

基于局部中值拟合 C-V 模型的 SAR 图像分割算法

张 倩, 黄江华, 张 荣, 刘政凯

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系, 安徽合肥 230027)

摘要: 针对 SAR 图像特点, 提出了一种基于局部中值拟合(LMF)C-V 模型的新的 SAR 图像分割算法 LMFCV-SIS。该算法核心是利用像素点及以其为中心的邻域内的像素点的局部中值拟合来构造能量函数, 极小化该能量函数, 得到轮廓的最终演化结果。一系列对比实验的结果表明, 该算法充分利用了 SAR 图像的特征信息, 对真实机载 SAR 图像进行分割具有分割边界定位准确、收敛速度较快等优势。

关键词: SAR 图像; 图像分割; 主动轮廓模型; 水平集方法; 局部中值拟合

中图分类号: TN958; TP751.1 **文献标识码:** A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2012.01.009

引用格式: Zhang Qian, Huang Jianghua, Zhang Rong, et al. A SAR image segmentation algorithm based on local median fitting C-V model[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2012, 42(1): 52-59.

张倩, 黄江华, 张荣, 等. 基于局部中值拟合 C-V 模型的 SAR 图像分割算法[J]. 中国科学技术大学学报, 2012, 42(1): 52-59.

A SAR image segmentation algorithm based on local median fitting C-V model

ZHANG Qian, HUANG Jianghua, ZHANG Rong, LIU Zhengkai

(Department of Electronic Engineering and Information Science,
University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: A novel SAR image segmentation algorithm LMFCV-SIS based on local median fitting (LMF) C-V model was proposed according to the characteristics of SAR images. The main idea of the algorithm is to use the LMF of the pixel and its neighbors to form an energy and the final evolution of the curve was given by the minimization of the energy. The performance of the approach was verified by plenty of real airborne SAR images and the experimental results from the real data show its efficiency and accuracy.

Key words: SAR images; image segmentation; active contour model; level set method; local median fitting (LMF)

收稿日期:2011-05-25;修回日期:2011-07-06

作者简介: 张倩, 女, 1982 年生, 博士生。研究方向:SAR 图像及其处理。E-mail: qzhang4@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 张荣, 博士/副教授。E-mail: zrong@ustc.edu.cn

0 引言

合成孔径雷达(synthetic aperture radar, SAR)具有全天时、全天候、高分辨率的特点，在军事、民用等方面均具有广泛的应用。图像分割是 SAR 图像处理中的重要研究内容之一，从 SAR 图像中准确地提取目标物体是后续解译的基础。但是由于 SAR 系统的成像处理是相干的，使得 SAR 图像中包含了大量由于相干回波随机干涉而造成的斑点。这种斑点噪声降低了 SAR 图像的质量，使 SAR 图像的分割工作变得比普通光学图像更为复杂，经典图像分割算法在 SAR 图像中难以获得很好的效果^[1]。

近年，主动轮廓模型由于其把图像的底层视觉属性(如纹理、灰度等)与待分割目标的先验信息(如形状、亮度等)以能量函数这种有机的方式结合起来得到待分割目标的完整表达，而在图像分割中得到广泛应用。主动轮廓模型由 Kass 等^[2]于 1988 年首次提出，分为参数化模型和几何化模型，而几何化模型又分为基于边界^[3-5]和基于区域的模型^[6-8]。其中，基于区域的模型利用图像的区域统计信息，构造出能量项来驱动轮廓演化，具有参数化模型没有的拓扑变化灵活处理的特点，而且轮廓捕捉范围较大；同时，与基于边缘的模型相比能较好地处理有模糊边界或离散状边界的目标，具有较好的鲁棒性，在实际工程领域中应用最为广泛^[9-11]。Chan 等提出的基于简化 Mumford-Shah 模型^[7]的 C-V 模型^[8]即为最为经典的基于区域的主动轮廓模型。但 C-V 模型利用常数近似轮廓内外像素的值，只适于目标与背景分别具有同一密度特性情况下的分割。虽然 SAR 图像为典型的具有模糊边界的图像，但由于斑点噪声的存在，SAR 图像中目标与背景均为灰度分布不均匀的区域，对于这种情况，C-V 模型不能得到较好的结果。最近有学者提出基于 C-V 模型的 SAR 图像分割算法^[12-13]，但是这两种算法均未针对 SAR 图像的特点进行分析。另外，第一种算法应用有限，针对的仅仅是 SAR 图像中的水域分割；第二种算法实验数据中两幅真实的 SAR 图像都是非常简单的目标，并不足以说明算法的有效性。

