

一种关节式坐标测量机的建模及其标定

程文涛,于连栋,费业泰

(合肥工业大学仪器科学与光电工程学院,安徽合肥 200009)

摘要:为了研究7轴关节式坐标测量机的测量模型及其标定技术,根据DH模型(Denavit-Hartenberg notation)对7轴关节式坐标测量机进行了建模,并对参数个数和含义进行了深入研究.通过仿真发现7轴关节式坐标测量机直接标定时不能有效辨识某些参数的特殊问题.为解决该问题,设计了弯杆测头对测量机的整机参数进行标定.最后,将测量机测头换回直杆测头进行测头校准,获得更换测头后的测头参数.实验表明该方法能够有效地辨识出测量机整机的参数,能有效保证测量机的精度,这也证明了给出的测量模型的正确性.

关键词:关节式坐标测量机;运动学模型;参数标定

中图分类号:TH741.1 **文献标识码:**A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2011.05.010

Kinematic model and calibration of an articulated arm coordinate measuring machine

CHENG Wentao, YU Liandong, FEI Yetai

(School of Instrument Science and Opto-electronics engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Based on D-H (Denavit-Hartenberg) notation, the measurement model and calibration technology for a seven-axis articulated arm coordinate measuring machine (AACMM) were researched. The number and definitions of kinematic model parameters were further studied. Simulation experiments revealed a special problem: some parameters can not be effectively identified by direct calibration. To solve the problem, a vertical rod was made and fitted into the probe to identify all parameters of the seven-axis AACMM. Finally, the probe was calibrated by placing the straight rod back and the probe parameters could be obtained. Not only can the experiments prove that the method presented can guarantee the precision of the AACMM with seven axes by identifying all parameters, but they can also verify the validity of the kinematic model.

Key words: articulated arm coordinate measuring machine (AACMM); kinematic model; parameter identify

0 引言

3 坐标测量机是一种高效率、高精度、高集成度

的精密坐标测量仪器,已广泛应用于机械制造、电子、汽车和航空航天等领域,成为柔性制造系统和计算机集成制造系统的重要组成部分^[1].而一种串联

收稿日期:2011-03-21;修回日期:2011-05-03

基金项目:国家自然科学基金(51075117)资助.

作者简介:程文涛,男,1981年生,博士生.研究方向:便携坐标测量技术,精度理论. E-mail: fietiger@gmail.com

通讯作者:于连栋,博士/教授. E-mail: liando01@hfut.edu.cn

转动关节式的新型 3 坐标测量机——关节式坐标测量机的出现适应了越来越多的在加工现场快速测量的需求。

关节式坐标测量机具有多种形式,常见的是 2-2-2 式的 6 自由度关节式坐标测量机,由机座、两个测量臂及测头通过 3 对双关节结构串联起来构成。表面上看起来关节式坐标测量机结构简单,实际上正是它的结构特性致使其误差因素甚为复杂。由于关节式坐标测量机具有复杂的误差规律,同时制造过程中又不能避免结构参数误差,很难通过装配直接保证其测量精度。所以关节式坐标测量机的结构参数主要还是通过标定来获得。国内外学者也对该课题进行了广泛的研究:Shimajima 等^[2]利用装有多个标准球的金属板对关节臂式坐标测量机进行了标定;Santolaria 等^[3]使用带有 14 个标准球的碳纤维杆,对关节臂式坐标测量机的参数误差进行了估计;汪平等^[4]根据高精度正交 3 坐标测量机提供的标准,运用最小二乘参数辨识法对关节臂式坐标测量机进行了标定;高贯斌等^[5]使用单点锥窝,运用模拟退火算法实现了关节臂式坐标测量机的参数辨识;王学影等^[6]基于改进的遗传算法对 FARO 的测量臂进行了标定。

