

磁层顶电子剪切流 K-H 不稳定性

谢涛^{1,2}, 陶鑫¹

(1. 中国科学技术大学地球与空间科学学院, 安徽合肥 230026; 2. 成都理工大学工程技术学院核工系, 四川乐山 614007)

摘要:磁层顶是由经过舷激波的阳光风和地磁层相互作用而形成的边界层, 其上有电流流动. 本文将这种电流看成电子剪切流, 来讨论夜侧磁层顶的电子剪切流所引起的 Kelvin-Helmholtz(K-H) 不稳定性问题. 电子剪切流受到的洛仑兹力中包括了电场的作用, 正是这种作用使得剪切不稳定性要复杂一些. 本文对电子剪切流激发的 K-H 不稳定性进行了细致的分析, 从而得知, 电子流剪切引起的 K-H 不稳定性倾向于在磁层顶内侧激发, 并且只有当剪切速率在上下两阈值之间时, 才可能激发 K-H 不稳定性. 本文对比了夜侧近地磁层顶和磁尾磁层顶, 发现当磁层顶两侧电子数密度之比恒定时, 高电子数密度的磁层顶侧易产生 K-H 不稳定性. 而磁鞘侧电子数密度 n_2 与磁层侧电子数密度 n_1 之比 n_2/n_1 的改变对不稳定性的影响也很显著: 较大的 n_2/n_1 产生的 K-H 波主要是在低速区域, 其有效增长率较小.

关键词:等离子体; 磁层顶; 电子剪切流; K-H(Kelvin-Helmholtz) 不稳定性

中图分类号: P353.2 **文献标识码:** A

Kelvin-Helmholtz instability of sheared electron flow at the magnetopause

XIE Tao^{1,2}, TAO Xin¹

(1. School of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;

2. Department of Nuclear Engineering and Nuclear Technology, The Engineering & Technical College of Chengdu University of Technology, Leshan 614007, China)

Abstract: Magnetopause is the boundary layer formed by the interaction of solar wind with magnetosphere, and current flows upon it. The current was considered as the sheared electron flow, and the Kelvin-Helmholtz (K-H) instability induced by the sheared electron flow of nightside magnetopause was discussed. Because of the effect of the electric field, instabilities of the shear electron flow are a little more complicated than those of the shear plasma flow. From the results obtained from the paper, K-H instability rising from sheared electron flow is easy to occur at the inner boundary of the magnetopause, and, it is likely that K-H instability happens when the velocity of sheared electron flow is between two thresholds. And, comparing the nightside near earth magnetopause with the magnetotail, we found that when the ratio of electron number densities of magnetopause is constant, and high electron number density can raise K-H instability. It is obvious that the variations of n_2/n_1 influenced the effective growth rates: K-H wave centralizes the lower velocity region with bigger n_2/n_1 , and its effective growth rate is smaller.

Key words: plasma; magnetopause; sheared electron flow; K-H (Kelvin-Helmholtz) instability

收稿日期: 2007-07-31; 修回日期: 2008-01-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(40390153)资助.

作者简介: 谢涛(通讯作者), 男, 1976年生, 硕士研究生. 研究方向: 地球磁层顶的 K-H 不稳定性. E-mail: xietao@mail.ustc.edu.cn

0 引言

如果两层等离子体间的相对运动足够强, 界面就会产生 Kelvin-Helmholtz (K-H) 不稳定性. K-H 不稳定性经常发生在地球磁层顶, 产生磁流体表面波, 引起动量和能量的输运, 成为激发地磁脉动的重要机制^[1,2]. 在空间物理环境中存在着许多与等离子体剪切流相关的物理现象, 故 K-H 不稳定性分析对于理解这类现象及其演化过程有着十分重要的指导意义. 通过 K-H 不稳定性可以将等离子体流动能量转化成诸如波动能量、磁场能量等其他形式的能量. 而由 K-H 不稳定性引起的湍动也是造成等离子体系统反常输运的重要机制^[3].

早期的 K-H 不稳定性研究主要集中在不可压缩磁流体速度场的切向间断面上, 随着研究的深入, 濮祖荫与 Kivelson M G 对可压缩磁流体速度场的切向间断面问题进行了细致研究^[4~6]. 他们认为在可压缩等离子体剪切流中, 仅当剪切流速率处于上阈值和下阈值之间时, 才会发生 K-H 不稳定性, 且可以产生不稳定性的速率范围跟波矢与磁场的夹角以及其他一些等离子体量有关.

