

ISSN 0253-2778

CODEN CKHPD7

中国科学技术大学学报

第 23 卷 第 2 期

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol. 23 No. 2

2

1993

中国科学技术大学学报

第 23 卷 第 2 期 (总第 81 期)

目 录

C [∞] 中双全纯映照与 H ^m 的弱星序列生成子	刘太顺 (117)
Ln _{0.7} Sr _{0.3} M _n O ₃ 催化剂上氧的 TPD 谱特性	彭 坚 林培琰 伏羲路 (123)
拮抗肌对的 SEMG 频率参数再研究	周炳和 章劲松 刘年宝 刘 萍 卢 蓉 倪小敏 杨洪宁 (127)
基于 Hopfield 神经网络模型的通道布线算法	王东生 李 芳 庄镇泉 (136)
基于知识和模糊决策的连续语音的约束匹配	张劲松 戴蓓倩 (145)
10kA 半个衰减正弦波球隙放电成形过程研究	王相茶 裴元吉 (151)
加权熵公理构成证明的新方法	姜 丹 (159)
取代苯基重氮盐-冠醚络合物的成键作用	孙祥玉 赵瑶兴 (169)
论 Черанев 条件	强元荣 (175)

研究简报

单位球面低维子流形的 Pinching 定理	陈 卿 (183)
关于 Segal 的 Ingham 求和法的猜想	李云峰 (188)
固体粉末的分形几何体尖端烧结模型	赵 军 章 筠 范崇正 (192)
模态分析的应力方法	张成华 陈 鸫 (201)
宇宙 γ 射线大气簇射切仑科夫光波阵面的形状	程纯杰 (208)
中国东部温泉水和井水的氢氧同位素的初步研究	王兆荣 (213)
粤东大北山火山岩和花岗岩的特征及其成因	倪守斌 满发胜 黎 彤 (218)
b 值变化的研究	陈金波 黄培华 (223)
稀土元素钇对发育过程中大白鼠视网膜电图和视皮层诱发电位的影响	阮迪云 胡艳芳 汤立新 李凡庆 (229)
仪器法测定 Si-全甲基环硅氮烷的研究	杜定准 柯玉萍 (234)

教学改革

天体物理研究生教学改革	天体物理中心 (241)
-------------------	--------------

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol. 23 No. 2 Sum (No. 81)

CONTENTS

- Biholomorphic Mappings in C^n and Weak-Star Sequence Generators of H^∞ *Liu Taishun*(117)
Characteristics of TPD Spectra of $Ln_{0.7}Sr_{0.3}MnO_3$ Catalysts
..... *Peng Jian, Lin Peiyan, Fu Yilu*(123)
Further Study on SEMG Frequency Parameters of Antagonist Pair
..... *Zhou Binghe, Zhang Jinsong, Liu Nianbao,*
Liu Ping, Lu Rong, Ni Xiaomin, Yang Hongning(127)
A New Algorithm for Channel Routing Based on Hopfield Neural Model
..... *Wang Dongsheng, Li Fang, Zhuang Zhenquan*(136)
Constrained Matching for Continuous Speech Recognition Based on Knowledge and Fuzzy
Strategy *Zhang Jinsong, Dai Beiqian*(145)
Study on the Formation of 10kA Half Sinewave Current Pulse With Attenuation to Fire
Spark-Gap Switch *Wang Xianqi, Pei Yuanji*(151)
A New Method to prove Axiom Structure of Weighted Entropy *Jiang Dan*(159)
The Bonding Action in Complexes of Substituted Phenyl diazonium Salts With Crown Ether
..... *Sun Xiangyu, Zhao Yaozong*(169)
On Chetayev's Condition *Qiang Yuanqi*(175)

Research Notes

- A Pinching Theorem for Lower Dimensional Submanifolds of Unit Sphere *Chen Qing*(183)
On Segal's Conjecture on Ingham's Summability Method *Li Yunfeng*(188)
The Pointed End Sintering Model for a Fractal Geometry Model of Powder Compact
..... *Zhao Jun, Zhang Xuan, Fan Chongzheng*(192)
A Stress Approach for Vibration Mode Analysis *Zhang Chenghua, Chen Du*(201)
The Shape of Cerenkov Light Front Wave on the Ground About Cosmic Gamma Ray
Air Shower *Cheng Chunjie*(208)
Study on Isotope Hydrogen and Oxygen of Hot Spring Water and Well Water in the East

of China	<i>Wang Zhaorong</i> (213)
On the Origin of Volcanic Rocks and Granite in the Eastern Part of Guangdong Province	<i>Ni Shoubin, Man Fasheng, Li Tong</i> (218)
Study on the Variation of the <i>b</i> -Value	<i>Chen Jinbo, Huang Peikua</i> (223)
Effect of Rare Earth Element Yuruium on ERG and EVP in Developing Rats	<i>Ruan Diyun, Hu Yanfang, Tang Lixin, Li Fanqing</i> (229)
Study on Determining Si-Permethylcyclosilazane by Instrumental Methods	<i>Du Dingzhun, Ke Yuping</i> (234)
Teaching Reform	
Teaching Reform for Graduate on Astrophysis	<i>Center of Astrophysis</i> (241)

C^n 中双全纯映照与 H^∞ 的弱星序列生成子

刘太顺

(数学系)

摘 要

用泛函的方法给出了判别 C^n 中双全纯映照的一个充分条件. 特别地, 对多项式凸域间双全纯映照而言, 这个条件是充分必要的.

关键词: 弱星序列生成子, 多项式凸域, 双全纯映照

中图法分类号: O174.56

AMS Classification(1991): 32A07

1 引言

设

$$D = \{z \in C: |z| < 1\}$$

$$\partial D = \{z \in C: |z| = 1\}$$

熟知 $H^\infty(D)$ 等距于 $L^\infty(\partial D)$ 的一个子空间 $H^\infty(\partial D)$. 因为 $L^\infty(\partial D)$ 是 $L^1(\partial D)$ 的对偶空间, 所以 $L^\infty(\partial D)$ 有相应的弱星拓扑. 这个拓扑在 $H^\infty(\partial D)$, 从而在 $H^\infty(D)$ 上所诱导的拓扑便称为 $H^\infty(D)$ 的弱星拓扑. 在此拓扑下的极限便称为弱星极限. $\varphi \in H^\infty(D)$ 称为 $H^\infty(D)$ 的弱星序列生成子, 如果 $H^\infty(D)$ 中每个元素都是 φ 的多项式序列 $\{p_n(\varphi)\}_{n=1}^\infty$ 的弱星极限.

Sarason 在[1]和[2]中证明了

定理(Sarason)^[1,2] i) 如果 $\varphi \in H^\infty(D)$ 是 $H^\infty(D)$ 的弱星序列生成子, 那么 φ 在 D 上是一个单叶解析函数. ii) 如果 φ 把 D 单叶地映成一个 Carathéodory 域, 那么 φ 是 $H^\infty(D)$ 的一个弱星序列生成子.

所谓 Carathéodory 域, 乃是 C 中的一个有界单连通域, 其边界与它外部的无穷分支的边界

重合. 它的刻画性质是

定理 (Farrell^[3]) $G \subset \mathbb{C}$ 为 Carathéodory 域的充分条件是, $\forall f \in H^\infty(G)$, 存在一致有界的多项式序列 $\{p_k\}_{k=1}^\infty$ 在 G 上内闭一致收敛于 f .

本文将 Sarason 的结果推广到多复变数. 由于在多复变数时, 双全纯映照的判别法为数甚少, 本文的结果将是用泛函分析的方法来探讨双全纯映照的判别条件的新尝试.

下面引入一些常用记号. 设 $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ 是一个具有 C^1 边界的有界域, 其定义函数是 $\rho: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{R}$, 即 $\Omega = \{z \in \mathbb{C}^n: \rho(z) < 0\}$. 记

$$\Omega_r = \{z \in \mathbb{C}^n: \rho(z) < -r\}$$

$$H^\infty(\Omega) = \{f: f \text{ 为 } \Omega \text{ 上的有界全纯函数}\}$$

我们知道, $\forall f \in H^\infty(\Omega)$, 极限 $\lim_{r \rightarrow 0} f(\zeta - r\nu)$, $\zeta \in \partial\Omega$, 在 $\partial\Omega$ 上几乎处处存在, 并且属于 $L^\infty(\partial\Omega)$, 这里 ν 表示 $\partial\Omega$ 在 ζ 点的单位外法线向量. 下文, 我们直接用 $f(\zeta)$ 来表示 $\lim_{r \rightarrow 0} f(\zeta - r\nu)$.

用 $P(z, \zeta)$ 表示 Ω 的 Poisson 核, 这是相应于 $\partial\Omega$ 上并适合 $\sigma(\partial\Omega) = 1$ 的面积测度而言的, 于是

$$f(z) = \int_{\partial\Omega} P(z, \zeta) f(\zeta) d\sigma(\zeta) \quad \forall f \in H^\infty(\Omega)$$

同样, 用 $P_r(z, \zeta)$ 表示 Ω 的 Poisson 核.

2 双全纯映照的一个泛函判别法

$H^\infty(\Omega)$ 在通常的加、减、乘法运算下是一个代数, 而它的弱星拓扑按下面的方式赋予.

映照 $f \rightarrow \lim_{r \rightarrow 0} f(\zeta - r\nu)$ 使得 $H^\infty(\Omega)$ 同构并等距于 $L^\infty(\partial\Omega)$ 的一个子空间, 以 $H^\infty(\partial\Omega)$ 表示之. 因为 $L^\infty(\partial\Omega)$ 是 $L^1(\partial\Omega)$ 的对偶空间, 所以 $L^\infty(\partial\Omega)$ 有一个弱星拓扑, 这个拓扑在 $H^\infty(\partial\Omega)$ 上, 从而在 $H^\infty(\Omega)$ 上诱导的拓扑便称为 $H^\infty(\Omega)$ 的弱星拓扑.

于是, $H^\infty(\Omega)$ 中的序列 $\{\phi_k\}_{k=1}^\infty$ 弱星收敛于 $\psi \in H^\infty(\Omega)$ 当且仅当 $\forall h \in L^1(\partial\Omega)$, 成立

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_{\partial\Omega} h(\zeta) \phi_k(\zeta) d\sigma(\zeta) = \int_{\partial\Omega} h(\zeta) \psi(\zeta) d\sigma(\zeta)$$

这样, $H^\infty(\Omega)$ 便成为一个弱星拓扑代数.

定义 1 设 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n \in H^\infty(\Omega)$, 称 $\varphi(z) = (\varphi_1(z), \varphi_2(z), \dots, \varphi_n(z))$ 是 $H^\infty(\Omega)$ 的弱星序列生成子, 如果 $H^\infty(\Omega)$ 中每个元素都是 φ 的 n 元多项式序列 $\{p_k(\varphi)\}_{k=1}^\infty$ 的弱星极限.

引理 1 集合 $\{P(a, \cdot) \in L^1(\partial\Omega); a \in \Omega\}$ 中元素的线性组合的全体在 $L^1(\partial\Omega)$ 中稠密, 这里 $P(a, \zeta)$ 是 Ω 的 Poisson 核.

证明 这些线性组合的全体显然是 $L^2(\partial\Omega)$ 的一个线性子空间, 以 V 记之, 我们说 V 在 $L^2(\partial\Omega)$ 中是稠密的. 实际上, 若 $\bar{V} \subsetneq L^2(\partial\Omega)$, 那么存在 $L^2(\partial\Omega)$ 中一个非 0 元素 $g(\zeta)$ 正交于 \bar{V} , 于是

$$(Pg)(a) = \int_{\partial\Omega} P(a, \zeta) g(\zeta) d\sigma(\zeta) = 0, \quad \forall a \in \Omega$$

这表明 $(Pg)(a)$ 是一个恒为 0 的调和函数, 其边界值 $(\tilde{P}g)(\zeta)$ 应是一个恒为 0 的函数, 但 $g(\zeta)$ 与 $(\tilde{P}g)(\zeta)$ 在 $\partial\Omega$ 上几乎处处相等, 这与 $g(\zeta)$ 是 $L^2(\partial\Omega)$ 中的非 0 元素相矛盾.

若注意到 $L^2(\partial\Omega)$ 在 $L^1(\partial\Omega)$ 中稠密这一事实, 便知 V 在 $L^1(\partial\Omega)$ 中稠密.

引理 2 $\{\phi_k\}_{k=1}^\infty$ 弱星收敛于 $\phi \in H^\infty(\Omega)$, 当且仅当 $\{\phi_k\}_{k=1}^\infty$ 在 Ω 上一致有界, 并且内闭一致收敛于 ϕ .

证明 设 $\{\phi_k\}_{k=1}^\infty$ 弱星收敛于 ϕ , 那么

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} \int_{\partial\Omega} P(z, \zeta) \phi_i(\zeta) d\sigma(\zeta) &= \lim_{i \rightarrow \infty} \int_{\partial\Omega} P(z, \zeta) \phi(\zeta) d\sigma(\zeta) \\ &= \int_{\partial\Omega} P(z, \zeta) \phi(\zeta) d\sigma(\zeta) \\ &= \phi(z), \quad \forall z \in \Omega \end{aligned}$$

线性泛函

$$T_i: L^1(\partial\Omega) \rightarrow \mathbb{C}, T_i h = \int_{\partial\Omega} h(\zeta) \phi_i(\zeta) d\sigma(\zeta)$$

是连续的. 由于 $\{T_i h\}_{i=1}^\infty$ 收敛于 $\int_{\partial\Omega} h(\zeta) \phi(\zeta) d\sigma(\zeta)$, 故数列 $\{T_i h\}_{i=1}^\infty$ 有界. 按共鸣定理 $\{\|T_i\| = \|\phi_i\|_{H^\infty}\}_{i=1}^\infty$ 有界. 利用 Lebesgue 控制收敛定理,

$$\phi_i(z) - \phi(z) = \int_{\partial\Omega} P(z, \zeta) [\phi_i(\zeta) - \phi(\zeta)] d\sigma(\zeta)$$

在 Ω 上内闭一致收敛于 0, 从而 $\phi_i(z)$ 在 Ω 上内闭一致收敛于 $\phi(z)$.

反之, 若 $\{\phi_k\}_{k=1}^\infty$ 在 Ω 上一致有界, 并且内闭一致收敛于 ϕ , 那么 $\forall h_N(\zeta) = \sum_{k=1}^N b_k P(a_k, \zeta)$, 有

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Omega} h_N(\zeta) \phi_i(\zeta) d\sigma(\zeta) &= \sum_{k=1}^N b_k \phi_i(a_k) \\ &\rightarrow \sum_{k=1}^N b_k \phi(a_k) - \int_{\partial\Omega} h_N(\zeta) \phi(\zeta) d\sigma(\zeta), \text{ 当 } i \rightarrow \infty \text{ 时.} \end{aligned}$$

于是 $\forall h \in L^1(\partial\Omega)$, 取 h_N 使得 $\lim_{N \rightarrow \infty} \|h_N - h\|_{L^1} = 0$, 则

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} \int_{\partial\Omega} h(\zeta) \phi_i(\zeta) d\sigma(\zeta) &= \lim_{i \rightarrow \infty} \int_{\partial\Omega} [h(\zeta) - h_N(\zeta)] \phi_i(\zeta) d\sigma(\zeta) \\ &\quad + \lim_{i \rightarrow \infty} \int_{\partial\Omega} h_N(\zeta) \phi_i(\zeta) d\sigma(\zeta) \\ &= e_N + \int_{\partial\Omega} h_N(\zeta) \phi(\zeta) d\sigma(\zeta) \end{aligned}$$

令 $N \rightarrow \infty$, 并注意到 ϕ_i 的一致有界性便知 $e_N \rightarrow 0$, 以及

$$\int_{\partial\Omega} h_N(\zeta) \phi(\zeta) d\sigma(\zeta) \rightarrow \int_{\partial\Omega} h(\zeta) \phi(\zeta) d\sigma(\zeta)$$

最后就有 $\lim_{i \rightarrow \infty} \int_{\partial\Omega} h(\zeta) \phi_i(\zeta) d\sigma(\zeta) = \int_{\partial\Omega} h(\zeta) \phi(\zeta) d\sigma(\zeta)$. 这样便表明 $\{\phi_k\}_{k=1}^\infty$ 弱星收敛于 ϕ .

下面我们利用引理 2 来证明定理 1.

定理 1 如果 $\varphi \in H^\infty(\Omega)$ 是 $H^\infty(\Omega)$ 的弱星序列生成子, 那么 $\varphi: \Omega \rightarrow G = \varphi(\Omega) \subset \mathbb{C}^*$ 是双全纯映照.

证明 $\forall f \in H^\infty(\Omega)$, 存在 n 元多项式序列 $\{p_k\}_{k=1}^\infty$ 使得

$$p_k(\varphi) \xrightarrow{\text{弱星}} f, \text{ 当 } k \rightarrow \infty \text{ 时.}$$

于是由引理 2,

$$f(z) = \lim_{k \rightarrow \infty} p_k(\phi(z)), \quad \forall z \in \Omega$$

若 $a \neq b$, 我们说一定有 $\phi(a) \neq \phi(b)$, 否则便有

$$f(a) = f(b), \quad \forall f \in H^\infty(\Omega)$$

这显然是不可能的.

3 多项式凸域与 H^∞ 的弱星序列生成子

引理 3 双全纯有界映照: $\varphi: \Omega \rightarrow C^n$ 是 $H^\infty(\Omega)$ 的弱星序列生成子当且仅当 $\varphi(\Omega) = G \subset C^n$ 有下面的性质:

对于 G 上的每个有界全纯函数 $f(z)$, 存在在 G 上一致有界的 n 元多项式序列 $\{p_k(z)\}_{k=1}^\infty$ 内闭一致收敛于 $f(z)$.

证明 如果 φ 是 $H^\infty(\Omega)$ 的弱星序列生成子, 那么 $\forall f \in H^\infty(G), f \circ \varphi$ 属于 $H^\infty(\Omega)$, 于是存在多项式序列 $\{p_k\}_{k=1}^\infty$ 使得 $\{p_k(\varphi)\}^\infty$ 弱星收敛于 $f \circ \varphi$. 由引理 2, 在 Ω 上 $\{p_k(\varphi)\}_{k=1}^\infty$ 一致有界, 并且内闭一致收敛于 $f \circ \varphi$. 这表明 $\{p_k\}_{k=1}^\infty$ 在 G 上一致有界, 并且内闭一致收敛于 f .

反之, 如果 $H^\infty(G)$ 的每个元素都是在 G 上一致有界并且内闭一致收敛的 n 元多项式序列的极限, 那么 $\forall g \in H^\infty(\Omega), g \circ \varphi^{-1} \in H^\infty(G)$, 因此存在在 G 上一致有界的 n 元多项式序列 $\{p_k\}_{k=1}^\infty$ 内闭一致收敛于 $g \circ \varphi^{-1}$. 这样 $\{p_k(\varphi)\}_{k=1}^\infty$ 在 Ω 上也是一致有界并且内闭一致收敛于 g . 由引理 2, $\{p_k(\varphi)\}_{k=1}^\infty$ 弱星收敛于 g , 即 φ 是 $H^\infty(\Omega)$ 的弱星序列生成子.

定义 2 开集 $G \subset C^n$ 称为多项式凸集, 如果 $\forall K \subset\subset G$, 集合

$$\hat{K} = \{z \in C^n; |f(z)| \leq \|f\|_K = \sup_{z \in K} |f(z)| \quad \forall n \text{ 元多项式 } f\} \subset G$$

定义 3 设 \mathcal{F} 为所有 n 元多项式的集合, $G \subset C^n$ 是一个域, 称 G 关于 \mathcal{F} 凸, 如果 $\forall K \subset\subset G$, 集合

$$\hat{K}_{\mathcal{F}} = \{z \in G; |f(z)| \leq \|f\|_K = \sup_{z \in K} |f(z)| \quad \forall f \in \mathcal{F}\} \subset\subset G$$

当 G 是开集时, 容易验证, \hat{G} 的内部 $\hat{G} = \bigcup_{K \subset\subset G} \hat{K}$ 是包含 G 的最小的多项式凸集.

引理 4 C^n 中一个有界域 G 是某个多项式凸集的连通分支当且仅当 G 是关于多项式族 \mathcal{F} 凸的.

证明 设 G 是多项凸集 \hat{G} 的连通分支, 那么 $\forall K \subset\subset G, \hat{K}_{\mathcal{F}} = \hat{K} \cap G \subset \hat{G} \cap G = G$, 由于闭集 $\hat{K} \subset\subset \hat{G}$, 故 $\hat{K}_{\mathcal{F}} \subset\subset G$.

反之, 若 G 是关于多项式族 \mathcal{F} 凸的, 而包含 G 的多项式凸集 \hat{G} 的连通分支 $G_1 \supsetneq G$, 那么一定存在 $K \subset\subset G$ 使得 $\hat{K} \cap G = \hat{K}_{\mathcal{F}}$ 不是 G 中的一个相对紧集. 此与 G 关于多项式族 \mathcal{F} 凸矛盾.

由于引理 4, 今后我们就把多项式凸集的连通分支, 即关于多项式族 \mathcal{F} 凸的域叫做多项式凸域. 易验证, C^n 中的单位球与多圆柱都是多项式凸域.

多项式逼近定理(参阅[5]) 设 $G \subset C^n$ 是多项式凸域, 那么对于任何 G 上的全纯函数 f , 存在一列多项式 $\{p_k\}_{k=1}^\infty$ 在 G 上内闭一致收敛于 f .

检查这个定理的证明后,发现可以作如下修改.

修改后的多项式逼近定理 设 $G \subset \mathbb{C}^n$ 是有界多项式凸域,那么 $\forall f \in H^\infty(G)$,存在在 G 上一致有界的 n 元多项式序列 $\{p_k\}_{k=1}^\infty$ 内闭一致收敛于 f .

下面我们将利用这个修改后的多项式逼近定理来证明定理 2、3.

定理 2 设 $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ 是有界多项式凸域, $\varphi: \Omega \rightarrow \varphi(\Omega) = G \subset \mathbb{C}^n$ 是双全纯有界映照. G 具有性质:“对于 G 上的每个有界全纯函数 f ,存在在 G 上一致有界的 n 元多项式序列 $\{p_k\}_{k=1}^\infty$ 内闭一致收敛于 f .”当且仅当 G 是有界多项式凸域.

证明 若 G 是有界多项式凸域,由上面修改后的多项式逼近定理, G 有定理中所述的性质.

反之,设 G 具有定理中所述的性质,若 \dot{G} 的包含 G 的连通分支 $\neq G$,那么存在域 $K \subset \subset \dot{G}$,使得 $\dot{K} \cap (\dot{G}$ 的包含 G 的连通分支) 含有 G 的连界点 P . 取 $f \in H^\infty(G)$ 使之不能越过 P 而全纯开拓到任何大于 G 的域上去,这是可以做得到的. 事实上,我们能取到点列 $z_j \in \dot{\Omega}$ 使得当 $j \rightarrow \infty$ 时,点列 $\{z_j\}_{j=1}^\infty$ 的极限点的全体恰好是 $\partial\Omega$. 由于 $z_j \in \dot{\Omega}$,故存在多项式 h_j 使得 $|h_j(z_j)| > \sup_{\zeta \in \dot{\Omega}} |h_j(\zeta)|$. 因此,不妨设 $h_j(z_j) = 1, \sup_{\zeta \in \dot{\Omega}} |h_j(\zeta)| < 2^{-j}$. 令 $h(z) = \prod_{j=1}^\infty (1 - h_j(z))^{j!}$,显然 $h(z)$ 在 Ω 上全纯并且在 $\bar{\Omega}$ 上连续. 我们说 $h(z)$ 从 $\partial\Omega$ 上的任意一点 $z_0 = \lim_{k \rightarrow \infty} z_{j_k}$ 处都不能全纯开拓到 Ω 的外部去. 如果不是这样,那么 $h^{(\alpha)}(z_0) = \lim_{k \rightarrow \infty} h^{(\alpha)}(z_{j_k}) = 0, \forall$ 多重指标 α . 于是 $h(z)$ 在 z_0 附近恒等于 0,从而在 Ω 上恒等于 0,这显然是不可能的. 最后,我们令 $f(z) = h(\varphi^{-1}(z))$,那么或者 $f(z)$ 或者是 $\varphi^{-1}(z)$ 的某个分量函数便不能越过 G 的边界点 P 而全纯开拓到任何大于 G 的域上去. 不妨假定 $f(z)$ 具有此性质. 现在,设在 G 上一致有界的 n 元多项式序列 $\{p_k(z)\}_{k=1}^\infty$ 内闭一致收敛于 $f(z)$. 在 \dot{K} 上, $|p_k(z) - p_j(z)| \leq \sup_{\zeta \in \dot{K}} |p_k(\zeta) - p_j(\zeta)| \forall z \in \dot{K}$. 由此得出 $\{p_k(z)\}$ 在 \dot{K} 上一致收敛,因此 $f(z)$ 可以全纯开拓到 \dot{K} 上去. 注意到 $P \in \dot{K}$,这与 $f(z)$ 不能越过 P 而全纯开拓出去相矛盾. 故 $G = \dot{G}$ 的包含 G 的连通分支. 因此 G 是多项式凸域.

将定理 2 与引理 3 结合起来,立即得到

定理 3 设 $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ 是有界多项式凸域,那么有界双全纯映照 $\varphi: \Omega \rightarrow G = \varphi(\Omega) \subset \mathbb{C}^n$ 是 $H^\infty(\Omega)$ 的弱星序列生成子当且仅当 G 是一个多项式凸域.

参 考 文 献

- [1] Sarason D, Invariant subspaces and unstarred operator algebras, *Pacific J. Math.*, 7(1966), 511—517.
- [2] Sarason D, Weak-star generators of H^∞ , *Pacific J. Math.*, 17(1966), 519—528.
- [3] Farrell O J, On approximation to an analytic function by polynomials, *Bull. Amer. Math. Soc.* 40(1934), 908—914.
- [4] Roam R C, Weak* generators of H^∞ and L^1 , *Pacific J. Math.* 71(1977), 537—544.
- [5] Gunning R C and Rossi H, Analytic functions of several complex variables, Prentice-Hall Series in Modern Analysis, 36—42.

Biholomorphic Mappings in C^* and Weak-Star Sequence Generators of H^∞

Liu Taishun

(Department of Mathematics)

Abstract

This paper presents, by means of functional analysis, a sufficient condition for biholomorphic mappings in C^* . In particular, the criterion condition is sufficient and necessary for the biholomorphic mappings among polynomially convex domains.

Key words, weak-star sequence generator, polynomially convex domain, biholomorphic mapping
AMS Classification(1991):32A07

$\text{Ln}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ 催化剂上氧的 TPD 谱特性*

彭 坚 林培琰 伏义路

(近代化学系, 结构分析开放研究实验室)

摘 要

测定了 10 个含不同稀土 $\text{Ln}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ ($\text{Ln}=\text{La}, \text{Ce}, \text{Pr}, \text{Nd}, \text{Sm}, \text{Gd}, \text{Tb}, \text{Dy}, \text{Ho}$ 和 Er) 催化剂的 TPD 谱. 从室温到 1023K 程序升温出现 α, β, γ 和 θ 四个脱附峰, 从能量分析以及分别将 473K、573K 时的 CO 氧化转化率和 TPD 谱中 α, β 峰的峰温相关联, 认为 α 峰(脱附峰温度为 371K~431K)可能为 O_2^- (吸), 该氧化物种为 473K 时 CO 氧化反应的主要活性氧化物种; β 峰(脱附峰温度为 479~538K)可能为 O^- (吸), 该氧化物种以 α 峰对应的氧化物种为 573K 时 CO 氧化的主要活性氧化物种; γ 峰(脱附温度为 921~929K)对应的氧化物种可能为吸附在和锰离子连接的桥键晶格氧空位上的吸附氧化物种 O^{2-} ; 而 θ 峰(脱附温度 $\geq 1023\text{K}$)对应的氧化物种为体相晶格氧, 若该类 O^{2-} 脱附, 会使结构坍塌.

关键词: 氧化物催化剂, CO 氧化, 程序升温脱附, 氧化物种

中图法分类号: O643.361

1 前言

在 CO 氧化反应中, 复合氧化物的吸附氧、晶格氧特征直接和氧化活性相关^[1]. 但是化学吸附氧和表面晶格氧由于能量相近, 往往很难区分. 氧在钙钛矿型催化剂上的程序升温脱附谱(TPD)测定已被广泛用来表征氧化物种的特性^[2,3]. 本文较详细分析了 10 个含不同稀土的锰系复合氧化物上氧的 TPD 谱特征. 并讨论了在 473K、573K 时 CO 氧化反应中可能存在的主要活性氧化物种.

2 实验部分

2.1 催化剂制备

在按所需计量配制的硝酸盐混合溶液中加入 NH_2HCO_3 水溶液, 在 $\text{pH}=9$ 的条件下共沉淀

1992 年 5 月 26 日收到.

*国家自然科学基金资助课题

得到混合碳酸盐。然后洗涤、烘干,在 623K 热分解后压片,最后在 1373K 焙烧 2 小时。催化剂的组成为 $\text{Ln}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ ($\text{Ln}=\text{La}, \text{Ce}, \text{Pr}, \text{Nd}, \text{Sm}, \text{Gd}, \text{Tb}, \text{Dy}, \text{Ho}$ 和 Er)。XRD 谱^[1]表明含 Ce 样品为多元混合金属氧化物;含 Er 样品为具有六角结构的类钙钛矿结构;其余 8 个样品均为多晶钙钛矿型结构。

2.2 氧的程序升温脱附(TPD)测定

反应管中装填 40—60 目的样品 200mg。在 773K 用经过硅胶和 5A 分子筛脱水的流动 O_2 (99.99%)处理 5 小时。在 O_2 气氛中降至室温。用经过 401 脱氧剂处理的 He 气(99.99%)吹扫至色谱基线稳定后,从室温开始进行程序升温至 1023K(升温速率为 $10^\circ\text{C}/\text{min}$),得到氧的 TPD 谱图。

2.3 CO 氧化活性评价

在连续流动反应体系中测定 CO 转化率^[4]。反应器中装填 40—60 目的样品 200mg。SV=46000ml/g·h,反应气中含 CO 1.1%, O_2 3.5%,其余为 N_2 。

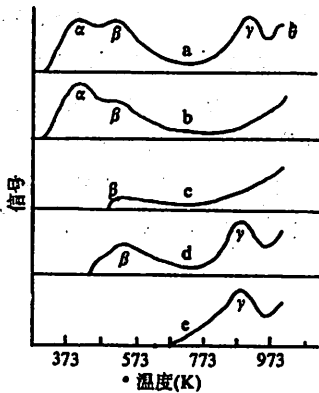


图 1 $\text{La}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ 的氧 TPD 谱图

Fig. 1 TPD spectra of O_2 over $\text{La}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$

3 结果和讨论

3.1 TPD 谱型和各脱附峰的归属分析

A 位稀土元素不同的 10 个催化剂,它们的氧 TPD 谱上均出现四个脱附峰(α, β, γ 和 θ),谱型大致相同,只是各个峰的峰尖温度有所不同。以 $\text{La}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ 的 TPD 谱图作为代表见图 1。图中, a— 500°C O_2 气氛下处理 5h 时,降至室温,用氮气吹扫,再程脱; b—a 程脱过程的样品在 298K(室温) O_2 气氛下处理 1h 再程脱; c—b 程脱过的样品第二次空程序升温脱附; d—预处理同 a,降至 200°C ,通入 CO 10min,再降至室温后程脱; e—预处理同 a,降至 300°C ,通入 CO 10min,再降至室温后程脱。10 个催

化剂 TPD 谱中前三个氧脱附峰的峰尖温度列于表 1。

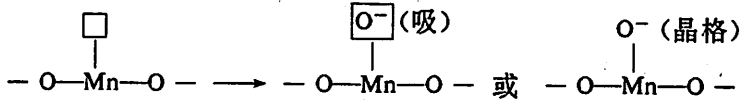
表 1 $\text{Ln}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ TPD 谱中 α, β, γ 峰所对应的峰尖温度(K)

Table 1 Temperature (K) of α, β, γ peaks for $\text{Ln}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ in TPD spectra

Ln 组分	La	Ce	Pr	Nd	Sm	Gd	Tb	Dy	Ho	Er
α 峰(K)	411	378	400	418	371	396	405	388	431	399
β 峰(K)	522	538	479	494	502	509	514	499	503	482
γ 峰(K)	928	929	921	923	924	925	926	924	925	922

将程序升温脱附后的样品,在室温(298K)通氧 1h,由氮气吹扫至色谱基线平稳后,再进行程序升温脱附,谱图为图 1b。此时 β 峰减小, γ 峰基本消失。若将程序升温脱附后的样品不经任何处理,再进行第二次程脱,其谱图为图 1c。此时 α 和 γ 峰消失, β 峰明显减小, θ 峰变化不明显。从以上三种不同实验条件下的 TPD 谱可见: α 峰在第二次空脱中消失,说明该峰对应于 $373\text{K} \sim 423\text{K}$ 氧的吸附物种。从热力学角度,吸附氧的各种状态按下式迁移: $\text{O}_2(\text{吸}) \rightarrow \text{O}_2^-(\text{吸}) \rightarrow \text{O}^-(\text{吸}) \rightarrow \text{O}^{2-}(\text{晶格})$ 。所以从能量分析,该氧物种可能为 O_2^- ^[2,3]。当 O_2 在 Mn^{n+} 活性中心上

吸附时, O_2 的 1π 轨道可能与对称性相同的 $\text{Mn}^{n+}e$ 轨道发生交叠, 形成 $\pi-e$ 配键. O_2 从 Mn^{2+} 夺取一个电子形成 O_2^- (吸), θ 峰 (峰尖温度 $\geq 1023\text{K}$) 在上述任一实验条件下均出现, 应归属于体相晶格氧^[2,3]. β 峰和 γ 峰的归属尚待讨论. 若将样品在 773K 通 O_2 5h 后, 分别降至 473K 和 573K , 以 $5\text{ml}/\text{min}$ 流速通入 CO 10min, 降至室温用氮气吹扫, 待色谱基线稳定后, 进行程序升温脱附, 得到图 1d 和图 1e. 从谱图可看到: 473K 通 CO 后, α 峰消失, β 峰变小, γ 峰向低温区移动 20°C 左右, θ 峰峰温不变. 573K 通 CO 后, α, β 峰均消失, γ 峰也向低温区移动 20°C 左右, θ 峰峰温不变. 从图 1d 和图 1e 谱可判断 α 峰所对应的吸附氧物种 (如前分析可能为 O_2^-) 在 473K 和 573K 均能和 CO 反应. β 峰在反复空脱后, 虽然减小, 但并不消失, 似晶格氧行为. 然而在 773K 用 O_2 处理后, 脱附峰明显增大, 又似吸附氧行为. 所以它所对应的活性氧物种可能为样品表面上很难区分的吸附氧和晶格氧. 从能量分析, 可能是 O_2 在 Mn^{n+} 上的解离吸附物种 O^- 或表面上缺一个电子的 O^- (晶格). 也即氧原子的 $2p_z$ 轨道可能和 Mn^{n+} 的 e 轨道发生交叠, 形成 p_z-e 配键. 氧原子从 Mn^{n+} 夺取一个电子形成 O^- (吸).



γ 峰的峰尖温度在 923K 左右. 在 773K O_2 处理 5h 后才出现此峰. 它的温度比 β 峰高 400°C 左右. 从能量分析, 此峰可能对应于吸附在桥键空位上的 O^{2-} . $-\text{O}-\text{Mn}-\square-\text{Mn}-\text{O}-\longrightarrow-\text{O}-\text{Mn}-\text{O}^{2-}-\text{Mn}-\text{O}-$ 这和文献[5]对 $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{CoO}_3$ 的氧 TPD 谱分析类似.

3.2 CO 氧化活性和 TPD 谱峰温的关联

试将 473K 时 CO 转化率和表 1 中的 α 峰峰尖温度作图 (见图 2). 将 573K 时 CO 转化率和表中的 β 峰峰尖温度作图见图 3.

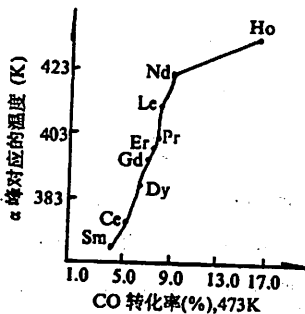


图 2 α 峰对应的温度—CO 转化率(%), 473K

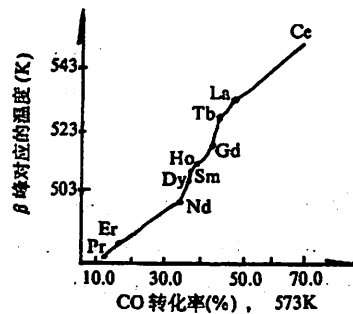


图 3 β 峰对应的温度—CO 转化率(%), 573K

Fig 2 Temperature of α peak-conversion (%) of CO at 473K

Fig 3 Temperature of β peak-conversion (%) of CO at 573K

从图 2 可见 α 峰的峰尖温度和 473K CO 转化率有顺变关系, 结合图 1d 说明 473K 时 CO 氧化反应的活性氧物种为 α 峰对应的氧物种, 可能为 O_2^- . 并说明催化剂的 α 峰峰尖温度愈高, 愈接近 473K , 参与反应的活性吸附氧物种量愈多, 此时已脱附的活性氧物种愈少, 从而相应催化剂的活性就愈好. 从图 3 可见 β 峰所对应的峰尖的活性就愈好. 从图 3 可见 β 峰所对应的峰尖温度和 573K CO 氧化转化率也有顺变关系. 结合图 1e 说明 573K 时 CO 氧化的活性氧物种为 β 峰所对应的氧物种, 可能为 O^- (吸附或晶格). 在此温度, α 峰对应的氧物种已在小于 573K 时脱附或已反应掉. 催化剂的 β 峰峰尖温度愈高, 愈接近 573K , 参与反应的 β 活性氧物

种量愈多,脱附的氧物种愈少,因而相应的活性愈好.

4 结论

(1) 10 个不同稀土的 $\text{Ln}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ TPD 谱均出现 α, β, γ 和 θ 四个峰.

(2) 从不同实验条件下的 TPD 谱和能量分析: α 峰可能为吸附氧物种 O_2^- ; β 峰可能为表面上难以区分的吸附氧物种 O^- 或表面上的晶格氧 O^- ; γ 峰可能为吸附在桥键晶格氧空位上的吸附氧物种 O^{2-} . θ 峰为体相晶格氧的脱附.

(3) 473K 时 CO 氧化反应的活性氧物种可能为 α 峰对应的 O_2^- (吸). α 峰峰温愈接近 473K 的催化剂,它在 473K 的 CO 转化率愈高. 573K 时 CO 氧化的活性氧物种可能为 β 峰对应的 O^- (吸附或晶格). β 峰峰温愈接近 573K 的催化剂,它在 573K 的 CO 转化率愈高.

参 考 文 献

- [1] 林培琰,于敏,化学通报,3(1985),13.
- [2] Biebanski A, Haber J, *Catal Rev.*, 19(1979),No. 1,1.
- [3] Yamazoe N, Teraoka Y and Seiyama T, *Chem. Lett.*, (1981),1767.
- [4] 于敏,林培琰,高等学校化学学报,7(1986),No. 7,634.
- [5] Yamazoe N, Furukawa S, Teraokay and Seiyama T, *Chem. Lett.*, (1982),2019.