与机器人标定类似,关节式坐标测量机的标定可以分为 4 个步骤:①建立测量模型;②标定数据采集;③运用标定算法求解结构参数;④验证结构参数的有效性。其中测量模型是测量机的数学基础;需要准确理解关节式坐标测量机的机械结构,并对其进行精确地数学描述。汪平等^[7]给出了含有 25 项参数的 6 自由度的关节式坐标测量机测量模型,并指出其中 23 项参数需要标定,但其中又有两项为极小量且与另外两项参数线性相关,不具备可辨识性,最终只需要标定 21 项参数;Shimajima 等^[2]在标定时给出的测量模型含有 23 项自身的参数,在其标定方法中有 21 项需要标定;高贯斌, Santolaria 等^[3,5]给出的 6 自由度的关节式坐标测量机测量模型均含有 27 项参数;进一步的研究指出 6 自由度的关节式坐标测量机的非冗余参数模型含有 23 项参数^[8]。由于 2-2-2 结构配置的关节式坐标测量机最为常见,所以也就成为最主要的研究对象;然而,为了进一步增强操作的灵活性,2-2-3 结构配置的 7 轴关节式坐标测量机也有很大的市场。本文以 Faro 的 Platinum 关节式坐标测量机为研究对象,首先给出了 7 轴关节式坐标测量机的测量模型,然后通过模拟实验分析了标

定时需要特别注意的问题,并给出了一种解决方法。

1 7 轴关节式坐标测量机的测量模型

DH 模型^[9]是 1955 年 Denavit 和 Hartenberg 为研究机器人运动问题提出的一种使用矩阵表示相邻两部件之间相对位置关系的数学方法。由于关节式坐标测量机在结构上与机器人有很大的相似性,所以 DH 模型广泛应用于关节式坐标测量机的建模。尽管 DH 模型不能精确描述两相互平行的相邻机构,由于 Platinum 关节臂中相邻的关节都是相互垂直布置的,这里仍采用 DH 模型来描述。DH 模型的基本原理是在每个杆件上建立坐标架,如果把每个杆件坐标架固定在杆件的上关节处,杆件坐标架经过两步平移和两步转动后可达下一杆件坐标架,称为“上关节法”,其转换矩阵^[9]为

$$A_i = \text{Rot}(z_{i-1}, \theta_i) \text{Trans}(0, 0, d_i) \cdot \text{Trans}(l_i, 0, 0) \text{Rot}(x_i, \alpha_i) \quad (1)$$

式中,有四个参数 θ_i , d_i , l_i 和 α_i 。其中对转动关节来说 θ_i 是关节变量,杆件 $i+1$ 绕关节的轴转动的量;偏置量 d_i 为上下两个杆件在关节 i 的轴线上交点之间的距离;杆件长度 l_i 表示杆件 i 在关节 i 及关节 $i+1$ 之间的长度; α_i 表示扭转角,即表示关节 $i+1$ 与关节 i 之间的夹角。

按照 DH 方法在关节式坐标测量机上设置坐标架(如图 1)。需要注意的是使用 DH 方法建立机器

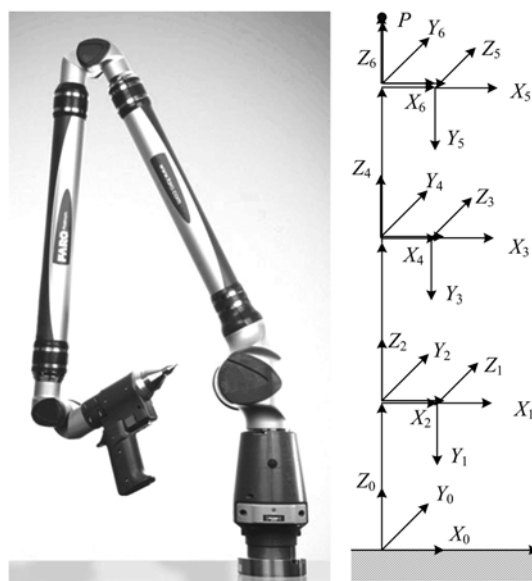


图 1 7 轴关节式坐标测量机(Platinum)及其测量模型简图
Fig. 1 AACMM with 7 axes (Platinum) and schematic diagram of its kinematic model