路立^[7]曾经对高纬磁层顶边界层的离子剪切流不稳定性问题做过深入的研究. 他认为只有当波数大于临界波数 k_c 时, 才可能激发不稳定性, 而磁层顶内边界的临界波数要小于外边界的临界波数, 从而得出离子剪切流不稳定性倾向于在磁层顶的内边界激发的结论.

在路立的研究中, 认为太阳风中离子的回旋半径较电子的回旋半径大得多, 故离子比电子能更深地进入磁层, 进而研究离子剪切流产生的 K-H 不稳定性. 但是由于离子的惯性长度要远大于电子的, 从而电子能更快对等离子体的扰动做出响应, 故电子剪切引起的 K-H 不稳定性也应成为我们研究的重要方面^[8]. 本文从电子剪切流的角度出发, 考察其在磁层顶产生的 K-H 不稳定性的情况, 并分析影响这种不稳定性的因素.

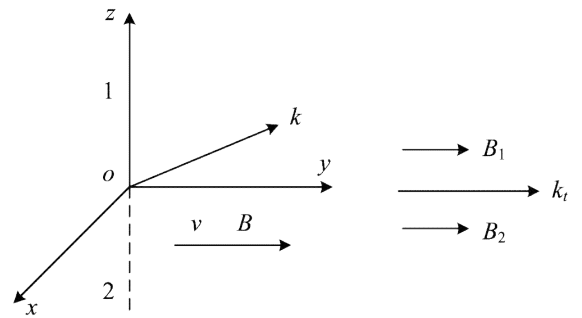
1 基本假设和基本方程

我们将磁层顶视为在地磁层等离子体背景上的太阳风电子剪切流的切向间断面, 假设电子流与等离子体都是冷的, 忽略热效应的影响, 考虑 Chapman-Ferraro 电流在夜侧磁层顶的剪切运动, 此时, 电子流剪切速度 \mathbf{v} 与背景磁场 \mathbf{B} 平行; 我们定

义磁层顶磁层侧为 1 侧, 磁鞘侧为 2 侧, 为简化计算, 我们认为磁层侧和磁鞘侧的磁场 \mathbf{B} 是平行的, 波矢 \mathbf{k} 与 \mathbf{B} 同在垂直间断面上 (图 1). 根据以上假设, 得到如下方程组:

$$\left. \begin{aligned} m \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] &= -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \\ \nabla \cdot \mathbf{j} + e \frac{\partial (n_i - n_e)}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{e(n_i - n_e)}{\epsilon_0} \\ \mathbf{j} &= e(n_i \mathbf{u} - n_e \mathbf{v}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, m , n_e , \mathbf{v} 分别为电子的质量、数密度和速度; n_i , \mathbf{u} 为离子数密度和速度; \mathbf{E} 为电场强度; \mathbf{j} 为电流密度; \mathbf{B} 为磁感强度; e 为单位电荷量; ϵ_0 , μ_0 分别为真空中的介电常数与磁导率.



1 侧和 2 侧分别是磁层侧和磁鞘侧, y 轴指向磁尾方向, z 轴指向内磁层

图 1 夜侧磁层顶坐标位形图

Fig. 1 The schematic sketch on the nightside magnetopause

2 色散关系

方程组(1)中物理量 \mathbf{v} , \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{j} , n_e , n_i , \mathbf{u} 均可以分解成 $f = f_0 + f'$ 的形式, 其中 f_0 表示平衡量, f' 表示扰动量. 将以上各物理量的分解式代入方程组(1)并做线性化近似, 考虑到电中性条件: $n_{i0} = n_{e0} = n_0$, 再对扰动量作形式为 $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$ 的傅立叶变换后整理得:

$$\begin{vmatrix} 1 - \frac{k_i^2 c_A^2}{\omega^2} + \frac{c_A^2}{c^2} & 0 & \frac{ik^2 c_A^2}{\omega_c \omega} + \frac{i\omega_c \omega}{\omega_{pe}^2} - \frac{i\omega_c}{\omega} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{ik^2 c_A^2}{\omega_c \omega} + \frac{i\omega_c \omega}{\omega_{pe}^2} - \frac{i\omega_c}{\omega} & 0 & 1 - \frac{k_i^2 c_A^2}{\omega^2} + \frac{c_A^2}{c^2} - \frac{k_n^2 c_A^2}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

