

# 基于 OFDM 的双层 Femtocell 网络中 子信道、速率和功率的最优分配

张建敏,张朝阳,黄爱苹

(浙江大学信息与通信工程研究所,浙江省综合信息网技术重点实验室,浙江杭州 310027)

**摘要:** Femtocell(毫微微小区)基站通过以极低的功率对室内进行“点”覆盖,降低了宏小区基站的传输功率要求和业务负荷量,使得整个系统的功率效率得以提高.研究了双层 Femtocell 网络中,考虑到宏小区和毫微微小区之间、不同毫微微小区之间所存在的同频干扰,在满足宏小区用户传输性能不受影响的前提下,对毫微微小区用户的子信道、速率和功率进行联合优化分配的方法,以使其加权速率和最大.针对问题的非凸性,提出了基于拉格朗日对偶方法的最优子信道、速率和功率分配算法,并从经济学的角度予以解释.最后,通过仿真验证了此算法可以有效地求解此问题,并且证明了该系统相对于宏小区和毫微微小区使用不同频率集的系统可以很大程度地提高系统性能,与此同时也提高了频谱利用率.

**关键词:** 双层 Femtocell 网络;联合优化;拉格朗日对偶方法

**中图分类号:** TN914.51 **文献标识码:** A

## Optimal subchannel, rate and power allocation for OFDM-based two-tier Femtocell networks

ZHNAG Jian-min, ZHANG Zhao-yang, HUANG Ai-ping

(*Institute of Information and Communication Engineering, Zhejiang University;  
Zhejiang Provincial Key Laboratory of Information Network Technology, Hangzhou 310027, China*)

**Abstract:** The problem of subchannel, rate and power allocation in OFDM-based two-tier Femtocell networks, which comprises a conventional macrocell and multiple Femtocells, is addressed. Our objective was maximizing the multiple Femtocell users' weighted rate sum by jointly adjusting their subchannel, rate and power allocation under the constraints of cross-tier interference (CTI) between macrocell and multiple Femtocells and the cochannel interference (CCI) between multiple Femtocells. We formulated this optimization problem and solved it using the Lagrangian dual method and interpreted it from the angle of economics. Simulation results show that our system has better performance than the usually employed system, in which the Femtocells can only use the subchannels unoccupied by macrocell. Meanwhile, the utilization of spectrum can be improved significantly.

**Key words:** two-tier Femtocell networks; jointly optimization; Lagrangian dual method

收稿日期:2009-05-11;修回日期:2009-05-11

基金项目:国家重点基础研究发展(973)计划(2009CB320405)和中国高技术研究发展(863)计划(2007AA01Z257)资助.

作者简介:张建敏,男,1983年生,博士生.研究方向:认知无线电,无线资源分配等. E-mail: jammy@zju.edu.cn

通讯作者:张朝阳,教授. E-mail: ning\_ming@zju.edu.cn

## 0 引言

在传统的蜂窝网络中,为了解决由于穿墙损耗、室内反射等因素所带来的室内信号覆盖问题,如果一味采用增大发送功率的方式,将导致系统整体功率效率下降、小区间干扰增大,既不利于节能也不利于环保。然而,部署在家庭中甚至桌面上的 Femtocell(毫微微小区)基站通过 IP 宽带网接入核心网的模式为室内用户提供接入服务,在相同服务要求的情况下,可以以非常低的功率进行室内“点”覆盖,降低了宏小区基站的传输功率要求和业务负荷量,从而使整个系统的功率效率得以提高<sup>[1]</sup>。

与传统蜂窝网不同,在双层 Femtocell 网络中,宏小区(macrocell)用户的传输会受到毫微微小区(Femtocell)用户的干扰。然而考虑到宏小区用户传输的重要性,尤其是在它没有其他接入点可供选择的情况下,宏小区用户的传输性能不应该受到毫微微小区用户的干扰<sup>[2]</sup>,因此,在 Femtocell 网络中的关键问题是保证宏小区用户的传输性能不受影响。同时,对于特定的毫微微小区用户的干扰也必须考虑来自其他毫微微小区用户的同频干扰。

早期的关于双层 Femtocell 网络的文章主要包括文献[2,3]。作者在文献[2]中讨论了在给定毫微微小区用户 SINR 的情况下,宏小区用户最大可获得的前提下,毫微微小区用户的分布式功率控制策略。在文献[3]中,作者提出了一种分布式的频谱接入策略(F-ALOHA),用于减少宏小区与毫微微小区之间,以及毫微微小区之间的干扰。然而作者仅考虑了宏小区和毫微微小区使用不同的频率集的情况。