人的运动学模型时需要定义其末端执行机构的姿态,而对于关节式坐标测量机仅需要定义测头在末位坐标架下的坐标 $(x_{\text{prob}} \ y_{\text{prob}} \ z_{\text{prob}} \ 1)^T$. 同时 DH 模型所定义变换矩阵 A_i 存在于两相邻关节之间,即 A_6 存在于关节 6 与关节 7 之间,应为最后一个变换矩阵. 根据 DH 模型可以得到其测量模型:

$$\begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \\ 1 \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^6 \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & l_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & l_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{\text{prob}} \\ y_{\text{prob}} \\ z_{\text{prob}} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

在测量臂的末端建立圆柱坐标系,如图 2 所示,则得测头该圆柱坐标系下的坐标为 (r, θ, h) ,将其转化为直角坐标可得

$$P_{\text{prob}} = [x_{\text{prob}} \ y_{\text{prob}} \ z_{\text{prob}} \ 1]^T = [r \cos(\theta) \ r \sin(\theta) \ h \ 1]^T \quad (3)$$

根据式(3),式(2)可化为式(4)的形式,式(4)中共含有 $4 \times 6 + 3 = 27$ 项结构参数.

$$\begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \\ 1 \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^6 \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & l_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & l_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \cos(\theta) \\ r \sin(\theta) \\ h \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

考虑到各关节光栅安装的位置与建模的基准位置不一致,式(4)中的 $\theta_i = \theta_i - \theta_{i0}$ ($i=1, \dots, 7$),其中 θ_i 为关节变量,即角度编码器的输出值, θ_{i0} 为相应的关节零位参数.

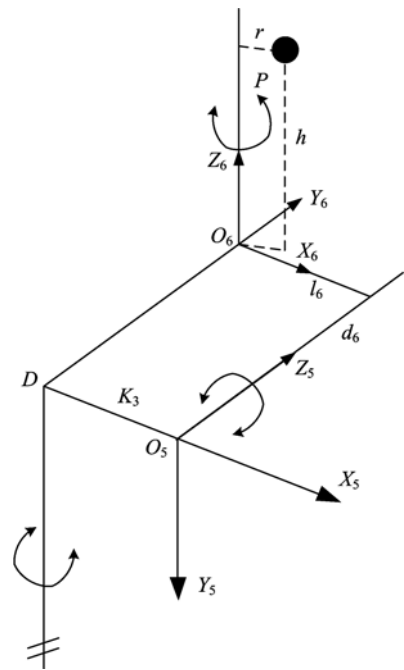


图 2 7 轴关节式坐标测量机测头参数分析
Fig. 2 Analysis of probe parameters of seven-axis AACMM

从式(4)看,由于 7 轴关节式坐标测量机含有 7 个旋转关节,因此其测量模型中必然含有 7 个关节变量,而相应地其测量方程中也含有 6 个矩阵和一个向量. 虽然这在形式上与高贯斌等^[5]给出的 6 自由度关节式坐标测量机测量方程一致,但两者之间有质的区别.

2 7 轴关节式坐标测量机的标定过程仿真

给定 7 轴关节式坐标测量机的测量模型后,再结合其标定过程即可首先对其进行仿真研究. 关节式坐标测量机标定时需要一定的标准量 L 作为基准,还需要采集大量的数据(角度信息 Θ),并根据这些标准量及采集到的数据,采用一定的数学方法(如 LM 法^[10])解出表 1 中各项参数的估计量 B' . 其过程可以表示如下:

$$\Theta \xrightarrow[\mathbf{L}]{\mathbf{B}_0} \mathbf{B}' = \text{LM}(\mathbf{F}, \mathbf{L}, \Theta, \mathbf{B}_0) \quad (5)$$