我们针对 SAR 图像的统计特性进行分析，认为 SAR 图像中的斑点噪声严重影响了 C-V 模型中能量函数的构造。但我们的目标并不是为了去除乘性

斑点噪声，而是为了在将对算法复杂度的影响最小化的情况下减少斑点噪声对于分割的影响从而达到更好的分割效果，因此选择在能量函数构造的过程中进行中值拟合。本文提出一种基于局部中值拟合(local median fitting, LMF)C-V 模型的新的 SAR 图像分割算法——LMFCV-SIS (SAR image segmentation algorithm based on local median fitting C-V model)，该算法利用像素点及以其为中心的邻域内的像素点的局部中值拟合来构造能量函数，定义轮廓内外像素点灰度值的局部中值拟合均值，利用变分法极小化该能量函数得到最终演化轮廓结果。

本文余下章节安排如下：节 1 介绍本文研究的理论基础，包括局部中值拟合的思想和 C-V 模型的概述；节 2 给出本文提出的新分割算法，包括新的能量函数、轮廓演化迭代过程及最终的算法步骤；节 3 通过对比实验验证了本文提出算法的优势；节 4 给出全文总结。

1 理论基础

1.1 局部中值拟合

受到斑点噪声的影响，SAR 图像中目标与背景的灰度存在着严重的不均匀性，这一点严重影响了能量函数反应轮廓的能力。局部中值拟合很好地考虑了 SAR 图像斑点噪声的统计特性，能够减小上述灰度不均匀性，同时不会造成轮廓的模糊，在对算法复杂度的影响最小化的情况下很好地克服了 SAR 图像中斑点噪声对于收敛速度和分割结果的影响。

1.2 C-V 模型概述

Chan 等提出的 C-V 主动轮廓模型可看作对 M-S 模型的简化。在 M-S 模型中，图像分割公式化定义为极小化如下能量函数：

$$\inf_{u, C} \left\{ \begin{array}{l} F^{MS}(u, C) \\ = \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx dy + \\ \mu \int_{\partial C} |\nabla u|^2 dx dy + \nu |C| \end{array} \right\} \quad (1)$$

式中， $u(x, y)$ 为给定的一幅图像； $u_0(x, y)$ 为图像空间 Ω 的子空间 Ω_i 与近似 $u(x, y)$ 的最优分段线性光滑函数； $\mu, \nu > 0$ 为固定参数； $|C|$ 表示曲线长度。 $u_0(x, y)$ 在每一个 Ω_i 内变化平稳，而在边界处变化剧烈。实际应用中，由于图像 $u(x, y)$ 为低维空间，

C 为未知集, 并且式(1)为非凸的, 因此能量函数很难极小化, 通常需要增加一些条件以简化该能量函数.

C-V 主动轮廓模型利用常数来近似轮廓内外的灰度值, 因此又称 C-V 模型为分段线性常数模型. 它所构造的能量函数如下式所示:

$$\begin{aligned} F(C) = & F_1(C) + F_2(C) = \\ & \iint_{\text{inside}(C)} |u_0(x, y) - c_1|^2 dxdy + \\ & \iint_{\text{outside}(C)} |u_0(x, y) - c_2|^2 dxdy. \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $u_0(x, y)$ 为当前像素点; c_1, c_2 均为常数; $F_1(C)$ 和 $F_2(C)$ 分别代表区域内和外的能量. 该能量函数只有在轮廓位于目标边界处时才取最小值, 如下式所示:

$$\inf_C \{F_1(C) + F_2(C)\} \approx 0 \approx F_1(C_0) + F_2(C_0). \quad (3)$$

通常, 在 C-V 模型对应的能量函数中加入长度与面积的约束能量项, 得到

$$\begin{aligned} F(c_1, c_2, C) = & \mu \cdot \text{length}(C) + \nu \cdot \text{area}(\text{inside}(C)) + \\ & \lambda_1 \iint_{\text{inside}(C)} |u_0(x, y) - c_1|^2 dxdy + \\ & \lambda_2 \iint_{\text{outside}(C)} |u_0(x, y) - c_2|^2 dxdy. \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\mu \geq 0, \nu \geq 0, \lambda_1, \lambda_2 \geq 0$ 均为固定参数. 在数值计算中, 通常定义 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \nu = 0$.