Characteristics of TPD Spectra of $\text{Ln}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ Catalysts

Peng Jian Lin Peiyan Fu Yilu

(Dept. of Modern Chemistry, Center of Structure and Element Analysis)

Abstract

TPD spectra of catalysts $\text{Ln}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ ($\text{Ln}=\text{La}, \text{Ce}, \text{Pr}, \text{Nd}, \text{Sm}, \text{Gd}, \text{Tb}, \text{Dy}, \text{Ho}$ and Er) are determined. Four peaks, α, β, γ and θ , emerge on temperature program desorption (TPD) spectra from room temperature to 1023K. According to analysis of energy and correlation between peak temperature of TPD and CO conversion%, it is believed that the α peak of oxygen species (371—431K) may be O_2^- (ad.), which is active oxygen species for CO oxidation at 473K, the β peak of oxygen species (479—538K) may be O^- (ad.) or O^- (lattice) on surface; which is active oxygen species for CO oxidation at 573K; the γ peak of species (921—929K) may be adsorption O^{2-} , adsorbed on the vacancies in bridge bonds linked to Mn^{n+} , the behaviour is similar to that of bulk lattice oxygen. The θ peak of species ($\geq 1023\text{K}$) may be bulk lattice oxygen. If the last kind of oxygen species is desorbed, the structure collapses.

Key words: oxide catalysts, CO oxidation, TPD, oxygen species

拮抗肌对的 SEMG 频率参数再研究*

周炳和 章劲松 刘年宝 刘 萍
卢 蓉 倪小敏 杨洪宁

(电子技术部)

摘 要

用 ARMA 模型研究了正常人体肘关节主动肌和拮抗肌表面肌电信号(SEMG)的模型参数、功率谱中的峰值频率 F_m 和对应于发放率的突起峰 F_r , 它们与以前研究得到的中值频率具有类似的变化趋势: 重复收缩时 SEMG 信号的归一化中值频率 NMF 的初始值随重复次数的增加而下降, 而 NMF 的下降速度随重复次数的增加而增加。

关键词: 表面肌电信号, 主动肌和拮抗肌, ARMA 模型, 重复收缩

中图法分类: R318.04

PACS(1992): 87.71.Rh

1 引言

在以前的报道^[1]中, 我们根据 Solomonow 提出的神经肌肉系统运动过程的控制模型^[2], 对关节水平上主动肌和拮抗肌(又称拮抗肌对)的协同作用机理与它们的表面肌电信号(SEMG, Surface Electromyogram)的中值频率(MF, Median Frequency)之间的关系进行了研究. 结果表明, 在持续恒力收缩时, 主动肌和拮抗肌的 SEMG 信号的 MF 都随收缩时间增加而下降; 拮抗肌的 MF 始终高于主动肌的 MF; 归一化中值频率(NMF, Normalized MF)的拟合直线之间的距离、下降速率和互相关系数与输出力的大小有关, 收缩力越大, 两条拟合直线之间的距离、下降速率和互相关系数都越大; 主动肌和拮抗肌几乎以相同的速率下降. 这些结论对关节的屈曲和伸展模式都成立. 我们从生理和工程两个角度, 讨论了主动肌和拮抗肌 SEMG 信号 MF 的差别, 主要是由于人体组织与检测电极之间的距离不同而呈现不同的幅度衰减特性和频率衰

1992年2月21日收到.

* 国家教委“优秀年轻教师基金”资助项目

减特性;而 NMF 同时下降并且与收缩力的大小有关,主要是由于神经肌肉系统的“共驱动”原理引起的。

研究骨骼肌在持续收缩时的疲劳现象,对神经肌肉系统的控制机理探讨、功能性电刺激以恢复残疾人的运动功能、康复理疗过程的效果评价、运动员的科学训练等都有着广泛的应用价值。国外已有很多文献报道了用 EMG 信号的频率参数(如上面提到的中值频率)的变化来测量肌肉的疲劳程度^[3]。但是,这些研究都是在单块肌肉上进行的。

上面我们提到的这些结果,则是从肢体运动的控制规律之一,即从关节的角度来考虑主动肌和拮抗肌的协同作用机理,研究它们在持续收缩时 SEMG 信号的 MF 的共同变化规律,从而考虑它们的共同疲劳趋势,这在国内外都是第一次报道。

为了进一步证实这些结果,我们又进行了肘关节主动肌和拮抗肌在持续收缩时 SEMG 信号的其它频率参数,以及重复收缩时它们的中值频率的变化趋势的研究。

2 实验方法简介

关于实验方法和实验系统,我们在文献[1]中已经有比较详细的描述,这里只给予简单介绍。以正常人的肘关节为研究对象,这时连接肘关节的肱二头肌(Biceps)和肱肌为屈肌,肱三头肌(Triceps)为伸肌。选用美国 3M 公司的红点牌(Red Dot)运动型 Ag-AgCl 表面电极来记录 SEMG 信号,电极导电膏的直径为 1.8cm,两电极间的中心距离约为 4cm。用电极配带的专用砂纸打磨皮肤表面,然后用酒精擦洗,去除皮肤角质层,用以降低电极与检测表面的接触电阻。肱二头肌的检测电极置于肌腹上,肱三头肌的电极分别置于其长头和内侧头上,参考电极放置在与上述肌肉电无关的桡肌上。这些工作可以提高检测信号的质量,因为对于拮抗肌来说,由于它的电活动比主动肌要弱得多,SEMG 信号幅度约为几十微伏。如果电极本身质量不高,或上述准备工作被忽略,实验中会出现市电干扰或来自主动肌的交叉干扰。由表面电极检测到的信号,经过高共模抑制比的肌电放大器和 20—450Hz 的带通滤波器^[4],送至 PC 机进行 A/D 转换(12bit),记录实验数据。

为了克服重力的影响,手臂平行于水平面放置。

实验中要求受试者用肱二头肌或肱三头肌进行肘关节的屈曲或伸展收缩,不可用腕关节的内旋或外展产生力而影响实验结果。由于每个受试者的最大收缩力是不同的,我们用力传感器确定每一受试者的最大随意收缩(MVC, Maximum Voluntary Contraction)、然后在某一固定的百分比(如 60% MVC 的收缩力),肘关节处于 90°时进行伸展和屈曲模式的收缩。

正式收集数据以前,受试者要重复收缩多次,以保证检测电极与皮肤间的良好接触,这就是所谓的“Warm-up”过程。

3 ARMA 参数模型谱估计

肌电信号是一复杂的随机信号,它受肌肉的解剖特性、生理学特性、外周神经系统的控制特性以及检测电极和观察仪器设备性能等因素的影响。

参数模型方法是把一个随机信号 $x(n)$ 看成由白噪声 $w(n)$ 激励某个冲击响应为 $H(Z)$ 的线

性系统所产生的输出,其实质是用线性系统模型(主要是模型阶次和模型参数矢量)表征随机信号所包含的确定性的、反映信号本质特性的那部分信息,白噪声激励源则体现了信号的随机性。

根据 $H(Z)$ 的不同形式,有三种类型的参数模型:自回归(AR)模型、移动平均(MA)模型和自回归移动平均(ARMA)模型或极零点模型。AR 模型是其中应用最广泛的一种,ARMA 模型比 AR 模型更全面,所需模型的阶次更低,因此,正受到人们的重视。

SEMG 信号的时间序列为 $x(n)$ ($n=1\sim N$),则 ARMA 模型的时域和频域表达式为^[5]

$$x(n) = - \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{l=0}^q b_l w(n-l) \quad (1)$$

$$H(Z) = \left(\sum_{l=0}^q b_l Z^{-l} \right) / \left(1 + \sum_{k=1}^p a_k Z^{-k} \right) \quad (2)$$

白噪声是一种各次取值互相独立的随机序列,其功率谱为一常数。平稳随机信号的功率谱 $S_x(e^{j\omega})$ 为白噪声的谱密度 N_0 乘以线性系统幅频特性的平方,即

$$S_x(e^{j\omega}) = N_0 |H(e^{j\omega})|^2 \quad (3)$$

我们之所以要进行 ARMA 参数模型的研究,从信号处理的角度来看,与 FFT 功率谱比较,参数模型法具有分辨率高、能量泄漏小,谱线平滑、更接近于真实的功率谱,可以通过模型的自回归特征根求出谱峰值的频率,分辨出密集的峰值频率等优点。还能够得到更多的特征频率来描述持续收缩时关节主动肌和拮抗肌 SEMG 信号的频率变化趋势,研究它们的共同疲劳行为,支持文献[1]中得到的结论。

从应用角度来看,为了使丧失随意运动功能的截瘫病人部分恢复运动功能,目前国际上对肌电控制的功能性电刺激系统和肌电控制人工假肢的研究越来越得到人们的重视。在这些研究中,需要对 EMG 信号进行建模处理,求出模型的参数矢量,用以控制刺激参数,达到恢复运动功能的目的。所以,研究主动肌和拮抗肌的 EMG 信号的参数模型,有着十分广阔的应用前景。

3.1 模型参数

Inbar 等^[5]曾经报道了单块肌肉 SEMG 信号的 ARMA 参数模型,他们得到的结果是,模型中的极点参数 a_k 的变化趋势可以用来反映神经肌肉系统的生理参数的变化,进而反映肌肉在持续收缩时的疲劳过程,并且证明了 a_k 的这种变化趋势与功率谱估计中的另一个特征频率—平均频率的变化趋势是一致的。我们希望用这种方法得到主动肌和拮抗肌的 SEMG 信号 ARMA 模型参数 a_k 和 b_k ,并且把它们和已经得到的 MF 的变化趋势进行比较。

式(2),(3)中的模型系数 $a_1 \sim a_p, b_1 \sim b_q$ 和白噪声激励功率 N_0 可以通过离散序列 $x(n)$ 来估计。估计方法很多,自相关法和协方差法是概念上最直接的一种,我们选用自相关法。

如果用 $x(n)$ 之前的 P 采样点 $x(n-1) \sim x(n-p)$ 对 $x(n)$ 作线性预测(前向预测),得预测值 $x'(n)$:

$$x'(n) = - \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) - \sum_{l=0}^q b_l w(n-l) \quad (4)$$

$x'(n)$ 与真实的 $x(n)$ 之间存在的预测误差 e_n :

$$e_n = x(n) - x'(n) = x(n) + \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{l=0}^q b_l w(n-l) \quad (5)$$

均方值为

$$E = \sum_{n=1}^N (e_n)^2 = \sum_{n=1}^N [x(n) + \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k w(n-k)]^2 \quad (6)$$

线性预测的基本要求就是选择 a_i, b_i , 使 E 最小, 即要求

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = 0, \quad i = 1 \sim p \text{ 和 } \frac{\partial E}{\partial b_i} = 0, \quad i = 1 \sim q$$

即

$$\sum_{n=1}^N [x(n) + \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k w(n-k)] x(n-i) = 0$$

$$\sum_{n=1}^N [x(n) + \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k w(n-k)] w(n-j) = 0$$

或

$$R_x(i) + \sum_{k=1}^p a_k R_x(i-k) + \sum_{k=0}^q b_k R_{wx}(i-k) = 0 \quad (7)$$

$$R_{wx}(j) + \sum_{k=1}^p a_k R_{wx}(j-k) + \sum_{k=0}^q b_k R_w(n-k) = 0 \quad (8)$$

其中, $i=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, q$.

式(6)、(7)、(8)组成方程组, 解得 ARMA 模型参数 a_i, b_i 及激励功率 N , (即 E).

阶次 p 的适当选择很重要, p 过低会使实际存在的谱峰模糊, 过高又会产生虚假的细节, 常用理论方法或经验方法来确定 p .

图 1 给出了肘关节屈曲和伸展模式时, 肱二头肌和肱三头肌的 SEMG 信号所对应的 $[a_1]$

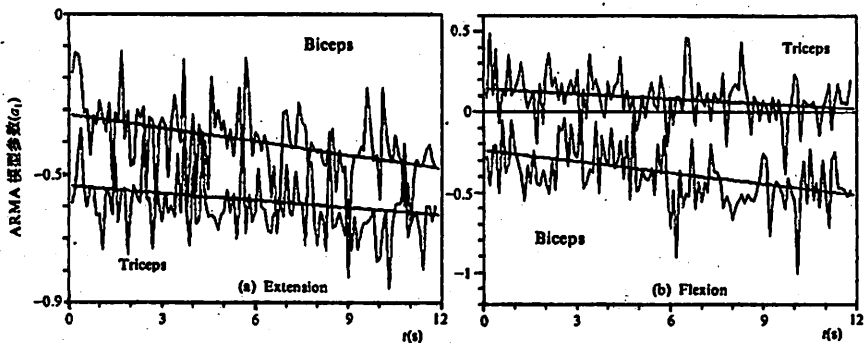


图 1 肘关节 90°、40%MVC 时, ARMA 参数模型中 $[a_1]$ 的变化趋势

Fig. 1 The variation tendency of parameter a_1 in ARMA model during the elbow joint kept 90° and 40% MVC

参数的变化趋势. 从图中我们可以清楚地看出, 主动肌和拮抗肌的 ARMA 模型中的极点参数 $[a_1]$, 随收缩时间的增加也同时呈下降趋势, 并且不论是屈曲还是伸展模式, 主动肌的 $[a_1]$ 参数总是低于拮抗肌的 $[a_1]$ 参数. 它进一步说明了主动肌和拮抗肌在收缩过程中的协同作用机理和共同疲劳趋势, 并且和中值频率的变化趋势是一致的.

模型中的其它参数也具有与 $[a_1]$ 相类似的变化趋势, 我们在此不一一给出结果.

3.2. 峰值频率 F_m 和低端突起峰点 F_l ,

模型参数 a_i, b_i 阶次 p 及白噪声激励功率 N_0 确定后, 将 $Z=e^{j\omega}$ 代入式(2), 得到系统的频率响应:

$$H(e^{j\omega}) = (\sum_{k=0}^q b_k e^{-j\omega k}) / (1 + \sum_{i=1}^p a_i e^{-j\omega i})$$

代入式(3), 得到 SEMG 信号的功率谱

$$S_r(e^{j\omega}) = N_0 |H(e^{j\omega})|^2 = N_0 \frac{(\sum_{k=0}^q b_k \cos k\omega)^2 + (\sum_{k=0}^q b_k \sin k\omega)^2}{(1 + \sum_{i=1}^p a_i \cos k\omega)^2 + (\sum_{i=1}^p a_i \sin k\omega)^2} \quad (9)$$

利用 ARMA 参数模型进行谱估计时, 适当选取模型阶数, 可以突出某些频率点的特征. 考虑到肌肉在持续收缩时, 其频谱中的峰值频率 F_m (最大幅度所对应的频率) 也会向低端移动^[7], 它是反映肌肉疲劳过程的另一个频率参数. 图 2 给出了主动肌和拮抗肌的 SEMG 信号功率谱中峰值频率随收缩时间的变化情况. 我们可以看到, 它们也同时呈下降的趋势, 并且拮抗肌的 F_m 大于主动肌的 F_m .

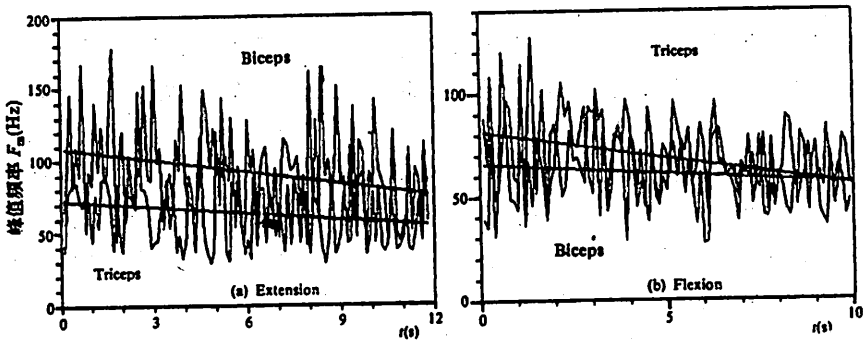


图 2 肘关节 90°、40%MVC 时, 峰值频率 F_m 的变化趋势

Fig. 2 The variation tendency of the mode frequency F_m during the elbow joint kept 90° and 40% MVC

有不少研究报告^[8]提到 EMG 信号谱中存在一个低端突起的峰点, 由于它的频率范围处于兴奋运动单位的平均发放率的生理范围之内 (5—30Hz), 于是认为它受肌肉中所有兴奋运动单位的平均发放率的影响. 我们利用 ARMA 参数模型的特点, 估计了主动肌的拮抗肌 SEMG 信号谱中对应于发放率的低端突起峰点 (用 F_l 表示), 得到与中值频率 MF 与峰值频率 F_m 相类似的结论, 如图 3 所示.

综上所述, 我们可以得到这样的结论, 从关节的水平来看, 主动肌和拮抗肌的 SEMG 信号的任一种特征频率, 如中值频率 MF、峰值频率 F_m 、对应于发放率的低端突起峰点 F_l , 以及 ARMA 模型参数的 $[a_i]$ 都存在如下事实: 这些参数同时呈下降趋势, 并且拮抗肌所对应的值总是大于主动肌对应的值, 不管是伸展还是屈曲模式均如此.

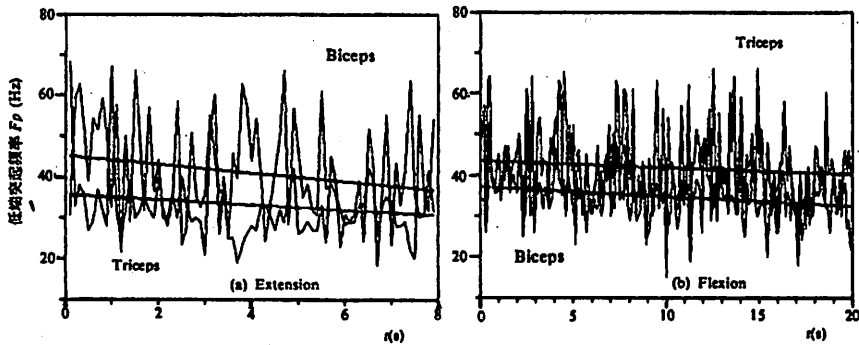


图 3 肘关节 90° 、 40% MVC 时, 低端突起峰点频率 F_p 的变化趋势

Fig. 3 The variation tendency of the lower peak frequency F_p , during the elbow joint kept 90° and 40% MVC

4 重复收缩时 SEMG 信号的中值频率

在日常生活中,除了肌肉的持续收缩外,重复运动是另一类大量碰到的问题。

与本文上一部分描述的持续恒力收缩不同,那时每两次收缩之间留有充分的休息时间(约十分钟),以避免上一次收缩所引起的疲劳对下一次收缩的影响。而在重复收缩的实验中,每次实验收缩时间设定为 8 秒,数据采集结束后,紧接着进行第二次实验,两次实验之间大约相隔 10 秒,也就是说,在前一次收缩引起的疲劳还没有充分恢复的情况下就进行第二次收缩。

实验是在 80% MVC 的收缩力下进行的,关节角度保持 90° ,每个受试者在伸展和屈曲两种模式各进行十次收缩。受试者总数为八人,均为健康男性。

对所有受试者用表面电极检测 SEMG 信号,用快速富立埃变换(FFT)进行频谱分析,根据定义求出中值频率,然后对其最大频率进行归一化,求得归一化中值频率(NMF)^[1],用最小二乘法进行直线拟合。

我们发现,重复收缩时拮抗肌的中值频率仍然高于主动肌的中值频率,并且也同时呈下降趋势,不论是重复的开始阶段还是重复的结束阶段都一样。这从另一个侧面证明我们在文献[1]中关于持续恒力收缩时的实验结果是可靠的。

重复收缩时 NMF 的初始值随重复次数的增加而下降,但由于每次重复之间存在短暂的休息时间,尽管这种休息是不充分的,也使 MF 值回升到相当的数量,所以,下一次的初始 MF 要比上一次的终止 MF 来得高。图 4 给出了 NMF 的初始 NMF(即回归方程系数 A)随收缩次数变化的具体情况。从局部看,某两次重复间的初始 NMF 的回升可能是由于每次实验间隔的不同,使得 MF 回复的程度也有所不同。

每次收缩时 NMF 的下降程度随收缩次数的增加而增加,说明主动肌和拮抗肌的疲劳程度都在加深。图 5 给出了 NMF 的下降斜率(即回归方程系数 B)随收缩次数变化的具体情况。由于在重复收缩时休息时间短,使得下一次收缩比前一次收缩更易疲劳,因此,中值频率下降就更快。

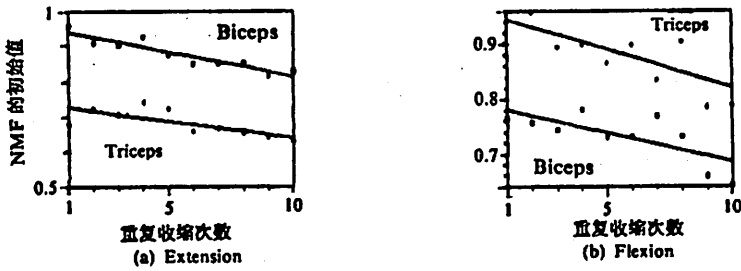


图 4 肘关节 90°、80% MVC 时, 重复收缩次数与初始 NMF 的关系
 Fig. 4 The relation between repeated contraction times and the intercept values of MF during the elbow joint kept 90° and 80% MVC

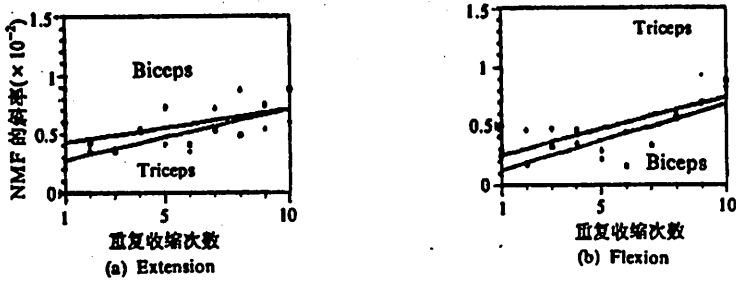


图 5 肘关节 90°、80% MVC 时, 重复收缩次数与 NMF 下降斜率的关系
 Fig. 5 The relation between repeated contraction times and the decreasing slopes of MF during the elbow joint kept 90° and 80% MVC

5 讨论

我们已经看到, 与单块肌肉的情况相类似, 在关节的水平上, 主动肌和拮抗肌的 SEMG 信号的各种频率参数也都随着收缩时间的延长而同时下降。那么, 究竟是什么因素引起这种变化?

1970 年, Lindstrom^[9]将肌纤维表示为圆柱管, 动作电位沿此圆柱管传播, 由双极性电极检测得到的 EMG 信号的功率谱 $S_m(\omega)$ 可表示为

$$S_m(\omega) = R(\omega, d) * (1/v^2) * G(\omega d/2v) \quad (10)$$

式中, ω 为角频率;

v 为对 EMG 有贡献的兴奋肌纤维的平均传导速度;

d 为双极性电极检测表面之间的距离;

G 为与生理、解剖、实验等因素有关的形状函数;

$$R(\omega, d) = K \cdot \sin^2(\omega d/2v);$$

k 为与电极一界面介质增益有关的电极滤波函数。

由此可见,兴奋肌纤维的平均传导速度 v 的变化对 EMG 信号的频率成分的影响是十分明显的,而且任何一种频率参数都要受传导速度的影响. 从生理意义上来讲,当传导速度减小时,动作电位从一个电极传至另一个电极的时间增加, MUAP 的波形变宽,因此, EMG 信号频谱的低频分量增大,高频分量减小,换言之,频谱向低端移动. 肌肉在持续收缩时,体内组织的 pH 值不断下降,使得纤维的传导速度也下降. 因此,我们完全可以用 EMG 信号的频率成份的变化来表示体内组织的生理和生化参数的变化.

影响 EMG 信号频率成份的因素很多,如运动单位的发放率、运动单位的募集、肌纤维的传导速度、检测电极的几何形状、检测电极与肌纤维之间的距离、组织的滤波效应等. 在恒力等长收缩的实验条件里,后面三个因素的影响可以忽略. 前三个因素中,传导速度的影响肯定是最重要的,这在单块肌肉的研究中已经得到普遍的认可. 既然纤维的传导速度是影响 EMG 信号频率成份的主要因素,主动肌和拮抗肌的 SEMG 信号的各种频率参数都存在着与单块肌肉类似的变化规律. 那么,是否能够说,传导速度的变化也是影响它们的频率成份的主要因素呢? 目前国内外还没有见到这方面的报道. 有一点可以肯定,主动肌和拮抗肌的传导速度在这种情况下会同时变化,但是,这种变化的规律如何,对频率参数的变化的影响有多大,发放率和募集等因素的影响又如何,我们希望通过下一步的研究解决这些问题.

参 考 文 献

- [1] 周炳和等,中国科学技术大学学报,22(1992),No. 2,157—164.
- [2] Solomonow M, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, BME-31(1984),752—763.
- [3] Basmajian J V and DeLuca C J, *Muscles Alive*, 5th ed., Williams & Wilkins, Baltimore(1985),203—207.
- [4] Basmajian J V and DeLuca C J, *Muscles Alive*, 5th ed., Williams & Wilkins, Baltimore(1985),59—60.
- [5] 杨福生等,生物医学信号处理,高等教育出版社,北京,1989,318—326.
- [6] Paiss O and Inbar G F, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, BME-34 (1987),761—770.
- [7] Stulen F B and DeLuca C J, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, BME-28 (1981),515—523.
- [8] Basmajian J V and DeLuca C J, *Muscles Alive*, 5th ed., Williams & Wilkins, Baltimore(1985),120—122.
- [9] Lindstrom L R, *Electromyography*, 4(1970),341—353.

Further Study on SEMG Frequency Parameters of Antagonist Pair

Zhou Binghe Zhang Jinsong Liu Nianbao Liu Ping

Lu Rong Ni Xiaomin Yang Hongning

(Department of Electronic Engineering)

Abstract

By ARMA model analysing, the model parameters of the SEMG patterns recorded from the agonist and antagonist (antagonist pair) of normal subjects' elbow joint, the Mode Frequency F_m and the peak frequency (F_p) in the power density spectrum corresponding to the average firing rate of recruited motor units are investigated. Comparison with the Median Frequency (MF) obtained in our previous study during sustained contraction shows that the intercept values of the SEMG's NMF (normalized MF) decrease while the slope values of NMF increase with the number of contractions during repeated contraction.

Key words: surface electromyogram, agonist and antagonist, ARMA Model, repeated contraction

PACS(1992):87. 71. Rh

基于 Hopfield 神经网络模型的通道布线算法*

王东生 李芳 庄镇泉

(电子技术部)

摘要

本文探讨了用 Hopfield 神经网络模型解决通道布线问题的一种新算法。算法描述了 Hopfield 模型与通道布线问题的映射方法和网络能量函数的构造方法。在能量函数中既考虑了合法解约束项,又考虑了优化解约束项,从而提高了布线质量。本文的意义还在于它证明了用 Hopfield 网络求解通道布线问题是可行的,有效的。

关键词: 神经网络, Hopfield 模型, 通道布线算法

中图法分类号: TP391.72

1 引言

通道布线是 VLSI 设计领域中最基本、最重要的问题之一。由于它是 NP 完全问题,因而通常采用启发式算法来近似求解,如左边算法、曲干算法、合并和匹配算法、最佳化算法、贪婪算法和通道损益算法等。

近年来,神经网络研究的兴起给通道布线带来了新的活力。这是因为人工神经网络具有快速并行计算能力,特别适合于 VLSI 设计,能更有效地解决通道布线问题。在文献[1]中我们曾经采用 Hopfield 神经网络模型求解巡回售货员(TSP)问题,做过大量的实验,取得了较好的效果。

在此基础上,我们又试图把 Hopfield 神经网络模型应用于 VLSI 通道布线。正是基于这些思想,我们进一步研究了通道布线问题并提出相应的双层通道布线算法。通过实验,证明该算法是行之有效的。

1992年2月27日收到。

* 国家 863 高技术项目资助课题

2 基本算法

用 Hopfield 神经网络模型求解任何组合优化设计问题,必须解决两个基本问题:一是寻找一个问题描述方法,把神经网络模型与具体问题联系起来;二是构造一个合适的能量函数,并且能够将能量函数的极小点解释为问题的一个解. 本文的通道布线算法正是围绕着这两个问题展开的. 它可用来求解一般的双层通道布线问题.

2.1 问题描述

一个矩形通道区域,端口结点分别用 $0 \sim N$ 数值表示,排列在通道的上下两边,相同数值 ($1 < i < N$) 的端口必须由线网 i 连接起来, N 为线网个数. 双层通道布线通常将水平线段布在一层上,垂直线段布在另一层上,连接点即为导孔,每个线网只能占用一个水平通道. 图 1 表示了一个通道布线的示例. 图中实心圆点表示线网端口,数字表示端口号,实线表示线网的水平线段,虚线表示线网的垂直线段, x 表示导孔.

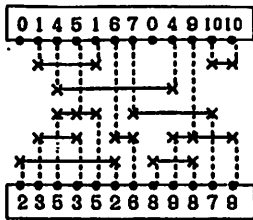


图 1 通道布线问题

Fig. 1 Channel routing problem

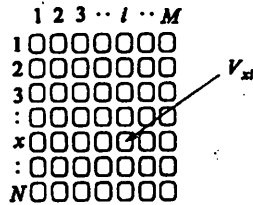


图 2 用 Hopfield 模型表示通道布线问题

Fig. 2 Neural representation for channel routing

通道布线的目标函数主要包含以下几个方面^[2]:①线网 100%布通率;②任何两个不同的线网在水平通道和垂直通道上均不能交叉重叠,即任何两个线网必须满足水平约束和垂直约束;③线网所占通道数为最少.

利用 Hopfield 网络特性,我们研究了通道布线与神经网络动态特性的映射关系,从而解决了布线问题的描述问题.

设 N 为线网个数, M 为布线通道数,将 $N * M$ 个神经元排列成 N 行 M 列的矩阵形,如图 2 所示. 每个神经元均与其它 $(N + M - 1)$ 个神经元相连接,线网 x 对应于第 x 行神经元,第 i 个通道对应于第 i 列神经元,兴奋神经元的输出值 $V_{xi} = 1$ 表示第 x 线网布在水平通道 i 中,抑制性神经元的输出值 $V_{xi} = 0$,表示第 x 线网不布在水平通道中.

2.2 构造能量函数

用 Hopfield 神经网络模型解决通道布线问题,必须构造一个合适的能量函数,并能使能量函数反映布线的目标函数和约束条件,使得通过能量函数逐步收敛于能量极小点而得到问题的一个优化解. 参照文献^[3]本文所构造出的能量函数包含以下几项:

$$E_1 = (A/2) \sum_{i=1}^N \sum_{i=1}^M V_{xi}(1 - V_{xi}) \tag{1}$$

表示各个神经元的输出值 V_{ni} 趋向于 0 或 1, 当 V_{ni} 的值均为 0 或 1 时, $E_1=0$;

$$E_2 = (B/2) \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M V_{xi} V_{xj} \quad (2)$$

表示当每一行神经元输出值中最多只有一个“1”, 即每个线网只占用一个水平通道时, $E_2=0$;

$$E_3 = (C/2) \left(\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M V_{xi} - N \right)^2 \quad (3)$$

表示当 $\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M V_{xi} = N$, 即 N 个线网中, 每个线网占且仅占用一个水平通道或通道的一部分时, $E_3=0$;

$$E_4 = (D/2) \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M \sum_{y=1}^M a_{x,y} V_{xi} V_{yi} \quad (4)$$

其中

$$a_{x,y} = \begin{cases} 1, & x \neq y \text{ 且 } \langle x, y \rangle \in A_H \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$A_H = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ 与 } y \text{ 不满足水平约束} \}$$

$$E_5 = (F/2) \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M \sum_{y=1}^M \sum_{j=1}^M \beta_{xi,yj} V_{xi} V_{yj} \quad (5)$$

其中

$$\beta_{xi,yj} = \begin{cases} 1, & x \neq y \text{ 且 } \langle x, y \rangle \in A_v \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$A_v = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ 与 } y \text{ 不满足垂直约束} \}$$

为使通道数目尽量少, 布线总长尽量短, 能量函数还应包括

$$E_6 = G \sum_x^N \sum_i^M v_{xi} V_{xi} \quad (6)$$

其中, v_{xi} 等于位于水平通道 i 上线网 x 的长度除以 $(M \times Q)$, M 为水平通道数; Q 为端口数, 希望 E_6 越小越好。

综上所述, 满足以上约束条件的能量函数表示式为

$$\begin{aligned} E = & (A/2) \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M V_{xi} (1 - V_{xi}) \\ & + (B/2) \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M V_{xi} V_{xj} + (C/2) \left(\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M V_{xi} - N \right)^2 \\ & + (D/2) \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M \sum_{y=1}^M a_{x,y} V_{xi} V_{yi} + (F/2) \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^M \sum_{y=1}^M \sum_{j=1}^M \beta_{xi,yj} V_{xi} V_{yj} \\ & + G \sum_x^N \sum_i^M v_{xi} V_{xi} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 A, B, C, D, F, G 为常系数, 根据 Hopfield 网络模型的能量函数及动力学方程, 可推导出求解通道布线的神经网络动力学方程为

$$\begin{cases} \frac{du_{ni}}{dt} = -u_{ni} + (A+B)V_{ni} - B \sum_{j=1}^M V_{xj} - C \left(\sum_{y=1}^N \sum_{j=1}^M V_{yj} - N \right) \\ \quad - D \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq x}}^M \alpha_{xy} V_{yi} - F \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq x}}^N \sum_{j=1}^M \beta_{ni,yj} V_{yj} - A/2 - Gv_{ni} \\ V_{ni} = g(u_{ni}) \quad x = 1, 2, \dots, N, \quad i = 1, 2, \dots, M \end{cases} \quad (8)$$

$g(\)$ 为单调上升的 S 型函数, 可取为

$$V_{ni} = g(u_{ni}) = \frac{1}{2} (1 + \tanh(u_{ni}/u_0)) \quad (9)$$

其中 u_0 为常数. 在网络的状态空间中给定一初始状态, 当逐步收敛于平衡状态, 能量为极小时, 必将得到问题的一个可行解.

基于以上讨论, 本文设计的通道布线算法可描述如下:

[输入] 线网数据.

[输出] 每个线网所在通道号及其水平位置.

[算法过程]

(I) 设置参数 A, B, C, D, F, G 网络, 设置神经元初始状态 u 和能量 E_0 ;

(II) 状态调整:

$$\begin{aligned} u^{(t+1)} &= u^{(t)} + h * du/dt \\ V^{(t+1)} &= g(u^{(t+1)}); \end{aligned} \quad (10)$$

(III) 若 $\max |du/dt| < 0.01u$, 则 $h^{(t+1)} = h^{(t)} * \sqrt{2}$;

(IV) 按(7)式计算网络能量 E 和能量变化 $\Delta E = E - E_0$;

(V) 若 $\Delta E > \epsilon$, 则转 (I);

(VI) 若不满足线网约束条件, 则转 (I);

(VII) 通道压缩;

(VIII) 线长压缩;

(IX) 结束.

上述算法中所用到的通道压缩过程如下:

Procedure Compaction

Begin

for $i := 1$ to $M-1$ do

Begin

for $j := i+1$ to M do

Begin

$x :=$ 位于水平通道 j 中的线网号;

if 线网 x 布入水平通道之中不违反水平、垂直约束条件

Then 将线网 x 从通道 j 移至通道 i ;

$j := j+1$;

end

$i := i+1$;

end

end

算法过程中的第(Ⅷ)步的线长压缩过程是为了克服在通道压缩过程中所产生的线网长度的额外增长,具体过程如下:

Procedure Delength

Begin

for $i:=1$ to 2 do

Begin

for $j:=i-1$ to 1 do

Begin

$x:=$ 位于水平通道 j 中的线网号;

if 线网 x 布入水平通道之中不违反水平、垂直约束,并且使 x 线网长度减少

Then 将线网 x 从通道 j 移至通道 i ;

$j:=j-1$;

end

$i:=i-1$;

end

for $i=1$ to $M-1$ do

Begin

for $j=i+1$ to M do

Begin

$x:=$ 位于水平通道 j 中的线网号;

if 线网 x 布入水平通道之中不违反水平、并且使 x 线网长度减少

Then 将线网 x 从通道 j 移至通道 i ;

$j:=j+1$;

end

$i:=i+1$;

end

end

与文献[3]相比,本文作了两点改进。第一,同一线网占用两个通道的情况给予更严格的限制,因为若出现这种情况,迭代结果无法解释为通道布线问题的解。具体地讲,文献[3]中采用了 $\sum_{n=1}^N (\sum_{i=1}^M V_{ni} - 1)^2$ 来对这种情况加以约束,而本文则用(2)、(3)两式来代替该式,显然约束加强了;第二,增加了文献[3]所没有的(6)式。事实上,该式对于通道布线是重要的,它直接反映了线网的总长度。把它放入能量函数,使之往小的方向变化,显然对布线结果有利。当然,布线结果的好坏,与参数选择、初始状态的选择也很有关系。

3 程序设计及参数设定

根据上述算法,我们在 IBMPC386 微机上编程. 程序主要包括六个模块,即参数设置模块、神经元状态调整模块、约束检查模块、通道压缩模块、线长压缩模块和图表示模块. 限于篇幅,我们不打算详细介绍每个模块,仅就程序设计中最关键的两个问题作些讨论.

3.1 参数设定

在动力学方程(8)式中,参数 u_0 称作温度,它决定了 S 型曲线变化的陡峭程度,一般取 $0 < u_0 < 1$. 本文取 $u_0 = 0.1$. 参数 h 称作步长,它的取值应保证(10)式中的状态变化量 $h * du_{ni}/dt$ 的数值不超过状态 u_{ni} 本身值的 10%. 一般地, h 可取作定常数. 但有时为了加快收敛速度,把 h 取作变数,即随着网络状态的变化, h 值按一定规律由小到大地变化,直到某个上限值. 本文取 $h = 0.0002 \sim 0.02$, 当网络处在初始状态时,先令 $h = 0.0002$, 随后当 $|du_{ni}/dt|$ 的最大值 $\text{Max} |du_{ni}/dt| = u_{ni} * 1\%$ 时,则把 h 增大 $\sqrt{2}$ 倍,直到 $h = 0.02$.

约束条件作用于神经网络动态过程的强弱,体现在能量函数中 $A \sim G$ 各参数大小的选择上,网络状态变化对这些参数十分敏感,由于这些参数构成了多维空间,各个参数值相互影响,因而它们的确定非常困难,一般可采用正交选优的方法^[1]来确定这些参数,但有时为了简单,也采用经验取值法. 本文所取经验值是 $A=6, B=18, C=18, D=12, F=6, G=7$.

3.2 初值选择

状态空间初始值的选择对于问题的最终收敛解有很大的影响,不同的初值会使网络逼近不同的平衡点,本文提出了三种选择的方法:

①所有神经元取相同的初始状态,即

$$u_{ni} = 0.0, \quad \text{输出值 } V_{ni} = 0.5$$

②给初始状态加上小的随机扰动 δu_{ni} , 即

$$u_{ni} = -(u_0/2)\ln(M-1) + \delta u_{ni}$$

其中, $-0.1u_0 \leq \delta u_{ni} \leq 0.1u_0$.

③给初始状态加上反映线网长度的偏置 S_{ni} , 即

$$u_{ni} = -(u_0/2)\ln(M-1) + S_{ni}$$

$$\text{其中 } S_{ni} = \begin{cases} (u_0/2) - u_0(i-1)/(M-1), & i < \frac{1}{2}(M+1) \\ 0, & i = \frac{1}{2}(M+1) \\ -(u_0/2) + u_0(i-1)/(M-1), & i > \frac{1}{2}(M+1) \end{cases}$$

上述第一种方法最简单,但不能保证得到解. 第二种方法能得到解,并可能得到较优解. 这两种方法也适用于其它组合优化问题. 第三种方法实质上是考虑了通道布线的具体情况,其目的是减少总线长,因而这种方法可能得到最优解. 事实上,容易证明, $S_{ni} \geq 0$, 并且当 $i \rightarrow 0$ 或者 $i \rightarrow M$ 时, S_{ni} 将增大, u_{ni} 也随之增大. 这意味着在通道布线过程中,由于偏移量 S_{ni} 的加入,使得线网的水平线段尽量地布在靠近通道上下两边的水平通道中,这有利于缩短线长.