鉴于以上考虑,本文讨论了基于 OFDM 的双层 Femtocell 网络中的资源分配问题。在满足宏小区用户传输性能不受影响的前提下,最大化所有毫微微小区用户的加权速率和。对于此优化问题,我们提出了基于拉格朗日对偶方法的最优子信道、速率和功率联合分配算法。

## 1 系统模型

### 1.1 系统模型

如图 1 所示,考虑由一个宏小区和  $K$  个毫微微小区组成的双层 Femtocell 网络,假设每个小区内采用 TDD-OFDM 的方式进行传输,也就是说在一个小区内每次最多有一个用户处于工作状态。本文

中,我们考虑宏小区和毫微微小区都处于下行传输阶段,如图 1 所示,每次最多有一个宏小区用户和  $K=3$  个毫微微小区用户接收来自相应基站的数据。

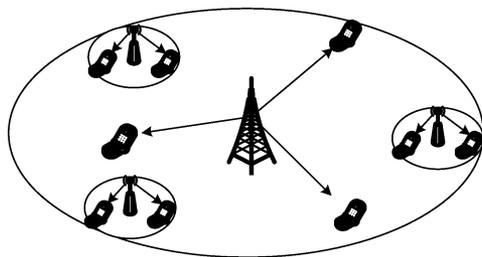


图 1 系统模型

Fig. 1 System model

假设系统中共有  $M$  个子信道,每个子信道具有相等的带宽,并且远小于无线信道的相干带宽,因此可以假设每个子信道的增益是平坦的。同时假设 OFDM 系统中,各个子信道之间完全正交,因此不同的子信道之间不会互相干扰。如果子信道  $m$  被宏小区用户占用,则标识变量  $b_m=1$ ,否则  $b_m=0$ 。如图 2 所示,信道 2,4, $M-2$ , $M-1$  被宏小区用户占用,因此  $b_2=b_4=b_{M-2}=b_{M-1}=1$ 。令  $I_m$  表示宏小区用户在信道  $m$  上的干扰容限,当宏小区用户占用信道  $m$  时,为了保护宏小区用户的传输性能不受影响,毫微微小区用户对宏小区用户的干扰不能超过其干扰容限  $I_m$ 。也就是说,为了保护宏小区用户的传输性能不受毫微微小区用户的影响,必须满足下面约束:

$$b_m \sum_{k=1}^K P_{km} h_{km} \leq b_m I_m \quad (1)$$



灰色:占用;白色:未占用

图 2 信道

Fig. 2 Channel occupied (grey) and unoccupied (white)

式中,  $P_{km}$  表示毫微微小区用户  $k$  在子信道  $m$  上的传输功率;  $h_{km}$  表示毫微微小区用户  $k$  的发送端到宏小区用户接收端在子信道  $m$  上的路径增益。可以看出,当  $b_m=0$  时,约束(1)始终满足,也就是说当宏小区用户不使用信道  $m$ ,毫微微小区用户可以不用考虑对宏小区用户带来的干扰。

令  $Q_{km}$  表示宏小区用户对毫微微小区用户  $k$  在子信道  $m$  上带来的干扰( $Q_{km}=h'_{km}P_m$ ),其中  $h'_{km}$  表

宏小区用户发送端到毫微微小区用户  $k$  接收端的信道增益,  $P_m$  表示宏小区用户在信道  $m$  上的发送功率. 因此毫微微小区用户  $k$  的传输速率可以表达为:

$$R_k = \sum_{m=1}^M \log_2 \left[ 1 + \frac{G_{kk}^m P_{km}}{\Gamma(N_{km} + Q_{km} + \sum_{i \neq k}^K G_{ki}^m P_{im})} \right] \quad (2)$$

式中,  $N_{km}$  表示背景噪声;  $G_{ij}^m$  表示用户  $j$  的发送端到  $i$  的接收端在子信道  $m$  上的信道增益;  $\Gamma$  表示固定信干噪比间距;  $\sum_{i \neq k}^K G_{ki}^m P_{im}$  表示其他毫微微小区用户对用户  $k$  的干扰.

## 1.2 问题建立

在保证宏小区用户传输性能不受影响的前提下, 为了使所有毫微微小区用户的加权速率和最大, 必须将子信道、速率和功率分配联合考虑, 进行优化. 经过上面的讨论, 此优化问题可以表示为:

$$\max \sum_{k=1}^K \tau_k R_k \quad (3)$$

s. t. (1), (2)

$$\sum_{m=1}^M P_{km} \leq P_k^M \quad (4)$$

式中,  $\tau_k$  表示毫微微小区用户  $k$  的权重系数;  $P_k^M$  表示用户  $k$  的最大发送功率.