由此, 得到最小化问题:

$$\inf_{c_1, c_2, C} F(c_1, c_2, C). \quad (5)$$

设 ϕ 为依据闭合曲线 C 构造的水平集函数, 并设其为内正外负的符号距离函数, 见式(6).

$$\left. \begin{aligned} C &= \{(x, y) \mid \phi(x, y) = 0\}, \\ \text{inside}(C) &= \{(x, y) \mid \phi(x, y) > 0\}, \\ \text{outside}(C) &= \{(x, y) \mid \phi(x, y) < 0\}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

定义正则化 Heaviside 函数 $H(\phi)$ 与 Dirac 函数 $\delta(\phi)$

$$H_\epsilon(z) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{z}{\epsilon} \right) \right], \quad (7)$$

$$\delta_\epsilon(z) = \frac{1}{\pi} \frac{\epsilon}{\epsilon^2 + z^2}. \quad (8)$$

由此, 得到式(4)对应的水平集表达式为

$$E^{CV}(\phi) = \mu \iint_{\Omega} |\nabla H(\phi)| dxdy +$$

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} H(\phi) dxdy + \lambda_1 \iint_{\Omega} |u_0 - c_1|^2 H(\phi) dxdy + \\ & \lambda_2 \iint_{\Omega} |u_0 - c_2|^2 (1 - H(\phi)) dxdy. \end{aligned} \quad (9)$$

对此水平集表达式求极小, 得当前轮廓内和外的像素均值 c_1 和 c_2 , 及对应的最陡梯度下降流:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{\iint_{\Omega} u_0 H(\phi) dxdy}{\iint_{\Omega} H(\phi) dxdy}, \\ c_2 &= \frac{\iint_{\Omega} u_0 (1 - H(\phi)) dxdy}{\iint_{\Omega} (1 - H(\phi)) dxdy}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \left[\mu \nabla \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \nu - \lambda_1 |u_0 - c_1|^2 + \lambda_2 |u_0 - c_2|^2 \right] \delta(\phi). \quad (11)$$

由此最陡梯度下降流逐步迭代即得到最终分割结果.

2 算法提出

基于以上理论基础, 针对 SAR 图像的特点, 提出一种基于局部中值拟合 C-V 模型的新的 SAR 图像分割算法——LMFCV-SIS, 把局部中值拟合的思想融入能量函数的构造中, 定义新的能量函数与新的迭代方程, 利用能量函数与迭代方程得到最终演化轮廓结果.

2.1 新的能量函数

对于 SAR 图像, 由于存在着严重的斑点噪声, 区域内外的像素灰度是非均匀的, 直接用 C-V 模型进行分割会受到斑点噪声的影响.

在式(4)中, 水平集演化的主要作用力由 $-\lambda_1(u_0 - c_1)^2 + \lambda_2(u_0 - c_2)^2$ 产生, 已知一般情况下

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 1,$$

计算得到

$$\begin{aligned} & -\lambda_1(u_0 - c_1)^2 + \lambda_2(u_0 - c_2)^2 = \\ & 2(c_1 - c_2) \left(u_0 - \frac{c_1 + c_2}{2} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

由此可以看出, 在能量函数极小化的迭代过程中, 起到重要作用的即 u_0, c_1, c_2 这 3 个量, 其中, u_0 为当前像素值, c_1 和 c_2 分别为当前轮廓内和外的像素均值. 因此, 斑点噪声会造成 u_0, c_1 和 c_2 的比较大的随机波动.

这里,我们依据 SAR 图像中斑点噪声的统计特性,利用中值算子 $M(u_0(x, y))$ 进行局部中值拟合,建立新的基于 LMF 的 C-V 模型的能量函数为

$$\begin{aligned} E^{CV}(\phi) = & \mu \iint_{\Omega} |\nabla H(\phi)| dx dy + \iint_{\Omega} H(\phi) dx dy + \\ & \lambda_1 \iint_{\Omega} |M(u_0(x, y)) - c_1|^2 H(\phi) dx dy + \\ & \lambda_2 \iint_{\Omega} |M(u_0(x, y)) - c_2|^2 (1 - H(\phi)) dx dy. \end{aligned} \quad (13)$$

2.2 新的迭代方程

利用变分法极小化式(13)所示的能量函数,得到

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} = & \hat{\delta}_h(\phi_{i,j}^n) \cdot \left[\frac{\mu}{h^2} \Delta^x \left(\frac{\Delta_x^x \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_x^x \phi_{i,j}^n)^2 + (\phi_{i,j+1}^n - \phi_{i,j-1}^n)^2}} \right) + \right. \\ & \frac{\mu}{h^2} \Delta^y \left(\frac{\Delta_y^y \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\phi_{i+1,j}^n - \phi_{i-1,j}^n)^2 + (\Delta_y^y \phi_{i,j}^n)^2}} \right) - \nu - \lambda_1 (M(u_{0,i,j}(x, y)) - c_1 (\phi_{i,j}^n))^2 + \\ & \left. \lambda_2 (M(u_{0,i,j}(x, y)) - c_2 (\phi_{i,j}^n))^2 \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