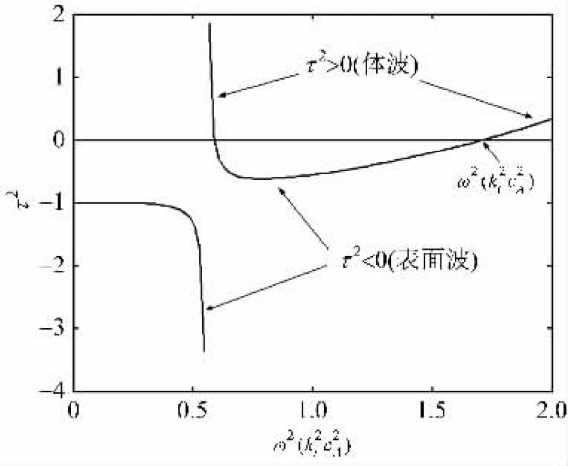
式中, $k^2 = k_n^2 + k_t^2$, k_n, k_t 分别为 \mathbf{k} 的法向和切向分量; $c_A = \sqrt{\frac{B_0^2}{\mu_0 m n_0}}$, 为阿尔文速度, c 为真空中的光速; $\omega_c = \frac{eB_0}{m}$, 是电子回旋频率, $\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m}}$, 是等离子体频率. 从而由行列式(2)得出

$$\left(1 - \frac{k_t^2 c_A^2}{\omega^2} + \frac{c_A^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{k_t^2 c_A^2}{\omega^2} + \frac{c_A^2}{c^2} - \frac{k_n^2 c_A^2}{\omega^2}\right) - \left(\frac{k^2 c_A^2}{\omega \omega} + \frac{\omega_c \omega}{\omega_{pe}^2} - \frac{\omega_c}{\omega}\right) \left(\frac{k_n^2 c_A^2}{\omega_c \omega} - \frac{\omega_c \omega}{\omega_{pe}^2} + \frac{\omega_c}{\omega}\right) = 0 \quad (3)$$

假设 c_A 远小于 c , ω_c 远小于 ω_{pe} , 则由式(3)可得

$$\tau^2 = \frac{k_n^2}{k_t^2} = \frac{(\omega^2 - k_t^2 c_A^2)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_c} k_t^2 c_A^2\right)^2}{k_t^2 c_A^2 \left(2\omega^2 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2} k_t^2 c_A^2 - \frac{\omega^4}{\omega_{pe}^2} - k_t^2 c_A^2\right)} \quad (4)$$

当 τ^2 是一个正实数时, k_n 同样是正实数, 此时的波沿各个方向都有传播, 称为体波. 而当 τ^2 是一个负实数时, k_n 是一个纯虚数, 则传播的波是表面波, 表面波在垂直断面上快速衰减, 而只在切向断面上有能量和动量的输运, 此时表面波是稳定的(图 2). 而当 τ^2 为一复数时, k_n 的虚部与流体的参数和速度有关, 当满足一定条件时, 表面波产生不稳定性. 下面我们定量地分析这种不稳定性.



($\tau^2 > 0$ 部分表示体波, $\tau^2 < 0$ 部分表示表面波)

图 2 τ^2 随 $\omega^2 / (k_t^2 c_A^2)$ 的变化曲线

Fig. 2 The relation between τ^2 and $\omega^2 / (k_t^2 c_A^2)$

3 K-H 不稳定性

表面波在磁层顶的边界条件为: ①当 z 趋于无穷时, 表面波波幅趋于 0; ②在 1、2 侧, 表面波的法向总压连续.

由式(3)出发, 根据表面波边界条件, 我们得到 K-H 波的色散关系为

$$\frac{n_1 \left[(\omega_1^2 - 1)^2 + i \frac{\omega_1^2}{\omega_{c1}^2} (1 + \tau_1^2) \right]}{\tau_1 \left[(\omega_1^2 - 1) + i \frac{1}{\omega_{c1}^2} (1 + \tau_1^2) \right]} = \frac{n_2 \left[(\omega_2^2 - a_2^2)^2 + i a_2^4 \frac{\omega_2^2}{\omega_{c2}^2} (1 + \tau_2^2) \right]}{\tau_2 \left[(\omega_2^2 - a_2^2) + i \frac{a_2^4}{\omega_{c2}^2} (1 + \tau_2^2) \right]} \quad (5)$$

式中, n_1, n_2 分别为 1、2 侧的电子数密度; ω_1, ω_2 为 1、2 侧表面波角频率, 由于多普勒位移, $\omega_2 = \omega_1 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$; $\omega_{1,2} = \frac{\omega_{1,2}}{k_t c_{A1}}, \omega_{c1,2} = \frac{\omega_{c1,2}}{k_t c_{A1}}, a_2 = \frac{c_{A2}}{c_{A1}}, c_{A1,2}$ 分别为 1 侧、2 侧的阿尔文速度, $\omega_{c1,2}$ 分别为 1 侧、2 侧的电子回旋频率; $\tau_{1,2} = \frac{k_{n1,2}}{k_t}, k_{n1,2}$ 分别为 1 侧、2 侧波矢的法向分量.