4 实验

我们用本文的方法所编制的通道布线程序做了一些实验,这里给出三个例子,并对其中一个例子稍加说明,其它两例用图表给出。

例 1 为 21 个线网,通道长度为 35 的一个通道布线问题,对应神经网络取 $N=21, M=14$,即由 21×14 个神经元排列成相互连接的网络,这里采用方法②取初值,能量函数采用(7)式(除去最后一项),参数 $A=16, B=18, C=18, D=12, F=6$ 。

当能量函数收敛至平衡点时,各神经元的输出值 V_i 四舍五入取成“0”或“1”。图 4 是此问题的一个布线结果,它因同时满足下列三个约束条件而成为可行解:

- ①每个线网只布在一个水平通道上($E_2, E_3 \rightarrow 0$)
- ②满足水平约束条件($E_4 \rightarrow 0$)
- ③满足垂直约束条件($E_5 \rightarrow 0$)

式(7)能量函数的值最终趋势于零,神经元输出状态动态变化过程如图 3 所示。由图可

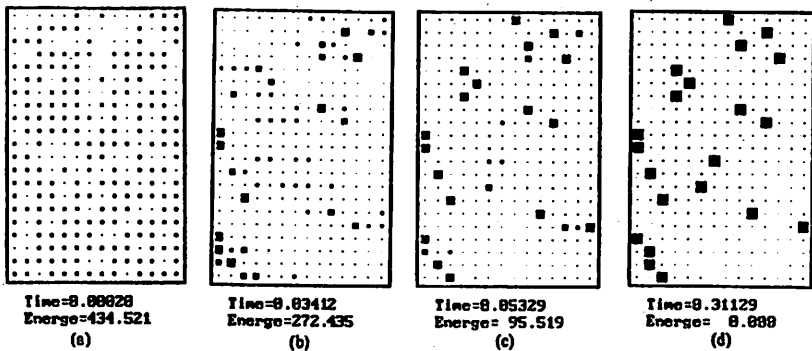


图 3 神经元状态收敛过程

Fig. 3 The convergence of neurons' states

表 1 示例结果

Table 1 Examples' results

	N	M	通道长	水平通道数	总线长	导孔数
例 1	21	14	35	13(14)	526(579)	57
例 2	21	13	43	12	623	65
例 3	39	17	62	16	1046	87

见,网络的初始状态为(a),每个神经元的值逐渐向 0 或 1 变化(b,c),最终结果(d)是每个神经元的值非 0 即 1,并满足布线的所有约束,因而可用来表示一个可行解。该例中,用了 0.31129 秒的时间就使能量值降为其最小值 0,因而也是一个优化解。

同样的方法,另外两个通道布线的结果如图 5 和图 6 所示,三个示例的布线结果如表 1 所

示. 其中例 2 取自文献[3], 例 1 和例 3 取自文献[5]. 从这些结果看出. 第一, 本文的算法是成功的, 表 1 的所有结果都与文献[3]、[5]相当; 第二, 算法中所增加的(6)式, 对布线结果的确起到了改善作用. 表 1 中例 1 的括弧中数值是能量函数不包含(6)式的结果, 括弧外数值是增加了(6)式的结果. 可见, (6)式减少了通道数, 缩短了总线长, 效果是明显的.

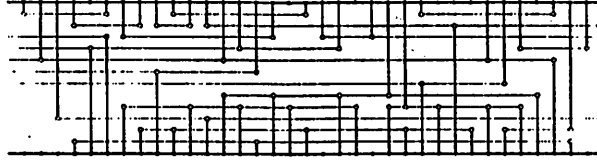


图 4 例 1

Fig. 4 Example 1

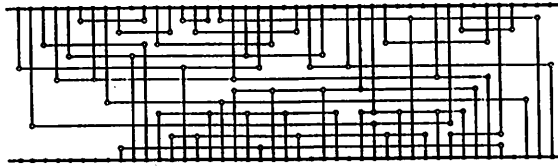


图 5 例 2

Fig. 5 Example 2

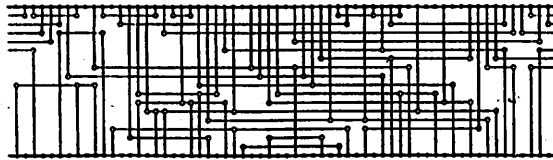


图 6 例 3

Fig. 6 Example 3

5 结论

本文的基本出发点是利用神经网络的快速并行处理特征, 将其应用在 VLSI 的布线领域中, 在此基础上提出了一种全新的通道布线算法, 该算法说明了:

- ①把神经网络用于 VLSI 通道布线是行之有效的.
- ②算法具有全局并行的优势, 能容易地寻找到问题的优化解, 具有实用性和有效性.
- ③算法的潜力很大, 特别对于大规模通道布线问题和高度并行的硬件环境, 本算法尤为适用.

最后, 必须指出, 本文的研究是初步的, 算法还有待于进一步改进, 实验规模还需进一步扩大, 但本文提出的基本思想对 VLSI 通道布线乃至整个 VLSI 设计领域都将是可行的, 并将在大规模的设计任务中发挥出更明显的优势.

参 考 文 献

- [1] 王东生, 计算机学报, 15(1992), No. 5, 397—401.
- [2] 庄镇泉、戴英侠、王荣生, 大规模集成电路计算机辅助设计, 中国科学技术大学出版社, 合肥, 1990年.
- [3] Shimamoto T and Sakamoto A, 电子情报通信学会论文志 A, Vol. J72—A(1989), No. 8, 1287—1295.
- [4] 余道衡、贾有积, C²N²91 会议论文集, 1991年, 741—744.
- [5] Heshimoto A and Sterens J, Proc. 8th D. A. Workshop(1971), 155—159.

A New Algorithm for Channel Routing Based on Hopfield Neural Model

Wang Dongsheng Li Fang Zhuang Zhenquan

(Department of Electronic Engineering)

Abstract

There are varieties of algorithms for VLSI channel routing. But this paper deals with a new algorithm for channel routing based on a Hopfield neural model. The algorithm describes the method of mapping Hopfield model into channel routing and the method of constructing net energy function. The energy function consists of the constraints not only for valid solution, but for the optimal solution, so the wires' quality is improved. The significance of this paper also lies in the fact that it has shown the validation and the high efficiency in solving channel routing problems based on a Hopfield neural model.

Key words: neural network, hopfield model, channel routing algorithm

基于知识和模糊决策的连续语音的约束匹配*

张劲松 戴蓓倩

(电子技术部)

摘要

提出了一种用于连续语音识别和理解的约束匹配方法,该方法的核心是基于句法、语义、构词等知识的引导,以若干种统计特征参数和声学匹配结果作为依据进行匹配路径的模糊决策。介绍了基于这种匹配方法的一个连续汉语语音识别与理解系统的构成情况及有关的知识源组成方法,并给出了能用程序实现的约束匹配算法。根据实验结果讨论了该方法的主要特点。

关键词: 连续语音,约束匹配,模糊决策,知识引导,知识源

中图法分类号: TN912.34

1 引言

计算机识别连续汉语语音一直是人们孜孜以求的目标,同孤立字语音识别(IWR)相比,连续语音识别(CSR)有着更大的困难,在CSR中,除了仍存在IWR中的同音字、谐音字难以区分的问题外,还有一个新的问题:在不同的语流中同一音节的发音会因上下文关系不同而发生较大的变化,导致音节识别率的下降。心理学的研究揭示了人对语音的理解是在一定的知识规则引导、约束的基础上进行的^[1],所以基于知识的连续语音识别和理解的课题得到了越来越多的人重视,实验结果^[2,3]也表明,借助于句法、词法等知识能够在一定程度上修正音节识别错误,大大提高连续语音识别的性能。不仅能提高音节识别率,还能解决同音字、谐音字的辨析问题,同时又能减少匹配的计算量。

当我们进一步考察人脑对语言的理解过程时,发现人脑不仅具有机械的、精确的严密推理能力和计算能力,而且具有进行整体性、平行性思考的能力。人脑在接收信息时,能利用模糊

推理适宜地过滤信息,它并不细致地加工全部收到的信息,而是根据目的要求,通过模糊推理选择利用那些正确的、有效的、最主要的信息,为思维定向迅速找到道路,从而绕过信息的“组合爆炸”。而目前基于知识的约束匹配只是根据句法知识、词知识来确定下一步的匹配字表或词表,最后利用解析过程从整个候选字、词阵列中找出一条符合句法、语义和构词规则的路径,作为最后的识别结果。这样的一个过程没有模拟人脑基于模糊关系和模糊推理的带有一定倾向的搜索过程。鉴于此,我们研究了基于知识和模糊决策的约束匹配方法,在这样的方法中,对于一个假设的判断不再是可以或不可以,而是引入可信度的概念,音节假设、词假设、词类假设乃至句子假设都有相应的可信度。这样,语音理解问题就成为寻找可信度最大的全盘解释问题。

为了进行知识引导、模糊决策的约束匹配,我们在知识源中依据句法、构词法、语义提取了以下的几种知识:(1)句型知识,(2)词典,其中包括词的音节信息和词类信息,(3)词类搭配规则。又根据统计方法得到了以下几种参数:(1)词类搭配频度,(2)首音节构词频度,(3)字表单字识别率。然后使用这六种知识和参数进行匹配空间的约束和匹配路径的抉择。

模糊决策在整个约束匹配过程中起到两个作用:一是抉择当前的候选字表,以便于进行下一步的搜索;二是反馈修正上级的可信度值,以便于修正局部错误。

2 系统描述

我们建立了一个基于知识和模糊决策的连续汉语语音识别与理解系统,其总体结构框图如图 1 所示。该系统由各种知识源、操作源、一个“黑板”总数据库及系统管理程序构成。“黑板”分成 5 个层次,分别用来记录各种层次的信息,以避免重复计算,又可方便地进行各种可信度值的反馈修正。

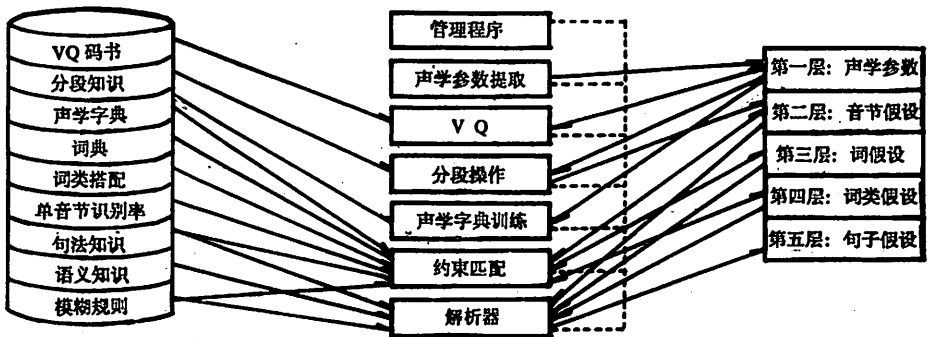


图 1 系统总体结构框图

Fig. 1 Block diagram of the system

系统中的知识源都是独立的,知识源的构成方法有两种:框架形式和产生式规则形式。框架是一种通用的数据结构,一个框架由若干个槽组成,每个槽有自己的槽名和槽值。产生式规则是用于推理的最常用的表达方式之一,其形式是:

IF <条件> THEN <决策>

当条件满足了,就引起后面的动作。

各种知识源的构成方法如下:

(1) 声学字典: 采用框架形式表达, 每个音节为一个框架, 由三个槽组成, 它们是: 音节号、汉字、声学模板(在我们系统中采用音节的 HMM 模型)。

(2) 词典: 也采用框架形式描述, 每个词为一个框架, 由音节构成、音节数、词类、次类和首音节构词频度等共五个槽组成。

(3) 词类搭配知识: 采用产生式规则形式, 如果 B 类词允许跟在 A 类词后面, 则当出现 A 类词时, 可以把 B 类词放入下一步的匹配集中, 而且, 根据词类搭配频度给 $A \rightarrow B$ 的假设赋予一个可信度。

(4) 单音节识别率: 指字表中每个单音节在字表范围内的识别率, 通过测试得到。测试集由单发音及从语流中切出的单字音组成, 评价的方法是该音节识错十次以上时正确辨识的百分率。

(5) 句法知识: 由两部分组成, 第一部分是句首字表, 在应用范围限定的系统中, 能出现在句首的音节是很有限的, 故可以提取出首字表作为语句首音节的匹配字表; 第二部分是句型构成知识, 包括不同句型的词类组成知识。

(6) 语义知识: 语义是语言表达的内容, 能够符合语法、构词规则的句子其语义并非一定是可以理解的, 为此要加入语义规则知识。语义规则知识经概括出来, 采用产生式规则方法表示。

(7) 模糊规则: 提供了模糊推理和决策的规则知识, 主要分为三类, 一是候选保留规则, 二是反馈修正规则, 三是解析时的路径搜索规则。

3 约束匹配过程

在介绍基于知识和模糊决策的约束匹配过程之前, 先说明一下音节的匹配和音节可信度的计算方法。音节的识别方法采用了隐马尔科夫(HMM)模型的方法。先使用各个音节的单音采用 Baum-welch 算法进行模型训练, 作成各个音节的 HMM 模型, 识别时, 待识音节与约束空间中的所有音节的 HMM 模型进行 Viterbi 评分, 计算出待识音由各个模型产生出来的概率 ($Prob(i)$), 为了减小计算量和避免概率值太小而引起下溢危险, Viterbi 法涉及的量采用对数表示, 就可将乘法变换为加法运算, 最后得到的 $Prob(i)$ 为负值, 再根据下式由 $Prob(i)$ 和该音节的平均识别率 $Sbl(i)$ 得出第 i 音节假设的可信度 $Kzd(i)$ 。

$$Kzd(i) = Sbl(i) / \sum_{j=1}^l (Prob(i) / Prob(j)) \quad \text{式中: } l \text{ 为匹配字数目}$$

我们以天气预报广播语句作为模拟实验系统的语句, 该系统范围包含了 100 个音节、150 个词、二十种句型, 为了能够直观地阐述约束匹配的过程, 以“全省最高气温十四度”为例来说明系统的搜索匹配过程。

首先对整句连续语音参数进行分段操作, 得到音节划分, 对每个音节参数进行矢量量化, 得到由码字串表征的音节, 将这一步的结果存放在黑板数据库的第一层。

约束匹配先考虑知识的约束作用。同首音节“全”的码字串进行 Viterbi 匹配的字集是根据句法知识约束的, 句法知识的首字表包含了所有可以放在句首的音节。声学匹配结束后, 进行

二、三音节的连线值,

$$\text{新的值} = \text{旧值} \cdot \text{Chji}(i) / \sum_{j=1}^4 \text{Chji}(j)$$

模糊决策的这两个方法可以起到有效的纠错作用,例如“气”字匹配后,也许具有最大音节可信度的字为“七”,但经过反馈修正后,“七”—“到”间的词类搭配可信度值减小,“高”—“气”间的搭配可信度值增大.又若句中“十”字识成“是”字时,虽然从语法角度讲选“是”是完全正确的,但在实际的气象预报中,“气温”与数字之间基本上省略了“是”字,所以模糊决策的第一种作用就可以起到一定的纠借效用,剔除“是”字而使“十”字成为最好的候选字.

经过知识约束、模糊决策的匹配后,所得到的词阵列带有修正的词类搭配可信度、构词可信度和音节可信度.解析问题相应地简化为寻找具有综合可信度最大的符合句法和语义规则的词连接.

4 约束匹配算法的程序实现

我们将上一节所描述的约束匹配过程编成可用程序实现的算法,并约定:

句子所含的音节数: $NSEG$

每个音节的最大候选字数: NHX

音节黑板: $WORD(nseg, nhx, 2)$ ——记载候选字的词号、位置

$KXD(nseg, nhx)$ ——候选字的音节可信度

词黑板: $DP1(nseg, nhx, nhx)$ 记载 $nseg, nseg+1$ 音节候选字间的构词可信度

词类黑板: $DP2(nseg, nhx, nhx)$ 记载 $nseg, nseg+1$ 音节候选字间的词类搭配可信度

动态匹配集寄存器: $SET(100, 2)$ 记载匹配字的词号、位置

约束匹配算法如下:

(1)数组 $SET, DP1, DP2$ 清零

(2)置当前待识音节指针 $ISEG=1$

根据句首音节字表和词典生成匹配集,每个字所对应的词号和位置记入 SET ,做(9)

(3) $ISEG=ISEG+1$,如果 $ISEG>NSEG$,匹配结束

(4) SET 数组清零.根据 $ISEG-1$ 的 N 个候选字及相应的词信息来确定第 $ISEG$ 音节的匹配集,根据候选字于相应词中的位置不同分两种情形:

①候选字位于词尾,根据该词的词类搭配规则找出 $IPD1, IPD2, IPD3 \dots IPDK$ 共 K 种词类, K 类词中所有的词记入 SET 集中,音节位置指针记 1.

②候选字非词终止音节,按词典约束往匹配集中增加一个成员, $SET(Number+1, 1) = Word(Iseg-1, j, 1)$, $SET(Number+1, 2) = Word(Iseg-1, j, 2) + 1$

(5)做(9)

(6)IF $ISEG \geq 2$

结合搭配可信度、构词可信度、音节可信度、根据上一节所述的模糊决策方法(1)删剪匹配路径.

(7)IF $ISEG \geq 3$

结合搭配可信度、构词可信度、音节可信度,根据上一节所述的模糊决策方法(2)修正搭配可信度、构词可信度.

(8)GOTO (3)

(9) $ISEG$ 音节与 SET 中所提供的匹配字的模型进行 $V\ddot{u}erbi$ 匹配(同字不同词时只做一次匹配),计算音节可信度,依据两条规则之一保留候选字:

①候选字数目 $\leq NHX$

②候选字音节可信度 $\geq e \cdot \text{Max}(\text{所有音节可信度})$, $e \in [0, 1]$ 返回调用点.

(结束)

由于我们采用了多层次的黑板数据库,所以可以保留所需要的各种中间结果,最后结果由解析器解析得出带有多种可信度的词阵列。

5 使用情况及讨论

我们采用上述的约束匹配方法实现了一个中等词汇量的天气预报语句的识别系统,实验结果表明,该方法同仅基于知识约束匹配的系统相比,有如下的优点:

(1)解析方法数字化,更为简单和可靠。

(2)当语句类型、词汇使用频度相对集中时,识别率能够得到提高;在同样的识别率情况下,本方法对声学字典的鲁棒性要求有所下降。

(3)异常性错误减少。

就目前计算机的发展水平来讲,本文所述的方法很适用于中小词表、特定主题、句型有限且相对集中的识别任务。当词汇量很大、句型很多时,统计结果相对分散,文法描述复杂性上升,所需的存储空间加大,本方法就难以使用。

参 考 文 献

- [1] 李昭同、徐思益,语言学导论,新疆人民出版社,1981年。
- [2] 陆洋海,基于知识的语音识别和理解,中国科技大学硕士论文,1989年。
- [3] 汪晓东、戴蓓倩,“Chinese Speech Understanding System” IEEE, ICPR—1988, Rome, 1088.
- [4] 张劲松、戴蓓倩,“基于知识和模糊决策的连续语音识别和理解” IIT, 1992, 北京, 148—151.
- [5] Pedryoz W, “Fuzzy sets in pattern recognition methodology and methods”, *Pattern Recognition*, 23 (1990), No. 1—2.

Constrained Matching for Continuous Speech Recognition Based on Knowledge and Fuzzy Strategy

Zhang Jinsong Dai Beiqian

(Department of Electronics Engineering)

Abstract

A new constrained matching method is proposed for continuous Chinese speech recognition and understanding. Directed by knowledge of morphology, syntax and semantics, the method utilizes several kinds of statistical parameters and acoustic matching results to make fuzzy strategy for matching paths. A continuous Chinese speech recognition and understanding system based on the method is described. The paper also presents the formation of various kinds of knowledge source and gives the algorithm of the constrained matching. The performance of the method is discussed through recognition experiments.

Key words: continuous speech, constrained matching, fuzzy strategy, knowledge-directed, knowledge source

10kA 半个衰减正弦波球隙放电成形过程研究

王相綦 裴元吉

(中国科学技术大学国家同步辐射实验室)

摘 要

本文介绍了球隙开关放电形成10kA半个衰减正弦波电流脉冲的原理电路,给出了电流脉冲的波形函数及区分回铃电路工作状态的参数分界曲线.还定量讨论了支配半个衰减正弦波残存波的等效电感、等效电阻和高压硅堆导通时间抖动的影响.

关键词: 半个衰减正弦波,残存波,残存波幅度,前瞬态,后瞬态,参数分界曲线

中图法分类号: TL503.3

PACS(1992): 29.27.Ac

1 前言

最近二十年来,在注入能量下对电子储存环注入过程和相应注入系统的研究,一直是加速器物理工作者感兴趣的问题之一.大多数储存环采用的是局凸轨注入过程.产生局部凸轨的冲击磁铁,其电源的放电开关是重氢闸流管或球隙开关.球隙开关是可双向导通的器件.没有特殊技术措施的球隙开关放电的脉冲形成电路^[1]产生的励磁电流波形是一完整的衰减正弦波.这种波形的凸轨注入系统的注入积累速率很低,且有其它缺点,已不再采用.目前使用的球隙开关放电的另一种脉冲形成电路^[2],产生的励磁电流是随时间变化的半个衰减正弦波.这种脉冲形成电路产生的半个衰减正弦波励磁电流波形完全满足了多圈注入对局部凸轨的要求^[6].在四分之一能量、每2秒注入一次条件下,其注入束流积累的速率平均可以达到2—6mA/sec,最快时可以超过8mA/sec;注入束流积累至200mA以上的时间在1—3min;注入束流积累的最高值达到350mA.对于低能量注入的电子储存环来说,这些数据是十分令人满意的.

局部凸轨随时间变化波形尾部的反冲,或称负峰,对提高注入束流的积累速率是极为不利

的。因此,减小负峰是提高注入速率的努力目标之一。本文报告了球隙开关放电形成数 kA 半个衰减正弦波励磁电流的有关研究工作。

2 基本原理方法

2.1 球隙放电形成半个衰减正弦波电流的原理电路

不考虑非线性问题,文献[1、3、4、5]报告的注入冲击磁铁的脉冲形成电路以及另一文献

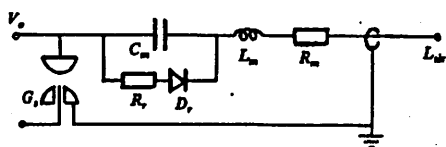


图 1 HESYRL 注入冲击磁铁脉冲形成电路原理图

Fig. 1 PFN circuit' priciple diagram for injection kicker magnets in HESYRL

[2]提及的半个衰减正弦波脉冲形成电路(示于图 1),用集中参数表示的等效电路如图 2 所示。这里的等效单向开关 K ,在双球隙开关脉冲形成电路^[5]中表示点燃受时序控制的反峰削波开关,在单球隙开关脉冲形成电路(见图 1)中表示正向导通受反峰电压降幅值控制的高压硅堆。无论在哪一种脉冲形成电路中,在反峰削波开关点燃或高压硅堆正向导通之后,其回

铃电路的等效电路均相当于由回铃电路等效电感 L_2 、回铃电路等效电阻 R_2 、 K ,组成的串连电路。图 2 中的 C 为集中参数储能电容器, L_1 为主电路等效电感, R_1 为主电路等效电阻, G , 为主电路的球隙开关。

2.2 球隙放电形成半个衰减正弦波电流的微分方程

图 2 电路的脉冲放电过程可以分解为两个相互连接的瞬态过程。对于高压脉冲电容器 C 有电压降 V_0 时,球隙开关 G , 被触发电燃,高压脉冲电容器 C 的储能通过衰减振荡电路释放,在元件 L_1 中形成波形参数为 ω_0 和 α_0 的衰减正弦波,称之为前瞬态过程。在前瞬态过程中,高压脉冲电容器 C 两端的电压降逐渐变为零,反向电压降逐渐升高。如在反向压降升至某一值邻近时,记为 V_c ,等效单向开关 K , 开始导通,回铃电路开始分流释放衰减振荡电路中的部分储能,称之为后瞬态过程。在后瞬态过程中,有相当多的能量通过回铃电路释放,还有小部分能量通过 L_1 、 R_1 电路释放。

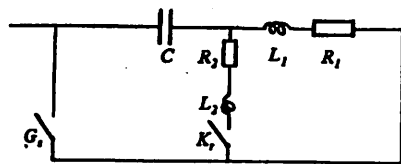


图 2 半球隙放电形成半个衰减正弦波电流等效电路

Fig. 2 Equivalent circuit to fire single spark-gap switch for form half sinewave current with attenuation

后瞬态过程对应的初值问题是(前瞬态过程初值问题已在文献[1、3]中讨论)

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R_1}{L_1} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{L_1 C} (I + J) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{d^2 J}{dt^2} + \frac{R_2}{L_2} \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{L_2 C} (I + J) = 0 \tag{2}$$

$$I|_{t=t_1} = \frac{V_0}{L_1 \omega_0} e^{-\alpha_1 \sin \omega_0 t_1} \tag{3}$$

$$\frac{dI}{dt} \Big|_{t=t_1} = -\frac{R_1}{L_1} I \Big|_{t=t_1} + \frac{V_G}{L_1} \quad (4)$$

$$J \Big|_{t=t_1} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dJ}{dt} \Big|_{t=t_1} = \frac{V_G}{L_2} \quad (6)$$

$$V_G = V_0 \sqrt{1 + \frac{\alpha_0^2}{\omega_0^2} \sin(\omega_0 t_1 + \varphi)} e^{-\alpha_0 t_1}, \quad \varphi = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\omega_0}{\alpha_0} \right) \quad (7)$$

方程(1)是满足元件 C, C_1, R_1, L_1 和 G , 组成的衰减振荡电路的二元二阶微分方程, I 是流经元件 L_1, R_1 的脉冲电流. 方程(2)是满足元件 C, L_2, R_2, G 和 K , 组成的回铃电路的二元二阶微分方程, J 是流经元件 L_2, R_2, K , 的脉冲电流. 上述诸式中的 t_1 即为回铃电路中等效开关 K , 导通的时刻, 即前后两个瞬态过程的分界时刻. 为便于讨论, 又将前瞬态过程, 简称为单球隙开关放电衰减正弦波问题. 由上述诸式表示的初值问题描述了后瞬态过程, 简称为单球隙开关回铃电路残存波问题.

2.3 单球隙开关回铃电路残存波问题的解析表示

单球隙开关放电衰减正弦波问题的数学解的形式为

$$I(t) = \frac{V_0}{\omega_0 L_1} e^{-\alpha_0 t} \sin \omega_0 t, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_1 C} + \alpha_0^2}, \quad \alpha_0 = \frac{R_1}{2L_1} \quad (8)$$

利用常系数微分方程的一般求解方法, 可以得到后瞬态过程初值问题微分方程非零特征根有关代数方程,

$$X^3 + pX + q = 0 \quad (9)$$

式(9)是代数中有名的卡尔丹公式. 求得三个根 X_1, X_2, X_3 , 同样也就求得了与微分方程有关的四个特征根. 当单球隙开关回铃电路残存波问题的元件参数满足表达式

$$\Delta = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 > 0 \quad (10)$$

时, 可以证明在单球隙开关回铃电路残存波问题的微分方程的特征根分别为 $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -\alpha_2, \lambda_3 = -\alpha_3 + i\omega$ (复数), $\lambda_4 = -\alpha_3 - i\omega$ (复数). 微分方程解的形式为

$$I(t) = C_1 + C_2 e^{-\alpha_2 t} + C_3 e^{-\alpha_3 t} \cos \omega t + C_4 e^{-\alpha_3 t} \sin \omega t \quad (11)$$

当单球隙开关放电脉冲形成电路中回铃电路的元件参数, 使得后瞬态过程高压脉冲电容器 C 反向储能和衰减振荡电路储能的大部分已通过回铃电路释放, (11)式就是后瞬态过程中通过元件 L_1, R_1 的励磁电流残存波的函数表示. 不难理解, 后瞬态过程中通过元件 L_2, R_2 瞬态电流也是由同样的特征解线性叠加而成.

2.4 单球隙开关回铃电路残存波问题的参数分界曲线

回铃电路元件参数选择与配置决定了单球隙开关脉冲形成电路励磁电流残存波幅值的高低. 在对单球隙开关回铃电路残存波问题有实际意义的范围内, 研究回铃电路元件参数与 δ 取值的定量关系. 在 $\Delta > 0$ 的区域, 微分方程的部分特征解呈正弦波形式, 部分特征解呈指数衰减形式. 在 $\Delta < 0$ 的区域, 微分方程的特征根全为实根, 特征解全呈指数形式. 因此, 满足 $\Delta = 0$ 的 L_2 和 R_2 点的集合, 在 $L_2 - R_2$ 平面上形成一条连续曲线, 称之为回铃电路工作状态的参数分界线. 在 $L_2 - R_2$ 平面上的点与回铃电路元件参数的配置成一一对应关系. 因此, 对于 L_1 ,

R_1 确定的单球隙开关脉冲形成电路,由微分方程的 $\Delta=0$ 的表达式,计算其工作状态的参数分界线,可以定量了解对于单球隙开关回铃电路残存波幅值最小的有关 L_2 、 R_2 的所有点的集合.

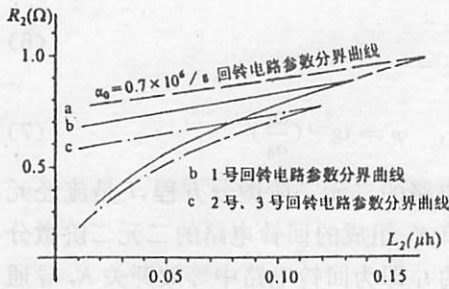


图3 单球隙放电回铃电路工作状态参数分界曲线

Fig. 3 Parameter limit curve to distinguish operating condition of the ringback in firing single spark-gap switch

等效元件参数取值为 $L_2=0.1000\mu\text{H}$, $R_2=0.8400\Omega$. 根据此参数计算得到的励磁电流波形函数表达式绘制的波形曲线(见图5),与图4实测波形是一致的.

对于文献^[2]报告的单球隙开关脉冲形成电路产生的半个衰减正弦波励磁电流波形参数 ω_0 和 α_0 的有关电路参数,利用自编计算程序,计算满足 $\Delta=0$ 的 L_2 、 R_2 的有关数据,绘制工作状态的参数分界曲线示于图3. 由图3不难看出,回铃电路工作状态的参数分界曲线呈凹向低电感值的凹形曲线. 凹形曲线的内侧区域为 $\Delta<0$ 的 L_2 、 R_2 的点的集合,外侧区域为 $\Delta>0$ 的 L_2 、 R_2 的点的集合. 对于 L_2 有确定值的回铃电路,欲获得由正弦振荡特征解与指数衰减特征解线性组合的励磁电流残存波, R_2 的可能取值有一个低阻值区,还有一个高阻值区. 利用同一计算程序对 HESYRL 一号冲击磁铁励磁电流的实测波形(见图4)进行模拟计算. 计算得到的回铃电路的

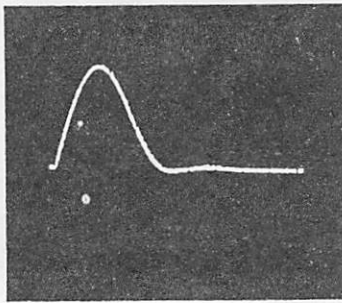


图4 一号冲击磁铁励磁电流实测波形

Fig. 4 The photo of measured current wave form for No. 1 kicker magnet

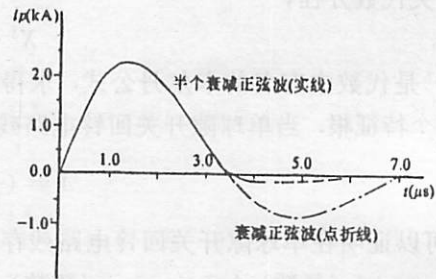


图5 一号冲击磁铁励磁电流计算波形

Fig. 5 The calculated current wave form for No. 1 kicker magnet

3 参数调试

在 ω_0 、 α_0 、 C 确定以后,影响单球隙开关回铃电路残存波幅值的因素有三个,即回铃电路的等效电感值 L_2 、等效电阻值 R_2 以及等效单向开关导通时刻 t_1 的分散性. 文献^[4]假设回铃电路阻抗远小于衰减振荡电路阻抗的前提下,进行了近似处理的定性讨论,认为只要 $L_1>20L_2$ 和 $R_1>10R_2$,残存波的最大幅值可小于主峰值的4%;认为考虑反峰削波开关的点燃时刻的跳动量,残存波的最大幅值可相当于主峰值的10—12%. 由参数调试研究得知,这些见解是相当粗糙的.

3.1 等效电阻值变化对残存波幅值的影响

根据回铃电路工作状态的参数分界曲线,很容易寻找所研究等效电阻值可变化的区域.为了获得定量的了解,以具体事例说明.当 $\omega_0=0.8976\text{Mrad/s}$, $\alpha_0=290000/\text{s}$, $C=0.6050\mu\text{F}$, $L_1=1.8576\mu\text{H}$, $R_1=1.0774\Omega$, $L_2=0.1000\mu\text{H}$ 时, R_2 的可取值范围应大于 0.8335Ω , 或小于 0.7844Ω . 表1列出了回铃电路等效电阻值变化对残存幅值影响的若干数据和残存波波形参数.由表中数据看,对于 $R_2>0.8335\Omega$ 的区域,残存波的幅值随电阻的增加呈上升的趋势,即电阻越小,残存波幅值越小.这一点与文献[4]的见解是一致的.其变化率大体为 $0.15\%/0.01\Omega$ (此时高压脉冲电容器的初始电压 $V_0=6000\text{V}$, 衰减正弦波主峰电流 $I_{\text{peak}}=2280\text{A}$). 对于 $R_2<0.7844\Omega$ 的区域,随着电阻的减小,残存波的幅值先呈下降趋势,其变化率大体为 $0.15\%/0.01\Omega$; 由表4数据看出,当 $L_2=0.1000\mu\text{H}$ (根据经验,估算值与文献[7]的计算值量级相吻和) 时, $R_2=0.6050\Omega$ 是该例比较好的工作点. 到达最佳点附近,残存波的幅值与主峰相比,可以小于 0.2% ; 在比最佳点电阻值更小的区域,随着电阻的减小,残存波的幅值呈上升的趋势,其变化率大体为 $-0.21\%/0.01$. 这些与文献[4]的结论是不一致的. 对于 α_0 非常小的情况,文献[4]认为 L_2 和 R_2 越小越好是成立的. 但是计算表明,对于电路基本参数取 $\alpha_0=170000/\text{s}$ 的例子,仅取非常小的 L_2 和 R_2 ,也很难调得残存波幅值小于 14% .

表1 回铃电路等效电阻值变化对残存波影响的数据

Table 1 The datas for the wave of residual part influenced by equivalent resistance of ringback circuit

($L_2=0.1000 \cdot 10^{-6}\text{H}$, $t_1=3.0897 \cdot 10^{-6}\text{s}$)

R_2 (Ω)	α_2 (10^6s^{-1})	α_3 (10^6s^{-1})	ω ($10^6\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)	I_p/t ($\text{A}/10^{-6}\text{s}$)	I_r/t ($\text{A}/10^{-6}\text{s}$)
0.8600	5.8568	1.6616	0.4272	-98.22/4.2447	-97.98/4.3497
0.8500	5.6738	1.7031	0.3495	-94.88/4.2447	-94.59/4.3497
0.8400	5.4810	1.7495	0.2281	-91.49/4.2447	-91.30/4.3147
0.7800	1.2937	3.5431	0.4704	-70.41/4.2097	-55.49/4.3347
0.7000	1.1035	3.2382	1.9610	-40.46/4.1397	-33.00/4.5247
0.6550	1.0333	3.0483	2.3718	-22.78/4.0697	-16.20/4.4547
0.6000	0.9638	2.8081	2.7569	-4.495/4.2447	+4.485/4.3147
0.5500	0.9107	2.5847	3.0366	+18.97/3.9297	+26.15/4.2447

注: 当 R_2 的取值为 0.5500Ω 时, t_1 时刻后残存波均为正值,其最小值为 18.97A . 说明 R_2 过小会引起半波底宽增加.

3.2 等效电感值变化对残存波幅值的影响

正如前面所述,等效电阻值变化,可分为高电阻区和低电阻区. 因此,在研究等效电感值变化与残存波幅值关系时,也应分高电阻区和低电阻区. 单个球隙开关脉冲形成电路的基本参数仍取前节例子数据. 表2、表3分别给出了低电阻区和高电阻区的回铃电路等效电感值变化对残存波幅值影响的若干数据和残存波波形参数. 由数据不难看出,无论是低电阻区,还是高电阻区,当 R_2 维持不变时,残存波的幅值随等效电感值的增加而增大,大体上等效电感变化 $0.01\mu\text{H}$ 时,残存波幅值对主峰值比值的的变化量,在高电阻区约为 0.05% , 在低电阻区约为 $(0.05\sim0.2)\%$.

表 2 回铃电路低阻区等效电感值变化对残存波的影响数据

Table 2 The datas for the wave of residual part influenced
by equivalent inductance of ringback circuit in lower resistance
($R_2=0.6550\Omega$, $t_1=3.0897 \cdot 10^{-6}s$)

R_2 (Ω)	α_2 (10^6s^{-1})	α_3 (10^6s^{-1})	ω ($10^6rad \cdot s^{-1}$)	I_p/t ($A/10^{-6}s$)	I_a/t ($A/10^{-6}s$)
0.0800	1.0646	3.8514	1.0807	-18.66/4.2447	-15.32/4.6297
0.0900	1.0483	3.4047	2.1784	-19.98/4.1397	-15.41/4.5247
0.1000	1.0333	3.0483	2.3718	-22.78/4.0697	-16.20/4.4547
0.1100	1.0193	2.7576	2.4786	-26.82/4.0347	-17.25/4.4197
0.1200	1.0062	2.5161	2.5369	-31.69/3.9997	-19.54/4.3847

表 3 回铃电路高阻区等效电感值变化对残存波的影响数据

Table 3 The datas for the wave of residual part influenced
by equivalent inductance of ringback circuit in higher resistance
($R_2=0.8530\Omega$, $t_1=3.0897 \cdot 10^{-6}s$)

R_2 (Ω)	α_2 (10^6s^{-1})	α_3 (10^6s^{-1})	ω ($10^6rad \cdot s^{-1}$)	I_p/t ($A/10^{-6}s$)	I_a/t ($A/10^{-6}s$)
0.0900	6.8517	1.6030	0.4645	-94.56/4.2797	-94.25/4.3847
0.1000	5.7296	1.6902	0.3757	-95.89/4.2447	-95.61/4.3497
0.1100	4.6949	1.8198	0.1197	-97.63/4.2097	-97.42/4.2797

3.3 等效单向开关导通时刻分散性对残存波幅值的影响

等效单向开关导通时刻 t_1 的分散性. 可以是高压硅堆正向特性的分散性, 也可以是反向削波球隙开关点燃时刻的分散性. 表 4 给出了低电阻区最佳点邻域回铃电路高压硅堆导通时刻分散性对残存波幅值影响的若干数据. 对于 $\pm 20ns$ 以内的 t_1 跳动, 残存波幅值对主峰幅值比值的的变化率约为 $0.2\%/0.01\mu s$; 对于 $20ns$ 以内的 t_1 跳动, 残存波幅值对主峰幅值比值的的变化率约为 $0.25\%/0.01\mu s$ (此时主峰波形尾部有所抬高). 对于 $\pm 75ns$ 的时间跳动, 引起的残存波幅值跳动较大, 与主峰相比约为 2% . 通过研究, 可以知道最佳的导通时刻并不是文献[4]认为的励磁电流过零的时刻, 最佳的导通时刻相对于励磁电流对零时刻应有一个提前量. 如前所述, 对于 $\alpha_0=170000/s$, 很难得到幅值小于 14% 的残存波. 计算表明, 若给予 $0.1\mu s$ 以上的提前量, 则可获得幅值小于 10% 的残存波. 所以对于双球隙开关脉冲形成电路, 有一个点燃时刻可调的反峰削波开关, 是得到较小幅值残存波的关键, 其缺点是反峰削开关的时间抖动太大. 计算给出, HESYRL 一号冲击磁铁脉冲发生器回铃电路高压硅堆的导通时刻提前量是 $0.41\mu s$ 左右.