针对本文的 SAR 图像分割的应用,由于数字图像的离散性及受严重噪声的影响,随着迭代次数的增加,水平集函数会变得平坦或者出现尖锐的峰值,导致数值在这些峰值处不连续,从而导致数值的不稳定,最终演化变坏,理论与实际不一致。常用的补救方法是对水平集函数周期性重新初始化为符号距离函数。需演化的重新初始化方程如下:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{sign}(\phi_0)(1 - |\nabla \phi|). \quad (17)$$

式中, $\text{sign}(\phi_0)$ 为符号函数, 它与水平集函数符号相同。

2.3 基于局部中值拟合 C-V 模型的 SAR 图像分割算法 LMFCV-SIS

在节 2.1 与节 2.2 构造的新的能量函数与迭代方程的基础上,同时考虑到实际应用中水平集函数数值不稳定的情况,提出基于局部中值拟合 C-V 模型的新的 SAR 图像分割算法——LMFCV-SIS。在算法的具体实现过程中,按照如下步骤进行:

Step 1 初始化水平集函数为符号距离函数;

Step 2 利用式(14)分别计算 $c_1(\phi_{i,j}^n)$,

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{\iint_{\Omega} M(u_0(x, y)) H(\phi) dx dy}{\iint_{\Omega} H(\phi) dx dy}, \\ c_2 &= \frac{\iint_{\Omega} M(u_0(x, y))(1 - H(\phi)) dx dy}{\iint_{\Omega} (1 - H(\phi)) dx dy} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

及对应的最陡梯度下降流:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & \left[\mu \nabla \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \nu - \right. \\ & \left. \lambda_1 |M(u_0(x, y)) - c_1|^2 + \right. \\ & \left. \lambda_2 |M(u_0(x, y)) - c_2|^2 \right] \delta(\phi). \end{aligned} \quad (15)$$

式中,式(15)采用如下的方程迭代:

$$c_2(\phi_{i,j}^n);$$

Step 3 按照式(16)迭代求解 $\phi_{i,j}^{n+1}$;

Step 4 按照式(17)重新初始化水平集函数为符号距离函数;

Step 5 判断结果是否稳定,若稳定则停止,反之,返回 Step 2.

3 实验及结果分析

在文献[12]中,实验数据仅为水域 SAR 图像;对比分析选择了与 C-V 模型对比和与 OTSU 算法对比,其中的 OTSU 算法仅仅是最简单的分割算法之一,并不是针对 SAR 图像的分割。在文献[13]中,实验数据仅为一个简单的小目标分割和水陆分割;对比分析选择了与 C-V 模型对比和与瑞利分布统计模型对比,其中的瑞利分布统计模型并不是专门针对 SAR 图像的分割算法。

本文选择用来测试的 SAR 图像数据由中国科学院电子所提供,图像分辨率为 2 m,大小为 256 × 256。实验数据包括了具有输油管道目标的 SAR 图像、具有河流桥梁目标的 SAR 图像,以及具有村落

目标的 SAR 图像。在对比分析中,首先选择具有代表性的 C-V 模型进行对比,以验证本文算法对 SAR 图像进行分割的结果要明显好于直接利用 C-V 模型进行分割的结果;此外,还选择了具有代表性的 SAR 图像分割算法——马尔科夫随机场(MRF)算法进行对比分析,以验证本文算法与其他 SAR 图像分割算法相比所具有的优势。

从式(13)可以看出,参数 μ 控制着轮廓的长度。如果设置的 μ 较小,则小目标比较容易检测到;如果 μ 较大,则大目标更容易检测到。因此, μ 可以看作一个尺度参数。在实验中, μ 一般依据实际应用需求进行设置。