式中, \mathbf{B}_0 为使用 LM 法求解时所必需的初始参数. 为了进行仿真研究,采用两点之间的距离作为基准量,并假定测量机的结构参数如表 2 所示. 此时,给定测量机在两个位姿下的各关节角度值 $(S_1 \ S_2)$ 即可得到

$$L = F(S_1, S_2, \mathbf{B}) \quad (6)$$

如果有 m 组如式(6)的结果,即可表示为

$$L = F(\Theta, \mathbf{B}) \quad (7)$$

式中, L 为 m 维向量,记录了样本的长度; Θ 为 $m \times 14$ 维的矩阵,它的每一行的前 7 个元素与后 7 个元素分别对应了测量机的两个点所对应的测量机姿态; \mathbf{B} 为测量机的结构参数. 这样式(7)就模拟了关节式坐标测量机使用两点之间的距离作为基准的采样过程. 有了采样数据及基准量,即可通过式(5)来模拟结构参数的求解过程,所采用的参数初始值见表 3. 使用 Matlab 进行仿真后发现,若测头参数 \mathbf{B} 中的 r 为 0 或接近等于 0 则不能够得到参数 θ_0, l_6, d_6, h 等参数,若改变参数 \mathbf{B} 使其 r 具有一个比较大的值如 10, 则能够精确地得到各参数的值. 从理论

表 1 7 轴关节式坐标测量机(Platinum)参数表

Tab. 1 Table of parameters of AACMM with 7 axes

关节	变量 θ_i	零位 θ_{i0}	扭角 α_i	杆长 l_i	偏置 d_i
1	θ_1	θ_{10}	$-\pi/2$	l_1	d_1
2	θ_2	θ_{20}	$\pi/2$	l_2	0
3	θ_3	θ_{30}	$-\pi/2$	l_3	d_3
4	θ_4	θ_{40}	$\pi/2$	l_4	0
5	θ_5	θ_{50}	$-\pi/2$	l_5	d_5
6	θ_6	θ_{60}	$\pi/2$	l_6	0
7	θ_7	θ_{70}	—	r^*	h^*

【注】 * 号表示仅是占用此列,其参数含义与此列表头无关.

表 2 7 轴关节式坐标测量机假想结构参数表(B)

Tab. 2 Values of parameters of AACMM with 7 axes

关节	θ_0/rad	α_i/rad	l_i/mm	d_i/mm
1	0	$-\pi/2$	40	250
2	2.268 9	$\pi/2$	-40	0
3	0	$-\pi/2$	30	450
4	2.268 9	$\pi/2$	-30	0
5	0	$-\pi/2$	30	450
6	2.268 9	$\pi/2$	-30	0
7	0	—	0	200

表 3 7 轴关节式坐标测量机初始结构参数表(B_0)

Tab. 3 Initial values of parameters of seven-axis AACMM

关节	θ_0/rad	α_i/rad	l_i/mm	d_i/mm
1	0.1	-1.57	35	260
2	2.2	1.57	-35	0
3	0.1	-1.57	35	400
4	2.2	1.57	-35	0
5	0.1	-1.57	35	400
6	2.2	1.57	-35	0
7	0.1	—	0	180

分析也可以知道,当参数 r 为 0 时有下面的关系存在:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_0} = \frac{\partial L}{\partial h} = 0 \quad (8)$$

由于 LM 法在求解的过程中需要求解雅可比矩阵, θ_0 与 h 对应的列就为 0, 这样 LM 法就失去了对这两个参数的辨识能力, 这时 LM 法给出的 θ_0, r 和 h 就不正确, 而这些参数又会在下一次的迭代中影响参数 l_6, d_6 . 另一方面仅从测量模型上也可以看出, 当 $r=0$ 时, 测量机的第 7 关节无论如何转动也不会改变测头的位置, 这时第 7 关节就成为一个冗余的结构, 测头坐标仅用 6 关节测量机的测量模型即可表达. 因此, 为了正确地辨识 7 轴关节式坐标测量机的各项参数, 需要使测量机的测头偏离第 7 关节的回转轴. 通过这种方法获得测量机整机参数后, 若更换其他测头可以再使用文献[8]中的方法进行测头校准.

在模拟中还发现, LM 算法对初始参数有一定要求. 其中对长度类参数要求较低, 可以与目标值相差很大; 而对角度类参数(θ_0)的要求相对较高, 当初始参数与目标值相差超过 0.1 rad 时即可能得不到正确结果.

