

基于状态空间理论的工程结构地震时程响应分析

沈小璞^{1,2}, 陈荣毅³, 陈道政¹, 王建国¹

(1. 合肥工业大学, 安徽合肥 230009; 2. 安徽建筑工业学院, 安徽合肥 230022; 3. 广州市建委, 广东广州 510001)

摘要: 基于状态空间理论分析与计算工程结构地震时程响应问题, 根据结构动力学方程, 引入结构系统的状态变量, 建立结构地震时程响应的状态方程, 并给出非齐次状态方程的解. 为了求解矩阵指数函数, 着重介绍了凯莱-哈密尔顿(Kaley-Hamilton)法、状态空间迭代法和精细积分法. 对结构动力时程响应问题按这三种解法分别建立了计算格式, 并编制相应计算程序. 最后, 给出若干数值算例, 其计算结果表明, 状态空间法分析计算结构动力时程响应, 其精度好, 效率高, 是一种非常有效的方法.

关键词: 状态空间理论; 地震时程响应; 矩阵指数函数

中图分类号: TU352 **文献标识码:** A

Analysis of time history responses of engineering structures during earthquakes based on state space theory

SHEN Xiao-pu^{1,2}, CHEN Rong-yi³, CHEN Dao-zheng¹, WANG Jian-guo¹

(1. Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Anhui University of Architecture, Hefei 230022, China; 3. Guangzhou Constructive Commission, Guangzhou 510001, China)

Abstract: The engineering structure time history response in earthquakes was analyzed by means of state space theory. The state equations of the engineering structure time history responses were established with the inhomogeneous solutions given on the basis of the structure dynamic equations and the state variables. The Kely-Hamilton method, the state space method and the fine integral method were applied with the corresponding computing format and programs to solve the matrix exponential function. Several numerical examples demonstrate that the state space method has better accuracy and higher efficiency for analyzing structures dynamic time history responses.

Key words: the state space method; earthquake dynamic time history response; matrix exponential function

0 引言

工程结构动力时程分析对于了解地震作用全过程的每一瞬间结构的变形及内力状况, 确定结构薄弱环节位置, 用变形来控制结构的破坏, 都具有非常

重要的意义. 工程结构抗震设计是结构设计的重要组成部分, 工程结构在地震作用下的反应分析, 属于动力范畴, 与静力分析相比要复杂得多. 因此, 对结构的动力分析与计算和抗震设计提出了更高的要求. 在实际工程问题中, 对于平面几何形状较复杂和

沿竖向刚度变化较大的建筑结构,一般都要用时程分析法进行抗震验算.通常采用振型叠加法或直接积分法如 Wilson- θ 法、Newmark 法等进行求解,此时需要解高阶线性代数方程组,这是一件相当繁琐的事.并且在计算中,都有一个积分收敛条件问题,否则将影响计算精度,甚至数值解有可能发散.

现代科学技术的发展,各类学科间相互交叉与渗透的情况越来越普遍.近几年来,现代控制理论中状态空间理论^[1,2]已推广应用到其他一些学科领域中,如弹性力学、固体力学、复合材料力学与结构动力学等,钟万勰教授^[3,4]提出了结构动力学方程的精细时程积分法,沈鹏程教授^[5]提出了基于状态空间理论的多变量样条元法和结构动力响应问题等.由于状态空间法可利用线性代数这个有力工具,把冗繁的数学公式表达得非常简明,并将状态方法归纳成一个统一的标准形式,因而可降低动力问题的维数,使计算规模大幅度下降并易于用计算机进行数值分析,从而可减少计算工作量.因此,它具有广阔的发展前景.为此,我们把状态空间理论用来分析与计算工程结构地震时程响应问题.

1 结构地震时程响应的状态方程

结构的地震时程响应分析是一个多自由度系统问题,由于状态方程具有可分离的数学结构,因此比传统的方法优越.特别对于多激励输入与输出,状态空间法有明显的优越性.它不仅求解多变量问题,还能扩大解题范围^[6~14].对于结构承受任意动力荷载作用时,其动力方程为

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{X}}(t)\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{X}}(t)\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{X}(t)\} = \{\mathbf{F}(t)\} \quad (1)$$

式中, $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{C}]$, $[\mathbf{K}]$ 分别为结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\{\mathbf{F}(t)\}$ 为动力荷载列阵;当结构为弹性时,取 $[\mathbf{K}]$ 为常量,当结构为弹塑性时,取 $[\mathbf{K}]$ 为变量; $\{\ddot{\mathbf{X}}(t)\}$, $\{\dot{\mathbf{X}}(t)\}$, $\{\mathbf{X}(t)\}$ 分别为结构的加速度、速度和位移反应列阵.