3.1 与原有 C-V 模型比较

图 1、图 2、图 3 给出了 3 组 SAR 图像的分割结

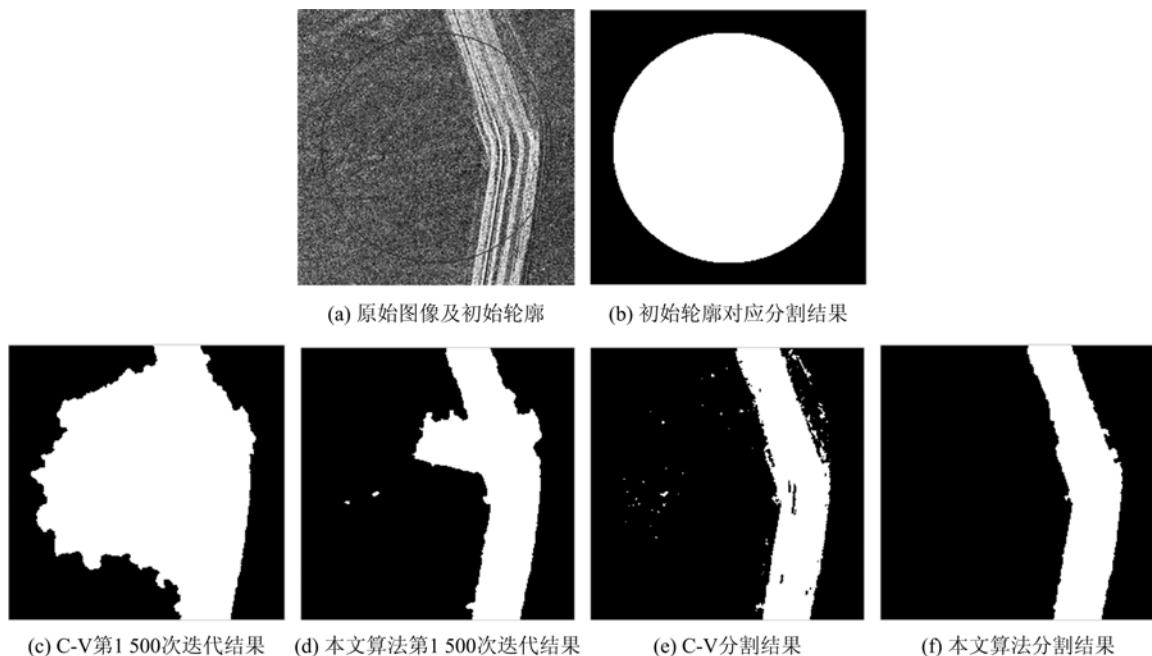


图 1 输油管道 SAR 图像的分割结果($\mu=2\,000$)

Fig. 1 Segmentation results for a pipe-laying SAR image ($\mu=2\,000$)

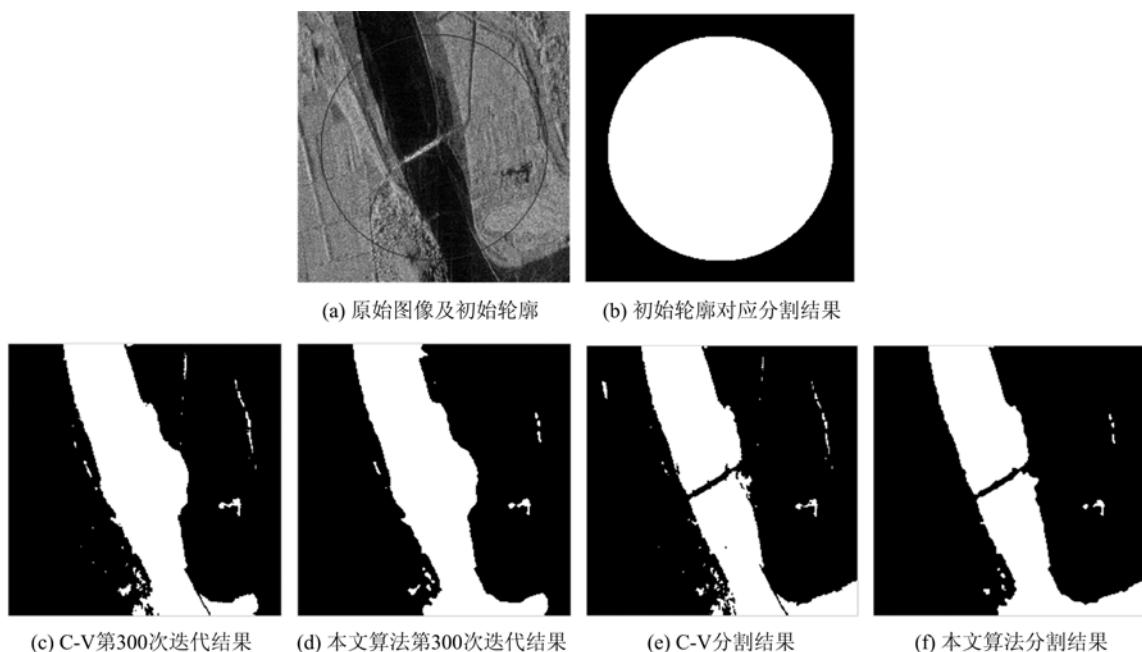
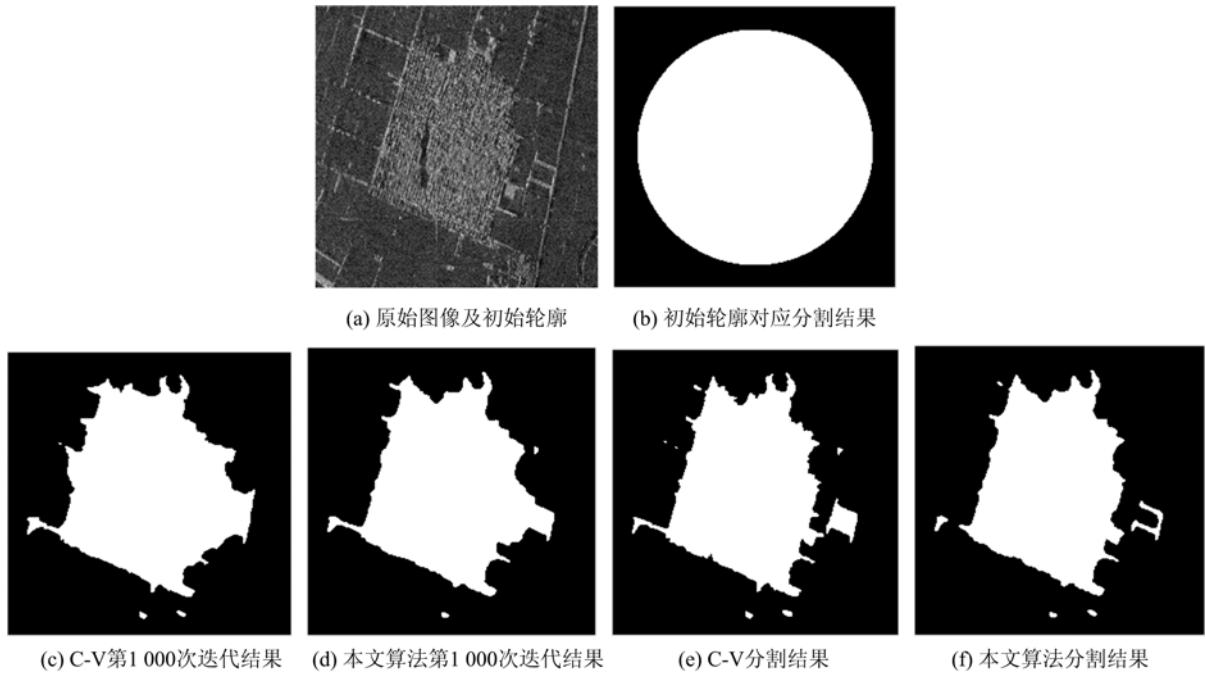


