到,在频率值为 $St_v \approx 0.11 \sim 0.14$ 处有一特征频率带,该频率对应于大尺度涡旋脱落. 同时可观察到频率值为 $2St_v$ 的二次谐波带. 涡旋脱落频率 $St_v \approx 0.11 \sim 0.14$ 与 Berger 等^[7], Lee 等^[15]和 Miao 等^[16]的实验结果符合. 大尺度涡旋脱落频率带在所有探针位置的小波谱上都能捕捉到. 另外,可以发现大尺度涡旋脱落频率率随时间会发生小范围波动,这与大尺度涡旋脱落倾向随时

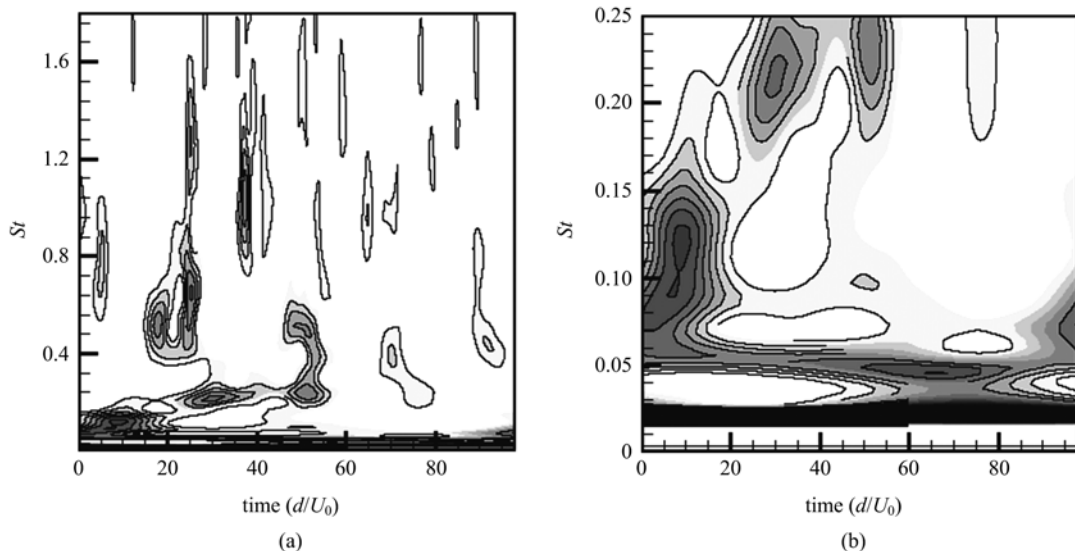


图 5 P1 位置周向速度脉动作的小波谱(a)以及图(a)在较低频率值范围的放大图(b)

Fig. 5 Wavelet scalogram of the azimuthal velocity signals at P1 (a), and zoomed view of (a) for low frequency ranges (b)