现将式(1)转化为

$$\{\ddot{\mathbf{X}}(t)\} + [\bar{\mathbf{C}}]\{\dot{\mathbf{X}}(t)\} + [\bar{\mathbf{K}}]\{\mathbf{X}(t)\} = \{\bar{\mathbf{F}}(t)\} \quad (2)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} [\bar{\mathbf{C}}] &= [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{C}] \\ [\bar{\mathbf{K}}] &= [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}] \\ \{\bar{\mathbf{F}}(t)\} &= [\mathbf{M}]^{-1}\{\mathbf{F}(t)\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对于地震作用情况

$$\{\mathbf{F}(t)\} = -[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{X}}_g(t)\} \quad (4)$$

或

$$\{\bar{\mathbf{F}}(t)\} = -\{\ddot{\mathbf{X}}_g(t)\} \quad (5)$$

式中, $\{\ddot{\mathbf{X}}_g(t)\}$ 为地面运动加速度.

现考虑式(2),引入状态变量

$$\{\mathbf{q}(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{X}(t)\} \\ \{\dot{\mathbf{X}}(t)\} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

则式(2)可以改写为

$$\{\dot{\mathbf{q}}(t)\} = [\mathbf{D}]\{\mathbf{q}(t)\} + \{\mathbf{P}(t)\} \quad (7)$$

式中

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{0}] & [\mathbf{I}] \\ -[\mathbf{K}] & -[\mathbf{C}] \end{bmatrix}, \{\mathbf{P}(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{0}\} \\ \{\bar{\mathbf{F}}(t)\} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

式(7)为结构地震动力响应的状态方程.

状态方程是描述一个运动过程,并可用一阶微分方程组来表示.不论系统多么复杂,状态空间的描述总是具有像式(7)这种统一的形式.而且,可用多种分析技术在计算机上进行数值计算.

根据状态空间理论^[2],状态方程式(7)的解答为

$$\mathbf{q}(t) = e^{\mathbf{D}t}\mathbf{q}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{D}(t-\tau)}\mathbf{P}(\tau)d\tau \quad (9)$$

在式(9)中,有 $2n$ 个动力响应量,即 n 个位移响应量与 n 个速度响应量.

2 状态方程的解法

由式(9)状态方程解可知,其关键是要要求出矩阵指数函数,即从 $\mathbf{q}(0)$ 到 t 时刻的状态 $\mathbf{q}(t)$,可借助矩阵指数函数来实现.对于矩阵指数函数的算法有多种,文中给出其中的几种算法.

2.1 Kaley-Hamilton 算法

凯莱-哈密尔顿(Kaley-Hamilton)法能简化为有限项来计算,其计算精度高.首先,通过 \mathbf{D} 矩阵的特征值计算,可获得结构的各阶自振频率,并能给出各阶模态.结构自振频率由下式确定

$$\{\lambda\mathbf{I} - \mathbf{D}\} = 0 \quad (10)$$

或

$$\begin{vmatrix} \lambda\mathbf{I} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \lambda\mathbf{I} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{vmatrix} = 0 \quad (11)$$

展开有

$$\lambda^2\mathbf{I} + \lambda\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} = 0 \quad (12)$$

由式(12)可计算出 $2n$ 个特征值 λ ,根据矩阵指数函数有限项展开方法得

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \cdots & \lambda_1^{n-1} \\ 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \cdots & \lambda_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & \cdots & \lambda_n^{n-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0(t) \\ a_1(t) \\ \vdots \\ a_{n-1}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e^{\lambda_1 t} \\ e^{\lambda_2 t} \\ \vdots \\ e^{\lambda_n t} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