3 7 轴关节式坐标测量机的标定实验

前面的模拟实验对标定过程给出了明确的指引: 为了标定 7 轴关节式坐标测量机整机结构参数需要将测头偏离第 7 关节的回转轴; 获得整机结构参数后再使用普通直杆测头进行测头校准, 以确定测头参数. 为此设计了弯杆测头(图 3)以确保测头远离第 7 关节的回转轴, 同时采用事先定标的两端带有锥孔的杆件(杆件长度为 443.172 mm)作为基准对 7 轴关节式坐标测量机进行标定采样(图 3), 获得 202 个点, 共 101 组长度尺寸. 采用 LM 法对获得的数据进行求解, 所得测量机的结构参数列于表 4. 表 4 中的 * 号表示该数据项因不能被算法识别出而指定该数值, 理论分析表明这些数值仅影响单点坐标值, 而不影响长度等尺寸的测量[8].

直接使用该参数及弯杆测头在不同的位置测量标定用锥孔杆 10 次, 所得误差曲线如图 4 所示. Faro 标称 Platinum 的出厂检定测长精度为 ± 0.037 mm, 从测量结果来看, 采用表 4 中的参数



图 3 Platinum 测量机的数据采集

Fig. 3 Data Acquisition with AACMM Platinum

表 4 Platinum 结构参数标定结果(弯杆测头)

Tab. 4 Identified values of parameters of Platinum (vertical rod probe)

关节	θ_0/rad	α_i/rad	l_i/mm	d_i/mm
1	1.521 927*	-1.572 781	42.475 4	149.700 0*
2	0.791 659	1.567 756	-42.058 8	-0.947 2
3	0.022 211	-1.570 242	28.538 2	439.510 4
4	0.879 434	1.568 061	-28.535 1	-0.842 1
5	0.032 396	-1.574 439	28.553 5	439.401 5
6	0.860 088	1.572 594	-28.547 8	-0.960 4
7	0.431 148	—	39.432 1	223.877 3

【注】 *号表示该数据因不能被算法识别而出而指定该值。

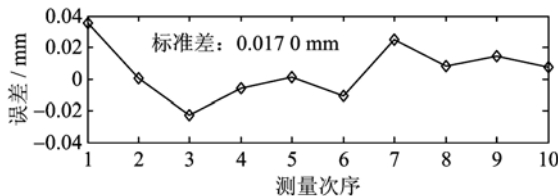


图 4 配置弯杆测头测量误差

Fig. 4 Measurement errors with the vertical rod probe

并没有使 Platinum 的精度降低,这说明前面的实验已正确获得配置弯杆测头时测量机的整机参数。

接下来换上直杆测头,进行测头校准。所使用的校准装置为 Platinum 所配的锥孔,按照 Platinum 使用要求进行校准,分别沿其三个缺口方向采样后再将测头绕第 7 轴转动,获得 32 个测量机位姿数据(图 5)。仍采用 LM 法对所采样的数据进行迭代计算,迭代时保持其余各关节参数(即表 4 中前 6 行参数)不变,仅改变测头参数。校准结果为: $\theta_0 = -1.867 6$, $r = 0.096 5 \text{ mm}$, $h = 238.559 6 \text{ mm}$ 。为了验证标定结果,将表 4 中前 6 行参数合并所得测

头参数,得到一组新参数,使用直杆测头在不同位置测量标定用锥孔杆 10 次,得到误差曲线如图 6 所示。测量结果表明新参数也没有使 Platinum 的精度降低,即前面的两次实验获得了测量机配置直杆测头时的整机参数。

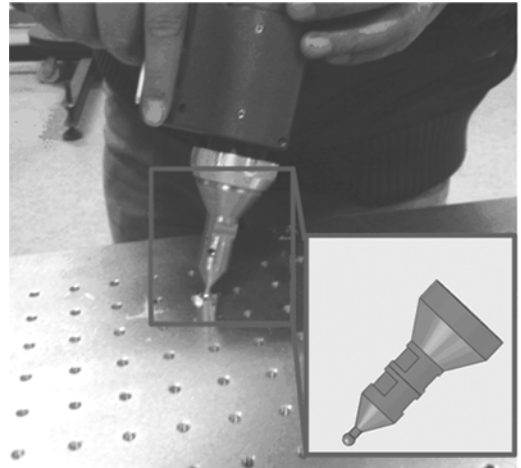


图 5 Platinum 测量机的测头校准

Fig. 5 Probe parameters identification for AACMM (Platinum)