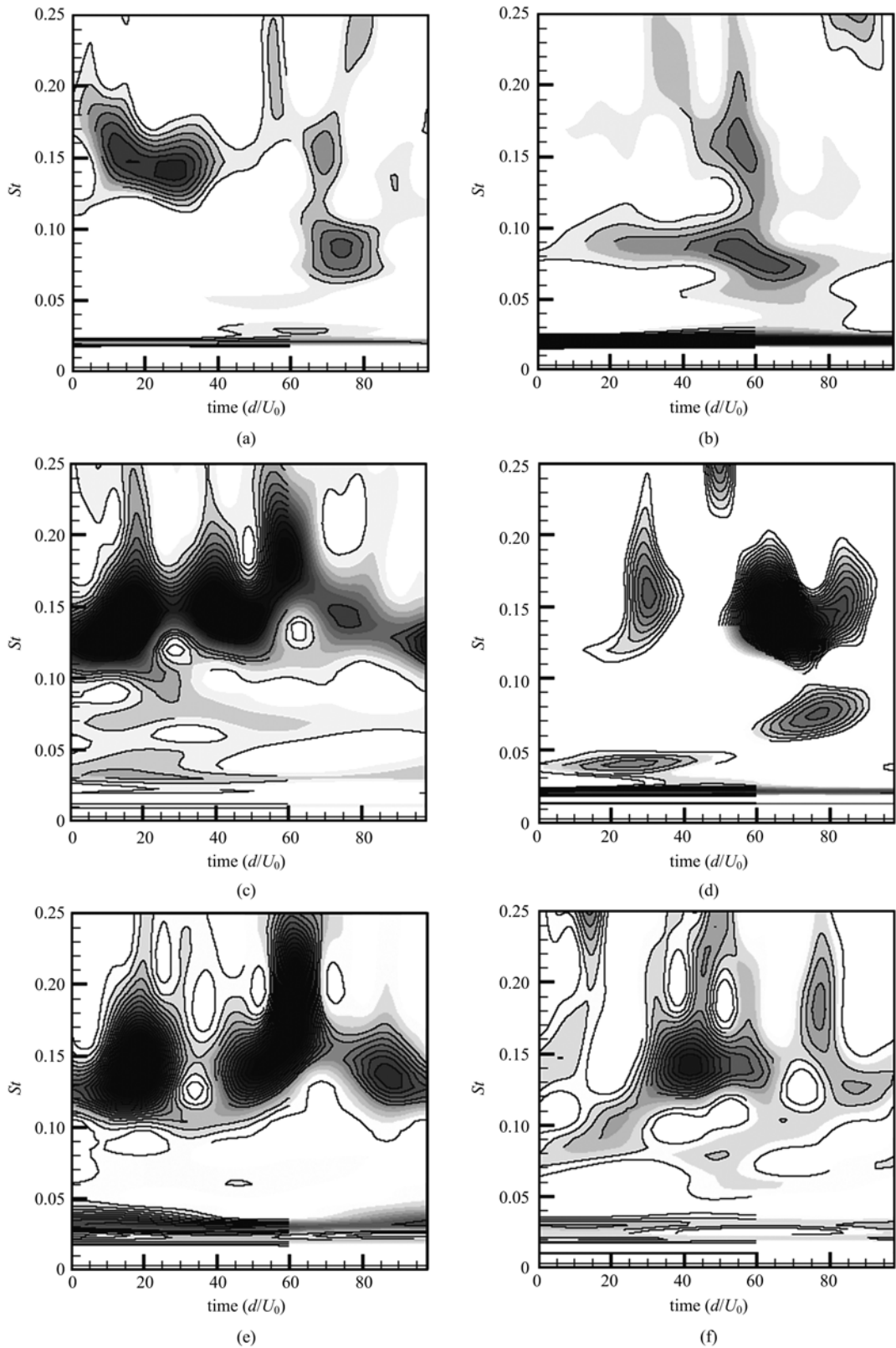


图 6 不同探针处轴向速度脉动作的小波谱:(a) P2, (c) P4, (e) P3;

不同探针处周向速度脉动作的小波谱:(b) P2, (d) P4, (f) P3

Fig. 6 Wavelet scalogram of streamwise velocity signals at: (a) P2, (c) P4, (e) P3;
 wavelet scalogram of azimuthal velocity signals at: (b) P2, (d) P4, (f) P3 for low frequency ranges

间变化有关. 特别指出的是, 小波谱上对应于剪切层 KH 不稳定性的高频率和大尺度涡旋脱落频率均间歇性出现, 直观反映湍流的间歇性现象.