对式(5)进行整理后, 我们得到一个 36 次的方程:

$$\sum_{i=1}^{37} A_i \omega_1^{37-i} = 0 \quad (6)$$

对式(6)进行求解, 取其带有正虚部的复数根作为 K-H 波的不稳定解.

4 结果讨论

我们取磁尾磁层顶两侧的电子数密度分别为 $n_1 = 0.1 \text{ cm}^{-3}, n_2 = 1 \text{ cm}^{-3}$, 磁感强度分别为 $B_1 = 30\gamma, B_2 = 15\gamma^{[9]}$, 对式(6)进行数值计算后得到无量纲电子流剪切速率 $U = v/c_{A1}$ 与不稳定性增长率 ϵ 之间的关系(如图 3). 由图 3 可以看出:

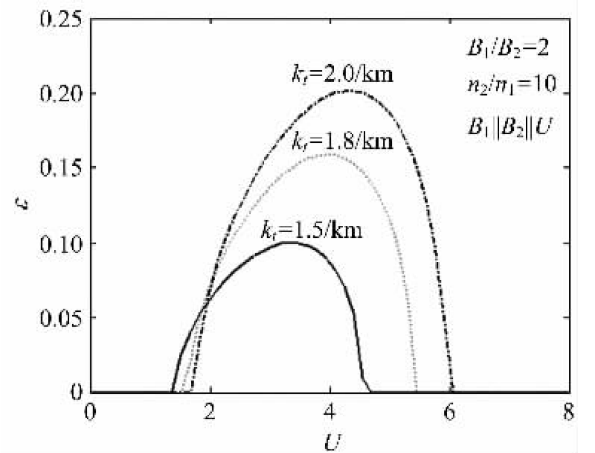


图 3 磁尾磁层顶处不同 k_t 时的 K-H 不稳定性的有效增长率 $\epsilon = \omega_i / (k_t c_{A1})$ 与无量纲剪切速率 $U = v / c_{A1}$ 之间的关系图

Fig. 3 The effective growth rates $\epsilon = \omega_i / (k_t c_{A1})$ shown as functions of normalized velocities $U = v / c_{A1}$ for several k_t values in the case of magnetotail region

(I) 切向间断面上的表面波波长在 km 量级时, K-H 不稳定性较易发生. k_t 越大, 不稳定最大增长率越大, 不稳定剪切速率范围也越大. 当 k_t 减小到某一个阈值以下时, 表面波趋于稳定, 只有当 k_t 大于该阈值时, 不稳定性才可能发生, 所以电子剪切流的 K-H 不稳定性倾向于在磁层顶内侧激发. 这个结论也可以从式(4)得到: 由图 2 可知, 只有当 $\omega < \omega_0$, 也即 $k_t > k_c = \omega_c \omega_0^2 / [c_A^2 (\omega_0 + \omega_c)]$ 时, 才有可能产生不稳定性, 由于磁层顶内侧的波数阈值 k_c 要远小于外侧的, 故 K-H 不稳定性易于在磁层顶内侧激发^[10]. 而在磁层顶外侧, 在扰动波长较大、 k_t 较小时, 切向间断面上的磁场扰动和电子剪切流作用的洛仑兹力阻止不稳定性的增长, 故表面波趋于稳定.

(II) 只有当无量纲电子流剪切速率 U 在两个阈值 U_l, U_u 之间时, 即 $U_l < U < U_u$, 才可能发生 K-H 不稳定性. 而随着剪切速率的增大, 磁场在 x 方向的扰动减小, 则作用在电子剪切流上的洛仑兹力对不稳定性起致稳作用.

对于夜侧近地磁层顶侧的电子剪切流产生的 K-H 不稳定性, 我们假设磁层顶两侧的电子数密度分别为 $n_1 = 1.5 \text{ cm}^{-3}$, $n_2 = 15 \text{ cm}^{-3}$, 磁感强度分别为 $B_1 = 30\gamma$, $B_2 = 20\gamma$, 则由图 4 可以看出: 相对于磁尾磁层顶处, 夜侧近地磁层顶侧的无量纲电子流剪切速率的阈值 U_l, U_u 较小. 所以, 在磁层顶两侧磁感强度之比变化不大的情况下, 如果磁层顶两侧电子数密度的比值恒定, 则高的电子数密度可能引起 K-H 不稳定性在电子流低速区域的激发. 而且, 明