表 4 回铃电路低阻区高压硅堆导通时刻分散性对残存波的影响数据

Table 4 The datas for the wave of residual part influenced by time-jitter for the diode of ringback circuit in higher resistance

$$(R_2=0.6050\Omega, \quad t_2=0.1000 \cdot 10^{-6}\text{s})$$

$$(\alpha_2=0.9696 \cdot 10^6\text{s}^{-1}, \quad \alpha_3=2.8302 \cdot 10^6\text{s}^{-1}, \quad \omega=2.7257 \cdot 10^6\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$$

t_1 (10^{-6}s)	I_p/t ($\text{A}/10^{-6}\text{s}$)	I_e/t ($\text{A}/10^{-6}\text{s}$)	I_o/t ($\text{A}/10^{-6}\text{s}$)
3.1647	+56.51/3.5147	-59.20/3.9697	-44.38/3.1997
3.1097	+97.30/3.4947	-17.39/4.0197	-9.406/4.3347
3.0997	+108.8/3.4847	-10.05/4.0097	-3.464/4.3247
3.0897	+3.251/4.3547	-2.806/4.0747	+3.244/4.4247
3.0797	+8.709/4.2697	+4.264/4.0247	+8.690/4.3397
3.0697	+14.88/4.2947	+11.21/4.0497	+14.85/4.3697
3.0147	+147.3/3.5047	+43.20/4.4147	+43.20/4.4147

4 结论

回铃电路设计中考虑影响单个球隙开关脉冲形成电路残存波幅值的三个因素时, 首先应考虑回铃电路电感的大小. 由工作状态的参数分界曲线, 可以看出回铃电路分布电感值可能的取值范围.

其次应根据回铃电路的工作状态参数分界曲线, 尽可能选择低电阻区的最佳点附近的回铃电路电阻值. 第三应根据储能电容器电压降的波形选择合适的高压硅堆. 因此, 当回铃电路的分布电感足够小时, 选择 R_2 的值在最佳点附近, 选配具有合适正向导通值的高压硅堆, 是高压硅堆回铃电路能否调试成功的关键. 由于高压硅堆的正向导通分散性远小于反峰削波开关电路中球隙开关的点燃分散性, 所以由高压硅堆和无感电阻组成的回铃电路的性能稳定性, 远优于球隙开关反峰削波开关电路的性能.

计算所需半个衰减正弦波相应的回铃电路工作状态的参数分界曲线, 计算回铃电路电阻选配的最佳区域, 采用无感电阻调节回铃电路的电阻值, 使得残存波的幅值可以小到相当于主峰值 0.2% 的程度, 为单个球隙开关放电形成性能优异的半个衰减正弦波提供了一个重要的定量判据.

参加合肥电子储存环注入冲击磁铁脉冲形成电路高压硅堆电路调试试验工作的还有李为民、傅禄欣、王筠华同志.

参 考 文 献

- [1] “X 线及 VUV 领域的分光学研究”, SOR-RING REPORT, N. 7, 东京大学, 昭和 52 年 3 月.
- [2] Wang X Q (王相燊), Pei Y J (裴元吉), Fu L X (傅禄欣), Wang J H (王筠华), Li W M (李为民) *et al*, “The Multiturn Injection System for the HESYRL Electron Storage Ring”, The Proceedings of Hefei ICSRA, Hefei, Press of USTC, May 8—12, 1989, p192—198.

- [3] 王相霖,“800MeV 电子储存环注入冲击磁铁的研制”,中国科学技术大学研究生毕业论文,合肥,1981年.
- [4] 张适昌等,“冲击磁体脉冲发生器的削负波研究”,第四次全国粒子加速器学术年会论文集,北京,1988年12月,p336—342.
- [5] 褚宗兰等,“采用火花隙开关的冲击磁体脉冲发生器”,第四次全国粒子加速器学术年会论文集,北京,1988年12月,p343—347.
- [6] 裴元吉,“多圈注入,粒子动力学讨论会报告”,安徽黄山,1981年10月.
- [7] 张恩官,“高功率低抖动同轴场畸变充气开关研制”,强流直线感应加速器会议论文集,1983年3月,p104—108.

Study on the Formation of 10kA Half Sinewave Current Pulse With Attenuation to Fire Spark-Gap Switch

Wang Xiangqi Pei Yuangji

(National Synchrotron Radiation Laboratory)

Abstract

This paper presents a theoretical circuit for forming 10kA-half sinewave current pulse with attenuation to fire the spark-gap switch and gives the waveform function of pulses. It also presents an idea of parameter limit curves to distinguish the operating condition of the ringback circuit. In addition, the influence of the equivalent inductance, the equivalent resistance and time-jitters of the diode on the residual waveform of a half sinewave with attenuation is discussed.

Key words: a half-sinewave with attenuation factor, wave of residual part, amplitude of residual part, first transient, next transient, curve to distinguish parameter

PACS (1992): 29.27.Ac

加权熵公理构成证明的新方法

姜 丹

(中国科学技术大学管理学院)

摘 要

对 S. Guiasu 在《Weighted Entropy》(加权熵)一文中提出的加权熵公理构成理论,进行了简化公理条件的严密的数学证明,并给出关于加权熵函数唯一确定性的一种新的证明方法. 不仅简化了加权熵的公理条件和加权熵函数唯一确定性的证明过程,而且使加权熵的公理构成具有合理的物理含意,对改善加权熵公理构成理论具有一定的价值.

关键词:信息论,加权熵,公理构成

中图法分类号:TN911

AMS Classification(1991):94A17

1 引言

加权熵概念把表示主观因素的效用价值引进了客观信息的度量之中,它对效用信息测度的探索具有启示作用. 加权熵是信息理论与管理科学交叉结合的产物,对管理科学的完善与发展具有重要意义.

著名罗马尼亚数学家 S. Guiasu 在《Weighted Entropy》^[1]一文中,提出了加权熵应满足的公理条件,并证明其函数形式是唯一确定的. 但文献[1],把“对任意 $r > 1$, $L(r)$ 是一个正数”这个非独立的条件也作为公理条件的一部分提出,对 $L(r)$ 的具体函数形式也缺少严密的证明过程,并采用“数学归纳法”证明了加权熵函数的唯一确定性,使证明过程增添了不必要的烦琐.

本文运用文献[1]本身所提出的基本思路,证明了凡符合其它公理条件,则当 $r > 1$ 时,函数 $L(r)$ 一定是一个正数,不必作为公理条件的一部分提出. 而且,对 $L(r)$ 的具体函数形式给

予了严密的证明过程. 同时, 对加权熵函数的唯一确定性的证明, 本文采用了一种直接证明的新方法, 不仅使加权熵公理构成的证明过程得到显著的简化和改善, 而且使加权熵的公理构成理论增添了鲜明的物理含意.

2 $L(r)$ 是非负函数

若信源 X 的信源空间为

$$[X \cdot P]: \begin{cases} X: & a_1 & a_2 & \cdots & a_r \\ P(X): & p_1 & p_2 & \cdots & p_r \end{cases}$$

其中, $p_i (i=1, 2, \dots, r)$ 是信源 X 发符号 $a_i (i=1, 2, \dots, r)$ 的客观概率, $0 \leq p_i \leq 1 (i=1, 2, \dots, r)$, 且 $\sum_{i=1}^r p_i = 1$. 设信源符号(事件) $a_i (i=1, 2, \dots, r)$ 的权重为 $\omega_i (i=1, 2, \dots, r)$, 且令 $\omega_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, r)$. 信源 X 的加权熵函数记为

$$H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_r) \quad (1)$$

它是一个非负实函数.

S. Guiasu 在 [1] 中提出, $H_{\omega(r)}$ 必须满足下列公理条件:

- (A) $H_{\omega(2)}(\omega_1, \omega_2; p, 1-p)$ 是 $p \in [0, 1]$ 的连续函数;
- (B) 对所有变量对 $(\omega_k, p_k) (k=1, 2, \dots, r)$, $H_{\omega(r)}$ 是对称函数;
- (C) 如果令

$$\omega_r = \frac{p' \omega' + p'' \omega''}{p' + p''} \quad (2)$$

$$p_r = p' + p'' \quad (3)$$

则

$$\begin{aligned} H_{\omega(r+1)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega', \omega''; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p', p'') \\ = H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p_r) \\ + p_r H_{\omega(2)}\left(\omega', \omega''; \frac{p'}{p_r}, \frac{p''}{p_r}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

(D) 如果各概率相等, 则

$$\begin{aligned} H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_r) \\ = L(r) \cdot \frac{\omega_1 + \omega_2 + \cdots + \omega_r}{r} \end{aligned} \quad (5)$$

对任意 $r > 1$, $L(r)$ 是一个正数.

本文认为, 公理条件 (D) 中的“对任意 $r > 1$, $L(r)$ 是一个正数”是不必要的, 不必作为公理条件的一部分(或作为对 (5) 式的解释)提出.

证明

(1) 对于加权熵函数

$$H_{\omega(r-1+q)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_q; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p'_1, p'_2, \dots, p'_q)$$

当 $q=2$ 时, 由公理 (C), 有

$$H_{\omega(r-1+2)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega'_1, \omega'_2; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p'_1, p'_2)$$

$$= H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p_r) \\ + p_r H_{\omega(2)}\left(\omega'_1, \omega'_2; \frac{p'_1}{p_r}, \frac{p'_2}{p_r}\right)$$

其中:

$$\omega_r = \frac{p'_1 \omega'_1 + p'_2 \omega'_2}{p'_1 + p'_2} \\ p_r = p'_1 + p'_2$$

现假设 $q=q_0$ 时,有

$$H_{\omega(r-1+q_0)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_{q_0}; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p'_1, p'_2, \dots, p'_{q_0}) \\ = H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p_r) \\ + p_r H_{\omega(q_0)}\left(\omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_{q_0}; \frac{p'_1}{p_r}, \frac{p'_2}{p_r}, \dots, \frac{p'_{q_0}}{p_r}\right) \quad (6)$$

其中:

$$\omega_r = \frac{p'_1 \omega'_1 + p'_2 \omega'_2 + \dots + p'_{q_0} \omega'_{q_0}}{p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{q_0}} \quad (7)$$

$$p_r = p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{q_0} \quad (8)$$

如取 $r=2$, 且 (6) 式中的 $(r-1+q_0)=(1+q_0)$ 个权重和相应的概率为: $\{\omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_{q_0}, \omega'_{q_0+1}\}$

和 $\left\{\frac{p'_1}{p_r}, \frac{p'_2}{p_r}, \dots, \frac{p'_{q_0}}{p_r}, \frac{p'_{q_0+1}}{p_r}\right\}$, 则 (6) 式改写为

$$H_{\omega(1+q_0)}\left(\omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_{q_0}, \omega'_{q_0+1}; \frac{p'_1}{p_r}, \frac{p'_2}{p_r}, \dots, \frac{p'_{q_0}}{p_r}, \frac{p'_{q_0+1}}{p_r}\right) \\ = H_{\omega(2)}\left(\omega'_1, \omega''; \frac{p'_1}{p_r}, \frac{p''}{p_r}\right) \\ + \frac{p''}{p_r} H_{\omega(q_0)}\left(\omega'_2, \omega'_3, \dots, \omega'_{q_0}, \omega'_{q_0+1}; \frac{p'_2}{p''}, \frac{p'_3}{p''}, \dots, \frac{p'_{q_0}}{p''}, \frac{p'_{q_0+1}}{p''}\right) \quad (9)$$

其中:

$$\omega'' = \frac{\frac{1}{p_r}(p'_2 \omega'_2 + p'_3 \omega'_3 + \dots + p'_{q_0} \omega'_{q_0} + p'_{q_0+1} \omega'_{q_0+1})}{\frac{1}{p_r}(p'_2 + p'_3 + \dots + p'_{q_0} + p'_{q_0+1})} \\ = \frac{p'_2 \omega'_2 + p'_3 \omega'_3 + \dots + p'_{q_0} \omega'_{q_0} + p'_{q_0+1} \omega'_{q_0+1}}{p'_2 + p'_3 + \dots + p'_{q_0} + p'_{q_0+1}} \quad (10)$$

$$p'' = p'_2 + p'_3 + \dots + p'_{q_0} + p'_{q_0+1} \quad (11)$$

当 $q=(q_0+1)$ 时, 由假设 (6) 式和公理条件 (C), 有

$$H_{\omega(r-1+q_0+1)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_{q_0}, \omega'_{q_0+1}; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p'_1, p'_2, \dots, p'_{q_0}, p'_{q_0+1}) \\ = H_{\omega(r+1)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega'_1, \omega''; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p'_1, p'') \\ + p'' H_{\omega(q_0)}\left(\omega'_2, \omega'_3, \dots, \omega'_{q_0}, \omega'_{q_0+1}; \frac{p'_2}{p''}, \frac{p'_3}{p''}, \dots, \frac{p'_{q_0}}{p''}, \frac{p'_{q_0+1}}{p''}\right) \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
&= H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p_r) \\
&\quad + p_r H_{\omega(2)}\left(\omega'_1, \omega'_r; \frac{p'_1}{p_r}, \frac{p'_r}{p_r}\right) \\
&\quad + p'' H_{\omega(q_0)}\left(\omega'_2, \omega'_3, \dots, \omega'_{q_0}, \omega'_{q_0+1}; \frac{p'_2}{p''}, \frac{p'_3}{p''}, \dots, \frac{p'_{q_0}}{p''}, \frac{p'_{q_0+1}}{p''}\right)
\end{aligned} \tag{13}$$

其中:

$$\omega_r = \frac{p'_1 \omega'_1 + p'_2 \omega'_2 + p'_3 \omega'_3 + \dots + p'_{q_0} \omega'_{q_0} + p'_{q_0+1} \omega'_{q_0+1}}{p'_1 + p'_2 + p'_3 + \dots + p'_{q_0} + p'_{q_0+1}} \tag{14}$$

$$p_r = p'_1 + p'_2 + p'_3 + \dots + p'_{q_0} + p'_{q_0+1} \tag{15}$$

用 p_r 乘(9)式两边,由(13)式可得

$$\begin{aligned}
&H_{\omega(r-1+q_0+1)}(\omega_1, \dots, \omega_{r-1}, \omega'_1, \dots, \omega'_{q_0}, \omega'_{q_0+1}; p_1, \dots, p_{r-1}, p'_1, \dots, p'_{q_0}, p'_{q_0+1}) \\
&= H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p_r) \\
&\quad + p_r H_{\omega(1+q_0)}\left(\omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_{q_0}, \omega'_{q_0+1}; \frac{p'_1}{p_r}, \frac{p'_2}{p_r}, \dots, \frac{p'_{q_0}}{p_r}, \frac{p'_{q_0+1}}{p_r}\right)
\end{aligned} \tag{16}$$

综上所述,我们已证得:对加权熵函数,一般可有

$$\begin{aligned}
&H_{\omega(r-1+q)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_q; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p'_1, p'_2, \dots, p'_q) \\
&= H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{r-1}, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, p_r) \\
&\quad + p_r H_{\omega(q)}\left(\omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_q; \frac{p'_1}{p_r}, \frac{p'_2}{p_r}, \dots, \frac{p'_q}{p_r}\right)
\end{aligned} \tag{17}$$

其中:

$$\omega_r = \frac{p'_1 \omega'_1 + p'_2 \omega'_2 + \dots + p'_q \omega'_q}{p'_1 + p'_2 + \dots + p'_q} \tag{18}$$

$$p_r = p'_1 + p'_2 + \dots + p'_q \tag{19}$$

重复运用(17),(18),(19)式,可得更广泛的结论:

$$\begin{aligned}
&H_{\omega(q_1+\dots+q_r)}(\omega'_{11} \dots \omega'_{1q_1}; \dots; \omega'_{r1} \dots \omega'_{rq_r}; p'_{11} \dots p'_{1q_1}; \dots; p'_{r1} \dots p'_{rq_r}) \\
&= H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_r) \\
&\quad + \sum_{i=1}^r p_i H_{\omega(q_i)}\left(\omega'_{i1}, \omega'_{i2}, \dots, \omega'_{iq_i}; \frac{p'_{i1}}{p_i}, \frac{p'_{i2}}{p_i}, \dots, \frac{p'_{iq_i}}{p_i}\right)
\end{aligned} \tag{20}$$

其中:

$$\omega_i = \frac{p'_{i1} \omega'_{i1} + p'_{i2} \omega'_{i2} + \dots + p'_{iq_i} \omega'_{iq_i}}{p'_{i1} + p'_{i2} + \dots + p'_{iq_i}} \quad (i = 1, 2, \dots, r) \tag{21}$$

$$p_i = p'_{i1} + p'_{i2} + \dots + p'_{iq_i} \quad (i = 1, 2, \dots, r) \tag{22}$$

(2) 为了引入函数 $L(r)$,令(20)、(21)、(22)中的

$$q_1 = q_2 = \dots = q_r = q \tag{23}$$

$$p'_{ij} = \frac{1}{rq} \quad (i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, q) \tag{24}$$

则(22)式中的 $p_i = \frac{1}{r} (i = 1, 2, \dots, r)$,且(20)式可改写为

$$H_{\omega(r)}\left(\omega'_{11}, \dots, \omega'_{1q}; \dots; \omega'_{r1}, \dots, \omega'_{rq}; \frac{1}{rq}, \dots, \frac{1}{rq}; \dots; \frac{1}{rq}, \dots, \frac{1}{rq}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= H_{\omega(r)}\left(\frac{\omega'_{11} + \cdots + \omega'_{1q}}{q}, \dots, \frac{\omega'_{r1} + \cdots + \omega'_{rq}}{q}; \frac{1}{r}, \dots, \frac{1}{r}\right) \\
&+ \sum_{i=1}^r \frac{1}{r} H_{\omega(q)}\left(\omega'_{i1}, \omega'_{i2}, \dots, \omega'_{iq}; \frac{1}{q}, \frac{1}{q}, \dots, \frac{1}{q}\right)
\end{aligned} \quad (25)$$

应用公理条件(D), (25)式变为

$$\begin{aligned}
&L(rq) \cdot \frac{\sum_{i=1}^r (\omega'_{i1} + \cdots + \omega'_{iq})}{rq} \\
&= L(r) \cdot \frac{\sum_{i=1}^r (\omega'_{i1} + \cdots + \omega'_{iq})}{rq} + L(q) \cdot \frac{\sum_{i=1}^r (\omega'_{i1} + \cdots + \omega'_{iq})}{rq}
\end{aligned} \quad (26)$$

即得

$$L(rq) = L(r) + L(q) \quad (27)$$

(3) 由公理条件(C), 有

$$\begin{aligned}
&H_{\omega(3)}\left(\omega_1, \omega_2, \omega_3; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) \\
&= H_{\omega(2)}\left(\omega_1, \omega_2; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} H_{\omega(2)}(\omega_2, \omega_3; 1, 0)
\end{aligned} \quad (28)$$

由公理条件(B)、(C), 有

$$\begin{aligned}
&H_{\omega(3)}\left(\omega_1, \omega_2, \omega_3; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) \\
&= H_{\omega(3)}\left(\omega_3, \omega_2, \omega_1; 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \\
&= H_{\omega(2)}\left(\omega_3, \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1); 0, 1\right) \\
&+ H_{\omega(2)}\left(\omega_2, \omega_1; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)
\end{aligned} \quad (29)$$

由(28)、(29)式, 有

$$H_{\omega(2)}(\omega_2, \omega_3; 1, 0) = 2H_{\omega(2)}\left(\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2), \omega_3; 1, 0\right) \quad (30)$$

取 $\omega_1 = \omega_2$, 可得

$$H_{\omega(2)}(\omega_2, \omega_3; 1, 0) = 2H_{\omega(2)}(\omega_2, \omega_3; 1, 0) \quad (31)$$

由(31)式, 即得

$$H_{\omega(2)}(\omega', \omega''; 1, 0) = 0 \quad (32)$$

或

$$H_{\omega(2)}(\omega'', \omega'; 0, 1) = 0 \quad (33)$$

(32), (33)式中的 ω', ω'' 为任意非负实数.

(4) 运用(17)、(18)、(19)式, 有

$$H_{\omega(r)}\left(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r; \frac{1}{r}, \frac{1}{r}, \dots, \frac{1}{r}\right)$$

$$\begin{aligned}
 &= H_{\omega(2)}\left(\omega_1, \frac{\omega_2 + \dots + \omega_r}{r-1}; \frac{1}{r}, \frac{r-1}{r}\right) \\
 &\quad + \frac{r-1}{r} H_{\omega(r-1)}\left(\omega_2, \dots, \omega_r; \frac{1}{r-1}, \dots, \frac{1}{r-1}\right)
 \end{aligned} \tag{34}$$

由公理条件(D), (34)式可改写为

$$\begin{aligned}
 &L(r) \cdot \frac{\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_r}{r} \\
 &= H_{\omega(2)}\left(\omega_1, \frac{\omega_2 + \dots + \omega_r}{r-1}; \frac{1}{r}, \frac{r-1}{r}\right) \\
 &\quad + \frac{r-1}{r} L(r-1) \cdot \frac{\omega_2 + \dots + \omega_r}{r-1}
 \end{aligned} \tag{35}$$

令 $\omega_1=0$, 则(35)式为

$$\begin{aligned}
 &L(r) \cdot \frac{\omega_2 + \dots + \omega_r}{r} \\
 &= H_{\omega(2)}\left(0, \frac{\omega_2 + \dots + \omega_r}{r-1}; \frac{1}{r}, \frac{r-1}{r}\right) \\
 &\quad + \frac{r-1}{r} L(r-1) \cdot \frac{\omega_2 + \dots + \omega_r}{r-1}
 \end{aligned} \tag{36}$$

即有

$$\begin{aligned}
 &[L(r) - L(r-1)] \cdot \frac{\omega_2 + \dots + \omega_r}{r} \\
 &= H_{\omega(2)}\left(0, \frac{\omega_2 + \dots + \omega_r}{r-1}; \frac{1}{r}, \frac{r-1}{r}\right)
 \end{aligned} \tag{37}$$

再令

$$\omega_2 = \omega_3 = \dots = \omega_r = \omega > 0 \tag{38}$$

则(37)式为

$$\frac{r-1}{r} \cdot \omega \cdot [L(r) - L(r-1)] = H_{\omega(2)}\left(0, \omega; \frac{1}{r}, \frac{r-1}{r}\right) \tag{39}$$

即

$$[L(r) - L(r-1)] = \frac{r}{\omega(r-1)} H_{\omega(2)}\left(0, \omega; \frac{1}{r}, \frac{r-1}{r}\right) \tag{40}$$

再令 $r \rightarrow \infty$, 对(40)式两边取极限, 并考虑到(33)式, 得

$$\begin{aligned}
 &\lim_{r \rightarrow \infty} [L(r) - L(r-1)] \\
 &= \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ \frac{r}{\omega(r-1)} H_{\omega(2)}\left(0, \omega; \frac{1}{r}, \frac{r-1}{r}\right) \right\} \\
 &= \frac{1}{\omega} H_{\omega(2)}(0, \omega; 0, 1) \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{41}$$

考虑到加权熵函数是非负实函数, 所以(41)是从正的方向趋向于零。这表明 $L(r)$ 是 r 的单调递增函数。

(5) 在(27)式中, 当 $r=q=1$ 时, 有

$$L(1 \cdot 1) = L(1) + L(1) = 2L(1)$$

即有

$$L(1) = 0 \quad (42)$$

又因为 $L(r)$ 是 r 的单调递增函数, 所以当 r 是大于 1 的整数时, 即当 $r > 1$ 时, 有

$$L(r) > L(1) = 0 \quad (43)$$

这样, 我们利用其它公理条件证明了“对任意 $r > 1$, $L(r)$ 一定是一个正数”. 所以, 文献[1]把“对任意 $r > 1$, $L(r)$ 是一个正数”作为公理条件(D)的一部分(或作为对(5)式的解释)提出, 是不必要的.

3 $L(r)$ 是对数函数

对于任意大于 1 的整数 r , 函数 $L(r)$ 是 r 的对数, 即

$$L(r) = \lambda \log r \quad (44)$$

文献[1]虽指出了这个结论, 但未给出证明过程. 而(44)式恰好是加权熵函数具有唯一确定形式的关键之一.

本文引用[2]和[7]中有关方法对(44)式予以证明.

设有大于 1 的正整数 r, q 和 k , 且令 $r \geq q$, 则必能找到一个正整数 l , 有

$$q^l \leq r^k \leq q^{l+1} \quad (45)$$

由 $L(r)$ 的单调递增性, 有

$$L(q^l) \leq L(r^k) \leq L(q^{l+1}) \quad (46)$$

由(27)式, (46)式可变为

$$lL(q) \leq kL(r) \leq (l+1)L(q) \quad (47)$$

考虑到 $L(r)$ 的非负性, 用 $kL(q)$ 除(47)式各项, 不等式仍然成立, 即有

$$\frac{l}{k} \leq \frac{L(r)}{L(q)} \leq \frac{l+1}{k} \quad (48)$$

另一方面, 由于“底”大于 1 的对数也是单调递增函数, 故同样可有

$$\log(q^l) \leq \log(r^k) \leq \log(q^{l+1}) \quad (49)$$

即

$$l \log q \leq k \log r \leq (l+1) \log q \quad (50)$$

由于已设 q 是大于 1 的整数, 即 $\log q > 0$, 用 $k \log q$ 除(50)式各项, 不等式仍然成立, 则同样可有

$$\frac{l}{k} \leq \frac{\log r}{\log q} \leq \frac{l+1}{k} \quad (51)$$

由(48)、(51)式, 有

$$\left| \frac{\log r}{\log q} - \frac{L(r)}{L(q)} \right| \leq \frac{1}{k} \quad (52)$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时, (52)式同样成立, 即有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ \left| \frac{\log r}{\log q} - \frac{L(r)}{L(q)} \right| \right\} = 0 \quad (53)$$

则得

$$\frac{L(r)}{\log r} = \frac{L(q)}{\log q} \quad (54)$$

由于 r, q 是任选的两个不相等的正整数, 所以(54)式的比值必然是与 r, q 无关的某常数 λ , 则可得

$$L(r) = \lambda \log r \quad (55)$$

即(44)式得证。

4 “加权熵函数形式唯一确定”的直接证明法

非负实函数 $H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_r)$ 如满足公理条件(A)、(B)、(C)及本文修正后的(D), 则具有唯一确定的形式

$$H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_r) = -\lambda \sum_{i=1}^r \omega_i p_i \log p_i \quad (56)$$

文献[1]是采用归纳法来证明这个结论, 本文给出另一种简明的直接证明的方法。

设信源 $[X \cdot P]$ 的概率分量 $p_i (i=1, 2, \dots, r)$ 是有理数, 且 $0 \leq p_i \leq 1 (i=1, 2, \dots, r)$, $\sum_{i=1}^r p_i = 1$

1. 对于信源概率空间 $P: \{p_1, p_2, \dots, p_r\}$ 总可找到一个足够小的数 $\varepsilon > 0$, 使

$$p_i = q_i \varepsilon \left(\text{或 } \varepsilon = \frac{p_i}{q_i}; q_i = \frac{p_i}{\varepsilon} \right) \quad (i=1, 2, \dots, r) \quad (57)$$

令

$$\sum_{i=1}^r q_i = N \quad (58)$$

则

$$N = \frac{\sum_{i=1}^r p_i}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} \quad (59)$$

这样, 有理数 $p_i (i=1, 2, \dots, r)$ 可统一表示为

$$p_i = \frac{q_i}{N} \quad (i=1, 2, \dots, r) \quad (60)$$

在(20)式中, 令 $p'_{ij} = \varepsilon (i=1, 2, \dots, r; j=1, 2, \dots, q_i)$, 则(21)、(22)式为

$$\omega_i = \frac{\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i}}{q_i} \quad (i=1, 2, \dots, r) \quad (61)$$

$$p_i = \frac{q_i}{N} \quad (i=1, 2, \dots, r) \quad (62)$$

这样, 由公理条件(D)和(44)式, (20)式中等式右边第二项为

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r p_i H_{\omega(q_i)} \left(\omega'_{i1}, \omega'_{i2}, \dots, \omega'_{iq_i}; \frac{p'_{i1}}{p_i}, \frac{p'_{i2}}{p_i}, \dots, \frac{p'_{iq_i}}{p_i} \right) \\ &= \sum_{i=1}^r \frac{q_i}{N} H_{\omega(q_i)} \left(\omega'_{i1}, \omega'_{i2}, \dots, \omega'_{iq_i}; \frac{1}{q_i}, \frac{1}{q_i}, \dots, \frac{1}{q_i} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=1}^r L(q_i) \cdot \frac{\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i}}{N} \\
 &= \lambda \log N \cdot \sum_{i=1}^r \frac{\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i}}{N} \\
 &\quad + \lambda \sum_{i=1}^r p_i \log p_i \cdot \frac{\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i}}{q_i} \quad (63)
 \end{aligned}$$

另一方面, 当 $p'_{ij} = \varepsilon$ ($i=1, 2, \dots, r; j=1, 2, \dots, q_i$) 时, 由公理条件 (D)、(44) 式, (20) 式也可改写为

$$\begin{aligned}
 &H_{\omega(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_r)}(\omega'_{11} \dots \omega'_{1q_1}; \dots; \omega'_{r1} \dots \omega'_{rq_r}; p'_{11} \dots p'_{1q_1}; \dots; p'_{r1} \dots p'_{rq_r}) \\
 &= L(N) \cdot \frac{\sum_{i=1}^r (\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i})}{N} \\
 &= \lambda \log N \cdot \frac{\sum_{i=1}^r (\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i})}{N} \quad (64)
 \end{aligned}$$

由 (63)、(64) 和 (20) 式, 得

$$\begin{aligned}
 &H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_r) \\
 &= \lambda \log N \cdot \frac{\sum_{i=1}^r (\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i})}{N} \\
 &\quad - \lambda \log N \cdot \frac{\sum_{i=1}^r (\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i})}{N} \\
 &\quad - \lambda \sum_{i=1}^r p_i \log p_i \cdot \frac{(\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i})}{q_i} \\
 &= - \lambda \sum_{i=1}^r p_i \log p_i \cdot \frac{\omega'_{i1} + \omega'_{i2} + \dots + \omega'_{iq_i}}{q_i} \quad (65)
 \end{aligned}$$

最后, 由 (61) 式, 得

$$H_{\omega(r)}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r; p_1, p_2, \dots, p_r) = - \lambda \sum_{i=1}^r \omega_i p_i \log p_i \quad (66)$$

即已证得: (56) 式是满足公理条件的加权熵函数唯一确定的函数形式。

虽然, 以上证明是在 p_i ($i=1, 2, \dots, r$) 是有理数的假设前提下进行的, 但由连续性可知, 当概率分量 p_i ($i=1, 2, \dots, r$) 为任意实数 (包括无理数) 时, (66) 式同样也能成立。

参 考 文 献

- [1] Guiasu S, Weighted Entropy, *Reports on Math Phys.*, 2 (1971), 165—179.
- [2] 姜丹编著, 信息论, 中国科学技术大学出版社, 合肥, 1987 年.
- [3] Guiasu S, *Information Theory with Application*, McGraw—Hill, 1977.
- [4] Shannon C E, *Mathematical Theory of Communication BSTJ*, 27 (1948), 379—423, 632—656.
- [5] Hartley R V L, *Transmission of Information BSTJ*, 7 (1928), 535—536.
- [6] McEliece R J, *The Theory of Information and Coding*, Addison Wesley Publishing Company, 1977.
- [7] 周炯槃编著, 信息理论基础, 人民邮电出版社, 1983 年.

A New Method to Prove Axiom Structure of Wighted Entropy

Jiang Dan

(Management Institute of USTC)

Abstract

A strict mathematical proof for simplifying the axiom condition of weighted entropy is presented, and a new method for justifying the only determinism of weighted entropy function is also proposed. The new method and the proving approach not only simplify the axiom condition of weighted entropy and the proving process of the only determinism of weighted entropy function, but also give a rational physical meaning to the axiom structure of weighted entropy .

Key words: information theory, weighted entropy, axiom structure

AMS Classification (1991):94A17

取代苯基重氮盐-冠醚络合物的成键作用*

孙祥玉 赵瑶兴

(中国科学技术大学研究生院 北京)

摘 要

报道一系列取代苯基重氮盐及其 18-冠醚-6 络合物的远红外光谱、 ^{13}C 核磁共振和 FAB-质谱,由主体和客体形成络合物前后的光谱变化和这类络合物质谱中表征 $[\text{M}-\text{BF}_4]^+$ 离子峰的相对丰度,结合取代基效应讨论络合物的成键状况,推测这类络合键除冠醚氧与重氮盐 α -氮正电中心相互作用外,尚存在 π -电子由重氮盐 β -氮向冠醚氧转移的反馈作用。用 Hückel 分子轨道法对重氮盐各原子电荷密度分布计算的结果支持上述推论。

关键词:芳基重氮盐,冠醚络合物,远红外光谱,核磁共振,FAB-质谱,络合键

中图法分类号:O641.4

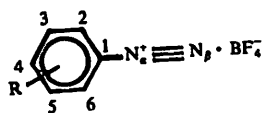
1 引言

重氮盐是重要的有机化学试剂,在有机合成中占有重要地位。但由于其对光和热具有不稳定性,并难溶于极性小的有机溶剂,它们的应用受到限制。近年的研究表明,适当孔腔的冠醚与其络合后,它们的稳定性明显地提高,溶解性得到改进,并易于纯化^[1]。对这类络合物的结构特点和主-客体间络合本质的研究引起不少化学家的兴趣^[2]。我们曾用 ^1H 核磁共振研究取代苯基重氮盐的 18-冠-6 和二苯并 24-冠-8 络合物在溶剂中的立体结构^[3],并通过 X-射线衍射测定后者的晶体结构^[4]。Korzeniowski 等首次测试了一些取代苯基重氮盐及其 18-冠醚-6 的 ^{13}C 核磁共振^[5,6],提出这类络合物的成键源于冠醚氧与重氮盐正电荷的相互作用。1988 年 Duthaler 等考察了对位取代苯基重氮盐在 18-冠醚-6 存在下的 ^{15}N 和 ^{13}C 核磁共振^[7],但未涉及有关络合物成键状况的讨论。Beadle 等曾用红外光谱方法研究重氮盐与 21-冠醚-7 络合后的稳定性^[8],设计特殊的成键模型,但没有普遍意义。有关重氮盐-冠醚络合物的成键本质未见

1992 年元月 13 日收到。

* 国家自然科学基金资助课题。承北京分子动态和稳态结构国家实验室资助。

有其它更为深入的报道。



我们测定了一系列四氟硼酸取代苯基重氮盐 $R=H, p-F, p-Cl, p-Br, p-I, p-CH_3, p-OCH_3, p-NO_2, m-Cl, m-Br$ 及其 18-冠醚-6 络合物的远红外光谱和 ^{13}C 核磁共振, 考察上述络合物的快原子轰击质谱 (FAB-MS), 结合取代基效应, 对其成键状况作进一步讨论, 发现这类络合物的络合键由重氮盐正电中心与冠醚氧的静电作用和重氮盐的 π -电子向冠醚氧转移的“反馈作用”组成。

2 实验部分

四氟硼酸芳基重氮盐及其 18-冠醚-6 络合物的合成、物理性质和 1H 核磁共振数据载于文献[3]。氢谱测定表明, 络合物的主、客体摩尔比均接近 1:1。

远红外光谱, 使用德国 BRUKER IFS113VFT-IR 仪, 分辨率 $2cm^{-1}$, 波数精度 $0.01cm^{-1}$ (取至 $0.1cm^{-1}$), 采用将样品的石蜡糊涂于 1mm 厚的高密度聚乙烯薄膜上的制样方法, 记录 $450-100cm^{-1}$ 光谱, 扫描 64 次。

FAB 质谱, 用 MS-50 质谱仪, 连接 Ion Tech Inc 快原子枪, 紫外记录仪, 5kV 加速电压, 1mA 离子流; 采用在样品的丙酮溶液中添加对-甲苯磺酸, 向基质甘油表面注射样品溶液的表面沉淀方法进行测试。

^{13}C 核磁共振, 使用 VARIAN XL-200 型仪器测试, 工作频率 50.3MHz, 10mm 样品管, TMS 为内标, $DMSO-d_6$ 为溶剂, 样品浓度 $0.15-0.20mol \cdot dm^{-3}$ 。记录质子宽带去偶和 DEPT 光谱, 测试温度 $20^\circ C$ 。

重氮盐各原子电子密度应用扩展的 Hückel 分子轨道 (EHMO) 算法, 使用美国 DEC 公司 VAX-11/780 型电子计算机计算。

3 结果与讨论

3.1 远红外光谱

由远红外光谱探讨这类络合物的络合键本质, 迄今未见报道。

我们测定了十种取代苯基重氮盐 ($R=H, p-F, p-Cl, p-Br, p-I, p-CH_3, p-OCH_3, m-Cl, m-Br, p-NO_2$) 及其 18-冠醚-6 分子络合物的远红外光谱, 在络合物光谱的 $250cm^{-1}$ 附近观察到新的振动谱带, 它表现为宽的低强度吸收, 一般配位键的振动谱带多出现在红外光谱低频区^[9], 我们将测定得到的 $250cm^{-1}$ 附近的宽谱带归属为这类络合物的络合谱带, 络合谱带的波数 ($\bar{\nu}_c$) 及其取代基效应增值 ($\Delta\bar{\nu}_c$) 列于表 1。

表 1 络合谱带波数 $\bar{\nu}_c$ 及其取代基增值 $\Delta\bar{\nu}_c (cm^{-1})$

Table 1 The wavenumber of complex bands $\bar{\nu}_c$ and their substituent effects $\Delta\bar{\nu}_c (cm^{-1})$

取代基	H	p-F	p-cl	p-Br	p-I	p-CH ₃	p-OCH ₃	m-Cl	m-Br	p-NO ₂
$\bar{\nu}_c$	248.5	256.2	253.6	253.0	252.2	251.2	263.1	247.0	247.6	—
$\Delta\bar{\nu}_c$	0	7.7	5.1	4.5	3.7	2.7	14.6	-1.5	-0.9	—

* 在测量范围内未观察到对-硝基取代络合物的络合谱带

表征络合物稳定性的络合谱带波数与重氮盐苯环取代基的性质和位置有关,发现络合谱带波数的取代基增值 $\Delta\nu_c$ 与取代基常数 σ_p^+ ^[10] 呈良好的线性关系,如图 1,相关系数 $\rho=0.996$. 图 1 表明,络合谱带的位置与取代基的共轭效应相关,处于对位的取代基随着推电子共轭效应增强络合作用增加,相应的络合谱带出现在较高频处,显然这是重氮盐体系向冠醚发生电子转移程度增加的结果. 而间位氯或溴的取代基只存在吸电子的诱导效应,络合作用相应减弱,络合谱带落在较低频处.