可以看出, 由于目标函数对于优化变量  $P_{km}$  不是凹的, 所以上述问题是个非凸的优化问题, 此问题通常是 NP 难问题<sup>[4]</sup>. 然而, 根据拉格朗日对偶方法和频率共享特性<sup>[5,6]</sup>, 我们提出了一种最优的资源分配算法.

## 2 最优子信道、速率和功率分配算法

基于拉格朗日对偶方法<sup>[4]</sup>, 针对约束(1)和(4)引入拉格朗日乘子向量  $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \dots, \mu_M]$  和  $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \dots, \lambda_K]$ , 同时令向量  $\mathbf{P} = [P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1M}, P_{21}, \dots, P_{KM}]$  表示功率分配向量, 因此上述优化问题的拉格朗日对偶函数可以写为:

$$L(\mathbf{P}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \sum_{k=1}^K \tau_k \sum_{m=1}^M \log_2 \left[ 1 + \frac{G_{kk}^m P_{km}}{\Gamma(N_{km} + Q_{km} + \sum_{i \neq k}^K G_{ki}^m P_{im})} \right] + \sum_{k=1}^K \lambda_k (P_k^M - \sum_{m=1}^M P_{km}) +$$

$$\sum_{m=1}^M \mu_m b_m (I_m - \sum_{k=1}^K P_{km} h_{km}) = \sum_{m=1}^M L_m(\mathbf{P}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) + \sum_{k=1}^K \lambda_k P_k^M \quad (5)$$

其中,

$$L_m(\mathbf{P}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \sum_{k=1}^K \tau_k \log_2 \left[ 1 + \frac{G_{kk}^m P_{km}}{\Gamma(N_{km} + Q_{km} + \sum_{i \neq k}^K G_{ki}^m P_{im})} \right] - \sum_{k=1}^K \lambda_k P_{km} + \mu_m b_m (I_m - \sum_{k=1}^K P_{km} h_{km}) \quad (6)$$

所以拉格朗日对偶方程为:

$$D(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \sup_{\mathbf{P} \geq 0} L(\mathbf{P}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) \quad (7)$$

从式(5)和式(6)可以看出, 对于子信道  $m$ , 它的拉格朗日对偶函数  $L_m(\mathbf{P}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$  与其他子信道互相独立, 也就是说对偶方程(7)可以分解为独立的  $M$  个子问题进行求解, 如下所示:

$$\max_{\mathbf{P} \geq 0} L_m(\mathbf{P}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) \quad (8)$$

根据文献[5], 当子信道数目  $M$  趋近于无穷大时, 上述问题满足频率共享条件, 即使原问题不是凸问题, 它的最优解和对偶问题的最优解之间的差异为 0. 作者进一步证明了即使信道数目不是特别多, 例如  $M=16$ , 上述结论依然成立. 在实际 OFDM 系统中, 子信道数目远远多于 16 个, 因此可以说优化问题(3)满足频率共享条件, 其最优解可以通过下面的对偶问题求解:

$$\min_{\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu} \geq 0} D(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) \quad (9)$$

对于给定功率  $\mathbf{P}$ ,  $L_m(\mathbf{P}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$  是关于  $\boldsymbol{\lambda}$  和  $\boldsymbol{\mu}$  的线性函数, 所以  $D(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$  是凸函数. 考虑到  $D(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$  不一定可微, 所以采用子梯度法进行求解<sup>[4]</sup>.

根据子梯度法的定义<sup>[4]</sup>, 对偶方程  $D(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$  在  $\lambda_k$  和  $\mu_k$  的子梯度可以分别表示为:

$$\Psi_k(\lambda_k) = P_k^M - \sum_{m=1}^M P_{km} \quad (10)$$

$$\Phi_m(\mu_m) = b_m (I_m - \sum_{k=1}^K P_{km} h_{km}) \quad (11)$$

因此对偶变量  $\lambda_k$  和  $\mu_m$  可以通过一下公式进行更新:

$$\lambda_k(t+1) = [\lambda_k(t) - \beta(t) \Psi_k(\lambda_k)]^+ \quad (12)$$

$$\mu_m(t+1) = [\mu_m(t) - \beta(t) \Phi_m(\mu_m)]^+ \quad (13)$$

其中,  $[x]^+ = \max(0, x)$ . 根据文献[4]的结论可以知道, 当  $\beta(t)$  满足条件:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta(t) = 0, \sum_{t=1}^{\infty} \beta(t) = \infty \quad (14)$$