可由式(13)求得 $a(t)$, 则矩阵指数函数为

$$e^{\mathbf{D}t} = a_0(t)\mathbf{I} + a_1(t)\mathbf{D} + a_2(t)\mathbf{D}^2 + \cdots + a_{n-1}(t)\mathbf{D}^{n-1} \quad (14)$$

对于有 2 个 λ_i 重根的情况, 在式(13)中第 $i+1$ 项变为下式

$$\frac{d}{d\lambda_i} [a_0(t) + a_1(t)\lambda_i + \cdots + \alpha_i(t)\lambda_i^i + \cdots + a_{n-1}(t)\lambda_i^{n-1}] = \frac{d}{d\lambda_i} e^{\lambda_i t} = t e^{\lambda_i t} \quad (15)$$

于是, 结构的动力响应则为

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) &= e^{\mathbf{D}t} \mathbf{q}(\mathbf{X}_0, \dot{\mathbf{X}}_0) + \mathbf{I} \mathbf{P} \int_0^t a_0(t-\tau) d\tau + \\ &\mathbf{D} \mathbf{P} \int_0^t a_1(t-\tau) d\tau + \cdots + \mathbf{D}^{n-1} \mathbf{P} \int_0^t a_{n-1}(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (16)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{I} \mathbf{P} &= \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{array} \right\} \mathbf{F}; \quad \mathbf{D} \mathbf{P} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{I} \\ -\mathbf{C} \mathbf{M}^{-1} \end{array} \right\} \mathbf{F}; \\ \mathbf{D}^2 \mathbf{P} &= \left\{ \begin{array}{l} -\mathbf{C} \mathbf{M}^{-1} \\ -(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{M})^2 - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \end{array} \right\} \mathbf{F}; \quad \cdots \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

其中, $e^{\mathbf{D}t} \mathbf{q}(\mathbf{X}_0, \dot{\mathbf{X}}_0)$ 为初始位移与速度引起的响应量。

2.2 迭代算法

由上述可知, 利用凯莱-哈密尔顿法分析结构动力响应问题时, 需要求解 \mathbf{D} 矩阵的特征值 λ , 有了特征值后, 才能将矩阵指数函数展开有限项, 并求得 $a_0(t)$. 从而, 把矩阵指数函数确定, 然后通过式(16)求得结构的动力响应值. 采用迭代法^[5]求解结构的动力响应问题时, 可以不必求 \mathbf{D} 矩阵的特征值, 也不必解线性方程或求矩阵的逆, 而只需作矩阵相乘运算。

对于某一段时间里, 可划分许多时间间隔 Δt , 在任意一时刻 $t_i = i\Delta t (i=0, 1, 2, \dots)$ 的结构动力响应量为

$$\begin{aligned} \text{对 } i \text{ 时刻,} \\ \{\mathbf{q}_i(t_i)\} &= e^{\mathbf{D}t_i} \{\mathbf{X}(0)\} + \int_0^{t_i} e^{\mathbf{D}(t_i-\tau)} \{\mathbf{P}(\tau)\} d\tau \end{aligned} \quad (18)$$

对 $i+1$ 时刻,

$$\{\mathbf{q}_{i+1}(t_{i+1})\} = e^{\mathbf{D}t_{i+1}} \{\mathbf{X}(0)\} + \int_0^{t_{i+1}} e^{\mathbf{D}(t_{i+1}-\tau)} \{\mathbf{P}(\tau)\} d\tau \quad (19)$$

这样, 对于取步长为 Δt , 任一时刻的结构动力响应量可以写成

$$\{\mathbf{q}_{i+1}(t_{i+1})\} = e^{\mathbf{D}\Delta t} \{\mathbf{q}_i(t_i)\} + \int_0^{\Delta t} e^{\mathbf{D}(\Delta t-\tau)} \{\mathbf{P}(\tau)\} d\tau \quad (20)$$

设 $i=0$, 则

$$\{\mathbf{q}_1(t_1)\} = e^{\mathbf{D}\Delta t} \{\mathbf{q}(0)\} + \mathbf{E} \{\mathbf{P}(t_1)\} \quad (21)$$