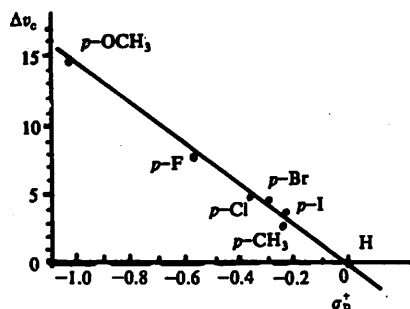
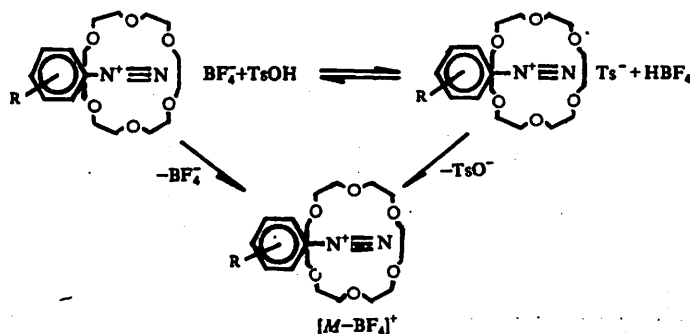


图 1 重氮盐-18-冠醚-6 络合谱带波与数 σ_p^+ 相关性

Fig. 1 The correlation between the wavenumber of complex bands of diazonium salt-18-crown-6 complexes and σ_p^+

3.2 FAB 质谱

重氮盐的电子轰击质谱已有研究^[11],但用质谱方法研究其络合物的稳定性尚未见报道. 我们测定的八种取代苯基重氮盐-18-冠醚-6 络合物的 FAB 质谱,均出现表征碎片 $[M-BF_4]^+$, $[M-98]^+$, $m/z 282$ (冠醚+H⁺O), 265(冠醚+H⁺)和重氮基 ArN₂⁺ 的离子峰. 进样时添加对-甲苯磺酸(TsOH)使不易离解的四氟硼酸盐络合物变为相应的对-甲苯磺酸盐络合物,从而提高了冠醚-重氮盐正离子 $[M-BF_4]^+$ 的丰度.



对碎片离子及其相对丰度的研究表明,络合物的形成对重氮盐有稳定作用,碎片离子 $[M-BF_4]^+$ 的相对丰度大致可以反映络合物的稳定性,表 2 列出 $[M-BF_4]^+$ 相对丰度 A 及其取代基效应增值 ΔA .

表 2 络合物 FAB 质谱的 $[M-BF_4]^+$ 峰及其相对丰度 A 和取代基增值 ΔA

Table 2 The relative abundances A of $[M-BF_4]^+$ of complexes in FAB-MS and substituent effects ΔA

取代基	H	<i>p</i> -F	<i>p</i> -Cl	<i>p</i> -I	<i>p</i> -CH ₃	<i>p</i> -NO ₂	<i>m</i> -Cl	<i>m</i> -Br
$[M-BF_4]^+$ <i>m/z</i>	369	387	403*	495	383	414	403*	447*
A	25.6	72.8	52.8	52.5	35.6	8.6	31.6	74.5
ΔA	0	47.2	27.2	26.9	10.0	-17.0	6.0	48.9

* 有相应的同位素峰

表 2 示出,随着对位取代基推电子共轭效应的增强, $[M-BF_4]^+$ 相对丰度增加,吸电子取代基(如硝基)则 $[M-BF_4]^+$ 相对丰度降低,亦表明络合物的稳定性受共轭效应的控制.

3.3 ¹³C 核磁共振

我们选取六种取代苯基重氮盐及其 18-冠醚-6 络合物固体,测定其¹³C NMR. 重氮盐、18-冠醚-6 及它们形成络合物的各碳核的化学位移 δ_c 和相应的络合效应增值 $\Delta\delta_c$ 列于表 3.

表 3 重氮盐、冠醚及其络合物的 δ_c 和络合效应增值 $\Delta\delta_c$ (ppm)

Table 3 δ_c of diazonium, crown ether and their complexes and complex effects $\Delta\delta_c$ (ppm)

重氮盐 取代基	H	p-F	p-Cl	p-Br	p-OCH ₃	p-NO ₂	冠醚	
重 氮 盐	δ_{c_1}	115.98	111.83	114.71	115.09	103.37	125.26	
	δ_{c_2}	132.77	137.01	134.47	134.56	136.33	134.63	
	δ_{c_3}	131.38	119.44	131.68	133.96	117.54	126.08	
	δ_{c_4}	141.07	168.49	146.72	136.61	169.12	153.56	
	δ_{CH_3}					57.71		
络 合 物	$\delta_{c_0}(\Delta\delta_c)$	69.80(-0.05)	69.81(-0.04)	69.71(-0.14)	69.76(-0.09)	69.78(-0.07)	69.80(-0.05)	69.85
	$\delta_{c_1}(\Delta\delta_c)$	116.61(+0.63)	112.18(+0.35)	115.06(+0.35)	115.50(+0.41)	103.18(-0.19)	125.99(+0.73)	
	$\delta_{c_2}(\Delta\delta_c)$	131.68(-1.09)	136.10(-0.91)	133.50(-0.97)	134.31(-0.25)	135.51(-0.82)	129.83(-3.75)	
	$\delta_{c_3}(\Delta\delta_c)$	131.34(-0.04)	119.50(+0.06)	131.84(+0.16)	134.10(+0.14)	117.36(-0.18)	123.16(-2.52)	
	$\delta_{c_4}(\Delta\delta_c)$	140.42(-0.65)	168.17(-0.32)	146.06(-0.66)	136.08(-0.53)	168.53(-0.59)	163.08(+9.52)	
	$\delta_{CH_3}(\Delta\delta_c)$					60.38(+2.67)		

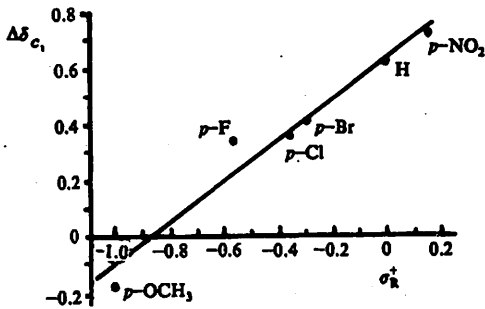


图 2 形成络合物后 C₁ 化学位移变化 $\Delta\delta_{c_1}$ 的取代基效应

Fig. 2 The substituent effects on chemical shift changes $\Delta\delta_{c_1}$ at c_1 after the complexation

表 3 示出,重氮盐形成络合物后,C₁,C₂ 和 C₄ 化学位移都发生明显地变化,C₃ 化学位移变化很小. C₂ 和 C₄ 向高场位移,表现出 α -氮正电中心接受冠醚氧的电子、而降低其对芳香环的去屏蔽作用^[6]. 这是络合键的一部分,为普通的正离子与冠醚络合成键特征. 有趣的是,C₁ 化学位移变化 $\Delta\delta_{c_1}$ 与取代基常数 σ_{p+} 存在线性相关性,如图 2,相关系数 $\rho=0.964$. 图 2 表明,重氮盐与冠醚络合后 C₁ 化学位移变化亦受取代基的共轭效应控制,这使得络合时增加的顺磁屏蔽作用得到对位推电子共轭效应取代基的补偿,所以对位有 F、Cl、Br 取代基的重氮盐络合后 C₁ 向低场位移比无取代基的小,强推电子共轭效应的 -OCH₃ 重氮盐络合后 C₁ 甚至向高场位移,对位强吸电子的硝基取代物则表现预期的较大低场位移.

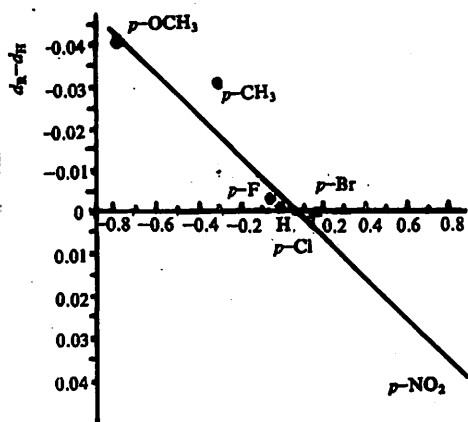
由此可以推测,在络合物中还发生 β -氮经共轭体系向冠醚氧转移电子的反馈作用.

表 3 还示出形成络合物后重氮盐的甲氧基向低场位移 2.67ppm,相应的冠醚碳核略向高场位移. 这似可表明 β -氮向冠醚氧转移电子的反馈成键作用比 α -氮正电中心与冠醚配位成键的作用大一些,可能这正是表现在远红外光谱中的络合谱带位置、质谱中的 $[M-BF_4]^+$ 相对丰度以及 C₁ 化学位移变化仅显示受取代基共轭效应控制的原因.

用扩展的 Hückel 分子轨道法(EHMO)计算重氮盐各原子电荷密度分布,将重氮盐氮原子净电荷密度列于表 4.

表 4 EHMO 方法计算重氮盐的氮原子净电荷(d)Table 4 The net charges (d) on N_α and N_β of the diazonium salts calculated by the method of EHMO

取代基	H	<i>p</i> -F	<i>p</i> -Cl	<i>p</i> -Br	<i>p</i> -CH ₃	<i>p</i> -OCH ₃	<i>p</i> -NO ₂
α -氮	0.79183	0.79478	0.79177	0.79125	0.77968	0.77698	0.79583
β -氮	-0.36511	-0.36797	-0.36381	-0.36442	-0.39618	-0.40620	-0.32575
β -氮取代基 增值 $d_R - d_H$	0	-0.00286	+0.00130	+0.00069	-0.03107	-0.04109	+0.03936

图 3 重氮盐 β -氮净电荷与取代基常数 σ_p^+ 相关图Fig. 3 Plot of the net charge on β -N of diazonium salts vs σ_p^+ constants

计算结果支持关于冠醚氧与 α -氮正电中心作用配位成键的同时 β -氮负电荷向冠醚氧反馈成键的推论. β -氮净电荷与取代基常数 σ_p^+ 呈现一定的相关性,如图 3,相关系数 $\rho = 0.985$. 图 3 指出, β -氮净电荷的取代基增值是取代基的诱导效应和共轭效应贡献的总和,而上述直接表征络合物稳定性的诸结构因素如远红外光谱络合谱带位置、¹³C NMR 的 C_1 化学位移变化以及 FAB-MS 的 $[M-BF]^+$ 相对丰度变化都与 σ_p^+ 相关,即它们仅受取代基的共轭效应控制,表明络合物中 β -氮向冠醚氧的反馈作用仅涉及其 π -电子,即由 β -氮的 π 电子通过 π -体系向冠醚氧转移成键,而与 β -氮的 n -电子无关.

参 考 文 献

- [1] Bartsch R A, et al., *Tetrahedron Lett.*, 1979, 407; Sheppard W A, Gokel G W, et al., *J. Org. Chem.*, 44 (1979), 1717.
- [2] Bartsch R A, *Progress in Macrocyclic Chemistry*, vol. zed., by Izatt R M, Christensen J J, Wiley-Interscience, 1981, 1-81
- [3] 赵瑶兴,孙祥玉,王玉珍,徐广智,中国科学技术大学研究生院学报,1(1984), No. 2, 193.
- [4] 徐广智,竺迺珏,郭芳,孙祥玉,赵瑶兴,结构化学,5(1986),No. 2, 131.
- [5] Korzeniowski S H, Gokel G W et al., *Tetrahedron Lett.*, (1977), 2647.
- [6] Korzeniowski S H, Gokel G W, et al., *J. Org. Chem.*, 46 (1981), 2153.
- [7] Duthaler R O, Förster H G and Roberts J D, *J. Am. Chem. Soc.*, 100(1978), 4974.
- [8] Beadle J R, Khanna R R and Gokel G W, *J. Org. Chem.*, 48(1983), 1242.
- [9] Socrates G, *Infrared Characteristic Group Frequencies*, John Wiley & sons, N. Y., 1980, p110.

- [10] Lowry T H, Richardson K S, Mechanism and Theory in Organic Chemistry, 3rd Ed, Happer & Row, New York, 1987, p157, p144.

The Bonding Action in Complexes of Substituted Phenyldiazonium salts With Crown Ether

Sun Xiangyu Zhao Yaoxing

(Graduate school, University of Science and
Technology of China, Beijing)

Abstract

The Far-infrared ^{13}C NMR and FAB-MS of a series of substituted phenyldiazonium salts and their 18-crown-6 complexes are examined to discuss the bonding condition from the spectrum changes before and after complex formation, the relative abundance of $[M-\text{BF}_4]^+$ ion peak of these complexes in FAB-MS, and the substituent effects. It is inferred that there exists a back donation of π -electrons from the β -nitrogen atoms of diazonium salts to the oxygen atoms of crown ether besides the interaction between the oxygen atoms of crown ether and the positive charge in α -nitrogen of diazonium salts.

The distribution of electron density in diazonium salts is calculated by using Hückel molecular orbital method. The results support the above inference.

Key words: arenediazonium salt, crown ether complex, far-IR, NMR, FAB-MS, complex bond

论 Четаев 条件

强元桀

(青岛大学)

摘 要

迄今为止,人们普遍学用切塔耶夫(Четаев)条件获得广义坐标虚位移所满足的线性方程.本文用变分法有关条件极值问题的理论很自然地获得所需方程.这一方法对于 $\delta f_\beta = 0$ 和 $\delta q_s = \frac{d}{dt} \delta q_s$ 均成立的一阶或任意阶非完整系统都是有效的.同时也给出了判断一个非完整系统是否具备上述条件的一个办法.将方法用于 Appell-Hamel 例,得到比用 Четаев 条件更为合理的结果.由此可见,Четаев 条件不是十全十美的.

关键词:非完整系统,Четаев 条件,Routh 方程,变分法,条件极值

中图法分类号:O316

PACS(1992):03.20+i

1 引言

为了导出非线性非完整约束的运动微分方程,必须首先获得与约束方程相应的广义坐标虚位移满足的线性方程,对于一阶非完整约束 $f_\beta(q_s, \dot{q}_s, t) = 0$ ($\beta = 1, 2, \dots, g; s = 1, 2, \dots, n$),获得所需方程有两种方法^[1]:一种方法是 Appell-Четаев 方法,所得方程通常被称为切塔耶夫(Четаев)条件^[1,2],认为虚位移应满足

$$\sum_{s=1}^n \frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g)$$

另一种方法是 Valcovici^[1,3]提出的,首先把约束方程写成微分形式

$$\sum_{s=1}^n L_{\beta s} dq_s + L_{\beta, n+1} dt = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g)$$

其中 $L_{\beta s}, L_{\beta, n+1}$ 一般是 q_s, \dot{q}_s, t ($s = 1, 2, \dots, n$) 的函数,再按 Hölder 原则变成

$$\sum_{\beta=1}^g L_{\beta} \delta q_{\beta} = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g)$$

由于用这种方法写成的微分形式不唯一,导致不是唯一的结果,未被广泛采用,而前一种方法用于一阶线性非完整约束与采用 Hölder 原则的结果相同,用于一阶非线性非完整约束也得到了具有物理意义的结果,因而被人们普遍采用。但是人们也还有怀疑,有人在寻找不能用 Четаев 条件的非 Четаев 型的约束。梅凤翔^[4]指出,伺服约束系统可以满足 Четаев 条件,Pinneau^[4]说:“受有非线性非完整约束的力学系统有无穷多个解,当人们强加上 Четаев 条件得到了无穷多个解中的一个解。”就是 Четаев 本人也说,Четаев 条件不是唯一的办法^[5]。

对于高阶非完整约束,则由推广了的 Четаев 条件给出虚位移满足的线性方程^[6]。

我们运用变分法有关条件极值的理论,很自然地得到虚位移所满足的线性方程,但这种方法只适用于 $\delta f_{\beta} = 0$ 和 $\delta \dot{q}_{\beta} = \frac{d}{dt} \delta q_{\beta}$ 均成立也即其解确为极值的非完整系统。我们的方法除了它在适用的范围内可用以外,也可作为考察其他方法可行性的一种方法。

2 获得广义坐标虚位移所满足的线性方程的一种方法

对于具有

$$f_{\beta}(q_s, \dot{q}_s, t) = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g; s = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

的理想的一阶非完整、非保守力学系统,Hamilton 原理为

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta L + \sum_{\beta=1}^g Q_{\beta} \delta q_{\beta}) dt = 0 \quad (2)$$

其中 Q_{β} 是由非保守主动力引起的相应于广义坐标 q_{β} 的广义力。

由于

$$\delta L = \sum_{s=1}^n \left[\frac{\partial L}{\partial q_s} \delta q_s + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_s \right]$$

以及

$$\delta \dot{q}_s = \frac{d}{dt} \delta q_s \quad (s = 1, 2, \dots, n)$$

$$(\delta q_s)_{t=t_0} = (\delta q_s)_{t=t_1} = 0 \quad (s = 1, 2, \dots, n)$$

通过分部积分可将(2)式变为

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{s=1}^n \left[\frac{\partial L}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) + Q_s \right] \delta q_s dt = 0 \quad (3)$$

由于存在着 g 个约束方程, $\delta q_s (s=1, 2, \dots, n)$ 中只有 $n-g$ 个是独立的。

若

$$\delta f_{\beta} = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g)$$

则如同由(2)式到(3)式那样,可得

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{\beta=1}^g \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) \right] \delta q_s dt = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g) \quad (4)$$

选取 g 个 Lagrange 未定乘子 $\lambda_{\beta} (\beta=1, 2, \dots, g)$ 使

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{s=1}^n \left\{ \frac{\partial L}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) + \sum_{\beta=1}^g \lambda_{\beta} \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) \right] + Q_s \right\} \delta q_s dt = 0 \quad (5)$$

式中

$$\frac{\partial L}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) + \sum_{\beta=1}^g \lambda_{\beta} \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) \right] + Q_s = 0 \quad (s = n - g + 1, \dots, n) \quad (6)$$

将(6)式代入(5)式,再由 $\delta q_s (s=1, 2, \dots, n-g)$ 互相独立,可得

$$\frac{\partial L}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) + \sum_{\beta=1}^g \lambda_{\beta} \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) \right] + Q_s = 0 \quad (s = 1, 2, \dots, n-g)$$

因此对于具有理想的一阶线性或非线性非完整约束 $f_{\beta}(q_s, \dot{q}_s, t) = 0$ ($\beta=1, 2, \dots, g$) 且 $\delta f_{\beta} = 0$ ($\beta=1, 2, \dots, g$) 及 $\delta \dot{q}_s = \frac{d}{dt} \delta q_s (s=1, 2, \dots, n)$ 均成立的系统,其解满足

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_s} = Q_s + \sum_{\beta=1}^g \lambda_{\beta} \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) \right] \quad (s = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

$$f_{\beta}(q_s, \dot{q}_s, t) = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g; s = 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

实际上(7)、(8)式就是该系统的 Routh 方程.

$$\lambda_{\beta} \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) \right]$$

就是与 $f_{\beta} = 0$ 有关的约束引起的与广义坐标 q_s 相应的广义约束力.

$$\sum_{\beta=1}^g \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) \right] \delta q_s = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g) \quad (9)$$

就是分别与一阶非完整约束 $f_{\beta}(q_s, \dot{q}_s, t) = 0$ ($\beta=1, 2, \dots, g; s=1, 2, \dots, n$) 相应的 n 个虚位移所要满足的关系.

同样可以导出:具有理想的任意阶非完整约束 $f_{\beta}(q_s, \dot{q}_s, \dots, q_s^{(m)}, t) = 0$ ($\beta=1, 2, \dots, g; s=1, 2, \dots, n$) 且 $\delta f_{\beta} = 0$ ($\beta=1, 2, \dots, g$) 及 $\delta \dot{q}_s = \frac{d}{dt} \delta q_s (s=1, 2, \dots, n)$ 均成立的系统,其解满足

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_s} = Q_s + \sum_{\beta=1}^g \lambda_{\beta} \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) + \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \ddot{q}_s} \right) + \dots + (-1)^m \frac{d^m}{dt^m} \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s^{(m)}} \right] \right] = 0$$

$$(s = 1, 2, \dots, n)$$

$$f_{\beta}(q_s, \dot{q}_s, \dots, q_s^{(m)}, t) = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g; s = 1, 2, \dots, n)$$

与约束 $f_{\beta} = 0$ 相应的广义坐标虚位移应满足的关系为

$$\sum_{\beta=1}^g \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) + \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \ddot{q}_s} \right) + \dots + (-1)^m \frac{d^m}{dt^m} \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s^{(m)}} \right] \right] \delta q_s = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g) \quad (10)$$

3 判别一个非完整系统 $\delta f_{\beta} = 0$ 和 $\delta \dot{q}_s = \frac{d}{dt} \delta q_s$ 是否都能满足的办法

$\delta f_{\beta} = 0$ 和 $\delta \dot{q}_s = \frac{d}{dt} \delta q_s$ 这两组关系不是对所有的非完整系统都能满足的. 对于一般非完整系,一种观点认为后一组关系均成立,前一组关系未必成立;另一种观点认为前一组关系成立,后一组关系只对独立的虚位移成立,其余的未必成立^[7]. 但确实存在着两组关系都能满足的非完整系统. 如何判断一个非完整系统这两组关系是否都满足,这对于能否采用我们给出的(9)或(10)式至关重要,我们的判别法如下:

就一阶非完整系统而言,如上述两组关系均成立,其解为极值. 我们上面导出(7)式的过程也可以从条件极值的变分理论来理解,所不同的只是我们引入 Lagrange 乘子在分部积分以

后而不是象通常的作法^[8]在分部积分以前,因此用我们给出的(9)式得到的解也应该是

$$\int_{t_0}^t [\delta(L + \sum_{\beta=1}^g \mu_{\beta} f_{\beta}) + \sum_{s=1}^n Q_s \delta q_s] dt = 0$$

导出的“Euler 方程”(文献[8]中只讨论了保守系,本文把它推广到非保守系,故把相应的微分方程称为带引号的 Euler 方程)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_s} + \sum_{\beta=1}^g \mu_{\beta} \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \right] + \sum_{s=1}^n \dot{\mu}_s \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} = Q_s \quad (s = 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

及 $f_{\beta}(q_s, \dot{q}_s, t) = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g; s = 1, 2, \dots, n)$ 的解. 检验是否有共同解就是判别两组关系是否都满足的一个办法.

对于高阶的非完整系统,也可以用这种办法判断,只是“Euler 方程”具有更复杂的形式罢了.

4 本文的方法与 Четаев 方法的联系

在我们的方法适用的范围内,由

$$\delta f_{\beta} = \sum_{s=1}^n \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \right) \right] \delta q_s + \sum_{s=1}^n \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \delta q_s \right) = 0 \quad (\beta = 1, 2, \dots, g)$$

可以看出在此范围内两种方法有下列关系:

(i) 如果 $\sum_{s=1}^n \frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s = 0$ 成立,则 $\sum_{s=1}^n \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \right) \right] \delta q_s = 0$ 也成立;

(ii) 如果 $\sum_{s=1}^n \left[\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \right) \right] \delta q_s = 0$ 成立,只能得到 $\sum_{s=1}^n \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \delta q_s = C_{\beta}$, 其中 C_{β} 是常量,不能说 C_{β} 一定只能等于零.

从(7)、(8)式与(11)式有共同解的条件看要求

$$\sum_{\beta=1}^g (\mu_{\beta} + \lambda_{\beta}) \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \right] + \sum_{s=1}^n \dot{\mu}_s \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} = 0 \quad (s = 1, 2, \dots, n)$$

对 n 个式子分别乘 δq_s , 然后相加得

$$\sum_{\beta=1}^g \left\{ (\mu_{\beta} + \lambda_{\beta}) \sum_{s=1}^n \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \right] \delta q_s \right\} + \sum_{s=1}^n \dot{\mu}_s \sum_{\beta=1}^g \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \delta q_s = 0$$

从上式看,如 $\sum_{s=1}^n \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_{\beta}}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \right] \delta q_s = 0$

则

$$\sum_{\beta=1}^g \dot{\mu}_s \sum_{s=1}^n \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \delta q_s = 0$$

一般应有

$$\sum_{s=1}^n \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \delta q_s = 0$$

但也不能排除

$$\sum_{s=1}^n \frac{\partial f_{\beta}}{\partial q_s} \delta q_s = C_{\beta} \neq 0$$

而有

$$\sum_{\beta=1}^g C_{\beta} \dot{\mu}_{\beta} = 0$$

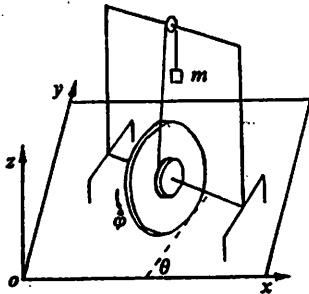
这种可能性.

如果出现这种情况, 强加 $C_\beta = 0 (\beta = 1, 2, \dots, g)$, 就会出现能得到部分合理结果又丢失了无穷个解的情况.

下面的 Appell-Hamel 例正是出现这种情况的一个例子.

5 Appell-Hamel 例

一质量为 m 的重物结在线上, 线跨过半径可忽略不计的滑轮缠在半径为 b 的鼓轮上, 鼓轮既与半径为 a 的轮子固结, 又通过水平轴安装在支架上. 另用一根连在支架上的光滑管子(图中未画出)使重物与轮心始终处于同一竖直线上, 水平轴与轴承间以及架子腿与水平面间均无摩擦, 而轮子沿水平面作无滑滚动. 除重物外, 所有装置的质量可忽略不计. 除重物受重力外, 重物、装置系统未受其他主动力. 求解系统的运动.



解 取水平面为 xy 平面, z 轴竖直向上, x, y, z 为重物的坐标, 轮子的过与水平面接触点的切线与 x 轴的夹角为 θ , 轮子绕水平轴转动角速度为 $\dot{\varphi}$, 如图所示.

系统的 Lagrange 函数为

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - mgz$$

由于轮子作无滑滚动以及线和鼓轮间无滑动, 可写

出下列约束关系:

$$\dot{x}\sin\theta - \dot{y}\cos\theta = 0 \quad (12)$$

$$\dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta + a\dot{\varphi} = 0 \quad (13)$$

$$\dot{z} = b\dot{\varphi} \quad (14)$$

下面我们采用两种方法来解.

方法1 先变成一阶非线性非完整约束, 再用我们给的(9)式和(11)式解.

由约束方程(12)、(13)、(14)式可得

$$f = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 - \frac{a^2}{b^2}\dot{z}^2 = 0 \quad (15)$$

由(7)式得 Routh 方程为

$$m\ddot{x} = -2\lambda\dot{x} \quad (16)$$

$$m\ddot{y} = -2\lambda\dot{y} \quad (17)$$

$$m\ddot{z} = -mg + 2\lambda\frac{a^2}{b^2}\dot{z} \quad (18)$$

不能从(16)、(17)式得出 $\dot{x}=0, \dot{y}=0$, 因为以不计质量的轮子为系统, 对轮心的力矩将不为零, 这是不合理的. 故由(16)、(17)式可得

$$\lambda = -\frac{1}{2}m$$

代入(18)式,可得

$$\ddot{z} = -\frac{b^2}{a^2 + b^2}g \quad (19)$$

设初条件 $t=t_0$ 时, $z=z(t_0)$, $\dot{z} = \frac{b}{a} \sqrt{[x(t_0)]^2 + [y(t_0)]^2} = \frac{b}{a}v_0$ 等, 积分(19)式得

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \frac{b}{a}v_0 - \frac{b^2}{a^2 + b^2}gt \\ z &= z(t_0) + \frac{b}{a}v_0t - \frac{b^2}{2(a^2 + b^2)}gt^2 \end{aligned} \quad (20)$$

由(15)、(18)式以及 $\lambda = -\frac{1}{2}m$ 可得

$$\frac{a^2 + b^2}{abg} + \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{xx + yy} = 0 \quad (21)$$

不能从(21)式解出 $x(t)$ 、 $y(t)$, 只能解出 $v = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与 t 的关系, 由 $\frac{dv}{dt} = \frac{x\ddot{x} + y\ddot{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, (21)式变为

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{ab}{a^2 + b^2}g$$

积分得

$$v = v_0 - \frac{ab}{a^2 + b^2}gt \quad (22)$$

在此初条件下轮心以(22)式所给速率沿任何轨道、重物在竖直方向按(20)式的规律运动直至静止, 都是该问题的解, 这无穷个解都具有物理意义。

不难验证, (16)、(17)、(18)式与相应于(11)式的微分方程确有共同解, 其中 $\mu = \lambda = -\frac{1}{2}m$, $\mu = 0$. 我们的方法对该例是可用的. 且由于 $\mu = 0$, 可以不要求满足 Чераев 条件。

方法 2 看作以 x, y, z, θ, φ 为广义坐标具有(12)、(13)、(14)式三个约束关系的一阶线性非完整系统, 直接用无争议的 Hölder 原则给出虚位移满足的线性关系:

$$\begin{aligned} \sin\theta\delta x - \cos\theta\delta y &= 0 \\ \cos\theta\delta x + \sin\theta\delta y + a\delta\varphi &= 0 \\ \delta z - b\delta\varphi &= 0 \end{aligned}$$

Routh 方程为

$$m\ddot{x} = \lambda_1\sin\theta + \lambda_2\cos\theta \quad (23)$$

$$m\ddot{y} = -\lambda_1\cos\theta + \lambda_2\sin\theta \quad (24)$$

$$m\ddot{z} = -mg + \lambda_3 \quad (25)$$

$$0 = a\lambda_2 - b\lambda_3 \quad (26)$$

以及(12)、(13)、(14)式。

由(12)、(13)、(14)式导出的(15)式可得

$$\dot{z} = \frac{b}{a} \sqrt{x^2 + y^2} \quad (27)$$

$$\ddot{z} = \frac{b}{a} \frac{x\ddot{x} + y\ddot{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (28)$$

将(23)、(24)式分别乘以 \dot{x} 和 \dot{y} 然后相加,并利用(12)、(13)和(14)式得

$$m\dot{x}\ddot{x} + m\dot{y}\ddot{y} = -\lambda_2 \frac{a}{b} \dot{z} \quad (29)$$

由(25)、(26)、(27)、(28)、(29)式消去 λ_3 、 λ_2 、 \ddot{z} 和 \dot{z} 得方法 1 中的(21)式. 代入(28)式即可解出 $z(t)$.

此法用了五个广义坐标,三个约束方程因而引入三个不定乘子,可是只能得到七个有用的方程,出现无穷个解是必然的. 两个方法结果完全相同,都得出用 Четаев 条件得到的另一个方程 $\ddot{x}y - x\ddot{y} = 0^{[9]}$.

6 结 论

前面我们已论证了在我们的方法适用的范围内,我们给的关系成立,Четаев 条件一般也应成立,而在 Appell-Hamel 例上,我们的方法与用 Четаев 方法略有差别是否合理?

有下列几种可能情况:

(i)文献[9]中的计算式有误,本来应该完全一致,经仔细检查未发现错误;

(ii)在我们的方法适用的范围内,我们的方法和 Четаев 条件均不成立. 我们的方法有变分法这个理论根据,又有方法 2 得到完全的相同的结果,看来也不可能是这种情况;

(iii)由于 $\mu=0$,只能得到 $\sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial q_i} \delta q_i = C_p \neq 0$. 强加 $C_p=0$,因而丢失了无穷个解.

由此,得出了以下结论:对于 $\delta f_i =$ 和 $\delta q_i = \frac{d}{dt} \delta q_i$ 均成立的非完整系统,本文的方法是正确的,Четаев 条件一般能成立,在特殊情况下可能丢失无穷个解. 而在我们的方法适用范围以外,Четаев 条件还有待考察.

参 考 文 献

- [1] 梅凤翔,非完整系统力学基础,北京工业学院出版社,北京,1985,p15.
- [2] Четаев П Г, О принципе гаусса, Изв. Физ. Мат. Общ. Казан. Унив., 6(1932—1933), Стр. 68—71.
- [3] Valcovici V, C. R. Acad. Sci. Paris, 15(1956), t. 243.
- [4] 梅凤翔,非完整动力学研究,北京工业学院出版社,北京,1987,p35.
- [5] 梅凤翔,非完整动力学研究,北京工业学院出版社,北京,1987,p7.
- [6] 梅凤翔,非完整动力学研究,北京工业学院出版社,北京,1987,p49—53.
- [7] 梅凤翔,非完整系统力学基础,北京工业学院出版社,北京 1985,p63—66.
- [8] Л. Э. Элистергерль著,李世普译,变分法,人民教育出版社,北京,1958,p115—118,p33—37.
- [9] 梅凤翔,非完整系统力学基础,北京工业学院出版社,北京,1985,p38—39,p91—93.

On Chetayev's Conditions

Qiang Yuanqi

(Qingdao University)

Abstract

Up to now, Chetayev's condition has been adopted generally to obtain linear equations that virtual displacements of generalized coordinates satisfy. By use of the theory on problems of the conditioned extreme value in the calculus of variations, the desired equations are obtained quite naturally. This method is valid for one order or arbitrary order nonholonomic systems in which not only $\delta \dot{q}_s = \frac{d}{dt} \delta q_s$, but also $\delta f_\# = 0$ are tenable. A measure is given to determine whether the conditions mentioned above are coincident for a nonholonomic system. Applying this method to Appell-Hamel example, we have obtained more rational results than the one obtained with Chetayev's condition. It will be seen from this that Chetayev's conditions are not perfect in every way.

Key words: nonholonomic system, Chetayev's conditions, Routh's equations, conditioned extreme value, calculus of variations.

PACS(1992):03.20+i

单位球面低维子流形的 Pinching 定理*

陈 卿

(数 学 系)

摘 要

设 M 是 $n+p$ 维单位球面 S^{n+p} 的 n 维紧致子流形, $n=2,3,4$; M 具有平行平均曲率向量, 若 M 的第二基本形式长度的平方 $S \leq \frac{2}{3}n$ 处处成立, 则 M 是全脐点的或 Veronese 曲面.

关键词: 第二基本形式, 平均曲率, 全脐点子流形

中图法分类: O186.16

AMS Classification(1992): 53C42

设 M 是 $n+p$ 维单位球面 S^{n+p} 的 n 维紧致子流形. S 和 H 分别是 M 的第二基本形式长度的平方和平均曲率. 若 $H=0$, 称 M 是极小的. 作为对极小的一种推广, M 具有平行平均曲率向量也是人们感兴趣的问题.

若 M 是极小的, Chern, do Carmo 和 Kobayashi 证明了当 $S \leq n/(2 - \frac{1}{p})$ 时, M 是全测地的或 Chifford 环面或 Veronese 曲面^[1]. 相应地, Yan^[2]证明了当 M 具有平行平均曲率且 $S \leq n/(\sqrt{n} + 3 - \frac{1}{p-1})$ 时, M 位于 S^{n+p} 的一个全测地子流形 S^{n+1} 中.

上述两方面的结果有许多改进. 在[3]中, Chen 和 Xu 证明了.

定理 A 设 M^n 是 S^{n+p} ($p > 1$) 的紧致子流形, 具有平行平均曲率; 当 $S \leq \frac{2}{3}(n - n^2 H^2)$ 处处成立时, M 是全脐点的或极小的.

对 M 极小的情形, 李安明^[4]及 Chen 和 Xu^[5]分别证明了

定理 B 设 M 是 S^{n+p} ($p > 1$) 的 n 维紧致极小子流形, 当 $S \leq \frac{2}{3}n$ 处处成立时, M 是全测地

的或 Veronese 曲面(此时 $n=2$).

本文主要考虑 n 较小的情形,得到

定理 C 设 M 是 S^{n+1} 中的 n 维紧致子流形, $n \leq 4, M$ 具有平行平均曲率向量,若 $S \leq \frac{2}{3}n$ 处处成立,则 M 是全脐点的或 Veronese 曲面.

注: $n=2$ 时,有更进一步的结果见[3].

1 预备知识

设 M 是 S^{n+1} 的 n 维紧致子流形,选取 S^{n+1} 局部正交规范标架场 e_1, e_2, \dots, e_{n+1} ,使 e_1, e_2, \dots, e_n 与 M 相切,规定 $1 \leq A, B, \dots \leq n+p; 1 \leq i, j, k, \dots \leq n; n+1 \leq \alpha, \beta, \gamma, \dots \leq n+p$. $B = (h_{ij}^a)$ 是 M 的第二基本形式,记 $\nabla B = (h_{ij}^a)$, $\nabla^2 B = (h_{ij\mu}^a)$,其中 ∇ 是 M 的联络算子.

记 $H^a = \sum_i h_{ii}^a$, 则 $H = \frac{1}{n} (\sum_a (H^a)^2)^{1/2}$ 为 M 的平均曲率. $\eta = \frac{1}{n} \sum_a H^a e_a$ 为平均曲率向量. 当 η 平行时,有 H 是常数且(详见[2])

$$\sum_i h_{ii}^a = 0 \tag{1}$$

记 UM 为 M 的单位切丛,即 $UM = \bigcup_{x \in M} U_x M, U_x M = \{u; u \in T_x M, \|u\| = 1\}$. 定义

$$f(x) = \max_{u, v \in U_x M} \|B(u, u) - B(v, v)\|^2 \tag{2}$$

则 f 度量了 M 与全脐点子流形的差异,我们有性质: $f \equiv 0$ 当且仅当 M 是全脐点子流形.

证明 $\forall X, Y \in T_x M$, 有

$$B(X, Y) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} &\|X + Y\|^2 B\left(\frac{X + Y}{\|X + Y\|}, \frac{X + Y}{\|X + Y\|} - \|X\|^2 B\left(\frac{X}{\|X\|}, \frac{X}{\|X\|}\right) \right. \\ &\quad \left. - \|Y\|^2 B\left(\frac{Y}{\|Y\|}, \frac{Y}{\|Y\|}\right) \right\} \end{aligned} \right.$$

因此 M 是全脐点的 $\iff B(X, Y) = \lambda \langle X, Y \rangle$

$$\iff B(u, u) = B(v, v), \forall u, v \in UM$$

$$\iff f \equiv 0 \quad \text{证毕.}$$

设 $x \in M$, 若 $f(x) \neq 0$, 设

$$f(x) = \|B(u_0, u_0) - B(v_0, v_0)\|^2, u_0, v_0 \in U_x M \tag{3}$$

则我们在 x_0 选取适当的坐标系 $\{e_a\}$ 使

$$e_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{f(x)}} (B(u_0, u_0) - B(v_0, v_0)) \tag{4}$$

以及矩阵 (h_{ij}^{n+1}) 满足

$$h_{11}^{n+1} \geq h_{22}^{n+1} \geq \dots \geq h_{nn}^{n+1}, \quad h_{ij}^{n+1} = 0 (i \neq j) \tag{5}$$

在上述标架下,若 $u_0 = \sum_i x^i e_i, v_0 = \sum_i y^i e_i$, 因

$$\begin{aligned} f(x) &= \left\| \sum_{i,j} (x^i x^j - y^i y^j) h_{ij}^a e_a \right\|^2 \\ &= \left\| \sum_{i,j} (x^i x^j - y^i y^j) h_{ij}^{n+1} e_{n+1} \right\|^2 \end{aligned}$$

$$= \left\{ \sum_i (x^i)^2 - (y^i)^2 \right\} h_{ii}^{n+1} \leq (h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1})^2$$

所以 $f(x) = (h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1})^2$, 我们可取

$$u_0 = e_1, \quad v_0 = e_n \tag{6}$$

此时 $B(e_1, e_1) - B(e_n, e_n)$ 与 e_{n+1} 平行, 我们有

$$h_{11}^n = h_{nn}^n \quad \alpha \neq n + 1 \tag{7}$$

又

$$\sum_{\alpha} (h_{i\alpha}^n(x))^2 = \frac{1}{4} \left\| B\left(\frac{e_1 + e_n}{\sqrt{2}}, \frac{e_1 + e_n}{\sqrt{2}}\right) - B\left(\frac{e_1 - e_n}{\sqrt{2}}, \frac{e_1 - e_n}{\sqrt{2}}\right) \right\|^2 \leq \frac{1}{4} f(x) \tag{8}$$

记 $S = \|B\|^2 = \sum_{\alpha} (h_{i\alpha}^n)^2$ 为第二基本形式长度的平方.