则上述算法一定可以收敛到最优结果。

由于上述算法是基于拉格朗日对偶分解技术,所以它可以从经济学的角度进行解释.其中  $\lambda_k$  和  $\mu_m$  可以分别被认为是用户  $k$  的功率价格和子信道  $m$  的价格.式(12)和式(13)可以理解为价格的调整规则,当用户  $k$  的功率需求 ( $\sum_{m=1}^M P_{km}$ ) 超过其供给 ( $P_k^M$ ) 时,其价格  $\lambda_k$  则会上升,反之,则价格会下降.同理,当对子信道  $m$  的需求 ( $\sum_{k=1}^K P_{km} h_{km}$ ) 超过其供给 ( $I_m$ ),其价格  $\mu_m$  也会变高,反之则价格会下降.值得注意的是当  $b_m$  为 0 时,也就是宏小区用户不使用子信道  $m$  时,无论需求和供给如何变化,价格都是不变的,也就是说对于宏小区用户不占用的子信道,毫微微小区用户不用考虑对宏小区用户带来的干扰。

### 3 仿真试验

考虑由一个宏小区和  $K=4$  个毫微微小区组成的双层 Femtocell 网络,其拓扑结果随机生成.假设有  $M=16$  个子信道可用,其中信道占用标识变量  $b_m$  采用随机生成的方式获得.为了便于讨论,假定宏小区用户在各个子信道上的发送功率相等且为  $P_m=10$  W,且被占用信道的干扰容限为  $I_m=6 \times 10^{-14}$  W,每个毫微微小区用户的最大发送功率  $P_k^M$  也相等.同时不失一般性,令  $\Gamma$  为 1,高斯背景噪声  $N_{km}=3 \times 10^{-15}$  W,权重系数  $\omega_k$  在  $(0,1)$  之间随机生成.此外文中讨论的信道增益只考虑路径衰落,即  $G_{ij}^m = \gamma d_{ij}^{-\alpha}$ ,其中  $\gamma=2 \times 10^{-4}$  由天线增益、阴影衰落等系统参数决定.考虑到宏小区与毫微微小区之间,以及毫微微小区之间存在一定的穿墙损耗,所以它们之间的路径衰落指数  $\alpha$  要大于毫微微小区内收发两端之间的路径衰落指数  $\alpha_1$ ,为了简单起见,令  $\alpha=4, \alpha_1=3$ .

图 3 给出了系统性能与用户最大传输功率之间的关系,可以看出系统性能随着用户最大传输功率的增大而增大,同时考虑不同毫微微小区之间的同频干扰(CCI)和不考虑它们之间的干扰(NonCCI)性能是没有区别的.也就是说对于此给定的拓扑,来自其他毫微微小区的干扰很小,基本可以忽略.另外,相比于宏小区和毫微微小区使用不同频率集的系统(毫微微小区只使用宏小区没有占用的信道),

由于毫微微小区用户有更多的子信道可供使用,所以其性能有很大的提高,也就是说频谱信道的利用率得以很大地提高。

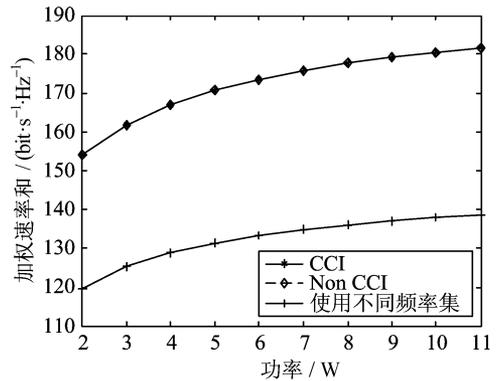


图 3 不同系统的性能对比

Fig. 3 Performance comparison between different systems

图 4 给出了信道干扰容限对系统性能的影响,可以看出在  $I_m < 1.4 \times 10^{-14}$  W 时,系统性能随着干扰容限的增加而增加,然而当  $I_m \geq 1.4 \times 10^{-14}$  W 时,系统性能已经不再提高.原因在于此时系统性能主要受毫微微小区用户自身最大发送功率的限制。