式中

$$\mathbf{E} = \int_0^{\Delta t} e^{\mathbf{D}(\Delta t-\tau)} d\tau = (\mathbf{e}^{\mathbf{D}\Delta t} - \mathbf{I}) \mathbf{D}^{-1} \quad (22)$$

这样, 状态空间迭代法一般式为

$$\{\mathbf{q}_{k+1}(t_{k+1})\} = \Phi_1 \{\mathbf{q}_k(t_k)\} + \tau \Phi_2 \{\mathbf{P}(t_k)\} \quad (23)$$

式中

$$\Phi_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{D}\tau)^k}{k!}, \quad \Phi_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{D}\tau)^k}{(k+1)!} \quad (24)$$

迭代法的另一种形式为

$$\begin{aligned} \{\mathbf{q}_{k+1}(t_{k+1})\} &= \Phi_1 \{\mathbf{q}_k(t_k)\} + \Phi_1 \mathbf{D}^{-1} \{\mathbf{P}(t_k)\} - \\ &\mathbf{D}^{-1} \{\mathbf{P}(t_k)\} \end{aligned} \quad (25)$$

式(25)中的动荷载 $\mathbf{P}(t_k)$ 在 τ 时间间隔内为常数, 若在此间隔内动力荷载为线性变化时, 则迭代法公式为

$$\begin{aligned} \{\mathbf{q}_{k+1}(t_{k+1})\} &= \Phi_1 \{\mathbf{q}_k(t_k)\} + \Phi_1 \mathbf{D}^{-1} \{\mathbf{P}(t_k)\} + \\ &\Phi_1 \mathbf{D}^{-1} \{\mathbf{P}(t_{k+1})\} - \mathbf{D}^{-1} \{\mathbf{P}(t_k)\} - \\ &\mathbf{D}^{-1} \mathbf{D}^{-1} \{\mathbf{P}(t_{k+1})\} - \mathbf{D}^{-1} \{\mathbf{P}(t_{k+1})\} \tau \end{aligned} \quad (26)$$

从上面公式可以看出, 用式(23)来进行迭代计算不用对 \mathbf{D} 矩阵求逆. 若应用式(25)与式(26), 则需要对 \mathbf{D} 矩阵求逆, 但可以应用精细算法, 以提高计算精度。

2.3 精细算法

对迭代法式(25)可以采用矩阵指数函数进行精细计算^[3], 根据指数函数的加法定理, 有

$$\exp(\mathbf{D} \cdot \tau) = \left[\exp\left(\mathbf{D} \cdot \frac{\tau}{m}\right) \right]^m \quad (27)$$

就式(27)可应用文献[3]中 $m=2^N$ 算法. 由于 τ 已是很小的时间区段, 则 $\Delta t = \frac{\tau}{m}$ 将是非常小的时间区段了. 因此, 有

$$\begin{aligned} \exp(\mathbf{D} \cdot \Delta t) &\approx \mathbf{I} + \mathbf{D}\Delta t + \frac{1}{2!} (\mathbf{D}\Delta t)^2 + \\ &\frac{1}{3!} (\mathbf{D}\Delta t)^3 + \frac{1}{4!} (\mathbf{D}\Delta t)^4 \end{aligned} \quad (28)$$