2 定理 C 的证明

证明 设 M 不是全脐点子流形, 则 $f(x) \neq 0$. 因 f 连续, 设 $x_0 \in M$ 使 $f(x_0) = \max_{x \in M} f(x) \neq 0$, 在 x_0 选取坐标系 $\{e_\alpha\}$ 满足 (4) - (7). 则 $f(x_0) = (h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1})^2$.

设 $\tau(t)$ 是从 x_0 出发的正规测地线, 其切向量为 $T(t)$, 将 e_1, e_n 沿 $\tau(t)$ 平行移动得到 $u(t), v(t)$, 记 $g(t) = \|B(u(t), u(t)) - B(v(t), v(t))\|^2$, 则 $g(0) = f(x_0)$, 由 f 的定义及 $f(x_0)$ 的极大性, 有 $\frac{dg}{dt}|_{t=0} = 0, \frac{d^2g}{dt^2}|_{t=0} \leq 0$. 但

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d^2g}{dt^2} &= \langle (\nabla^2 B)(u, u, T, T) - (\nabla^2 B)(v, v, T, T), B(u, u) - B(v, v) \rangle \\ &\quad + \|(\nabla B)(u, u, T) - (\nabla B)(v, v, T)\|^2 \end{aligned} \tag{9}$$

令 $T(0) = e_1$, 由 $u(0) = e_1, v(0) = e_n$, 由 (9) 式在点 x_0 有

$$(h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1})(h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1}) \leq 0 \tag{10}$$

利用有关第二基本形式长度平方的 Laplacian 的公式 (文 [2] (2.4) - (2.15)), 直接计算 (限于 x_0)

$$\begin{aligned} 0 &\geq \sum_{i=1}^n (h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1})(h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1}) \\ &= (h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1}) \sum_{i=1}^n [(h_{11}^{n+1} - h_{ii}^{n+1})R_{11i} + (h_{ii}^{n+1} - h_{nn}^{n+1})R_{nni}] \\ &\quad + (h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1}) \sum_{\beta, i} (h_{11}^{\beta} R_{\beta, n+1, 1, i} - h_{nn}^{\beta} R_{\beta, n+1, n, i}) \\ &= n(h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1})^2 - 2(h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1}) \sum_{\alpha, i} [(h_{11}^{n+1} - h_{ii}^{n+1})(h_{i1}^{\alpha})^2 + (h_{ii}^{n+1} - h_{nn}^{n+1})(h_{ni}^{\alpha})^2] \quad (\text{I}) \\ &\quad + (h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1}) \sum_{\alpha, i} [(h_{11}^{n+1} - h_{ii}^{n+1})h_{i1}^{\alpha}h_{ii}^{\alpha} - (h_{nn}^{n+1} - h_{ii}^{n+1})h_{ni}^{\alpha}h_{ii}^{\alpha}] \quad (\text{II}) \end{aligned} \tag{11}$$

利用 (7) 式, 可将 (II) 改成为

$$\begin{aligned} \text{II} &= (h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1}) \left\{ \sum_{\alpha, i} (-h_{i1}^{\alpha}h_{ii}^{\alpha} + h_{nn}^{\alpha}h_{ii}^{\alpha}) + \sum_{\alpha, i} (h_{11}^{n+1}h_{i1}^{\alpha} - h_{nn}^{n+1}h_{nn}^{\alpha}h_{ii}^{\alpha}) \right\} \\ &= -f(x_0) \sum_i (h_{ii}^{n+1})^2 + f(x_0) \sum_{\alpha \neq n+1, i} h_{i1}^{\alpha}h_{ii}^{\alpha} + f(x_0) \sum_i (h_{11}^{n+1} + h_{nn}^{n+1})h_{ii}^{n+1} \end{aligned}$$

$$= -f(x_0) \sum_i (h_{ii}^{n+1})^2 + f(x_0) \sum_{\alpha \neq n+1} h_{i1}^{\alpha} H^{\alpha} + f(x_0) (h_{11}^{n+1} + h_{nn}^{n+1}) H^{n+1} \quad (12)$$

由(5),有

$$\begin{aligned} 0 &\leq h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1} \leq h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1} \\ 0 &\leq h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1} \leq h_{11}^{n+1} + h_{nn}^{n+1} \end{aligned} \quad (13)$$

因此在 x_0 点, (11)、(12) 两式变为

$$\begin{aligned} 0 &\geq nf(x_0) - 2f(x_0) \left[\sum_{\alpha, i \neq 1} (h_{i\alpha}^{\alpha})^2 + \sum_{\alpha, i \neq n} (h_{i\alpha}^{\alpha})^2 \right] \\ &\quad - f(x_0) \sum_i (h_{ii}^{n+1})^2 + f(x_0) \sum_{\alpha \neq n+1} h_{i1}^{\alpha} H^{\alpha} + f(x_0) (h_{11}^{n+1} + h_{nn}^{n+1}) H^{n+1} \\ &\geq f(x_0) \{ n - S - 2 \sum_{\alpha} (h_{i\alpha}^{\alpha})^2 + \sum_{\alpha \neq n+1} h_{i1}^{\alpha} H^{\alpha} + (h_{11}^{n+1} + h_{nn}^{n+1}) H^{n+1} \} \end{aligned} \quad (14)$$

由(8)式

$$\sum_{\alpha} (h_{i\alpha}^{\alpha})^2 \leq \frac{1}{4} (h_{11}^{n+1} - h_{nn}^{n+1})^2 \leq \frac{1}{2} [(h_{11}^{n+1})^2 + (h_{nn}^{n+1})^2] \quad (15)$$

记 $A = \sum_{\alpha \neq n+1} h_{i1}^{\alpha} H^{\alpha} + (h_{11}^{n+1} + h_{nn}^{n+1}) H^{n+1}$

a) $n=2$ 时, 由(7)式知 $A \geq 0$ 且 $A=0$ 当且仅当 $H=0$.

b) $n=3$ 时, 利用(7)式

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \sum_{\alpha \neq n+1} (h_{11}^{\alpha} + h_{nn}^{\alpha}) H^{\alpha} + (h_{11}^{n+1} + h_{nn}^{n+1}) H^{n+1} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\alpha \neq n+1} [(H^{\alpha})^2 - h_{22}^{\alpha} H^{\alpha}] + (H^{n+1})^2 - h_{22}^{n+1} H^{n+1} \\ &\geq \frac{1}{2} \sum_{\alpha \neq n+1} \left[\frac{1}{2} (H^{\alpha})^2 - \frac{1}{2} (h_{22}^{\alpha})^2 \right] + \frac{1}{2} (H^{n+1})^2 - \frac{1}{2} (h_{22}^{n+1})^2 \\ &\geq -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{\alpha \neq n+1} (h_{22}^{\alpha})^2 + (h_{22}^{n+1})^2 \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

且等号成立仅当 $H=0, h_{22}^{\alpha}=0$ 时成立.

c) $n=4$ 时, 同样有

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \sum_{\alpha \neq n+1} [(H^{\alpha})^2 - (h_{22}^{\alpha} + h_{33}^{\alpha}) H^{\alpha}] + (H^{n+1})^2 - (h_{22}^{n+1} + h_{33}^{n+1}) H^{n+1} \\ &\geq \frac{1}{2} \sum_{\alpha \neq n+1} \left[-\frac{1}{2} (h_{22}^{\alpha})^2 - \frac{1}{2} (h_{33}^{\alpha})^2 \right] - \frac{1}{2} (h_{22}^{n+1})^2 - \frac{1}{2} (h_{33}^{n+1})^2 \\ &\geq -\frac{1}{2} \sum_{\alpha} [(h_{22}^{\alpha})^2 + (h_{33}^{\alpha})^2] \end{aligned} \quad (17)$$

且等号成立时仅当 $H^{\alpha}=0 (\alpha \neq n+1)$ 及 $h_{22}^{n+1}=h_{33}^{n+1}, h_{11}^{n+1}+h_{22}^{n+1}+h_{33}^{n+1}=0$. 综合(15)–(17), (14) 式成为

$$\begin{aligned} 0 &\geq f(x_0) \left\{ n - S - \sum_{\alpha} (h_{i\alpha}^{\alpha})^2 - \frac{1}{2} [(h_{11}^{n+1})^2 + (h_{nn}^{n+1})^2] + A \right\} \\ &\geq f(x_0) \left(n - S - \frac{1}{2} S \right) = f(x_0) \left(n - \frac{3}{2} S \right) \end{aligned} \quad (18)$$

因此由假设知 $S(x_0) = \frac{2}{3}n$ 且上述各式均为等式, 注意到(15)为等式时 $-h_{11}^{n+1} = h_{nn}^{n+1}$, 又由(17)

式成为等式时的条件可推出 $H^{n+1}=0$; 所以对 $n=2, 3, 4$ 均有 M 的平均曲率 $H=0$ 即 M 是极小的.

由定理 B, 知 $n=2, M$ 必是 Veronese 曲面. 证毕.

参 考 文 献

- [1] Chern S S, do Carmo M and Kobayashi S, Minimal Submanifolds of Sphere With Second Fundamental Form of Constant Length, Shing-Shen Chern Selected Paper, Springer Verlag, 1978, p393—409.
- [2] Yau S T, *Amer. J. Math.*, I, 96(1974), 346—366; II, 97(1975), 76—100.
- [3] Chen Qing and Xu Senlin, Rigidity of Compact Submanifolds in a Unit Sphere, 待发表.
- [4] Li Anmin and Li Jimin, *数学进展*, 20(1991), No. 3, 375.
- [5] Chen Qing and Xu Senlin, Rigidity of Compact Minimal Submanifolds in a Unit Sphere, *Geometriae Dedicata* (Netherlands), 45(1993), 83—88.

A Pinching Theorem for lower Dimensional Submanifolds of Unit Sphere

Chen Qing

(Department of Mathematics)

Abstract

Let M be an n -dimensional compact submanifold with parallel mean curvature tensor in unit sphere S^{n+1} with dimension $n+p$, S be the square of the length of second fundamental form of M ; if $n=2, 3, 4$, and S satisfies $S \leq \frac{2}{3}n$ everywhere on M , then M must be totally umbilical or Veronese surface.

Key words: second fundamental form, mean curvature, totally umbilical submanifolds

AMS Classification (1992): 53C42

On Segal's Conjecture on Ingham's Summability Method

Li Yunfeng

(Department of Mathematics)

Abstract

It is shown that an Ingham's summable series is an F -summable series for some function F which is conjectured by Segal.

Key words: Ingham-summability method, F -summability method, quasi-Riemann hypothesis
AMS Classification(1991): 11M45

1 Introduction

A series $\sum a_n$ is said to be Ingham-summable to A if

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sum_{n \leq x} \sum_{d|n} da_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sum_{n \leq x} da_n \left[\frac{x}{d} \right] = A$$

A series $\sum a_n$ is said to be F -summable to A with a particular F if

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sum_{n \leq x} a_n F \left(\frac{n}{x} \right) = A$$

Segal investigated the relationships between Ingham-summability method and F -summability methods^[1]. He proved that,

Theorem Suppose that the quasi-Riemann hypothesis:

there exists $a \in [\frac{1}{2}, 1)$, such that

$$\xi(s) \neq 0 \text{ for } \frac{1}{2} \leq a < \text{Res} \leq 1 \tag{1}$$

is true. If $\sum a_n$ is Ingham-summable to A , then it is also F -summable to A for every F with the follow-

ing properties:

$$F \in C[0, 1] \cap C^2(0, 1) \tag{2}$$

$$F \text{ is monotone non-increasing with } F(0)=1, F(1)=0 \tag{3}$$

$$-F' \text{ is monotone non-decreasing in } (0, 1) \tag{4}$$

$$\text{there exists } \lambda > 0, \text{ such that } F(1 - \frac{1}{v}) = O((\log v)^{-2-\lambda}) \tag{5}$$

(See [1, Theorem 2])

Segal conjectured that the Theorem holds with condition (5) replaced by

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} F\left(\frac{n}{n+1}\right) \text{ converges} \tag{5'}$$

We are going to prove that this conjecture is valid.

Throughout this note, x is a real variable. $\sum_{n \leq x}$ means a summation beginning at 1. $[x] = \sum_{n \leq x} 1$ and $\{x\} = x - [x]$.

2 The Proof of the Conjecture

We suppose that the quasi-Riemann hypothesis (1) is true throughout this section.

Lemma Let $\mu(n)$ be Möbius function. We have

$$N(x) = \sum_{n \leq x} \frac{\mu(n)}{n} = O(x^{b-1})$$

$$M(x) = \sum_{n \leq x} \mu(n) = O(x^b)$$

for every b with $a < b < 1$ (See [2]).

We are now ready to prove the conjecture. With the argument of Segal [1], it is sufficient to prove that

$$\int_1^{\infty} \frac{|H(\omega)|}{\omega} d\omega < \infty$$

where

$$H(\omega) = \sum_{d \leq \omega} \frac{\mu(d)}{d} F\left(\frac{d}{\omega}\right) - \frac{1}{\omega} \sum_{d \leq \omega} \mu(d) F\left(\frac{d}{\omega}\right)$$

At first, by partial summation and the lemma, we have

$$\begin{aligned} \sum_{d \leq \frac{\omega}{2}} \frac{\mu(d)}{d} F\left(\frac{d}{\omega}\right) &= \left| \sum_{d \leq \frac{\omega}{2}} (N(d) - N(d-1)) F\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| \\ &\leq \left| N\left(\left[\frac{\omega}{2}\right]\right) F\left(\frac{\left[\frac{\omega}{2}\right]}{\omega}\right) \right| + \left| \sum_{d \leq \frac{\omega}{2}-1} N(d) (F\left(\frac{d}{\omega}\right) - F\left(\frac{d-1}{\omega}\right)) \right| \\ &\ll \left| N\left(\frac{\omega}{2}\right) \right| + \sum_{d \leq \frac{\omega}{2}-1} |N(d)| \left| F\left(\frac{\xi(d)}{\omega}\right) \right| \frac{1}{\omega} \\ &\ll \omega^{b-1} + \int_1^{\frac{\omega}{2}} \frac{1}{\omega} t^{b-1} dt \ll \omega^{b-1} \end{aligned}$$

using the mean-value theorem for $d-1 < \xi(d) < d$ and (4).

Similarly,

$$\begin{aligned} \sum_{\frac{\omega}{2} < d \leq \omega} \frac{\mu(d)}{d} F\left(\frac{d}{\omega}\right) &= \left| \sum_{\frac{\omega}{2} < d \leq \omega} (N(d) - N(d-1)) F\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| \\ &\leq \max_{\frac{\omega}{2} < d < \omega} |N(d)| \sum_{\frac{\omega}{2} < d < \omega} \left| F\left(\frac{d}{\omega}\right) - F\left(\frac{d-1}{\omega}\right) \right| + \left| N\left(\frac{\omega}{2}\right) \right| + |N(\omega)| \\ &\ll \omega^{b-1} \sum_{\frac{\omega}{2} < d < \omega} \left(F\left(\frac{d-1}{\omega}\right) - F\left(\frac{d}{\omega}\right) \right) + \omega^{b-1} \ll \omega^{b-1} \end{aligned} \quad (7)$$

(6) and (7) yield

$$\begin{aligned} &\int_1^\infty \frac{1}{\omega} \left| \sum_{d \leq \omega} \frac{\mu(d)}{d} F\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| d\omega \\ &\leq \int_1^\infty \frac{1}{\omega} \left| \sum_{\frac{\omega}{2} < d \leq \omega} \frac{\mu(d)}{d} F\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| d\omega + \int_1^\infty \frac{1}{\omega} \left| \sum_{d \leq \frac{\omega}{2}} \frac{\mu(d)}{d} F\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| d\omega \\ &\ll \int_1^\infty \omega^{b-2} d\omega < \infty \end{aligned} \quad (8)$$

Let

$$\sum_{d \leq \omega} \mu(d) F\left(\frac{d}{\omega}\right) = \sum_{d \leq \alpha} \mu(d) F\left(\frac{d}{\omega}\right) + \sum_{\alpha < d \leq \omega} \mu(d) F\left(\frac{d}{\omega}\right) = \Sigma_1 + \Sigma_2$$

where $\alpha = \omega - \omega^b$. For Σ_1 , by (4) partial summation, we have

$$\begin{aligned} \left| \Sigma_1 \right| &= \left| \sum_{d \leq \alpha} (M(d) - M(d-1)) F\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| \\ &\ll \max_{t < \alpha} |M(t)| \sum_{d \leq \alpha-1} \left| F\left(\frac{d}{\omega}\right) - F\left(\frac{d+1}{\omega}\right) \right| + |M(\alpha)| \left| F\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \right| \\ &\ll \alpha^b \left| F\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) \right| \end{aligned} \quad (9)$$

For Σ_2 note that

$$F'\left(\frac{d}{\omega}\right) = \int_{t-1}^t F''\left(\frac{t}{\omega}\right) dt + \frac{1}{\omega} \int_{t-1}^t \{t\} F'''\left(\frac{t}{\omega}\right) dt$$

Without loss of generality, suppose that ω is not an integer. By (3) and (4), we have

$$\begin{aligned} \left| \Sigma_2 \right| &= \sum_{\alpha < d \leq \omega} \left(-F'\left(\frac{d}{\omega}\right) \right) = - \int_{[\alpha]}^{[\omega]} F''\left(\frac{t}{\omega}\right) dt - \frac{1}{\omega} \int_{[\alpha]}^{[\omega]} \{t\} F'''\left(\frac{t}{\omega}\right) dt \\ &\leq -\omega F'\left(\frac{[\omega]}{\omega}\right) + \omega F'\left(\frac{[\alpha]}{\omega}\right) - F''\left(\frac{[\omega]}{\omega}\right) + F''\left(\frac{[\alpha]}{\omega}\right) \ll \omega F'\left(\frac{[\alpha]}{\omega}\right) - F''\left(\frac{[\omega]}{\omega}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

Then, by (9) and (10), we have

$$\left| \sum_{d \leq \omega} \mu(d) F'\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| \ll -\omega^b F''(1 - \omega^{b-1}) + \omega F''(1 - \omega^{b-1}) - F''\left(\frac{[\omega]}{\omega}\right) \quad (11)$$

Since

$$\begin{aligned} - \int_1^\infty \frac{F''(1 - \omega^{b-1})}{\omega^{2-b}} d\omega &= \frac{1}{b-1} F''(1 - \omega^{b-1}) \Big|_1^\infty = \frac{1}{1-b} \\ \int_1^\infty \frac{F''(1 - \omega^{b-1})}{\omega} d\omega &= \int_1^\infty \frac{F''(1 - t^{-1})}{(1-b)t} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1-b)^n} F\left(1 - \frac{1}{n}\right) \\ &\ll \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} F\left(\frac{n-1}{n}\right) + F(0) < \infty \\ &- \int_1^{\infty} \frac{F'\left(\frac{[\omega]}{\omega}\right)}{\omega^2} d\omega = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} F\left(\frac{n}{n+1}\right) < \infty \end{aligned}$$

(11) yields

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{\omega^2} \left| \sum_{d \leq \omega} \mu(d) F'\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| d\omega < \infty \quad (12)$$

By (8) and (12), we obtain

$$\int_1^{\infty} \frac{|H(\omega)|}{\omega} d\omega \leq \int_1^{\infty} \frac{1}{\omega} \left| \sum_{d \leq \omega} \frac{\mu(d)}{d} F\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| d\omega + \int_1^{\infty} \frac{1}{\omega^2} \left| \sum_{d \leq \omega} \mu(d) F'\left(\frac{d}{\omega}\right) \right| d\omega < \infty$$

which completes the proof of the conjecture.

Remark By the argument used here, we can generalize theorem 3 and theorem 4 in [1] in a similar way.

References

- [1] Segal S L, Ingham's Summability Method and Riemann's Hypothesis, *Proc. London Math. Soc.*, 30 (1975), No. 3, 129-142.
 [2] Titchmarsh E C, *The Theory of the Riemann Zeta-Function*, Clarendon Press, Oxford, 1951.

关于 Segal 的 Ingham 求和法的猜想

李云峰

(数学系)

摘 要

这篇注记证明了 S. L. Segal 的一个猜想: 对于某类函数 F , 一个 Ingham 可和级数一定是 F 可和级数.

关键词: Ingham 可和级数, F 可和级数, 弱 Riemann 猜测

中图法分类号: O156.4

固体粉末的分形几何体尖端烧结模型

赵 军 章 绚 范崇正

(近代化学系)

摘 要

本文提出一个分形几何模型(Fractal geometry model). 用它描述固体粉末体系的结构特征,并在此基础上建立了单金属粉末体系烧结过程的动力学模型. 以单分子反应为例,研究了与烧结有关的若干因素. 将理论预测与已有实验进行比较,得到了较满意的结果.

关键词: 分形几何, 颗粒度和比表面分布, 烧结, 表面势垒, 过渡态理论

中图法分类号: O522. 2

PACS(1992): 81. 20. Ev

1 引言

固体粉末的烧结是一个重要的研究领域,具有广泛的应用背景. 催化剂的制备包含固体粉末烧结过程. 烧结将使催化剂活性衰减、寿命缩短、生产成本提高,研究催化剂烧结行为是催化工作者的重要课题之一. 迄今有关烧结问题已有大量实验结果报道,并已提出过若干理论模型,如采用蒸发-冷凝机理、表面扩散机理^[1],和粘性流机理^[2]等建立的理论模型. 对于烧结过程,也有表观动力学的研究和“颈部生长”模型等^[3-4]文献报道. 但由于所提出的各种几何模型的复杂性,在数学处理过程中都不可避免地人为引进一些参数,致使所得结果仍难以令人满意^[1,5].

本文通过对一般单组分粉末催化剂结构特征的研究建立了粉末体系的分形几何模型;并从基本的传质过程出发,进一步提出了“尖端烧结”模型. 运用此模型,从基元反应动力学的已有结论所导出的烧结过程比表面-时间关系与Cu的烧结实验结果能较好吻合. 文章对影响

烧结程度的若干因素亦进行了分析讨论.

2 粉末的分形几何模型及结构特征

比表面和颗粒度是表征固体粉末几何特性的重要参量. 通常的作法是首先假定粉末颗粒为球形, 通过关系式

$$S_v = \frac{S}{V\rho} = \frac{\pi\bar{D}^2}{\frac{1}{6}\pi\bar{D}^3\rho} = \frac{6}{\bar{D}\rho} \quad (1)$$

来估计粉末的平均粒度. 式中, S_v 为比表面积, \bar{D} 颗粒平均直径; ρ 为密度; V 为颗粒体积; S 为颗粒表面积.

这种球状模型通常代表的是具有最低能量的稳定结构, 而比表面积很大的粉末体系通常都处于高自由能状态, 上述假设所得平均粒径不能反映大量粉末的粒度分布. 因此球状模型有根本性弊端. 有实验表明, 对于纳米量级(nm)的 Cu 或 Ni 等单金属微晶, 即使处于稳定状态, 也并非球形, 而是正四面体及其孪生而成的多面体构型^[6]. 因此, 若研究与结构直接相关的烧结问题, 必须借助于新的几何模型.

新模型的构想如下: 用一个边长为 a 的正四面体代表最大颗粒, 称为一级结构, 在该四面体的每个面上各生长一个小四面体, 此小四面体底面的三个顶点分别位于大四面体棱的中点, 边长为 $\frac{a}{2}$, 称为二级结构, 这时每个暴露面都是边长为 $\frac{a}{2}$ 的正三角形; 在这些三角形上以同样方式生长出边长为 $\frac{a}{4}$ 的小正四面体, 得到三级结构, ……如此继续下去可得到任意级结构. 图 1 是一个具有三级结构的 fractal geometry model(FGM)的全貌. 当级数 $N \rightarrow \infty$ 时, 所有空隙都将被填满, 得到一个边长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 的正方体, 如图 2 所示. 按这种生长方式, 每个正三角形都称

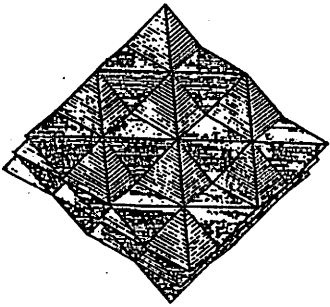


图 1 有三级结构的 FGM 立体图

Fig. 1 A3-level FGM

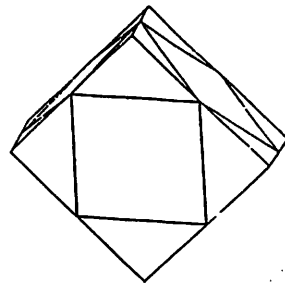


图 2 级数无穷大时的正方体

Fig. 2 The cube when $N \rightarrow \infty$

为一个“瑟比斯基衬垫”(Sierpinski gasket^[7]). 这种具有自相似结构的物体被 Mandelbrot 称为分形几何体(fractal geometry), 它们具有局部结构包含整体结构的特性^[8], 它的拓扑维 $D_T = 3$. 按文献[8]的定义, 它的相似维, 分数维和豪斯道夫维都是

$$D = \log_2 \left(\frac{74}{7} \right) = 3.402 \quad (2)$$

今有 N 级结构的 FGM, 其中第 i 级结构的每个四面体的暴露面积为

$$\begin{cases} A_{i,N} = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} \right)^{2(i-1)} \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^{(N-i)} & (N \geq i > 1) \\ A_{1,N} = \left(\frac{3}{4} \right)^{N-1} \end{cases} \quad (3)$$

第 i 级结构总表面积为

$$\begin{cases} S_{i,N} = 2^{i-2} \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^{(N-1)} & (N \geq i > 1) \\ S_{1,N} = \left(\frac{3}{4} \right)^{N-1} \end{cases} \quad (4)$$

第 i 级结构的三棱锥个数为

$$\begin{cases} M_i = M_{i,N} = \frac{S_{i,N}}{A_{i,N}} = 2^i \cdot 3^{(i-2)} & (i > 1) \\ M_1 = 1 \end{cases} \quad (5)$$

以 $V_{i,N}$ 代表第 i 级结构小四面体体积, 有

$$\begin{aligned} V_{i,N} &= \left(\frac{1}{2} \right)^{3(i-1)} \\ \text{总体积: } V_N &= \sum_{i=1}^N M_i V_{i,N} = 1 + 2 \left[1 - \left(\frac{3}{4} \right)^{(N-1)} \right] \\ \text{总面积: } S_N &= \sum_{i=1}^N S_{i,N} = \left(\frac{3}{2} \right)^{(N-1)} \\ \text{比表面积: } S_{N,V} &= \frac{S_N}{V_N} = \left(\frac{3}{2} \right)^{(N-2)} / \left[2 - \left(\frac{3}{4} \right)^{(N-2)} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

(4) 式和 (5) 式分别给出了 FGM 的表面积分布和颗粒度分布, 如图 3 和图 4 所示. 当 $N \rightarrow \infty$ 时

(6) 式中 $V_{N \rightarrow \infty} = \frac{\sqrt{2}}{4} a^3$, 正好是图 2 中正方体的体积.

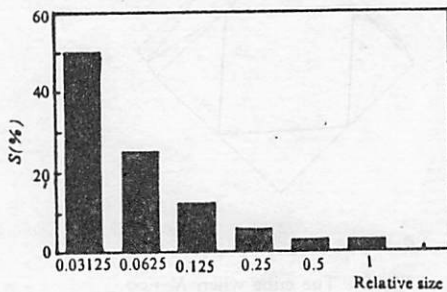


图 3 FGM 的表面积分布(有六级结构)

Fig. 3 Surface area distribution of FGM (6 levels)

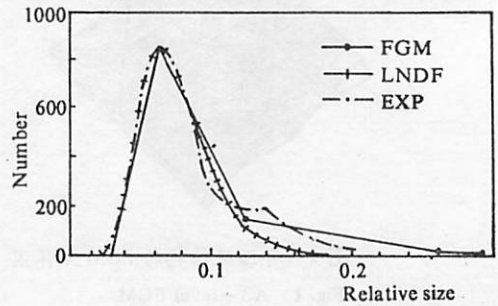


图 4 颗粒度分布(其中 FGM 有五级结构)

Fig. 4 Particle size distribution (5 levels)

图 4 中 EXP 为文献[9]中新鲜铂颗粒实测分布, 用于与 FGM 比较时颗粒大小和数目均取相对值; LNDF 是由 Granqvist 等提出的“对数正态分布函数”^[10], 其中粒度大小平均值 D_p 和校

准方差 σ 由下列二式算得:

$$\ln D_p = \sum_i n_i \ln D_i (\sum_i n_i)^{-1} \tag{7}$$

$$\ln \sigma = \left[\sum_i n_i (\ln D_i - \ln D_p)^2 (\sum_i n_i)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

由此得到 LNDF 分布:

$$P(D) = \left[\frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} D \ln \sigma} \right] \exp \left\{ - [\ln D - \ln D_p] / (\sqrt{2} \ln \sigma) \right\}^2 \tag{9}$$

LNDF 分布采用了 FGM 的结果并有所修正. 由图 4 可见, LNDF 与 EXP 曲线的模拟程度更好些. 但图 4 中, 实测的 EXP 分布在颗粒度较大一侧(右侧)要高于 FGM 和 LNDF 曲线, 这一差别可作如下解释: 即大颗粒实际是有内部结构的, 它可看作是诸多较小颗粒的聚集体. Fouilloux 在对 Raney Ni 的结构观测后曾指出^[11], 大于 1000 Å 的 Ni 颗粒实际上是很多大小在 25~150 Å 之间的晶体相互粘结而成的海绵体. 而这些精细结构在实测粒度分布时是不可能完全予以考虑的.

3 FGM 的尖端烧结模型

烧结是一个表面积减小, 自由能降低的过程, 而常温下粉末体系并不自发烧结是因为表面原子欲进入体相, 首先要破坏表面晶格, 即要克服一个表面势垒. 如图 5 所示, 假设二维晶体采用紧密堆积, 原子间作用势为 Lennard-Jones 势^[12]:

$$J(r) = 4e \left[\left(\frac{\beta}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\beta}{r} \right)^6 \right] \tag{10}$$

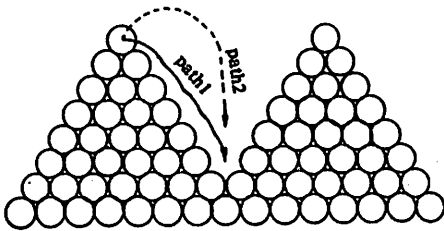


图 5 二维晶体的原子迁移模型

Fig. 5 Atomic migration of a 2-dimension crystal

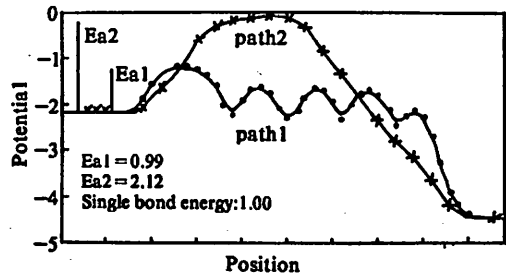


图 6 原子迁移的势能曲线

Fig. 6 Potential curves of atomic migration

图 6 是表面原子按图 5 箭头方向所示的迁移势能曲线, 由图可知势垒高度基本相当于断键的键能.

3.1 烧结过程的几何模型

假设 FGM 的烧结是从最不稳定的尖端开始. 如图 7 所示, 棱长为 d 的小正四面体被从一个棱长为 c 的正四面体顶部切掉, 填补到图示位置, 成为一个高为 h , 边长为 $(d+l)$ 的三棱柱 $A_1C_1-B_2$, 则体积

$$V_{\text{三棱柱 } A_1B_1C_1-D} = V_{\text{三棱柱 } A_1C_1-B_2}, \text{ 即}$$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{12}(d+l)^3 = \frac{\sqrt{3}}{4}(d+l)^2 h \\ h = \frac{\sqrt{3}}{6}l \cdot 2\sqrt{2} \end{cases}$$

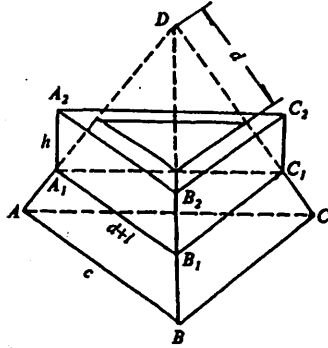


图 7 FGM 尖端烧结的几何模型

Fig. 7 The pointed end sintering model of FGM

解得

$$l = \frac{1}{2}d \quad (11)$$

烧结过程可认为是由尖端原子往基部一层一层滚雪球式地迁移。设迁到第 i 层时 $d=d_i$, 则第 i 层迁移的原子个数即为边长为 $d_i+l_i = \frac{3}{2}d_i$ 的三角形中所容纳的原子数:

$$m_i = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{3}{2}d_i \right)^2 \frac{1}{A} \quad (12)$$

式中 A 为晶面内单原子所占面积。

3.2 烧结过程中表面积的缩小

有 N 级结构的 FGM 实体, 其所有暴露面都是边长为 $(c = \frac{a}{2^{N-1}})$ 的小正四面体的侧面, 每个四面体的暴露表面积为

$$S_0 = \frac{3\sqrt{3}}{4}c^2 \quad (13)$$

当变为图 7 的形状后, 暴露表面积为

$$S_d = S_{\text{面}A_1C_1-B} + \frac{1}{2}S_{\text{面}A_1C_1-B_2} + S_{\Delta A_2B_2C_2} \quad (14)$$

式中,

$$S_{\text{面}A_1C_1-B} = \frac{3\sqrt{3}}{4}[c^2(d+l)^2]$$

$$S_{\text{面}A_1C_1-B_2} = 3(d+l)h$$

$$S_{\Delta A_2B_2C_2} = \frac{\sqrt{3}}{4}(d+l)^2$$

在(14)式中 $S_{\text{面}A_1C_1-B_2}$ 一项前乘系数 $\frac{1}{2}$ 是考虑到烧结中相邻四面体的侧面重合而设置。

因此, 烧结后表面积的减少

$$-\Delta S_s = S_0 - S_s = 1.030d^2 \quad (15)$$

而每迁移一层原子引起的表面积减少为

$$-\delta S_s = \frac{\partial}{\partial d}(-\Delta S_s)\delta d = 2.060d\delta d \quad (16)$$

迁移到第 i 层时, $d = d_i = (i-1)\delta d$. 设原有 n 层, 则

$$c = n\delta d$$

$$S_0 = \frac{3\sqrt{3}}{4}n^2(\delta d)^2$$

得到

$$\frac{-\delta S_s}{S_0} = 1.586 \frac{i-1}{n^2} \quad (17)$$

3.3 平均活化能 E_{ai}

此处考虑的是面心立方堆积的单原子晶体, 这包括了 Cu, Ni, Au 等大部分金属^[13]. 由原第 i 层原子个数 m_i 可求得 $\Delta A_2B_2C_2$ 的边长所含原子个数 x_i :

$$m_i = \frac{1}{2}x_i(x_i - 1), \quad x_i = \frac{1}{2}(\sqrt{1 + 8m_i} - 1) \quad (18)$$

迁移第 i 层所打破的单键个数 n_{bi} 与路径有关. 在图 5 中:

$$\text{路径 1:} \quad \left. \begin{array}{l} \text{层内单键: } \frac{1}{2}x_i(x_i - 1) \times 3 \\ \text{与下层间单键: } \frac{1}{2}x_i(x_i + 1) \end{array} \right\} \text{共 } n_{bi} = x_i(2x_i - 1) \quad (19)$$

$$\text{路径 2:} \quad \left. \begin{array}{l} \text{层内单键: } \frac{1}{2}x_i(x_i - 1) \times 3 \\ \text{与下层间单键: } \frac{1}{2}x_i(x_i + 1) \times 3 \end{array} \right\} \text{共 } n_{bi} = 3x_i^2 \quad (20)$$

(12)式、(18)式、(19)式和(20)式联立可得 n_{bi} , 于是平均每个原子迁移所打破的键数 P_{bi} 及平均迁移活化能 E_{ai} 为

$$P_{bi} = \frac{n_{bi}}{m_i}, \quad E_{ai} = P_{bi} \frac{E_0}{Z_0} C_s \quad (21)$$

式中, E_0 为晶格能; Z_0 为饱和配位数; C_s 为能垒系数. 对于仅在短程内有效的作用势, $C_s = 1$.

3.4 迁移速率常数 k_i

按过渡态理论^[14], 速率常数

$$k_i = \gamma \exp\left\{-\frac{E_a}{RT}\right\}$$

考虑到迁移距离与 i 成正比, 有

$$k_i = \frac{C_i}{i} \gamma \exp\{-E_{ai}/RT\} \quad (22)$$

式中, C_i 为比例系数; γ 为表面原子的热振动频率, 它是温度的函数.

综合上述分析, 迁移第 i 层 m_i 个原子, 表面积减少 $\frac{-\delta S_i}{S_0}$, 平均活化能为 E_{ai} , 速率常数为 k_i , 故所用时间 Δt_i 存在如下关系:

$$m_i = \frac{9}{16} \sqrt{3} (i-1)^2 (\delta d)^2 \cdot \frac{1}{A}$$

$$\frac{-\delta S_i}{S_0} = 1.586 \frac{i-1}{n^2}$$

$$\Delta t_i = \frac{m_i}{k_i}$$

$$k_i = \frac{C_k}{i} \gamma \exp\left\{\frac{-E_{ai}}{RT}\right\}$$

$$E_{ai} = \frac{n_{bi}}{m_i} \cdot \frac{E_0}{Z_0} \cdot C_s, \quad n_{bi} = \begin{cases} x_i(2x_i - 1) & \text{(I)} \\ 3x_i^2 & \text{(II)} \end{cases}$$

$$x_i = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8m_i} - 1)$$

3.5 烧结的不同阶段

由于棱锥尖端部位能量最高, 在有 N 级结构的 FGM 中, 棱长为 $\frac{a}{2^{N-1}}$ 的最小正三棱锥最容易烧结——此即为烧结的第一阶段. 值得注意的是, 这里所划分的阶段与通常按速度划分的阶段有所不同, 这时

$$n = n_1 = a / (2^{(N-1)} \cdot 2r) \quad (24)$$

式中 r 为原子半径. 从第 $(2n_1/3)$ 层开始, 第 N 级结构完全消失, 而第二阶段开始, 迁移对象是原棱长为 $\frac{a}{2^{N-2}}$ 的三棱锥. 这时,

$$V_{N-1} = V_{N-1} + 3V_N = \frac{11}{8} V_{N-1} \quad (25)$$

$$n = n_2 = \left(\frac{11}{8}\right)^{1/3} \cdot 2n_1 = 11^{1/3} \cdot n_1 \quad (26)$$

$$S_{02} = \frac{2}{3} S_0 \left(\frac{11}{8}\right)^{2/3} \quad (27)$$

$$\frac{-\delta S_i}{S_{02}} = 1.586 \frac{i-1}{n_2^2} \quad (28)$$

所以,

$$\frac{-\delta S_i}{S} = \frac{1.586}{6} \cdot \frac{i-1}{n_1^2} \quad (29)$$

依次类推, 还可得到烧结的其他阶段. 由上述分析可知, 不同烧结阶段中表面积减少的速率是相差很大的.