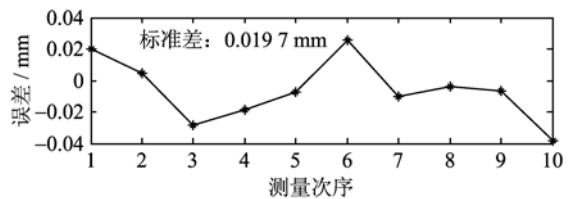


图 6 配置直杆测头的测量误差

Fig. 6 Measurement errors with the normal straight probe

4 结论

7 轴关节式坐标测量机与常见的 6 自由度关节式坐标测量机相比具有更大的灵活性,结构上的差异必然导致测量模型的不同。本文对 7 轴关节式坐标测量机进行了专门的研究,给出了它的测量模型,提出了以两点之间的距离作为标准量的标定方案;通过仿真发现了 7 轴关节式坐标测量机标定时需要特别注意的问题,给出一种解决方法;最后通过实际标定实验,先获得了配置弯杆测头时 7 轴关节式坐标测量机的整机参数,又以单点锥孔作为测头校准工具获得了配置直杆测头时的测头参数,并通过测量验证了所获得的参数能够有效保证测量机的精度,也证明了所建立的测量模型的正确性。

参考文献(References)

- [1] Zhang Guoxiong. Development orientations of coordinate measuring techniques [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008(S1): 1-5.
张国雄. 坐标测量技术发展方向[J]. *红外与激光工程*. 2008(S1): 1-5.
- [2] Shimojima K, Furutani R, Takamasu K, et al. The estimation method of uncertainty of articulated coordinate measuring machine [C]//*Proceedings of 2002 IEEE International Conference On Industrial Technology: Voll. Bangkok, Thailand: IEEE, 2002: 411-415.*
- [3] Santolaria J, Aguilar J J. Kinematic calibration of articulated arm coordinate measuring machines and robot arms using passive and active self-centering probes and multipose optimization algorithm based in point and length constrains[M]// *Lazinica A, Kawai H. Robot manipulators new achievements. Vukovar: InTech, 2010: 255-278.*
- [4] Wang Pingping, Fei Yetai, Shang Ping, et al. Parameters identification of a flexible coordinate measuring machine [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2007, 38(7): 129-132.
汪平平, 费业泰, 尚平, 等. 柔性坐标测量机参数辨识方法[J]. *农业机械学报*. 2007, 38(7): 129-132.
- [5] Gao Guanbin, Wang Wen, Lin Keng, et al. Parameter identification based on modified annealing algorithm for articulated arm CMMs [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17(10): 2 499-2 505.
高贯斌, 王文, 林铿, 等. 应用改进模拟退火算法实现关节臂式坐标测量机的参数辨识[J]. *光学精密工程*. 2009, 17(10): 2 499-2 505.
- [6] Wang Xue yin, Yan Junfang, Ye Shulian, et al. Research on the key technology of articulated arm flexible CMMs [J]. *Journal of China University of Metrology*, 2010(1): 12-15.
王学影, 岩君芳, 叶树亮, 等. 关节臂式坐标测量系统关键技术研究[J]. *中国计量学院学报*, 2010(1): 12-15.
- [7] Wang Pingping. Precision theory and its application technology of flexible coordinate measuring machine [D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2006.
汪平平. 柔性坐标测量机精度理论及应用技术研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2006.
- [8] Cheng Wentao, Fei Yetai, Yu Liandong, et al. Probe parameters calibration for articulated arm coordinate measuring machine [J]. *Proc SPIE*, 2010, 7544: 75445K; doi: 10.1117/12.885303.
- [9] Denavit J, Hartenberg R B. A kinematics notation for lower-pair mechanism based on matrices[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1955, 23: 215-221.
- [10] Marquardt D W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters [J]. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1963, 11(2): 431-441.