将式(28)写成

表 1 结构动力时程响应分析结果

Tab. 1 Analysis result of structural dynamic time history response

时间 t	凯莱-哈密尔顿算法		状态空间迭代法		精细算法		振型叠加法		威尔逊 θ 法		纽马克法	
	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
Δt	0.002 2	0.383 1	0.002 514 2	0.381 880 0	0.003	0.382	0.006	0.376	0.006 05	0.366 00	0.006 73	0.364 00
$2\Delta t$	0.036 6	1.417 0	0.038 067	1.411 600	0.038	1.412	0.045	1.420	0.052 5	1.340 0	0.050 5	1.350 0
$3\Delta t$	0.171 3	2.795 0	0.175 59	2.781 00	0.176	2.781	0.170	2.790	0.196	2.640	0.189	2.680
$4\Delta t$	0.476	4.121	0.486 02	4.093 60	0.486	4.094	0.520	4.120	0.490	3.920	0.485	4.000
$5\Delta t$	0.978	5.043	0.996 35	4.996 20	0.996	4.996	1.05	5.04	0.952	4.880	0.961	4.950
$6\Delta t$	1.629	5.359	1.657 0	5.290 5	1.657	5.291	1.72	5.33	1.54	5.31	1.58	5.34
$7\Delta t$	2.300	5.076	2.338 2	4.985 6	2.338	4.986	2.338	4.985	2.16	5.18	2.23	5.13
$8\Delta t$	2.815	4.381	2.860 9	4.276 6	2.861	4.277	2.861	4.277	2.67	4.61	2.76	4.48
$9\Delta t$	3.000	3.566	3.051 8	3.457 4	3.052	3.457	3.052	3.457	2.92	3.82	3.00	3.64
$10\Delta t$	2.762	2.905	2.805 7	2.806 2	2.806	2.806	2.801	2.806	2.82	3.06	2.85	2.90
$11\Delta t$	2.097	2.560	2.130 6	2.484 3	2.131	2.484	2.130	2.434	2.33	2.52	2.28	2.44
$12\Delta t$	1.138	2.533	1.157 2	2.488 8	1.157	2.489	1.157	2.489	1.54	2.29	1.40	2.31

$$\exp(D\Delta t) = I + \Phi_a \quad (29)$$

其中

$$\Phi_a = (D\Delta t) + (D\Delta t)^2 \times [I + D\Delta t/3 + (D\Delta t)^2/12]/2 \quad (30)$$

于是,有

$$\Phi = (I + \Phi_a)^{2^N} = (I + \Phi_a)^{2^{N-1}} \times (I + \Phi_a)^{2^{N-1}} = (I + 2\Phi_a + \Phi_a\Phi_a)^{2^{N-1}} = (I + \Phi_N)^{2^{N-1}} \quad (31)$$

式中

$$\Phi_N = 2\Phi_a + \Phi_a\Phi_a \quad (32)$$

这里应注意到, τ 为原步长, $\Delta t = \frac{\tau}{m}$ 为精细步长, 精细迭代法公式为

$$\{q_{k+1}(t_{k+1})\} = \Phi\{q_k(t_k)\} + \Phi D^{-1}\{P(t_k)\} - D^{-1}\{P(t_k)\} \quad (33)$$

3 工程结构算例

3.1 算例 1

取自文献[15]中的经典算例, 给出一个简单结构动力系统, 不考虑阻尼影响, 该系统动力控制平衡方程组为

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 10 \end{Bmatrix} \quad (34)$$

在时间 2.8 s 内, 以时间步长 $\tau=0.28$ s, 应用本文提出的几种算法来进行分析计算, 并与其他传统数值算法, 如振型叠加法、Wilson- θ 法和 Newmark 法进行了比较. 结构动力时程响应分析计算结果列于表 1.

从表中可以看出, 计算结果与精确解非常接近.

3.2 算例 2

取自文献[16]中算例, 有一五层钢筋混凝土框架结构, 质量与层间刚度沿高度均匀分布, 各层的质量和刚度均分别为 2 000 kN 和 42 000 kN/m. 分别采用本文提出的状态空间迭代法和时程分析法 (Wilson- θ 法), 按层间剪切模型, 计算其在 EL-centro 地震作用下的最大弹性地震反应. 框架结构各层最大位移和层间最大位移计算结果分别见表 2、表 3 和图 1~图 6.

表 2 楼层最大位移(单位: mm)

Tab. 2 The largest displacement of every storey (unit: mm)

层数	1	2	3	4	5
Wilson- θ 法	3.93	7.37	10.34	12.84	14.39
时间 t/s	6.04	6.06	6.10	6.14	6.14
状态空间法	3.99	7.53	10.65	13.30	14.87
时间 t/s	6.04	6.06	6.10	6.12	6.12

表 3 层间最大位移(单位: mm)

Tab. 3 The largest inter-storey displacement (unit: mm)

层数	1	2	3	4	5
Wilson- θ 法	3.93	3.53	3.23	3.00	1.94
时间 t/s	6.04	6.12	6.18	2.16	2.18
状态空间法	3.99	3.60	3.31	3.07	1.98
时间 t/s	6.04	6.10	6.16	2.16	2.16