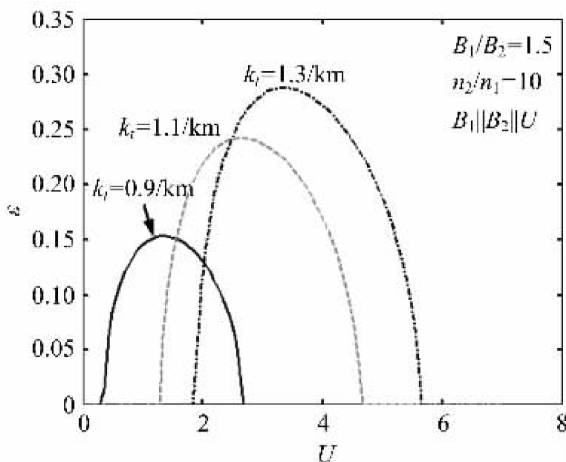


图 4 夜侧近地磁层顶处不同 k_t 时的 K-H 不稳定性的有效增长率 $\varepsilon = \omega_i / (k_t c_{A1})$ 与无量纲剪切速率 $U = v / c_{A1}$ 之间的关系图

Fig. 4 The effective growth rates $\varepsilon = \omega_i / (k_t c_{A1})$ shown as functions of normalized velocities $U = v / c_{A1}$ for several k_t values in the case of nightside magnetopause

显夜侧近地磁层顶的有效增长率及 K-H 波的波长较大. 所以, 在有较高电子数密度的夜侧近地磁层顶比磁尾磁层顶较易产生 K-H 不稳定性.

下面我们讨论磁层顶两侧电子数密度之比 n_2/n_1 对 K-H 波不稳定性的影响. 通过前面的分析我们知道: 当 n_2/n_1 只有满足式(4)以及 $\tau^2 = k_n^2/k_t^2$ 是一个复数这两个条件, 才能激发 K-H 不稳定性, 故 n_2/n_1 也有一个范围. 在此范围内, 我们取几个 n_2/n_1 值, 描绘了 K-H 波的有效增长率与无量纲剪切速率 U 之间的关系(图 5). 由图 5 我们可以看到, 取 $k_t = 1/\text{km}$ 时, n_2/n_1 不同, 则有效增长率也不同. n_2/n_1 越大, ε 越小, 越有利于低速区域 K-H 不稳定性的激发; n_2/n_1 越小, ε 越大, 较高速区域 K-H 波的不稳定性越显著.

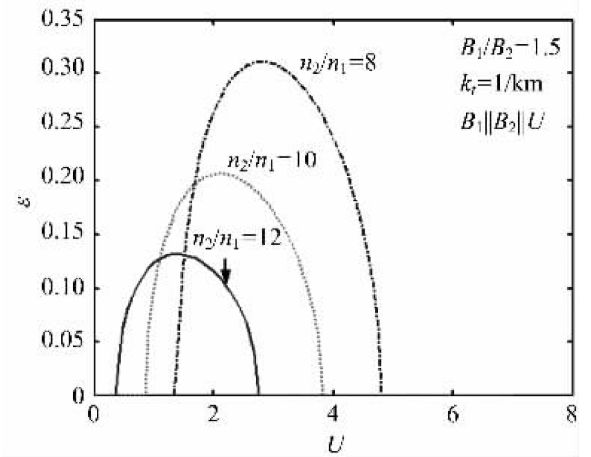


图 5 夜侧磁层顶处不同的 n_2/n_1 时, K-H 不稳定性的有效增长率 $\varepsilon = \omega_i / (k_t c_{A1})$ 与无量纲剪切速率 $U = v / c_{A1}$ 之间的关系图

Fig. 5 The effective growth rates $\varepsilon = \omega_i / (k_t c_{A1})$ shown as functions of normalized velocities $U = v / c_{A1}$ for several n_2/n_1 values in the case of nightside magnetopause

5 结论

我们分析了在夜侧磁层顶区域的电子剪切流激发 K-H 不稳定性的条件. 在本文模型中, 在磁层顶外侧, 由于切向间断面上的磁场扰动与电子剪切流之间的洛仑兹力阻止长波扰动的增长, 故 K-H 不稳定性更易在磁层顶内侧激发. 对应不稳定增长的剪切速率有上下两个阈值, 只有当剪切速率大于低阈值时, 才能激发不稳定性, 而当剪切速率继续增大到高阈值附近时, 由于洛仑兹力的致稳作用, 表面波趋于稳定. 在磁层顶两侧磁感强度之比变化不大的情况下, 在夜侧近地磁层顶比在磁尾磁层顶更易产生

(下转第 42 页)