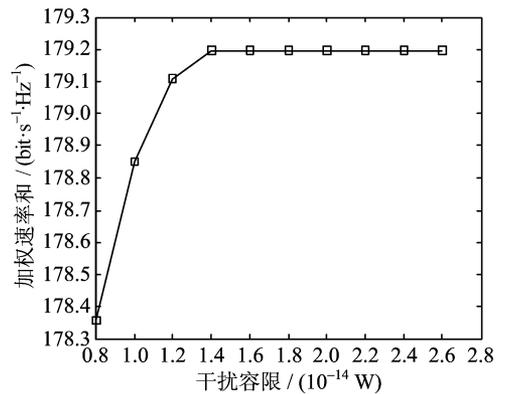


图 4 干扰容限对系统性能的影响

Fig. 4 Influence of the interference temperature on system performance

图 5 给出了子信道被宏小区用户占用的数目对系统性能的影响,可以看出系统的性能随着宏小区占用信道数目的增多而线性降低.原因在于宏小区用户占用的子信道数目越多,毫微微小区使用的子信道中受干扰容限约束的信道就越多,因此导致系统性能降低。

图 6 给出了宏小区与毫微微小区之间,以及不同毫微微小区之间路径衰落指数  $\alpha$  对系统性能的影响;同时在给定  $\alpha$  的情况下,对考虑毫微微小区间同

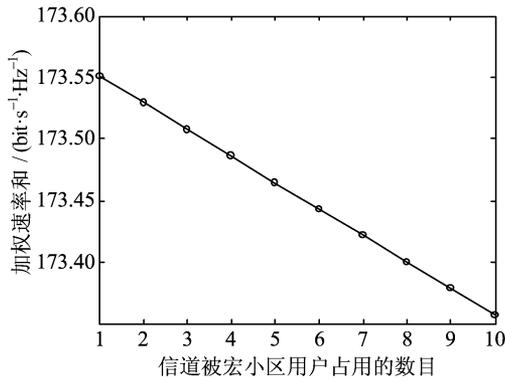


图 5 宏小区占用信道数目对系统性能的影响

Fig. 5 Influence of the number of subchannel occupied on system performance

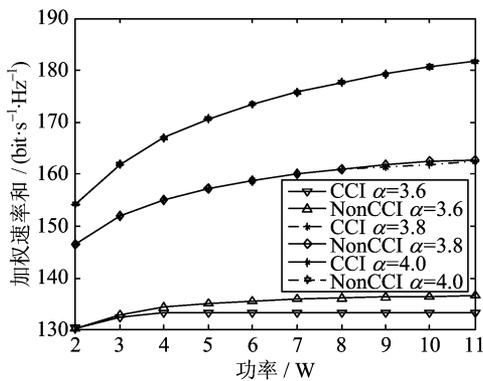


图 6 路径衰落指数对系统性能的影响

Fig. 6 Influence of the path loss exponent ( $\alpha$ ) on system performance

频干扰(CCI)和不考虑同频干扰(NonCCI)的两种系统进行了性能对比.可以看出系统性能会随着 $\alpha$ 的增大而增大,原因在于 $\alpha$ 值越大意味着对某个毫微微小区用户,来自宏小区用户和其他毫微微小区用户带来的干扰会变低.另外可以看出当 $\alpha$ 等于4.0和3.8的时候,考虑不同毫微微小区之间的同频干扰和不考虑同频干扰之间的性能基本上没有什

么差异.性能最大差异3%出现在 $\alpha$ 等于3.6,并且发送功率为11W的时候.然而在实际系统中,由于毫微微小区用户的发送功率通常很小,所以当 $\alpha$ 足够大时,不同毫微微小区用户之间的同频干扰可以忽略.

## 4 结论

在本文中,我们将子信道、速率和功率分配进行联合考虑,在保护宏小区用户传输性能不受影响的前提下,给出了双层 Femtocell 网络所有毫微微小区用户加权速率和的最大值.根据得到的结果,每个毫微微小区用户可以获得自己的子信道使用情况,以及分配的功率值.毫微微小区用户通过控制功率利用那些已经被宏小区用户占用的子信道,不仅提高了系统性能,同时也提高了频谱利用率.

上述最优化算法是一个集中控制算法,如何设计出分布式的算法逼近系统最优性能是我们下一步要考虑的问题.

## 参考文献(References)

- [1] Chandrasekhar V, Andrews J G, Gatherer A. Femtocell networks: a survey [J]. IEEE Communications Magazine, 2008, 46(9): 59-67.
- [2] Chandrasekhar V, Andrews J G, Muharemovic T, et al. Power control in two-tier femtocell networks[EB/OL]. 2008. <http://arxiv.org/abs/0810.3869>.
- [3] Chandrasekhar V, Andrews J G. Spectrum allocation in two-tier networks[EB/OL]. 2008. <http://arxiv.org/abs/0805.1226>.
- [4] Boyd S, Vandenberghe L. Convex Optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [5] Yu W, Liu R. Dual methods for nonconvex spectrum optimization of multicarrier system [J]. IEEE Transactions. on Communications, 2006, 54(7): 1310-1322.