4 FGM 模型计算结果与烧结实验数据比较

实验数据取自 Raney Cu 在 H_2 中的烧结^[15]. 计算时, E_0 取自由能带理论算得的固体结合能^[16]. 对于 Cu, $E_0 = 339 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; 表面声子振动频率取 Cu(111) 面的 $\bar{\nu}_{\text{max}} = 113 \text{ cm}^{-1}$ ^[17], 故可

取 γ 的平均值 $\gamma = 2 \times 10^{12} \cdot \text{sec}^{-1}$; C_1 取为 1. $S_{11} = 19.6 \text{m}^2 \cdot \text{g}^{-1}$; Cu 的晶格参数 $a = 3.61 \text{\AA}$, (111) 面的 $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$. 当仅有一级结构时, $S_{11} = \frac{S_1}{V_1 \rho} = \frac{12A}{N_1 M}$, 其中 N_1 为最大正四面体原子层数, M 为 Cu 原子质量.

今设 Raney Cu 的 FGM 有三级结构, 由 (6) 式有 $S_{31} = \frac{6}{5} S_{11}$. 令 $S_{31} = S_{11}$, 解得 $N_1 = 270$, 则 $N_2 = 135 N_1 = 68$. 于是烧结第一阶段 $n_1 = 68$, 第二阶段 $n_2 = 11^{1/3} \cdot 68$; $\delta d = 2r$, $r = 1.28 \text{\AA}$.

计算表明, 在常压下, H_2 吸附在 Cu 表面所增加的碰撞附加势垒 $v_0 \approx 0.3 \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$, 与 E_0 相比可以忽略. H_2 吸附附加势垒 v_{ad} 随温度升高而降低; 而迁移活化能 E 随温度升高而升高 (相应于迁移途径由图 5 中的路径 1 变为路径 2).

设 H_2 在 Cu 原子上的吸附强度 $v_{ads} = 20 \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ [18], $C_1 = 1$, $Z_0 = 12$. 将数据代入前述各式, 经计算机处理后得图 8. 由图可见, 由 FGM 的尖端烧结模型计算的理论与实验吻合较好. 该模型抛开了过去常用的反应级数、表现活化能等具有随意性的概念, 因而有可能为烧结过程的预测提供一种较客观的方法.

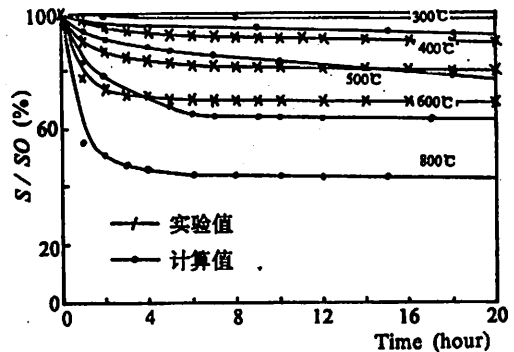


图 8 Raney Cu/ H_2 体系的比表面积与烧结时间关系图
Fig. 8 The relationship of Reduced surface-sintering time on the system of Raney Cu/ H_2

5 讨论

(1) 原子迁移的路径 1 和路径 2 代表了不同的烧结机制, 活化能 E_{a1} 与 E_{a2} 相差很大. 路径 1 类似于表面扩散, 而路径 2 与蒸发—凝聚机理相近. 实际烧结过程中两种机制可能同时存在, 只是随着温度的升高 E_a 高的迁移机制所占的比率增加.

(2) FGM 尖端烧结模型与颈部生长模型比较, FGM 模型相当于“颈部”生长的后一阶段, 即此时“颈部”已变得比较粗. 因此二者所遵循的表面积—时间关系曲线应有所不同.

(3) 若较准确地确定吸附附加势垒 v_{ad} , 需要脱附热 v_{des} 和气体吸附复盖率 θ 的数据及其随温度变化的规律.

不同气体吸附的强度各异, 对固体表面附加自由能的降低程度亦不同. 一般情况下, 吸附越强 v_{ad} 越大, 迁移阻力增加因而烧结变得越困难 [15].

6 结论

FGM 的建立及其尖端烧结模型从理论上较好地解释了与金属粉末烧结有关的一些实验事实, 定量地得出了表面积, 烧结速度和粒度等与材料性质、温度、气氛的关系, 计算结果与实验曲线的符合程度较优于其他种理论模型. 进一步丰富和完善 FGM 模型, 有望更准确地模拟实验结果, 并可能发展为对多组分体系及多种条件下适用的理想模型.

参 考 文 献

- [1] Hughes R, Deactivation of Catalysts, Academic Press, Amsterdam 1984, p22—23, 58—62.
- [2] Kuczynski G C, *J. Appl. Phys.*, 20(1949), 1160.
- [3] German R M and Munir Z A, *J. Am. Ceram. Soc.*, 59(1976), 379.
- [4] Kingery W D and Berg M, *J. Appl. Phys.*, 26(1955), No. 10, 1205.
- [5] 李承烈、李贤钧、张国泰著, 催化剂失活, 化学工业出版社, 1989 年, 第 35, 42 页.
- [6] 安德森 J. R. [澳] 著, 厉杜生等译, 金属催化剂的结构, 化学工业出版社, 1985 年, 第 292—296 页.
- [7] Aharony A and Aviv T, *Europhysice News*, 17(1986), No. 4, 41.
- [8] Mandelbrot B B, *The Fractal Geometry of Nature* (W. H. Freeman company, San Francisco), 1982, p34, 37.
- [9] Harris P J F, Boyes E D and Cairns J A, *J. Catal.*, 82(1983), 127.
- [10] Granqvist C G and Buhrman R A, *J. appl. Phys.*, 47(1976), No. 5, 2200.
- [11] Foulilloux P, Martin G A, Renouprez A, J, Moraweck B, Imelik B and Prettre M, *J. Catal.*, 25(1972), 212.
- [12] 亚当森 A. W. [美] 著, 顾惕人译, 表面的物理化学, 科学出版社, 1986 年, 上册第 62 页.
- [13] 郭用猷编, 物质结构基本原理, 高等教育出版社, 1988 年, 第 465 页.
- [14] 笛野高之 [日] 著, 谭辉玲等编译, 基元反应动力学, 重庆大学出版社, 1989 年, 第 92 页.
- [15] 范崇正, 吴佑实等, 燃料化学学报, 19(1991), No. 4, 345.
- [16] 田蔚、李秀臣、李邦淑编, 金属物理性能, 国防工业出版社, 1985 年, 第 84 页.
- [17] Jackson B, *J. Chem. Phys.*, 90(1989), 146.
- [18] Hayword D O and Trapnell B M W, *Chemisorption*, 2nd. Edition, Butterworth, London, 1964, p231.

The Pointed End Sintering Model for a Fractal Geometry Model of Powder Compact

Zhao Jun Zhang Xuan Fan Chongzheng

(Department of Modern Chemistry)

Abstract

A fractal geometry model (FGM) is propounded to describe structural characters of powder compact. On this basis, a geometric and then a dynamic model are set up for sintering of single metal systems. Several factors relative to the sintering process are studied with single molecule reactions as an example; theoretical prediction and experimental results are compared for Raney Cu catalyst's sintering in H_2 atmosphere, with satisfactory results.

Key words: fractal geometry, particle size and surface area distribution, sintering, surface potential barrier, transition state theory

PACS(1992): 81.20.Ev

模态分析的应力方法

张成华 陈 笃

(近代力学系)

摘 要

基于弹性体固有振动问题的余能变分原理,导出了弹性体固有振动的应力模态方程,进而探讨了一种模态分析的应力方法.并以平面桁架和简支矩形板为例说明了以应力作为基本变量的模态分析方法的可行性.

关键词: 余能原理,应力模态,应力法

中图法分类号: O326.

PACS(1992): 46. 30. My

1 引言

迄今为止,人们习惯采用模态位移法进行弹性体振动模态问题的研究,应力法的使用很为少见,胡海昌^[1]和鹭津(Washizu)^[2]曾先后提出过弹性体固有振动问题的余能变分原理,基于这一原理,以应力作为基本变量来处理弹性体的固有振动问题应该也是可行的,但是若干年来这一可能途径并没有得到广泛关注.本文的目的在于展开胡-鹭的思想,对弹性体固有振动问题的处理提出一套与位移模态法相平行的应力模态方法,并以实例展示它在结构模态分析上的应用.应力模态方法的优点在于它可直接处理动态应力,分析问题时可充分利用对一定条件下弹性体内应力分布特征的认识建立力学模型.另外,考虑到动态应力(应变)的测量比较方便,此种应力模态方法对于模态测量及实验模态分析技术的运用也会有一定的参考价值.从理论角度看,它是对现有的位移模态分析方法的一种匹配和补充.

2 弹性体固有振动问题的余能变分原理和应力模态方程

假定弹性连续体占有空间区域 V , 其部分界面 S_0 为固定界面, 其余界面 S_1 为自由界面(图 1). 记其某阶固有振动的位移模态、应变模态、应力模态以及振动频率分别为 $u_i, \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$ 和 ω , 则它们满足域 V 上的方程组^[3]

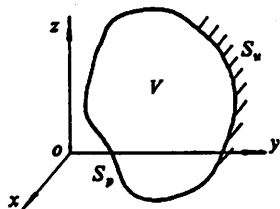


图 1 弹性连续体及其界面

Fig. 1 An elastic continuous body and its boundary

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

$$\sigma_{ij,j} + \rho \omega^2 u_i = 0 \quad (3)$$

和边界条件

$$u_i = 0 \quad (S_0 \text{ 上}) \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} n_j = 0 \quad (S_1 \text{ 上}) \quad (5)$$

其中 λ, μ 为材料的拉梅弹性常数, ρ 为材料质量密度, n_j 为界面外法向矢量. 固有振动问题所研究的正是方程组(1), (2), (3)在界面条件(4), (5)下的非平凡解. 这是一个特征值问题, ω^2 相当于问题的特征值.

在这里问题的提法与弹性体在某种“负弹性”体积力

$$f_i = \rho \omega^2 u_i \quad (6)$$

作用下的平衡问题是相当的. 因此, 若引入 f_i 作为一组体积力变量, 按经典弹性理论的余能变分原理^[3], 可以写出余能泛函式

$$\Pi_c(\sigma_{ij}, f_i) = \int_V B(\sigma_{ij}) dV - \int_V \frac{1}{2\rho\omega^2} (f_i f_i) dV \quad (7)$$

($B(\sigma_{ij})$ 为由弹性关系(2)决定的余能密度函数, 第二个积分项为“负弹性”体积力的余能)而将上述问题转换为在满足平衡方程

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (8)$$

和自由界面条件(5)的所有可能内力状态(σ_{ij}, f_i)中寻求余能泛函(7)的非平凡驻值解(应力模态). 如利用约束条件(8)消去泛函式(7)中的体积力变量 f_i , 另外, 为处理上的方便转而考虑泛函 $\Pi_c^* = \omega^2 \Pi_c$, 则最终弹性体固有振动的应力模态应相当于泛函式

$$\Pi_c^*(\sigma_{ij}) = \omega^2 \int_V B(\sigma_{ij}) dV - \int_V \frac{1}{2\rho} [(\sigma_{1j,j})^2 + (\sigma_{2j,j})^2 + (\sigma_{3j,j})^2] dV \quad (9)$$

在自由界面条件(5)约束下的非平凡驻值解, 其中 ω^2 仍为特征值.

泛函式(9)在文[1]和文[2]中虽然已经出现(或几乎出现), 但均未加以直接利用. 本文的应力模态方法正是以泛函式(9)作为出发点, 由此直接处理动态应力(不再借助于对位移的考虑).

泛函式(9)在式(5)约束下的驻值条件为(推导过程从略)

$$\omega^2 \frac{\partial B}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{1}{2\rho} (\sigma_{ik,kj} + \sigma_{jk,ki}) = 0 \quad (V \text{ 域上}) \quad (10)$$

以及

$$\sigma_{ij,j} \quad (\text{界面 } S_0 \text{ 上}) \quad (11)$$

鉴于弹性体的应力模态由方程组(10)在边界条件(5),(11)下的非平凡解决定,方程组(10)可称为“应力模态方程”。在处理弹性体固有振动问题时,基于模态方程组(10)求解应力模态,或者是从泛函式(9)出发寻求变分问题的解答都可称为应力法。当然,针对具体问题可利用对弹性体内应力分布特点的认识首先对应力模态作出一定的假设,再由变分途径得出近似的应力模态方程以寻求近似的解答,或者进一步建立弹性体的离散化应力模型,寻求数值解。下面的简例是从泛函式(9)出发由变分途径求得结构应力模态的例子,而关于简支矩形板固有振动问题的讨论则是直接利用应力模态方程(10)的例子。

3 简例

平面桁架如图 2 所示,其中各杆件截面积相同(取作单位 1),2,6 两斜杆的长度为 l , α 角已知,又假设将各杆件的质量均等地分配到自身的两个端铰处,故各杆件皆可视为无质量的弹性元件,运动中处于单向拉压状态。以此模型为基础,讨论体系的固有振动频率和应力模态。

根据以上假设,易知此时泛函式(9)的第一项积分即相当于各杆件拉压变形余能之和,而第二项积分则由各铰接点上的集中质量和不平衡力(惯性力)来决定。记各杆长度和内应力分别为 l_i 和 σ_i ($i=1,2,\dots,8$),又记各铰接点处集中质量和不平衡力的大小分别为 m_j, T_j ($j=1,2,3,4$),于是有

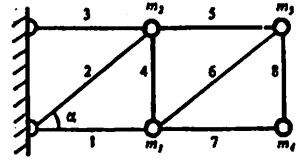


图 2 平面桁架
Fig. 2 A plane truss

$$\Pi_0^* = \frac{\omega^2}{2E} \sum_{i=1}^8 l_i \sigma_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 l_j \frac{T_j^2}{m_j} \quad (12)$$

注意到

$$\begin{aligned} l_1 &= l_3 = l_5 = l_7 = l \cos \alpha, & l_4 &= l_8 = l \sin \alpha \\ m_1 &= \frac{\rho}{2} (l_1 + l_4 + l_6 + l_7), & m_2 &= \frac{\rho}{2} (l_2 + l_3 + l_4 + l_5) \\ m_3 &= \frac{\rho}{2} (l_5 + l_6 + l_8), & m_4 &= \frac{\rho}{2} (l_7 + l_8) \\ T_1^2 &= (\sigma_7 - \sigma_1 + \sigma_6 \cos \alpha)^2 + (\sigma_4 + \sigma_6 \sin \alpha)^2 \\ T_2^2 &= (\sigma_5 - \sigma_3 + \sigma_2 \cos \alpha)^2 + (\sigma_4 + \sigma_2 \sin \alpha)^2 \\ T_3^2 &= (\sigma_5 + \sigma_6 \cos \alpha)^2 + (\sigma_8 + \sigma_6 \sin \alpha)^2 \\ T_4^2 &= \sigma_7^2 + \sigma_8^2 \end{aligned}$$

利用驻值条件

$$\frac{\partial \Pi_0^*}{\partial \sigma_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 8)$$

即可具体写出桁架的应力模态方程为

$$k[F]\{\sigma\} - [G]\{\sigma\} = 0 \quad (13)$$

此处 $k = \rho \omega^2 l^2 / E$ 为频率参数, $\{\sigma\} = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_8]^T$ 为应力模态向量。(13)式中 $[F]$ 为对角阵, 其中 $f_{11} = f_{33} = f_{55} = f_{77} = \cos \alpha, f_{44} = f_{88} = \sin \alpha, f_{22} = f_{66} = 1, [G]$ 为如下对称阵

$$\begin{bmatrix}
 2\varphi_1 & & & & & & & & \\
 0 & 2\varphi_2 & & \text{对称} & & & & & \\
 0 & 2\varphi_2 \cos\alpha & 2\varphi_2 & & & & & & \\
 0 & 2\varphi_2 \sin\alpha & 0 & 2(\varphi_1 + \varphi_2) & & & & & \\
 0 & -2\varphi_2 \cos\alpha & -2\varphi_2 & 0 & 2(\varphi_2 + \varphi_3) & & & & \\
 -2\varphi_1 \cos\alpha & 0 & 0 & 2\varphi_1 \sin\alpha & 2\varphi_3 \cos\alpha & 2(\varphi_1 + \varphi_3) & & & \\
 -2\varphi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\varphi_1 \cos\alpha & 2(\varphi_1 + \varphi_4) & & \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\varphi_3 \sin\alpha & 0 & 2(\varphi_3 + \varphi_4) &
 \end{bmatrix}$$

其中

$$\varphi_1 = (1 + \sin\alpha + 2\cos\alpha)^{-1}$$

$$\varphi_2 = (2 + \sin\alpha + \cos\alpha)^{-1}$$

$$\varphi_3 = (1 + \sin\alpha + \cos\alpha)^{-1}$$

$$\varphi_4 = (\sin\alpha + \cos\alpha)^{-1}$$

从形式上看(13)式中的矩阵[F]和[G]其地位似分别与位移模态方法中的质量阵和刚度阵相当,其实含义是不同的。

表 1 给出了 $\alpha=30^\circ$ 时由方程组(13)所得出的桁架的前 5 阶固有频率(k)及相应的应力模态,同时也给出了由通常的位移模态方法得出的前 5 阶频率值. 两种计算结果的完全一致表明了此种应力模态方法的可靠性。

表 1 桁架的固有频率及应力模态

Table 1 Natural frequencies and stress modes of the truss

振动阶数		1	2	3	4	5
固有频率 ($k \times 10^3$)	应力法	1.6379	12.494	47.108	105.18	246.15
	位移法	1.6376	12.492	47.107	105.18	246.15
应力 模态 向量	σ_1	-0.0477	-0.3829	1.0	1.0	1.0
	σ_2	1.0	-0.7770	-0.0277	-0.3521	-0.1061
	σ_3	-0.1830	0.2452	0.7788	-0.7767	-0.7174
	σ_4	0.9944	-0.7439	-0.0233	-0.2256	-0.0169
	σ_5	0.0472	-0.3546	0.7214	0.3778	-0.4559
	σ_6	0.4739	1.0	0.1638	-0.0906	0.4404
	σ_7	-0.1343	-0.0505	0.3702	-0.7402	0.7504
	σ_8	0.4524	0.9872	0.1124	0.2532	-0.3217

4 简支矩形板弯曲振动的应力模态(精确解)

矩形板如图 3 所示,四边铰支. 作为一般的三维问题考虑,其弯曲振动的应力模态应满足

前已给出的模态方程组(10)以及如下边界条件

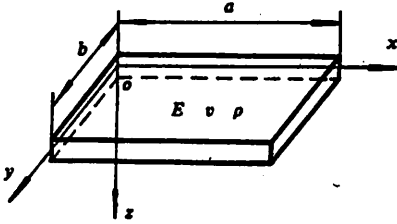


图 3 简支矩形板

Fig. 3 A simply supported rectangular plate (with thickness $2c$ and middle plane xoy)

$$x = 0, a: \begin{cases} \sigma_x = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$y = 0, b: \begin{cases} \sigma_y = 0 \\ \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$z = \pm c: \sigma_x = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (16)$$

这是一个可以得出精确解答的特殊情况。

设想板作弯曲振动时应力 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 及 τ_{xy} 关于中面呈反对称分布, 而应力 τ_{xz}, τ_{yz} 关于中面呈对称分布, 又考虑到边界条件(14), (15)的要求, 可取应力模态的试解形式为

$$\begin{cases} \sigma_x = A \operatorname{sh} \frac{\lambda z}{c} \sin \frac{\alpha_n x}{c} \sin \frac{\beta_m y}{c} \\ \sigma_y = B \operatorname{sh} \frac{\lambda z}{c} \sin \frac{\alpha_n x}{c} \sin \frac{\beta_m y}{c} \\ \sigma_z = C \operatorname{sh} \frac{\lambda z}{c} \sin \frac{\alpha_n x}{c} \sin \frac{\beta_m y}{c} \\ \tau_{xy} = D \operatorname{sh} \frac{\lambda z}{c} \cos \frac{\alpha_n x}{c} \cos \frac{\beta_m y}{c} \\ \tau_{yz} = H \operatorname{ch} \frac{\lambda z}{c} \sin \frac{\alpha_n x}{c} \cos \frac{\beta_m y}{c} \\ \tau_{xz} = I \operatorname{ch} \frac{\lambda z}{c} \cos \frac{\alpha_n x}{c} \sin \frac{\beta_m y}{c} \end{cases} \quad (17)$$

其中 $\alpha_n = n\pi c/a, \beta_m = m\pi c/b$ (n, m 分别为振动模态在 x 和 y 方向上的半波数), 系数 A, B, C, D, H, I 以及参数 λ 皆为待定. 试解式(17)已满足边界条件(14)及(15), 将它代入方程组(10), 有关于系数 A, B, C, D, H, I 的一个齐次线性代数方程组. 从代数方程组取非平凡解的要求可得出 λ 的三个实数根(作为 m, n 以及频率参数 $k = \rho\omega^2 c^2/E$ 的函数)

$$\begin{aligned} \lambda_1 = \lambda_2 &= \sqrt{\alpha_n^2 + \beta_m^2 - 2(1 + \nu)k} \\ \lambda_3 &= \sqrt{\alpha_n^2 + \beta_m^2 + (2\nu^2 + \nu - 1)k/(1 - \nu)} \end{aligned} \quad (18)$$

以及相对应的 A, B, C, D, H, I 的三组比值

$$A : B : C : D : H : I = 1 : \xi_i : \eta_i : \varphi_i : \psi_i : \theta_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

这里 $\xi_i, \eta_i, \varphi_i, \psi_i, \theta_i$ 同样是 m, n, k 的函数, 有关的算式从略. 由此, 板作 (n, m) 阶弯曲固有振动时的应力模态通解式可表作

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^3 A_i \begin{Bmatrix} \text{sh} \frac{\lambda_i z}{c} \sin \frac{\alpha_n x}{c} \sin \frac{\beta_m y}{c} \\ \xi_i \text{sh} \frac{\lambda_i z}{c} \sin \frac{\alpha_n x}{c} \sin \frac{\beta_m y}{c} \\ \eta_i \text{sh} \frac{\lambda_i z}{c} \sin \frac{\alpha_n x}{c} \sin \frac{\beta_m y}{c} \\ \varphi_i \text{sh} \frac{\lambda_i z}{c} \cos \frac{\alpha_n x}{c} \cos \frac{\beta_m y}{c} \\ \psi_i \text{ch} \frac{\lambda_i z}{c} \sin \frac{\alpha_n x}{c} \cos \frac{\beta_m y}{c} \\ \theta_i \text{ch} \frac{\lambda_i z}{c} \cos \frac{\alpha_n x}{c} \sin \frac{\beta_m y}{c} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

表 2 简支矩形板的固有频率 ($k \times 10^5$)

Table 2 Natural frequencies ($k \times 10^5$) of a simply supported rectangular plate ($a/c=40, b/c=40, \nu=0.3$, numbers with parentheses are results from engineering theory)

m (y 向半波数)		1	2	3	4
n (x 向半波数)	1	5.4732 (5.7762)			
	2	33.399 (34.845)	83.433 (89.2027)		
	3	129.29 (139.387)	211.89 (235.55)	391.49 (451.59)	
	4	351.77 (402.80)	476.45 (557.52)	719.08 (871.12)	1125.1 (1427.2)

表 3 简支矩形板的固有频率 ($k \times 10^5$)

Table 3 Natural frequencies ($k \times 10^5$) and stress modes of a simply supported rectangular plate ($a/c=60, b/c=40, \nu=0.3$, numbers with parentheses are results from engineering theory)

m (y 向半波数)		1	2	3	4
n (x 向半波数)	1	2.8612 (2.9080)	26.501 (27.532)	114.95 (124.32)	330.46 (376.91)
	2	10.496 (10.755)	44.320 (46.528)	148.14 (161.90)	382.51 (440.51)
	3	33.399 (34.845)	83.433 (89.202)	211.90 (235.55)	476.42 (557.52)
	4	85.681 (96.698)	157.04 (172.07)	317.99 (361.78)	622.53 (744.46)

将通解式(19)代入余下的边界条件(16),又有关于系数 A_1, A_2, A_3 的齐次线性代数方程组

$$[Q] \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (20)$$

其中

$$[Q] = \begin{bmatrix} \eta_1 \text{sh} \lambda_1 & \eta_2 \text{sh} \lambda_2 & \eta_3 \text{sh} \lambda_3 \\ \psi_1 \text{ch} \lambda_1 & \psi_2 \text{ch} \lambda_2 & \psi_3 \text{ch} \lambda_3 \\ \theta_1 \text{ch} \lambda_1 & \theta_2 \text{ch} \lambda_2 & \theta_3 \text{ch} \lambda_3 \end{bmatrix}$$

考虑到 A_1, A_2, A_3 应不全为零,可要求行列式

$$|Q| = 0 \quad (21)$$

这就是板的频率方程. 对于给定的振动阶数 (n, m) 利用已得出的关系式对方程(21)迭代求解即可求得相应的频率参数值 k , 进一步从(20)式解得 A_1, A_2, A_3 之比后再代入(19)式便得到相对应的应力模态解. 表2和表3分别给出了依此计算出的板的固有频率的两组数值结果, 同时也给出了基于板的工程理论(薄板理论)以位移模态方法得出的计算结果^[4]以资比较. 计算过程不赘述.

5 结论

求解弹性静力学问题一般有两种基本方法,即以位移为基本变量的位移法和以应力为基本变量的应力法,这两种方法都有广泛的应用. 在弹性动力学问题的研究中情况则不同,目前多采用位移法,应力方法非常少见,本文提出的应力模态方法表明了应力法在动力学问题的分析中也是可行的,从这个意义上说. 此种应力模态方法是对现有弹性动力学理论的一种扩充.

参 考 文 献

- [1] 胡海昌,力学学报,1(1957),No. 2, 169—179.
- [2] Washizu K, *Int. J. of Solids and Structures*, 2(1966), No. 1, 27—35.
- [3] Washizu K, *Variational Methods in Elasticity and Plasticity*, 2ed., Pergamon Press, 1975.
- [4] Dym C L and Shames I H, 固体力学变分法(中译),中国铁道出版社,1984.

A Stress Approach for Vibration Mode Analysis

Zhang Chenghua Chen Du

(Department of Modern Mechanics)

Abstract

Based on the principle of stationary complementary energy applied to free vibration of an elastic body, equations which control the body's stress modes of free vibration are derived and a new approach (stress approach) for vibration mode analysis of elastic systems is suggested. Two examples (plane truss and simply supported rectangular plate) are given to show the effectiveness of the approach.

Key words: principle of complementary energy, stress mode of free vibration, stress method

PACS(1992): 46.30.My

宇宙 γ 射线大气簇射切仑科夫光波阵面的形状

程纯杰

(地球和空间科学系)

摘 要

模拟计算了在小天顶角为 0° 、 15° 、 30° 时,探测器到簇射轴心 $0\sim 200\text{m}$ 范围内,地面切仑科夫光波阵面的形状. 结果显示,波阵面的形状是呈稍微有点向上凸的圆弧形.

关键词: 切仑科夫光波阵面, 大气簇射, 空气折射率

中图法分类号: P172.4

PACS (1992): 96.40-z

1 引言

目前,在探测 TeV 能量宇宙 γ 射线点源方面有两个很有希望的技术,一个是计时技术^[1],另一个是切仑科夫光聚焦平面图象技术^[2]. 地面切仑科夫光波阵面的研究是计时技术研究涉及到的问题之一. 波阵面精确的形状能够提高测量的计时精度,迄今还没有文献对这一问题作详细论述. 本文用 Hillas 模式^[3],根据空气折射率和切仑科夫辐射角随大气高度的变化关系,对切仑科夫光波阵面做了模拟计算. Hillas 模拟的是强子簇射,研究探测器到簇射轴心 $200\text{m}\sim 500\text{m}$ 范围内的光子强度对光脉冲波形的影响. 本文模拟的是 γ 射线引起的簇射,研究探测器到簇射轴心 $0\sim 200\text{m}$ 范围内的地面切仑科夫光波阵面的形状对探测器测量的计时精度的影响.

2 γ 射线簇射产生的切仑科夫光

2.1 γ 射线簇射简介

Ramana 对已被观测到的高能 γ 射线点源作了比较详细的介绍^[1]。来自这些点源的 γ 射线,当能量超过 10^{11}eV 时,因其与大气的相互作用引起电磁级联簇射。簇射过程中产生的次级带电粒子是正电子和负电子,这些电子的动能只要大于电子在大气中产生切仑科夫光的阈动能 21MeV ,空气中就会发出切仑科夫光。波阵面就是这些光在大气传播过程中形成的。

切仑科夫光的能量是由电子提供的,电子在单位介质长度上产生切仑科夫光所放出的能量为^[5]

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi^2 e^2 \sin^2 \theta_c \frac{d\lambda}{\lambda^3}$$

式中 θ_c 是切仑科夫辐射角, λ 是切仑科夫光的波长。光谱是连续的可见光,波长越短光的能量越强。切仑科夫光主要集中在紫光区,模拟计算波阵面时,光的波长限定在紫光区。

一个电子在单位介质长度上波长在 λ_1 和 λ_2 之间产生的辐射光子数

$$N_c = \frac{2\pi}{137} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \sin^2 \theta_c$$

在簇射发展过程中,电子的横向扩展不大,大多数电子集中在簇射轴线上和轴线附近,并沿簇射轴线向地面方向传播。计算波阵面时,只考虑沿簇射轴线传播的电子,而且是它们当中速度最大的,或是接近速度大的那些电子,因为只有这些电子产生的切仑科夫光才能形成波阵面。

2.2 切仑科夫光在大气中传播特征

切仑科夫光集中在电子后方的一个圆锥形区域中,簇射的轴线就是圆锥的轴线,圆锥面就是光的波阵面。波阵面随着粒子向前推进,将沿着和轴线成 θ_c 角的方向前进。切仑科夫光不是单色的光,在波阵面上及其内侧附近光强最大。

波阵面在地面覆盖一个很大范围,并且有一个非常精确的时间结构。甚高能(Very high energy VHE)宇宙 γ 射线到达方向的测量就是在地面多点测量波阵面到达的时间,计算 γ 射线的入射角,以确定它的入射方向。如图1,假定波阵面是一个平面,波阵面首先到达探测器 S_2 ,经过 Δt 时间后到达探测器 S_1 , oz 轴垂直于探测器平面,波阵面运动方向和 oz 轴的夹角为 β , S_1 和 S_2 之间的距离为 d ,则 $\Delta t = (d \sin \beta) / c$, c 是真空中光速,只要测

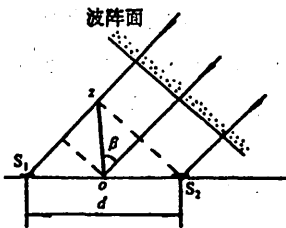


图1
Fig. 1

出 Δt ,就能知道 γ 射线的到达方向。

3 地面切仑科夫光波阵面的形状

3.1 计算波阵面形状有关的大气参数

大气深度、空气折射率及切仑科夫辐射角是计算切仑科夫光波阵面形状的重要参数。大气压力 P 和密度 ρ 沿垂直地面方向上随高度 h 变化的关系:

$$P_h = P_0 e^{-\frac{h}{H}} = P_0^{-\frac{h}{H}}$$

$$\rho_h = \rho_0 e^{-\frac{h}{H}} = \rho_0^{-\frac{h}{H}}$$

$H = \frac{g}{R_a T_0}$ 是大气平均标高, $H \approx 8 \times 10^3 \text{m}$, 海平面的大气压 $P_0 = 1033 \text{gcm}^{-2}$, 海平面的空气密度 $\rho_0 = P_0/H = 1.29 \times 10^{-3} \text{gcm}^{-3}$.

大气深度可以表示为

$$x(h) = H\rho_h = H\rho_0^{-\frac{h}{H}} \quad (\text{gcm}^{-2})$$

空气的折射率是光波长 λ 的函数, 它随 λ 变化关系可以用下式表示^[6]:

$$[n(\lambda) - 1] \times 10^8 = 6432.6 + \frac{7949810}{146 - \lambda^{-2}} + \frac{25540}{41 - \lambda^{-2}}$$

$n(\lambda)$ 是海平面不同光波长的空气折射率。因为切仑科夫光主要集中在紫光区, 所以计算波阵面形状所用的波长范围为 $0.3 \mu\text{m} \sim 0.55 \mu\text{m}$, 空气折射率取在这个范围内的平均值, $n(\lambda) = 1.000296$, 为了计算时方便表示为 $a_0 = n(\lambda) - 1 = 2.96 \times 10^{-4}$.

空气折射率还随高度变化, 其变化关系为 $n = 1 + a_0(\rho_h/\rho_0) = 1 + a_0 e^{-h/H}$. 切仑科夫光辐射角 $\theta_c = \cos^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$, 它随波长和高度变化关系为 $\theta_c = \cos^{-1}\left(\frac{1}{1 + a_0 e^{-h/H}}\right)$.

电子在大气中以真空中的光速 C 运动, 波阵面上的光以速度 c/n 运动, 它的速度比电子速度小, 每经过一个单位大气深度 (1gcm^{-2}), 在时间上光就要比电子落后 $7.67 \times 10^{-3} \text{ns}$ ^[3].

3.2 波阵面形状的模拟计算

如图 2 所示, 假设簇射轴线是倾斜的, 电子位于簇射轴线上某一点 A , A 点距地面的垂直高度为 h , 探测器放在地面上 B 点, B 点到簇射轴线的垂直距离为 R , 簇射轴线和垂直方向的夹角为 α (即天顶角), 在簇射轴线正下方, 位于簇射轴线在 XOZ 平面上投影线上的一点, O 点和这一点连线所指向的方位, 定为方位角 180° . 因为方位角对计算结果影响很小, 计算时可以任意选方位角, 这里选 B 点的方位角 $\phi = 120^\circ$. 如果 S 是电子沿簇射轴线从 A 点到达地面一点 O 的距离, 则 $S = h \sec \alpha$, AB 是切仑科夫光从 A 点到探测器 B 点的距离. 在波阵面每个点上的光信号相对簇射前沿平面的滞后时间 t , Hillas 表示为

$$t = (AB - S - R \text{tg} \alpha \cos \phi) / c + 7.67 \times 10^{-3} [1033 - x(h)] \frac{AB}{h} - \Delta T$$

这里 $x(h)$ 是 A 点大气深度, 单位为 gcm^{-2} ; t 的单位为 ns , h, AB, R, S 的单位均为 m ; 角度 α 和 ϕ 的单位是 rad ; $c = 0.3 \text{m/ns}$. 根据几何关系 $AB = [(S + R \text{tg} \alpha \cos \phi)^2 + R^2]^{\frac{1}{2}}$. ΔT 是时间经验修正值. 主要对强子簇射大的 R 距离 ($200 \text{m} < R < 500 \text{m}$) 范围观测的时间修正. 本文模拟计算的甚高能宇宙 γ 射线引起的电磁级联簇射, 其横向扩展要比强子簇射横向扩展范围小的多, 而且 R 是在小距离 ($0 \sim 200 \text{m}$) 范围内, Hammond^[7] 认为简单模式可以不考虑 ΔT , 因而在模拟计算时没有考虑 ΔT 的修正.

在簇射轴线是倾斜的情况下, 电子在不同大气高度辐射的切仑科夫光到达不同的 R 处. 根据简单的几何对应关系, $R = \text{tg} \theta_c (S + R \text{tg} \alpha \cos \phi)$, $AB = R / \text{Sin} \theta_c$, 它们都与 θ_c 有关. 因为波阵面相对簇射轴线是对称的, 所以计算时只考虑在轴线一侧的部分.

通过上述分析,电子的传播路径和切仑科夫光的传播路径是不同的,切仑科夫光传播的路径和传播速度受 θ_0, λ 参数变化的影响,这就使光到达地面的时间滞后于电子到达地面的时间,也就是电子先到达地面,光后到达地面. 利用 Hillas 的几何模型把光到达地面的滞后时间模拟计算出来, § 3. 1 介绍了参数 $x(h)$, λ, n, θ_0, h 之间的关系和具体计算公式,只要给定一个高度,就能计算出相对应的 $x(h), \lambda, \theta_0$ 的值, Hillas 公式表示了 $x(h), \lambda, n, \theta_0, \alpha, \phi, h, R$ 和光滞后时间 t 的函数关系. 模拟计算时天顶角 α 取三个值,分别为 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$; 方位角 ϕ 只取一个 120° ; 高度是连续变化的,从 15.5km (大气深度为 149gcm^{-2}) 开始,到海平面 (大气深度 1033gcm^{-2}) 为止,步长取 0.5km 进行逐点模拟计算,图 3 中的三条曲线是计算结果. 光滞后的时间 t 随 R 的变化关系,实际上就是诱导切仑科夫光的“领头电子”到达不同 R 处的切仑科夫光滞后的时间, R 越大滞后时间越长. 因为只有分布在切仑科夫光波阵面上的光才能最先到达地面,所以 $R \sim t$ 关系曲线实际上就是波阵面的轮廓线.

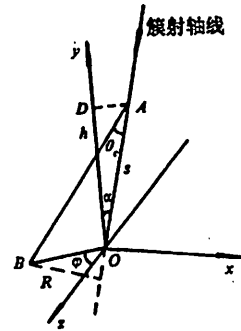


图 2 模拟计算示意图
Fig. 2 Showing figure of simulated calculation

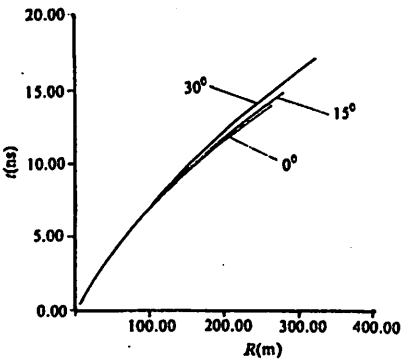


图 3 地面切仑科夫光波阵面的形状
Fig. 3 The shape of Cerenkor light front wave on the ground

模拟计算只限于小天顶角为 $0^\circ \sim 30^\circ$ 范围,这是因为计时技术 (法国的 Themis) 实验现场天顶角就在这个范围内. 图中三条曲线的天顶角分别为 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$. 可以看出,随着天顶角的增加,光的滞后时间也随着增加,这是光传播路径增加的结果;在 $R = 200\text{m}$ 处天顶角 30° 和 0° 两者时间相差 0.66ns . 计算 R 在 $0 \sim 200\text{m}$ 范围内的原因是因为光强主要集中在在这个范围内.

波阵面实际上就是切仑科夫光圆锥面的轮廓线,因为它对称于簇射轴线,所以图中只给出其中的一半,圆锥的表面呈稍微有点向上凸的圆弧形面,这主要因为空气折射率随高度的变化关系呈非线性的.

通过模拟计算得到的切仑科夫光波阵面的形状,为探测器在实际现场的布局、时间标定和确认

VHE 宇宙 γ 射线到达的方向,初步提供了理论上的判断能力.

4 结论

用 Hillas 模式模拟计算了地面切仑科夫光波阵面的形状,它是呈稍微向上凸的圆弧形. 未考虑光在大气中对波长吸收的影响. 空气折射率随光波长的变化,用的是紫光波段海平面的平均值 $n(\lambda)$. 方位角只计算了一个 120° 的位置,如果在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内对逐个位置进行全方位模拟计算,就能得到一个切仑科夫光锥的立体图象.