图 2 河流桥梁 SAR 图像的分割结果($\mu=2\,500$)

Fig. 2 Segmentation results for a river-bridge SAR image ($\mu=2\,500$)

图 3 村庄 SAR 图像的分割结果($\mu = 3\,000$)Fig. 3 Segmentation results for a village SAR image ($\mu = 3\,000$)

果,目标包括输油管道、河流桥梁以及村庄。从图中来看,相同迭代次数下的中间结果,LMFCV-SIS 要明显好于 C-V,这是由于在 C-V 模型中,斑点噪声的存在使得灰度具有不均匀性,这种不均匀性会减慢水平集演化的速度;最终的分割结果,LMFCV-SIS 也明显好于 C-V。由实验结果可知,局部中值拟合减小了灰度的不均匀性,即减小了斑点噪声对于分割的影响,加快了演化速度,得到了更优的分割结果。

3.2 与经典 SAR 图像分割算法比较

这里把本文算法与经典的 SAR 图像分割算

法——马尔科夫随机场算法进行了比较。

图 4、图 5 与图 6 给出了 3 组 SAR 图像的对比分割结果,目标包括输油管道、河流桥梁以及村庄。从实验结果可以看出,MRF 算法结果的细节比本文算法精确,但虚警较多,这样会给后续目标识别、图像合成等工作带来更多的困难。