除了对应于 KH 不稳定的高频率和大尺度涡旋脱落频率外, 小波谱还捕捉到两个很低的特征频率. 其中一个低频率值 $St_{L1} \approx 0.02$, 在 P2 处轴向和周向速度脉动作的小波谱上都能清楚地观察到, 如图 6(a), (b) 所示. 另一个低频率值 $St_{L2} \approx 0.03$, 在 P4 处轴向速度脉动作的小波谱上可清楚地捕捉到, 如图 6(c) 所示. P4 处周向速度脉动作的小波谱上可观察到低频率 $St_{L1} \approx 0.02$, 及其二次谐波 $2St_{L1} \approx 0.04$, 如图 6(d) 所示. P3 处轴向和周向速度脉动作的小波谱都能同时捕捉到这两个低频率 $St_{L1} \approx 0.02$ 和 $St_{L2} \approx 0.03$, 如图 6(e), (f) 所示.

为验证上述 LES 的低频小波谱存在, 本文利用热线对相同 Re 数的圆盘近尾迹中多个位置进行测量, 并采用 FFT 方法进行谱分析. 需指出的是, 热线实验采样时间约 10 s, 包含约 225 个脱落周期, 即样本长度足够长, 因而可以使用 FFT 方法进行谱分析. 图 7(a) 是 $x/d=2, r/d=1$ 位置周向对称两点的相关谱 (cross power spectrum density, CPSD), 除了可以捕捉到大尺度涡旋脱落频率外, 还有低频率 $St_{L1} \approx 0.02$, 与 LES 结果吻合. 另外, 在频率值 0.05 处也有一小峰, 该频率可能是 $St_{L1} \approx 0.02$ 和 $St_{L2} \approx 0.03$ 的耦合结果. 图 7(b) 是 $x/d=5, r/d=1$ 位置周向对称两点的相关谱, 在大尺度涡旋脱落频

率处有一明显峰. 另外, 在频率值 0.04 处也有一小峰, 该频率应该是低频率 $St_{L1} \approx 0.02$ 的二次谐波, 在 LES 的小波谱 (图 6(d)) 中也捕捉到. 热线实验结果基本与 LES 结果吻合, 但略有遗憾的是没能单独分离出低频率 $St_{L2} \approx 0.03$. 另外, 图 7 的频谱图上未捕捉到对应于 KH 不稳定性的高频率, 这与热线位置不在剪切层中有关. 前面的 LES 结果也表明, KH 高频不稳定性只在剪切层中能清楚地捕捉到.

尽管在圆盘和球尾迹中低频不稳定性早有报道, 但是关于低频率的值却差异较大. Berger 等^[7]通过交叉谱分析在 $Re=10^4$ 的圆盘尾迹中捕捉到值为 0.05 的低频率; Shenoy 等^[17]在 $Re=300$ 的圆盘尾迹中捕捉到低频率值为 0.041. 在球尾迹中, Tomboulides 等^[8]在 $Re=500$ 时捕捉到值为 0.045 的低频率; 而 Rodriguez 等^[9]在 $Re=3700$ 时捕捉到低频率值为 0.02. 特别需指出的是, 以往的研究中只提到一个低频率. 不难发现, 本文中捕捉到的低频率 $St_{L1} \approx 0.02$ 与 Rodriguez 等^[9]的结果十分吻合. 频率值 0.041 符合低频率 $St_{L1} \approx 0.02$ 的二次谐波, 而频率值 0.045~0.05 可能是对应于两个低频率 $St_{L1} \approx 0.02$ 和 $St_{L2} \approx 0.03$ 的综合效应. 低频率 $St_{L2} \approx 0.03$ 则在以往研究中被忽略了, 这可能与两个低频率 St_{L1} 和 St_{L2} 值本身差异很小有关.