从表 2、表 3 及图 1~图 6 可以看出, 本文计算数值结果具有很高的精度, 求解过程简单, 效率高. 此外, 还可从图 6 中得知, 最大层间相对位移发生在第一楼层. 这也说明了, 第一楼层承受较大的水平地震剪力. 因此, 在工程设计中应加强此部位的抗震

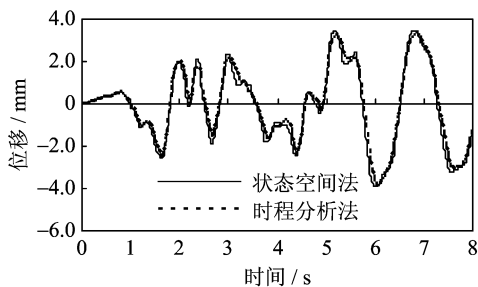


图 1 第一层位移时程响应曲线

Fig. 1 Time history response curve of displacement of the first storey

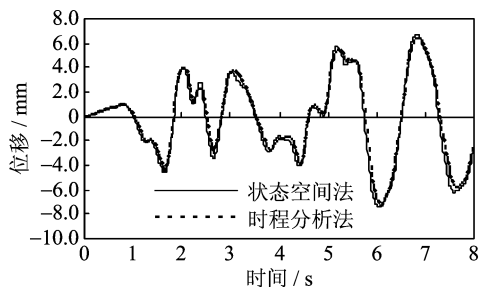


图 2 第二层位移时程响应曲线

Fig. 2 Time history response curve of displacement of the second storey

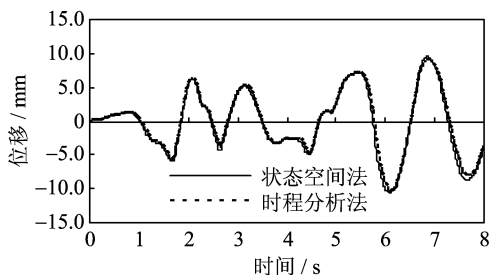


图 3 第三层位移时程响应曲线

Fig. 3 Time history response curve of displacement of the third storey

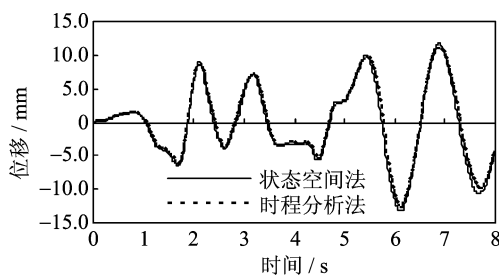


图 4 第四层位移时程响应曲线

Fig. 4 Time history response curve of displacement of the fourth storey

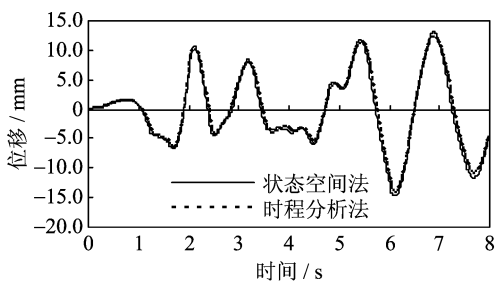


图 5 第五层位移时程响应曲线

Fig. 5 Time history response curve of displacement of the fifth storey

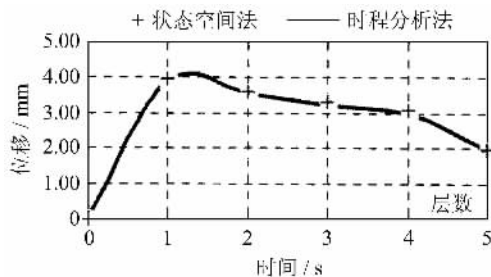


图 6 层间相对位移曲线

Fig. 6 The relative interlayer displacement curve

措施。

4 结论

在工程结构动力时程响应分析与计算中,时程分析法虽然可以用于结构在弹性状态下的分析,又可以用于结构进入弹塑性工作状态下的非线性反应分析,但是很繁琐,而本文提出的方法具有以下一些特点:

(I) 对于动力问题,取位移与速度为状态变量,建立的状态方程是一阶常系数微分方程组。而其他计算方法是以动力位移为基本未知函数,其动力

方程为二阶常系数微分方程组。

(II) 状态方程直接积分,为指数矩阵的计算,动力响应量即状态变量的计算。

(III) 状态空间迭代法,不要求解线性方程组,可直接对高阶系统进行迭代求解。不作矩阵求逆运算,也不必作降阶解耦处理,只做矩阵相乘运算。而传统的计算方法,则需要求解线性方程组或进行矩阵求逆运算。

(IV) 状态空间法可采用精细积分法与并行算法相结合,能使计算精度和效率得到极大的提高。因此,步长的选取完全不受结构自振特性的制约。

(V) 能计算多输入与多输出、时变系统与非线性

性系统的多变量动力响应问题.

因此,本文方法有广阔的应用与发展前景.

参考文献(References)

- [1] M·顿著,杨志坚译.现代控制理论[M].北京:科学出版社,1979.
- [2] 常春馨.现代控制理论基础[M].北京:机械工业出版社,1988.
- [3] Zhong Wan-xie. Precise computation for transient analysis[J]. Computational Structural Mechanics and Applications, 1995,12(1):1-6.
钟万勰.暂态历程的精细计算方法[J].计算结构力学及其应用,1995,12(1):1-6.
- [4] 钟万勰,吴志刚,谭述君.状态空间控制理论与计算[M].北京:科学出版社,2007.
- [5] 沈鹏程.多变量样条有限元法[M].北京:科学出版社,1997.
- [6] Mizusawa T, Kondo Y. Application of the spline element method to analyze vibration of skew Mindlin plates with varying thickness in one direction [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 241 (29): 485-501.
- [7] Attallah K M Z, Ye J Q, Sheng H Y. Three-dimensional finite strip analysis of laminated panels[J]. Computers and Structures, 2007, 85 (23-24): 1 769-1 781.
- [8] Ch'ng H N, Pan J. Cubic spline elements for modelling microstructural evolution of materials controlled by solid-state diffusion and grain-boundary migration[J]. Journal of Computational Physics, 2004, 196 (2): 724-750.
- [9] Ch'ng H N, Pan J. Modelling microstructural evolution of porous polycrystalline materials and a numerical study of anisotropic sintering[J]. Journal of Computational Physics, 2005,204(2):430-461.
- [10] Shen Xiao-pu, Xiao Zhuo. State space iteration method for analysis of dynamic time history response of tall building structures[J]. Journal of Building Structures, 1998,19(5):8-16.
沈小璞,肖卓.高层建筑结构动力时程响应的状态空间迭代法[J].建筑结构学报,1998,19(5):8-16.
- [11] Shen Xiao-pu, Yu Jing-ping, Chen Rong-yi. Spline element state space approach for analysis of structural dynamic response[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 1998,21(3):78-84.
沈小璞,余景平,陈荣毅.样条元状态空间法分析结构动力响应问题[J].合肥工业大学学报,1998,21(3):78-84.
- [12] Shen Xiao-pu, Yu Jing-ping, Chen Rong-yi, et al. Dynamic response analysis spherical shells by spline state variable method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001,18(2):205-209.
沈小璞,余景平,陈荣毅,等.样条状态变量法分析扁球壳的动力响应[J].计算力学学报,2001,18(2):205-209.
- [13] Shen Xiao-pu, Yu Jing-ping, Lei Qing-guan, et al. Method of multivariable responses for elastic dynamics [J]. Journal of Vibration Engineering, 2001,14(3):368-372.
沈小璞,余景平,雷庆关,等.弹性动力学的多变量响应问题的解法[J].振动工程学报,2001,14(3):368-372.
- [14] Shen Xiao-pu, Wang Jin-hui, Zhang Hong-ya, et al. Analysis and study of the very thin-walled light-gauge steel structural multiple story dwelling system [J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2006,28(3):15-20.
沈小璞,王金辉,张红亚,等.超薄壁型轻钢结构多层住宅结构体系的地震动时程响应分析[J].工程抗震与加固改造,2006,28(3):15-20.
- [15] 巴斯 K J. 工程分析中的有限元法[M].傅子智,译.北京:机械工业出版社,1991.
- [16] 宋雅桐.结构分析程序设计[M].南京:东南大学出版社,1990.