4 结论

针对 SAR 图像的统计特性,本文提出一种基于局部中值拟合 C-V 模型的新的 SAR 图像分割算法——LMFCV-SIS。该算法利用像素点及以其为中

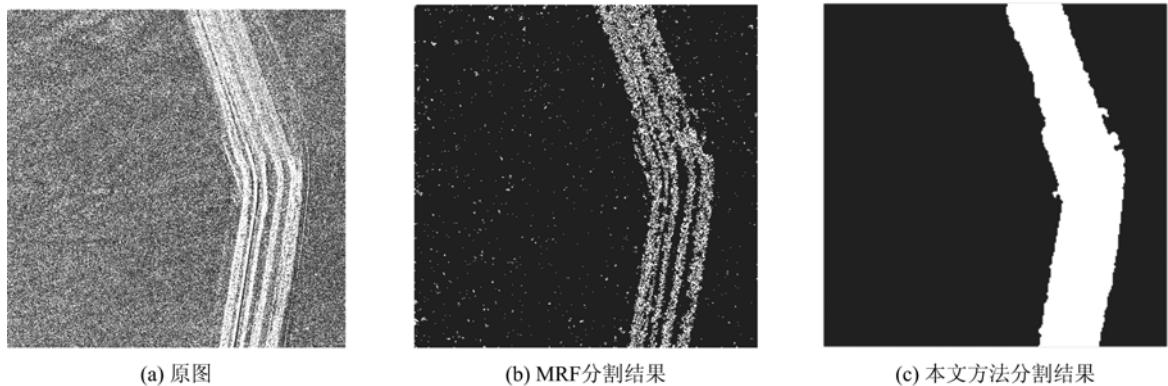


图 4 输油管道 SAR 图像的分割结果

Fig. 4 Segmentation results for a pipe-laying SAR image

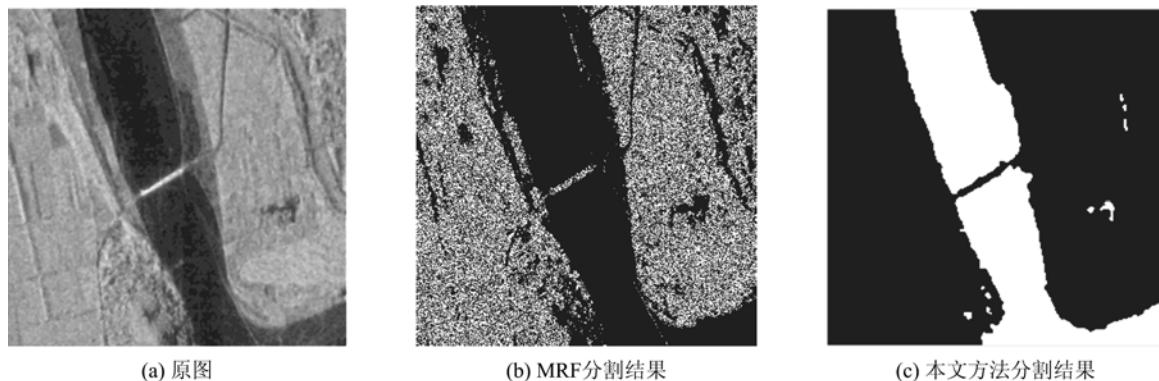


图 5 河流桥梁 SAR 图像的分割结果

Fig. 5 Segmentation results for a river-bridge SAR image

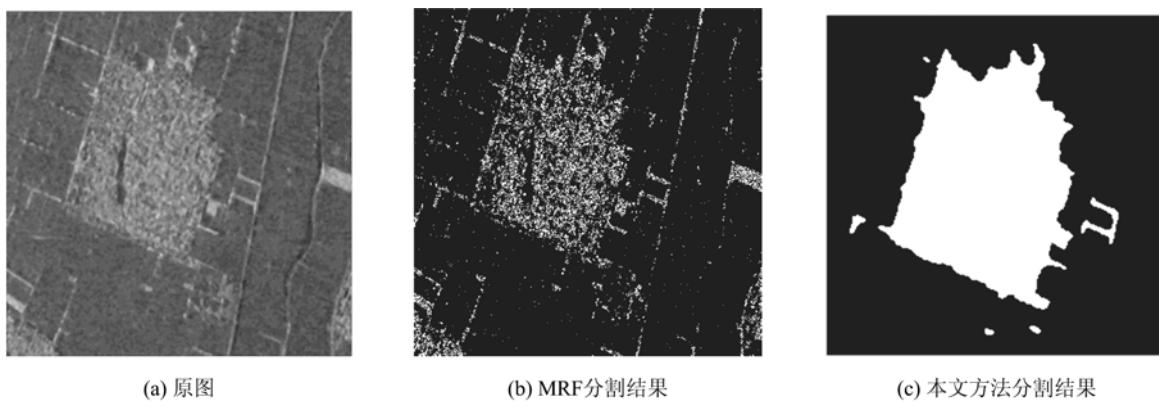


图 6 村庄 SAR 图像的分割结果

Fig. 6 Segmentation results for a village SAR image

心的邻域内的像素点的局部中值拟合来构造能量函数, 极小化该能量函数得到轮廓的最终演化结果。与 C-V 模型以及马尔科夫随机场 SAR 图像分割算法进行具有代表性的对比实验, 结果表明: LMFCV-SIS 算法在不影响算法复杂度的情况下, 不但可以有效地处理 SAR 图像中灰度不均匀目标的分割问题, 而且迭代次数要少于 C-V 模型, 分割效率更高, 分割的结果也更利于目标特征提取; 与 MRF 算法进行的实验结果对比分析也验证了本文算法的优势。

参考文献(References)