5.2 低频率的物理解释

到目前为止, 关于圆盘和球尾迹中低频率的物理解释仍有争议, 其中有两种代表性的观点: ①是回

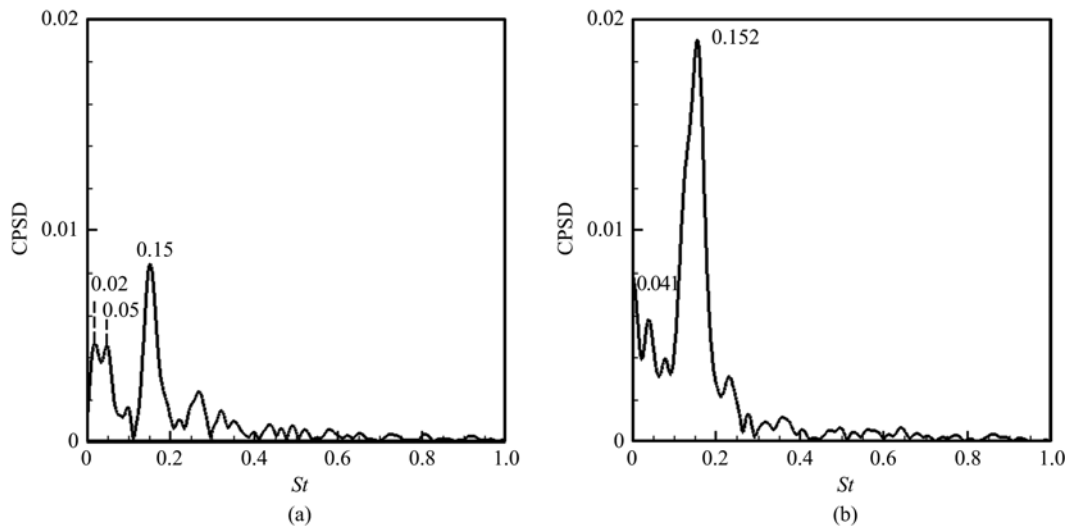


图 7 热线实验在 ($x/d=2, r/d=1$) 位置周向对称两点的相关谱 (a), 和 ($x/d=5, r/d=1$) 位置周向对称两点的相关谱 (b)

Fig. 7 Cross-spectra from experimental data between the two locations separated by 180° in the azimuthal direction at: $x/d=2, r/d=1$ (a), and $x/d=5, r/d=1$ (b)

流区的低频伸缩运动;②是大尺度涡旋脱落周向方位的低频旋转运动. 本文捕捉到两个低频率,说明可能这两种低频运动机制都存在. 为进一步确定各低频率对应的物理机制,本文对上述两种可能的低频运动机制进行了深入分析.

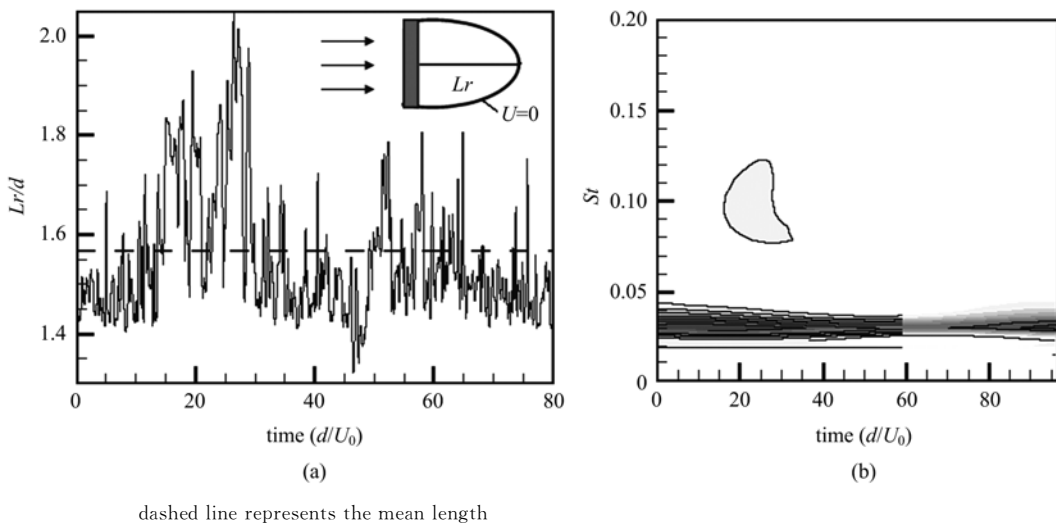
首先,为定量表征回流区可能的伸缩运动,本文定义了“瞬时回流区长度 $L_r(t)$ ”, $L_r(t)$ 表示在 t 时刻从圆盘下游断面中心到中心线上轴向速度由负变正位置之间的距离. 图 8(a) 是瞬时回流区长度的时间变化曲线. 由图可知,瞬时回流区长度在平均长度附近上下波动,说明回流区存在伸缩运动. 图 8(b) 是瞬时回流区长度作的小波谱,可观察到频率为 0.03 的主导频率带. 因此,可推测低频率 $St_{l2} \approx$