- [1] Oliver C, Quegan S. Understanding synthetic aperture radar images [M]. Boston: Artech House, 1998.
- [2] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: Active contour models [J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4): 321-331.
- [3] Ning Jifeng, Wu Chengke, Jiang Guang, et al. Anisotropic diffusion analysis of gradient vector flow [J]. Journal of Software, 2010, 21(4): 612-619.
- 宁纪锋, 吴成柯, 姜光, 等. 梯度向量流的各向异性扩散分析[J]. 软件学报, 2010, 21(4): 612-619.
- [4] De Vylder J, Philips W. A computational efficient external energy for active contour segmentation using edge propagation [C]// Proceedings of 2010 17th IEEE International Conference on Image Processing. Piscataway: IEEE Press, 2010: 661-664.
- [5] Vasilevskiy A, Siddiqi K. Flux-maximizing geometric flows [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24 (12): 1 565-1 578.
- [6] Charmi M A, Mezghich M A, M'Hiria S et al. Geometric shape prior to region-based active contours using Fourier-based shape alignment [C]// 2010 IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques. Piscataway: IEEE Press, 2010: 478-481.
- [7] Mumford D, Shah J. Optimal approximation by piecewise smooth function and associated variational problems [J]. Communication on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42(5): 577-685.
- [8] Chan T, Vese L. Active contour without edges [J].

- IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277.
- [9] Ayed I B, Mitiche A, Belhadj Z. Multiregion level-set partitioning of synthetic aperture radar images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(5): 793-800.
- [10] Silveira M, Heleno S. Separation between water and land in SAR images using region-based level sets[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2009, 6(3): 471-475.
- [11] Kong Dingke, Wang Guozhao. Region-similarity based active contour model for SAR image segmentation [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2010, 22(9): 1 554-1 560.
孔丁科, 汪国昭, 基于区域相似性的活动轮廓 SAR 图像分割[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(9): 1 554-1 560.
- [12] An Chengjin, Chen Zengping. SAR water segmentation based on otsu and improved CV model [J]. Signal Processing, 2011, 27(2): 221-225.
安成锦, 陈曾平. 基于 Otsu 和改进 CV 模型的 SAR 图像水域分割算法[J]. 信号处理, 2011, 27(2): 221-225.
- [13] Wang Xiaoliang, Li Chunsheng. SAR image segmentation using level set evolution without prior information [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(7): 841-844.
王晓亮, 李春升. 无需先验信息的水平集 SAR 图像分割方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(7): 841-844.

(上接第 46 页)

- stagnation point [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2010, 31(10): 1 775-1 779.
徐侃, 刘明侯, 邢丹, 等. 滞止点催化燃烧的一维和二维数值分析[J]. 工程热物理学报, 2010, 31(10): 1 775-1 779.
- [5] Zhong Beijing, Wu Heng. Numerical simulation on catalytic combustion of CH₄/Air in microchannel [J]. Journal of Combustion Science and Technology, 2005, 11(1): 1-5.
钟北京, 伍亨. 甲烷/空气预混气体在微通道中催化转化的数值模拟[J]. 燃烧科学与技术, 2005, 11(1): 1-5.
- [6] Chen G B, Chen C P, Wu C, et al. Effects of catalytic walls on hydrogen/air combustion inside a micro-tube [J]. Applied Catalysis A: General, 2007, 332: 89-97.
[7] Li Y H, Chen G B, Hsu H W, et al. Enhancement of methane combustion in microchannels: Effects of catalyst segmentation and cavities [J]. Chemical Engineering Journal, 2010, 160: 715-722.
[8] Chen G B, Chao Y C, Chen C P, et al. Enhancement of hydrogen reaction in a micro-channel by catalyst segmentation [J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2008, 33: 2 586-2 595.
[9] Rumminger M D, Hamlin R D, Dibble R W. Numerical analysis of a catalytic radiant burner: effect of catalyst on radiant efficiency and operability [J]. Catalysis Today, 1999, 47: 253-262.
[10] Shahamiri S A, Wierzbka I. Modeling the reactive processes within a catalytic porous medium [J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35: 1 915-1 925.
[11] Zhao Pinghui, Chen Yiliang, Liu Minghou, et al. Numerical simulation of laminar premixed combustion in a porous medium [J]. Journal of Combustion Science and Technology, 2006, 12: 46-50.
赵平辉, 陈义良, 刘明侯, 等. 多孔介质内层流预混燃烧的数值模拟[J]. 燃烧科学与技术, 2006, 12: 46-50.
[12] Warnatz J, Maas U, Dibble R W. Combustion, Physical and Chemical Fundamentals, Modeling and Simulation, Experiments, Pollutant Experiments, Pollutant Formation [M]. New York: Springer-Verlag, 1996: 262.