0.03 与回流区的伸缩运动有关.

另一方面,为定量描述涡旋脱落周向方位,本文又定义了“涡旋脱落方位角 θ ”, $\theta = \arctan(C_y/C_z)$, 其中 C_y, C_z 分别为 y, z 方向的升力系数. 图 9(a) 为涡旋脱落方位角的时间变化曲线,由图可知,涡旋脱落周向方位角随时间变化,证实了涡旋脱落方位的周向运动机制. 涡旋脱落方位角作的小波谱,如图 9(b) 所示,可以捕捉到大尺度涡旋脱落频率带和频率为 0.02 的低频率带. 因此,可推测低频率 $St_{l1} \approx 0.02$ 与涡旋脱落周向旋转有关.

6 结论

本文采用 LES 数值模拟结合热线实验测量手



dashed line represents the mean length

图 8 瞬时回流区长度随时间的变化(a)及相应的小波谱(b)

Fig. 8 Time history of the length of the recirculation region (a), and the corresponding wavelet map (b)

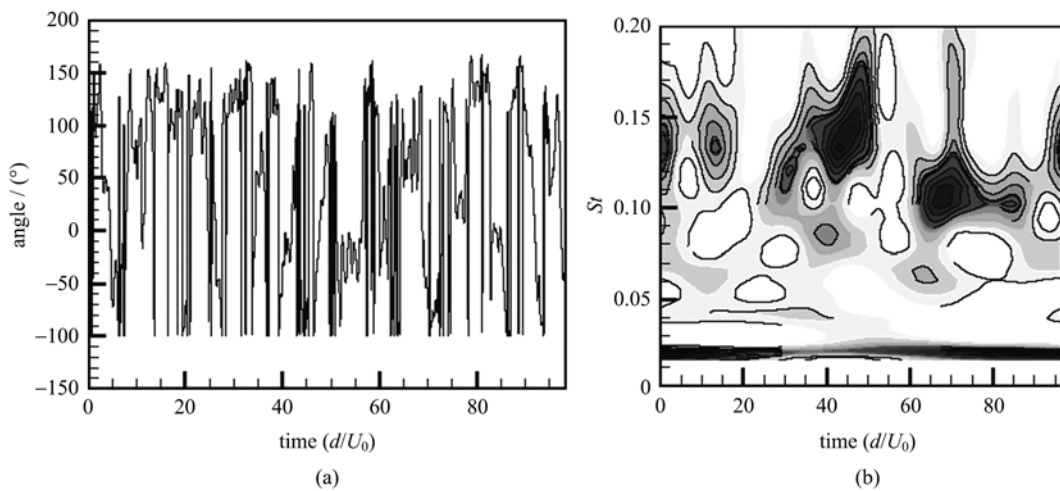


图 9 涡旋脱落方位角随时间的变化(a)及相应的小波谱(b)

Fig. 9 Time history of the vortex shedding angle (a), and the corresponding wavelet map (b)

段,采用小波分析及 FFT 方法对 $Re=10^4$ 的圆盘近尾迹中特征频率进行了捕捉,重点对低频不稳定性开展了研究. LES 和热线实验结果表明,圆盘近尾迹中除了对应于 KH 不稳定性的高频率 $St_{KH} \approx 1.6$ 和大尺度涡旋脱落频率 $St_V \approx 0.14$ 外,还存在两个低频率 $St_{L1} \approx 0.02$ 和 $St_{L2} \approx 0.03$. 低频率 $St_{L1} \approx 0.02$ 与 Rodriguez 等^[9]的结果十分吻合,文献中频率值 $0.045 \sim 0.05$ 可能是对应于两个低频率 $St_{L1} \approx 0.02$ 和 $St_{L2} \approx 0.03$ 的综合效应. 进一步分析表明,低频率 $St_{L1} \approx 0.02$ 与涡旋脱落周向旋转有关,与 Tomboulides 等^[8], Shenoy 等^[17]的观点相符,而低频率 $St_{L2} \approx 0.03$ 与回流区的伸缩运动有关,则与 Berger 等^[7], Rodriguez 等^[9]的观点相符. 本研究合理解释了当前钝体尾迹中低频的数值分散及其物理机制的争议.

参考文献(References)

- [1] Kiya M, Ishikawa H, Sakamoto H. Near-wake instabilities and vortex structures of three-dimensional bluff bodies: A review [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2001, 89(14/15): 1 219-1 232.
- [2] Yang J, Wu G, Zhong W, et al. Numerical study on bifurcations in the wake of a circular disk [J]. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 2014, 28(5): 187-203.
- [3] Najjar F M, Balachandar S. Low-frequency unsteadiness in the wake of a normal flat plate [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 370: 101-147.
- [4] Wu S J, Hu C C, Chou J H, et al. On low-frequency modulations and three-dimensionality in vortex shedding behind a normal plate [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2005, 526: 117-146.
- [5] Miao J J, Wu S J, Hu C C, et al. Low-frequency modulations associated with vortex shedding from flow over bluff body [J]. *AIAA Journal*, 2004, 42(7): 1 388-1 397.
- [6] Lehmkuhl O, Rodriguez I, Borrell R, et al. Low-frequency unsteadiness in the vortex formation region of a circular cylinder [J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25: 085109; doi: 10.1063/1.4818641.
- [7] Berger E, Scholz D, Schumm M. Coherent vortex structures in the wake of a sphere and a circular disk at rest and under forced vibrations [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 1990, 4(3): 231-257.
- [8] Tomboulides A G, Orszag S A. Numerical investigation of transitional and weak turbulent flow past a sphere [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, 416: 45-73.
- [9] Rodriguez I, Borell R, Lehmkuhl O, et al. Direct numerical simulation of the flow over a sphere at $Re=3\ 700$ [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, 679: 263-287.
- [10] Zhang P, Han C, Chen Y. Large eddy simulation of flows after a bluff body: Coherent structures and mixing properties [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2013, 42: 1-12.
- [11] Zhong W, Liu M, Wu G, et al. Extraction and recognition of large-scale structures in the turbulent near wake of a circular disc [J]. *Fluid Dynamics Research*, 2014, 46(2): 025507; doi:10.1088/0169-5983/46/2/025507.
- [12] Camarri S, Salvetti M V, Buresti G. Large-eddy simulation of the flow around a triangular prism with moderate aspect ratio [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2006, 94(5): 309-322.
- [13] Farge M. Wavelet transforms and their applications to turbulence [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1992, 24: 395-457.
- [14] Torrence C, Compo G P. A practical guide to wavelet analysis [J]. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 1998, 79(1): 61-78.
- [15] Lee S J, Bearman P W. An experimental investigation of the wake structure behind a disk [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 1992, 6(4): 437-450.
- [16] Miao J J, Leu T S, Liu T W, et al. On vortex shedding behind a circular disk [J]. *Experiments in Fluids*, 1997, 23(3): 225-233.
- [17] Shenoy A R, Kleinstreuer C. Flow over a thin circular disk at low to moderate Reynolds numbers [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 605: 253-262.