参 考 文 献

- [1] Ghesquière C *et al.*, Detection of very high energy gamma-rays from the CRAB source, 13th. european cosmic ray symposium, July, 1992, CERN.
- [2] Akerlof C W *et al.*, Granite, a new very high energy gamma-ray telescope, *Nuclear Physics B*(proc. Suppl), 14A (1990), 237—243.
- [3] Hillas A M, *J. Ghys. C: Nucl. Phys.*, 8 (1982), 1475—1492.
- [4] Ramana Murthy P V, Gamma ray astronomy at very high and ultra high energy, Second school on "Non accelerator particle astrophysics", ICTP, Italy, June, 1991, p3—14.
- [5] 叶宗海, 空间粒子辐射探测技术, 科学出版社, 1986, p225—232.
- [6] 王永生, 大气物理学, 气象出版社, 1987, p348—418.
- [7] Hammond R T *et al.*, *II. Nuovo elemento*, 1C (1978), No. 4, 315—334.

The Shape of Cerenkov Light Front Wave on the Ground About Cosmic Gamma Ray Air Shower

Cheng Chunjie

(Department of Earth and Space Science)

Abstract

In this paper, calculations are conducted of the shape of Cerenkov light front waves in smaller zenith angles range 0° — 30° , and of the perpendicular distances 0—200m from the shower axis. Simulation results indicate that the shape of Cerenkov light front wave on ground is a curve rising slightly upward.

Key words: Cerenkov light front wave, air reflection coefficient, air shower

PACS (1992): 96.40.-z

中国东部温泉水和井水的氢氧同位素初步研究

王兆荣

(地球与空间科学系)

摘 要

对安徽、山东、辽宁的几处温泉水和井水的氧和氢同位素进行了对比研究,发现温泉水的氧和氢同位素值都低于井水的氧和氢同位素值。温泉水和井水的氧和氢同位素值都落在大气降水线附近,与 Craig 所作的大气降水线较为吻合。这一结果说明该地区温泉水和井水的补给源都来自大气降水。温泉水的 $\delta^{18}\text{O}$ 值变化范围很小,说明 $\delta^{18}\text{O}$ 值可能受该地区地质构造控制。温泉水和井水氧和氢同位素值具有明显的纬度效应,它们的氧和氢同位素值随纬度的增大而增加。

关键词: 大气降水, 补给源, 氧同位素, 氢同位素

中图法分类号: P597.2

1 引言

对温泉水和井水的来源及其补给源进行研究,有助于了解地热能的表现形式、空间分布和变化发展过程、来源及其发展运动规律^[1]。由于氧和氢的同位素以及水分子的化学元素是水的理想示踪剂,因比测定温泉水和井水的氧和氢同位素对于探讨温泉水和井水的来源和补给源是十分理想的方法。本文采集了我国东部江苏、安徽、山东、辽宁等地的 16 处温泉水和井水,进行了氧和氢同位素的测定。

2 产状和主要化学性质

本文的样品主要沿郯庐断裂带采集,温泉的排列比较规律. 山东文登县周围较密集,温泉皆呈北东向分布,与区域主要构造一致. 温泉出露位置一般在构造破碎带上,并复盖有厚约 10m 左右第四纪沉积物.

根据各泉水的化学分析资料,矿化度除个别较高外(3g—30g/l),其余都较低(0.3g—1.6g/l),氢离子浓度 6.8—8.4. 而化学类型,按其阴阳离子组份来看,有七种类型:HCO₃-SO₄-Na-Ca、HCO₃-SO₂-Mg-Ca、SO₄-HCO₃-Na-Ca、SO₄-Cl-Na-Ca、Cl-HCO₃-Na-Ca、Cl-SO₄-Na-Ca、Cl-SO₄-Na-Mg. 其分布则按北东向,二侧为氯化水质及硫酸水质,中间为重硫酸水质,阳离子组份变化不大,并且多数为 Na-Ca 质的,这可能是花岗岩质岩石富含钠的缘故,部分温泉含有硫化氢与放射性镭,pH 值在 6—8 之间,温度约在 70℃ 左右.

温泉水和井水的主要采样位置在江苏省苏州,安徽省和县、巢县、庐江县,山东省临沂、即墨、文登、招远、威海、蓬莱县,辽宁省熊岳、兴成、汤岗子等地.

3 实验方法

氧同位素分析是在 CO₂-H₂O 平衡法系统中完成的. 实验装置是由一套真空系统和振荡平衡恒温装置组成. 氢同位素制取是在用金属铀法制取氢气的真空实验装置上完成. 产生的 CO₂ 和 H₂ 用西德产 MAT—251 型质谱计测定氧和氢同位素数值. 全部同位素数据都是相对于国际原子能机构颁发的标准平均大洋水(SMOW)的千分数按惯用的 δ 表示法给出. 氧同位素分析误差约 0.1‰,氢同位素分析误差约 1—2‰.

4 结果与讨论

4.1 井水的氧、氢同位素测定及分析

根据测定的 16 个井水样品的氧和氢同位素结果可以看出它们的 δ¹⁸O 变化范围在

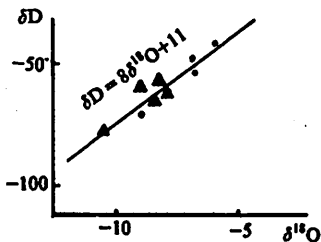


图 1 井水与温泉水同位素之间的关系图

Fig. 1 Relationship between well water isotope and hot spring water isotope

-5.05‰—9.39‰ 之间, δD 变化范围在 -39.96‰—69.69‰(见表 1). 把这些数据投在 δD—δ¹⁸O 图上呈一条方程为 δD = 8δ¹⁸O + 11 (r = 0.97) 的直线(见图 1), 与 Craig^[2-4]所作的大气降水线(δD = 8δ¹⁸O + 10)是较为吻合的. 这些数据都落在大气降水线附近,说明这些井水的补给来自大气降水. 图 1 中圆点为井水的 δD、δ¹⁸O 值的数据点. 不同的地理纬度井水的 δ¹⁸O 和 δD 值与纬度关系见图 2.

江苏省苏州的纬度为 31.2°, 辽宁省汤岗子的纬度为 41.1°, 从 δ¹⁸O 和 δD 值与纬度关系图中

可以看出它们随纬度的增大, $\delta^{18}\text{O}$ 和 δD 值呈减少的趋势.

表 1 不同纬度的温泉水和井水的氧和氢同位素分析结果

Table 1 Results of different latitude oxygen and hydrogen isotope analyses of spring hot water and well water

采样地点	样品名称	编号	pH	温度	$\delta^{18}\text{O}\%$	$\delta\text{D}\%$	纬度($^{\circ}$)
苏州寒山寺	井水	G-01			-5.05		31.2
苏州市	井水	G-02			-5.89		31.2
安徽庐江	温泉水	A-01	6.5	66.5	-8.88	-61.39	31.7
安徽庐江	井水	A-02			-6.30	-39.96	31.7
安徽和县香泉	温泉水	A-03	6.7	64	-8.13		31.7
安徽和县香泉	井水	A-04			-7.72		
安徽巢县丰汤	温泉水	A-05	6	63	-8.20	-55.6	
山东临沂	温泉水	Z-17	7.7	70	-8.86	-64.77	35.1
山东临沂	井水	Z-18			-7.41	-50.29	35.1
山东即墨	温泉水	Z-01	6.7	66	-8.91		36.4
山东即墨	井水	Z-02			-6.77		36.4
山东文登大英	温泉水	Z-03	7.6	58	-8.55		37.3
山东文登大英	井水	Z-04			-6.36		37.3
山东文登七里汤	温泉水	Z-05	7.9	68	-9.07		37.3
山东文登七里汤	井水	Z-06			-5.99		37.3
山东文登小汤	温泉水	Z-07	7.0	60	-8.52		37.3
山东文登小汤	井水	Z-08			-6.37		37.3
山东威海温泉公社	温泉水	Z-11	6.5	54	-9.40		37.6
山东威海温泉公社	井水	Z-12			-8.53		37.6
山东招远	温泉水	Z-13	7	92	-8.68	-66.37	37.4
山东招远	井水	Z-14			-7.15	-46.80	37.4
山东蓬莱	温泉水	Z-15	7.4	65	-9.58		37.9
山东蓬莱	井水	Z-16			-8.21		37.9
辽宁熊岳	温泉水	L-01	6.5	88	-8.93		40.3
辽宁熊岳	井水	L-02			-7.86		40.3
辽宁兴成	温泉水	L-05	7.6	65	-9.40		40.5
辽宁兴成	井水	L-06			-7.50		40.5
辽宁汤岗子	温泉水	L-03	6.6	72	-10.94	-76.98	41.1
辽宁汤岗子	井水	L-04			-9.39	-69.69	41.1

由于氢样管漏气仅测 4 个井水的 δD 值和 5 个温泉水的 δD 值

根据中国地势图,从江苏省苏州到辽宁省汤岗子,海拔高度逐渐增高,而井水的 $\delta^{18}\text{O}$ 和 δD 值呈逐渐降低的趋势.

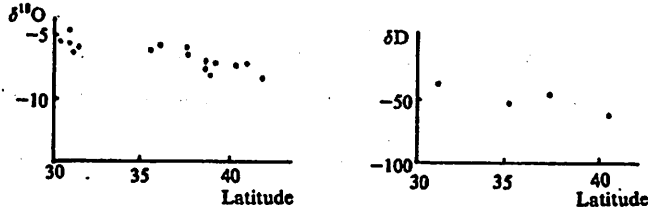


图 2 井水的氧和氢同位素与纬度的关系图

Fig. 2 Relationship between oxygen and hydrogen isotope of well water and latitude

4.2 温泉水氧、氢同位素测定及分析

根据 14 个温泉水的氧和氢同位素测定结果,可以看出它们的 $\delta^{18}\text{O}$ 值从 -8.13‰ — 10.94‰ , δD 值从 -55.6‰ — 76.98‰ , $\delta^{18}\text{O}$ 的变化范围仅在 $\pm 1\text{‰}$, 而 δD 值的变化范围也仅在 $\pm 10\text{‰}$.

从纬度方面考虑和县香泉到汤岗子,随纬度的增大, $\delta^{18}\text{O}$ 值变小(图 3a),巢县半汤温泉到汤岗子温泉 δD 值变化趋势与氧同位素一致,也呈减小趋势(图 3b).

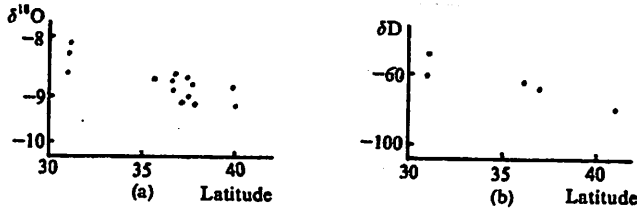


图 3 温泉水的氧和氢同位素与纬度的关系图

Fig. 3 Relationship between oxygen and hydrogen isotope of hot spring water and latitude

把这些数据点投在图 1 中(图中三角形的点代表温泉水的 $\delta^{18}\text{O}$ 值与 δD 值的数据点). 从图中可以看出它们也落在大气降水线附近,只是数据点的位置偏下方一些,也就是它们的 $\delta^{18}\text{O}$ 值和 δD 值比井水更负一些.

4.3 温泉水与井水氧和氢同位素结果比较

在采集温泉水样的地点附近同时采集了井水样品,从测定结果可以看出同一地点温泉水的氧同位素与井水的氧同位素数值平均变化为 $\pm 1.71\text{‰}$,而且都是温泉水的氧同位素值低于井水氧同位素值,但是温泉水的氧同位素变化范围不大. 从分析的四处氢同位素结果可以看出同一地点温泉水的 δD 值比井水的 δD 值更负,其变化范围也不大,其范围仅在 $\pm 15.69\text{‰}$. 可见同一地点温泉水与井水的氢同位素与氧同位素一样,也是温泉水的 δD 值低于井水的 δD 值.

从图 1 中可以看出温泉水和井水的数据点都落在大气降水线的附近,也就是它们与 Craig 大气降水线图解十分吻合. 说明它们都是来自大气降水. 根据图 2 和图 3 井水和温泉水的 $\delta^{18}\text{O}$ 值与 δD 值与纬度的关系,可以看出它们都随纬度的增大而减小.

从以上的初步研究中,可以明显地看出同一地区温泉水和井水的氧和氢同位素的变化趋势十分相近.

5 结 论

(1) 研究地区的温泉水和井水的氧和氢同位素值的大气降水线与 Craig 大气降水线基本吻合,其补给源都可能来自当地的大气降水. 断裂带的氧同位素漂移现象不太明显.

(2) 温泉水和井水的 $\delta^{18}\text{O}$ 值和 δD 值的变化与纬度有关,它们的 $\delta^{18}\text{O}$ 值和 δD 值都随纬度增大而减小.

(3) 温泉水的 δD 和 $\delta^{18}\text{O}$ 的数据比井水的 δD 和 $\delta^{18}\text{O}$ 的数据更小,可能是地表井水与地表的含氧粘土矿物发生了氧同位素交换,使得井水的 $\delta^{18}\text{O}$ 值比温泉水的 $\delta^{18}\text{O}$ 稍大一些.

(4) 断裂带温泉水的氢同位素漂移现象不太明显,主要原因可能是由于温泉水与深部围岩的同位素交换作用不强.

参 考 文 献

- [1] 王维勇、黄尚瑶,地热基础理论研究,地质出版社,北京,1982年,p1—28.
- [2] Craig H, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 12 (1957), 133—149.
- [3] Craig H, *Science*, 133 (1961), 1833—1934.
- [4] Craig H, *Science*, 133 (1961), 1702—1703.
- [5] G·福尔(美),潘曙兰,乔广生译,同位素地质学原理,科学出版社,北京,1983,p259—269.
- [6] 王兆荣,矿物岩石地球化学通讯,1992年, No. 2, 92—93.
- [7] 李平等,第二届全国同位素地球化学学术讨论会论文摘要汇编,贵阳,1982年4月,p317—319.

Study on Isotope Hydrogen and Oxygen of Hot Spring Water and Well Water in the East of China

Wang Zhaorong

(Department of space and earth)

Abstract

Contrastive studies are carried out on the hot-spring water and well water from several places in the provinces of Anhui, Shandong and Liaoning for isotopes of hydrogen and oxygen. It is found that recharge sources of hot-springs and wells have a certain relationship in the areas. Hot-spring water and well water come from meteoric water in the areas. The value of Oxygen-18 of an area may be due to its geological structure.

Key words: meteoric water, recharge source, oxygen isotope, hydrogen isotope

粤东大北山火山岩和花岗岩的特征及其成因

倪守斌 满发胜 黎 彤

(地球和空间科学系)

摘 要

粤东大北山地区的火山岩及次火山岩、花岗岩具有同源性和同期性特征,形成时代相当于侏罗—白垩纪。其岩浆来源可能是大洋板块俯冲到大陆板块之下重熔的产物,岩石成因类型应属于I系列。

关键词:火山岩,花岗岩,岩石学

中图法分类号:P588.121

1 地质概况

大北山位于广东省东部滨海地带,自早侏罗世以来经历过强烈的断裂和岩浆活动。深大断裂控制着本区的岩浆作用。本区地层发育不完整,无前寒武纪的古老基底,古生代至三叠纪的地层全部缺失,下侏罗纪的小坪煤系岩层厚 1500—1700m,主要由砂页岩组成,呈零星分布。酸性火山岩分布较广,呈不整合覆盖在下侏罗系(小坪煤系)之上。岩石为流纹岩、火山角砾岩、火山集块岩和石英斑岩。侵入岩主要有黑云母花岗岩、超浅成相的石英斑岩和石英闪长玢岩。花岗岩呈岩株状,石英斑岩等为岩墙状产出,它们都穿入到小坪煤系中。下侏罗统、火山岩系和花岗岩均呈 NE—SW 方向延伸,受长乐—南澳深大断裂控制。见图 1。

酸性火山岩系,从上到下可分为三层^[1],上层以石英斑岩为主,部分火山角砾岩、燧石层等组成,岩层呈灰白色;中层以流纹岩为主,部分石英斑岩组成呈暗绿色;下层以火山碎屑岩、流纹岩和石英斑岩等组成。层与层之间均呈不整合关系。有时火山角砾岩缺失,暗绿色火山岩层直接覆盖在下侏罗系之上。

从火山岩层和岩性上来看,大体上可以指出火山活动过程是:初期以喷发为主,晚期以溢

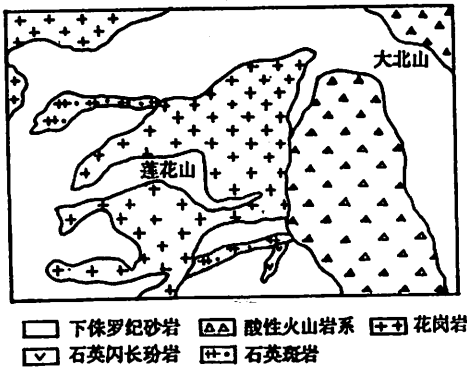


图 1 大北山地区火山岩花岗岩地质示意图
Fig. 1 Schematic geological map of the area

流为主。但在整个火山活动过程中，喷发和溢流是相互交替的，并有过多次的间歇。

该区内出露的花岗岩侵入体有黑云母花岗岩、石英闪长玢岩、辉绿岩、煌斑岩等。在火山岩发育地方，尚有浅成侵入相的石英斑岩。

黑云母花岗岩呈岩株状，侵入到下侏罗系。出露面积约 35 平方公里。按矿物粒度可分为中粒、细粒和粗粒三个岩相带：中粒花岗岩，为岩株的内部相；细粒花岗岩，为中粒花岗岩的边缘相，粒度为 1—2mm；粗粒花岗岩，以具有粗粒长石斑晶为特征。粒度一般为 1cm，大者可达 3—5cm，有时与石英组成文象结构。粗粒花岗岩可能为中粒或细粒花岗岩的自变质作用的产物。

2 火山岩和花岗岩形成的同期性

表 1 是大北山地区岩石和矿物的 ⁸⁷Rb、⁸⁶Sr 浓度和 Sr 同位素成分分析数据。

表 1 全岩和单矿物样品的 Rb、Sr 同位素数据
Table 1. Rb-Sr isotope data for whole-rock and monomineral samples

序号	样品编号	岩石名称	分析对象	同位素含量(微克原子/克)		⁸⁷ Rb/ ⁸⁶ Sr	⁸⁷ Sr/ ⁸⁶ Sr
				⁸⁷ Rb	⁸⁶ Sr		
1	T ₃₋₁	石英斑岩	全岩	0.70320	0.12547	5.60453	0.71693
2	T ₄₋₁	火山角砾岩	胶结物	0.41379	0.22747	1.81910	0.70996
3	T _{4-1B}	火山角砾岩	胶结物	0.40810	0.23761	1.71752	0.70911
4	T ₄₋₂	流纹岩	全岩	0.52612	0.18685	2.81572	0.71159
5	T ₁₋₁	花岗岩	全岩	0.87970	0.19295	4.55921	0.71582
6	T ₁₋₂	花岗岩	全岩	0.56146	0.12640	4.44193	0.71627
7	T _{1-1A}	花岗岩	黑云母	2.08929	0.06775	30.84005	0.76740
8	T _{1-2A}	花岗岩	黑云母	0.51959	0.04262	12.19065	0.72960
9	T _{1-3A}	花岗岩	黑云母	0.19580	0.02154	9.09006	0.72493

火山岩系 Rb-Sr 等时年龄 该等时线年龄是由一个石英斑岩(T₃₋₁)、两个火山角砾岩(T₄₋₁、T_{4-1B})和一个流纹岩(T₄₋₂)，共四个全岩样品构成。Rb、Sr 同位素分析结果见表 1。获得等时线年龄为 135.8±7.3 百万年，⁸⁷Sr/⁸⁶Sr 初始比值为 0.7061±0.0004。见图 2a。

花岗岩岩株 Rb-Sr 等时年龄 该等时年龄由二个全岩(T₁₋₁、T₁₋₂)和三个黑云母单矿物(T_{1-1A}、T_{1-2A}、T_{1-3A})构成。Rb、Sr 同位素分析结果见表 1。获得的等时线年龄为 137.2±2.5 百

万年, $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ 初始比值为 0.7070 ± 0.0006 . 见图 2(b).

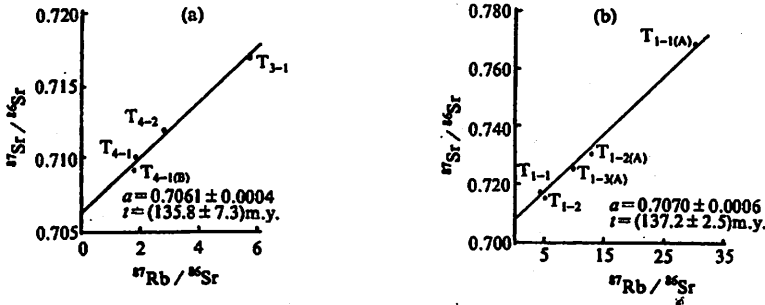


图 2 火山岩系 (a) 花岗岩 (b) Rb-Sr 等时线图

Fig. 2 Rb-Sr isochron diagrams for volcanic series (a) and granite (b)

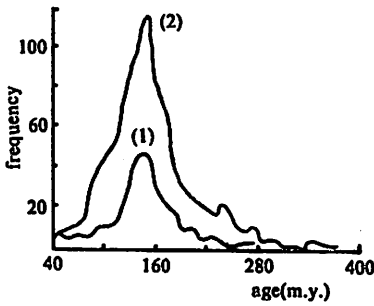


图 3 华南火成岩 K-Ar 年龄频数图

(1) 广东、福建 338 个年龄数据曲线

(2) 华南 939 个年龄数据曲线

Fig. 3 K-Ar age frequency of igneous and metamorphic rocks from SE China

所获得火山岩和花岗岩的 Rb-Sr 等时年龄清楚地表明. 大北山火山岩为 135.8 ± 7.3 百万年, 黑云母花岗岩岩株形成时代为 137.2 ± 2.5 百万年. 两者的形成时代在误差范围内是一致的, 都形成于侏罗纪和白垩纪之间. 属于燕山运动晚期岩浆作用的产物.

本区各岩体的形成时代和区域性热事件密切相关^[2,3], 这可从广东、福建共 338 个年龄数据和华南共 939 个年龄数据, 所作的年龄统计频率图得到证实(图 3). 不论是广东、福建, 还是华南地区均以中生代晚期出现的频率数最大. 结合其它地质报道, 说明在中生代晚期大约 140 百万年左右, 确存在一次强烈的成岩成矿作用. 本区火山岩、花岗岩类就是这一作用的产物. 这与 Larson^[5]所指出的, 晚中生代太平洋板块迅速扩张(18 厘米/年)时期吻合. 表明中生代晚期大约 140 百万年左右为环太平洋地区造山运动和岩浆活动的一个主峰期^[3,7].

3 火山岩和花岗岩岩浆的同源性

本区样品锶同位素初始比值表明, 花岗岩的 $(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_0 = 0.7070 \pm 0.0006$; 以流纹岩和石英斑岩为代表的火山岩的 $(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_0 = 0.7061 \pm 0.0004$. 两者非常接近, 表明形成花岗岩、石英斑岩和流纹岩的岩浆, 属于同一个岩浆体系, 具有同源性的特征.

从表 2 中可以看出, 本区火山岩和花岗岩类具有 $(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_0$ 中等比值. 这和邻区及环太平洋中生代中酸性火成岩 $(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_0$ 值具有惊人的一致性. 反映了锶同位素初始比值 0.7070 在环太平洋中生代中酸性火成岩中具有普遍意义^[1,6]. 然而具有 0.7070 这个特征值的岩体几乎都是中生代晚期形的. 造成环太平洋带中生代中酸性火成岩类锶同位素值的一致性特征, 可能

与太平洋板块俯冲到大陆之下有关。反映了太平洋板块在俯冲过程中的重熔作用,以及岩浆上升过程中被陆源物质混染的程度。

表2 环太平洋中生代中酸性火成岩锶同位素初始值

Table 2 Initial ratio $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ of the mesozoic intermediate-acidic igneous rocks along the circum-Pacific belt

中酸性火成岩发育地区	$(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_0$	资料来源
广东大北山	{ 0.7070 0.7061	倪守斌等,1983
金门、马祖、花屿等岛屿	0.7070	江博明,1976
内华达山脉	0.7073	Harley,1965
加利福尼亚伊欧山	0.7070	Kistler,1971
不列颠哥伦比亚	{ 0.7071 0.7066	Fairbairn,1964 Doe,1968

4 结 论

综上所述,大北山火山岩形成时代与花岗岩同期,其形成时代相当于侏罗-白垩纪,是同源岩浆不同侵位的产物。岩浆来自上地幔,可能是洋壳在俯冲过程中重熔而产生的。

中生代晚期约140百万年左右是环太平洋地区造山运动和岩浆活动的一个主峰期。锶同位素初始值0.707是环太平洋地区中生代中酸性火成岩的一个特征值。

参 考 文 献

- [1] 黎彤,科学记录,3(1959). No. 5,203-207.
- [2] Jahn B M and Chen P Y, *Bull. Geol. Soc. Amer.*, 86(1976),767-776.
- [3] 倪守斌等,中国科学技术大学学报,13(1973),No. 2, 246~252
- [4] 黎彤,倪守斌,地球和地壳的化学元素丰度,地质出版社,1990,pp25-49.
- [5] Larson R L and Pieman W C, *Bull. Geol. Soc. Am.*, 83(1972),3645-3662.
- [6] 满发胜等,矿床地质,2(1983),No. 4, 33-42.
- [7] Yuzhen Bai etc., *Geochemistry*, 4(1985),No. 1,33-40.

On the Origin of Volcanic Rocks and Granite in the Eastern Part of Guangdong Province

Ni Shoubin Man Fasheng Li Tong

(*Department of Earth and Space Sciences*)

Abstract

Dabeishan is situated in the eastern part of Guangdong Province. The rocks in the region are of acidic volcanic series, the biotite-granite, quartz-porphyry and quartzdiorite porphyrite. The Rb-Sr isochron age of the rocks in the region is 135.8 ± 7.5 — 137.2 ± 25 m. y. , thus the granite and volcanic rock may be considered as the results of magmatic action at the same epoch.

The initial ratios of the strontium isotope of the rhyolite and granite are 0.7061 ± 0.0004 and 0.7070 ± 0.0006 respectively. Their identity shows that besides their magmatic action at the same epoch, they also have the characteristic of the same magmatic source.

The Sr isotope initial ratio 0.707 may be a characteristic value for the late mesozoic acidic rocks in the circum-Pacific metallogenetic belt. This characteristic value is probably due to the melting of the mesozoic subducted zone of the Pacific oceanic plate which was subducted toward the continent, and to the contamination of continental crust during the upward magma migration.

Key words: volcanic rocks, granite, lithology

Study on the Variation of the b -Value

Chen Jinbo Huang Peihua

(Department of Earth and Space Sciences)

Abstract

This paper employs mass-spring model to simulate earthquake fault motion, and fits out the b -value with regard to the various parameters of the model to study the effect on b -value. From the point of view of the qualitative numerical simulation it is verified that the fracture of a high stress area is generally of a low b -value and the fracture of a low stress area is generally of a high b -value. In addition, the b -value of various tectonic zones are discussed.

Key words: b -value, mass-spring model, fault motion, tectonic characteristics

PACS (1992): 90. 60Ba

1 Review

In 1954, Gutenberg and Richter^[1] first found that magnitude-frequency of earthquakes follows the formula:

$$N = N_0 e^{-bM} \quad (1)$$

Since then many research works have been done on this subject. Many people are making predictions using b -values and think that b is the function of geological stress at least, and some experiments have been done on this subject (Scholz etc. 1968^[2]). And the b parameter is considered to be closely related to tectonic characteristics of a region, while Miyamura^[3] (1962) found that the b -values change from 0.40 to 1.80 according to the geological age of the tectonic area. Tsapanos^[4] (1985), using worldwide data of earthquakes with magnitude $M > 5.5$, calculated that the b -values are greater in the subduction zones than in the mid-oceanic ridges, with means 1.21 and 1.09 respectively.

Meanwhile Burridge and Knopoff^[5](1967) developed a one-dimension numerical model to simulate earthquake fault motion and earthquake occurrence, in which many interesting results were obtained. While some other researchers^[6-9] adopted their own friction models, two-dimension models were also developed. The focus of the above works is the return period of earthquakes and the foreshocks and the aftershocks etc.

With regard to the extremely complex procedure of earthquakes, and our limited understanding of earthquakes, some people suggest that perhaps it is better to use phenomenological methods and qualitative scheme now to conduct research on the *b*-value and the prediction of earthquakes.

2 Theory

Here mass-spring model is used to simulate the fault motion and study the *b*-value. One-dimension mass-spring system is adopted to study the relation of *b*-value to the parameters of the system. A

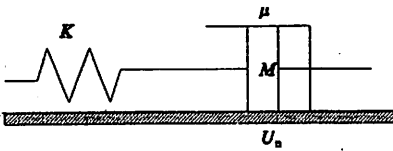


Fig. 1 Unit of the MS system (U_n is the position of block π)

unit as shown below is adopted consisting of a spring, a block and a viscous resistance. Here M is the mass of a block, K is the elastic coefficient of the spring, and μ is the coefficient of viscosity of the viscous resistance, in which the friction law is

$$f = \begin{cases} f_{max} & |\dot{u}| \leq V_0 \\ f_{max} & |\dot{u}| > V_0 \end{cases} \quad (2)$$

and a system consists of many units connected by springs, and is driven by No. 1 unit of the system with constant velocity, with the end unit free of external-force and connected by a spring with another unit. So we have equations as follows:

$$\begin{aligned} \ddot{U}_n &= K(2U_n - U_{n+1} - U_{n-1}) - \mu\dot{U}_n - f_n \\ U_0 &= vT \\ U_n|_{T=0} &= nDelt \end{aligned} \quad (3)$$

where *Delt* is the distance between two blocks.

If the blocks move, the potential energy of the springs released in the event is

$$E = \sum_{i=1}^m f_{min}(U_i|_{T=T_e} - U_i|_{T=T_l}) \quad (4)$$

where T_l and T_e are the time of launch and end of the event, and m is the number of the blocks involved in the event. Of course there are no blocks that slide backward. Certainly this model is very simple. But the fault motion of earthquake is very complicated. Sometimes a simple model is better than complicated ones for understanding the main features of earthquakes^[10]. After the energy of the event has been calculated, we can fit out *b*-value. As we know, formula (1) and $M = a_1 + b_1 \log E$, so we have:

$$N = aE^{-b_0} \quad (5)$$

where $b_0 = bb_1$. By means of least-square method, we can get b_0 .

Since b_1 is a constant, b_0 and b are different only for a constant factor, and b_0 is simply referred to as b here.

3 Result

The focus is the variation of b -value with regard to various parameters of the system. The basic parameters (a. u.) of the system are:

$$M = 40 \quad f_{\max} = 640 \quad f_{\min} = 400 \quad v = 0.03 \quad \mu = 20 \quad Delt = 50 \quad \text{Number of units} = 30$$

First, the velocity time-history of each block of the system are calculated, then b is fitted out. Here, only f_{\max} of the system is changed to study the effect on b -value. (see Table. 1)

Second, the curve of the time-scan of b -value along the fault by means of the numerical simulations is plotted as shown below. (See Fig. 2)

Table 1 The b -value of numerical simulation with regard to different f_{\max}

f_{\max}	b -value	Numbers of Events
650	0.459	221
640	0.494	248
630	0.525	250
620	0.531	258
610	0.563	246
600	0.855	242
590	1.148	215

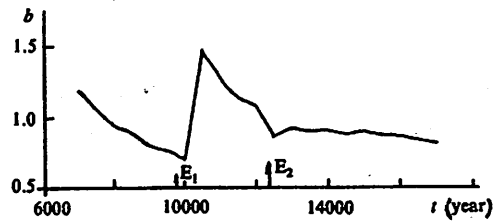


Fig 2 The time-scan curve of b -value by means of numerical simulation.

$$(E_1 = 7.2e+5(\text{a. u.}), \quad E_2 = 1.1e+6(\text{a. u.}))$$

4 Discussion

Scholz^[2] has done experiments on the relation of b -value to the stress of one-axis compress. (See Table 2)

Suppose some of the microfractures in the rock are caused by microslides along the old fracture surfaces, and the others are new ruptures caused by the stress along the maximum sheer stress σ_r . The later is controlled equivalently as the former except that f_{\max} is the average rupture stress. The mechanism of the microfractures in the rock can be illustrated by qualitative scheme (Fig. 3).

Here $f_{\max} = \mu\sigma_n$ and μ is static friction coefficient of fracture surface. Suppose the dynamic friction coefficient is constant, for some researchers have found that the dynamic friction is not affected by the stress approximately, then f_{\min} is constant. So the results of Scholz can be explained by MS model on the fracture surface in the rock in the condition of varied f_{\max} and constant f_{\min} . Here σ_n is the stress vertical to the fracture surface and σ_r is the stress along the surface.

Table 2 The experiment results of scholz^[2]
(a) and (b) are of different rocks under one axis compress

(a)		(b)	
σ (kbar)	b	σ (kbar)	b
0.30	1.32	0.25	1.70
0.40	1.68	0.50	1.90
1.70	0.47	1.10	1.20
2.00	0.44	1.50	0.98
2.20	0.41	1.90	0.72
2.40	0.30	2.10	0.44
2.60	0.18	2.20	0.40

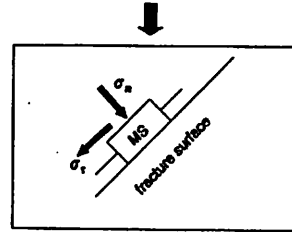


Fig. 3 Qualitative Scheme of the microfractures in rock

It can be proved, with regard to fault motion, that the static friction coefficient of fault surface is time-dependent. Dieterich(1972)^[11] gave out the formula:

$$\mu = \mu_0 + A \log(Bt + 1) \tag{6}$$

where A, μ_0, B are constant. If one area is of active crust, the return period of earthquakes is short and t is comparatively short, that is, μ is low and f_{max} is low, therefore the b -value of this area is generally high. And if one area is of stable crust, the return period is long and t is comparatively long, so the μ is rather big and f_{max} is high, a low b -value is obtained.

Secondly, if the plate of one area is ancient, generally it is stiff and stable, namely f_{max} is high, and the b -value is low. On the contrary, if the plate of one area is young, generally it is soft and active, and f_{max} is low, therefore b -value is high.

From geological and geophysical evidence, the continental crust is old and stiff, and oceanic floor is young and soft. It is obvious considering the contrast of b -values between the terrestrial facies and oceanic floor. For example, the b -values of circum-Pacific and ocean floor are between 0.90 and 1.10, while the b -values of Chinese continent is 0.78. Some researchers also got high b -values in the ocean mid-ridges and low b -values(0.63) (Tsapanos, 1989^[4]) in Brazilian shield zone. The b -values of some area of China have been calculated (see Table. 3). It can be seen that, North-China and South-China are of stable continental platform and stable fold system respectively, and their plates are rather old and stiff. Qingzang Plateau and Xinjiang are of an active fold system, and are softer and younger compared to the former, as can be seen from the difference of the b -values.

Table 3 The b -value in some zones of China

Area (BC700—AD1986)	b -value	Number of Earthquakes ($M \geq 4.75$)	Characters of the Plates
Qingzang Plateau	0.693	1582	young and active
North-China	0.641	641	old and stable
South-China	0.593	210	old and stable
Xinjiang	0.688	682	young and stable

Tsapanos(1990)^[4] related the *b*-value to the age of the crust and found that the older crust is of low *b*-value and the younger is of high *b*-value. Our results of *b*-value are in general agreement with his conclusion.

From the view of stress intensity of one certain area, we can define an average fracture stress or maximum static friction force *S*. When the stress of one part is larger than *S*, there is a fracture or slide. Here

$$b = C \left(1 - \frac{\int_A F(\sigma, \tau) d\tau}{\int_A d\tau} \right) \quad F(\sigma, \tau) = \begin{cases} 1 & \sigma \geq S \\ 0 & \sigma < S \end{cases} \quad (7)$$

and *C* is a pan-function. When stress of one area σ is rather large, *b*-value is relatively small; if the stress of this area is low, *b*-value is relatively high. To some extent, *b*-value can give some ideas of the stress field of one area, but it is difficult to know the relation of *b*-value and stress quantitatively.

b-values vary along faults because of time-dependent fault stress. The curves of the time-scan of *b*-value of Tangshan area and Songpan area are given (See Fig. 4^[4] and Fig. 5^[10]). When there is a great earthquake, the *b*-value becomes low, and it can be seen that our numerical simulation holds this main feature. But it should be noted that to use the time-scan of *b*-values, the region for time-scan should be chosen according to geological conditions; the low *b*-values of a fault or some zones can be increased by some fault of high *b*-values some zones of high *b*-value because of an unreasonably chosen region.

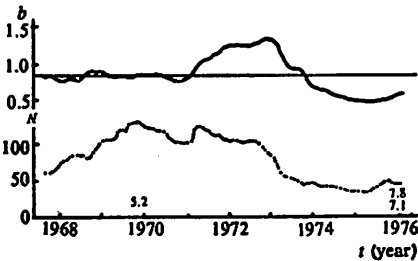


Fig 4 The time-scan of *b*-value of Tangshan Area and the number of earthquakes

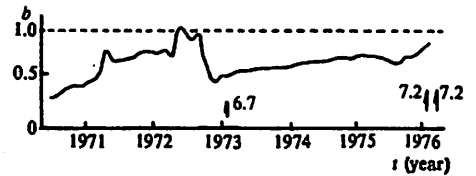


Fig 5 The time-scan of *b*-value of Songpan Area

Due to the complexity of the earthquakes, the *b*-values sometimes do not become low in the condition of barriers when the stress becomes high. Therefore, knowledge of the geological conditions of the area concerned is necessary for research on *b*-values of the area.

5 Conclusion

The numerical results in this paper are in general agreement with the laboratory results in the way of qualitative scheme, that is, the microfracture in the rock can be explained by this model. While the conclusion derived from the numerical results can tell the difference of *b*-values in different tectonic

areas and crusts of different ages, which are in agreement with the results of some researchers.

Thanks to Anhui Bureau of Seismic for providing the information of earthquakes of China (BC786—AD1986). Great thanks to the assistance of Ass. Prof. Xu Wenjun, and Mr. Xia Lidong.

Reference

- [1] Gutenberg B, Richter C F, *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena*, Princeton University press, 1954.
- [2] Scholz C H, *B. S. S. A.*, 58(1968), No. 1, 399—415.
- [3] Miyamura S, *Proc. Japan Acad.*, 38(1964), No. 27, 201—215.
- [4] Tsapanos T M, *PAGEOPH*, 134(1990), NO. 2, 229—242.
- [5] Burridge R, Knopoff L, *B. S. S. A.*, 57(1967), No. 3, 341—371.
- [6] Cohen S C, *Review of Geophysics and Space Physics*, 83(1979), No. 1. 61—72.
- [7] King Chi-Tu, Knopoff L, *JGR*, 73(1968), No. 4, 1399—1406.
- [8] Scholz C H *et al.*, *Earthquake Prediction: A Physical Basis*, Science, 181(1973), 803—809.
- [9] Abe K, *J. G. R.*, 84(1979), 1561—1568.
- [10] Li Q L and Hao B L 郝柏林 *et al.*, *The Time-Scan of b -Value of Earthquakes*, Seismicity Press, 1979.
- [11] Dietrich J H, *H. G. R.*, 77(1972), 3690—3697.

b 值变化的研究

陈金波 黄培华

(地球和空间科学系)

摘 要

本文应用质量弹簧模型模拟地震断层活动,并用不同的模型参数拟合出 b 值来研究其变化。从定量数值模拟的角度考虑,本文验证在高应力区的破裂具有较低的 b 值;在低应力区的破裂具有较高的 b 值。另外还讨论了不同地质构造区域的 b 值情况。

关键词: b 值,质量弹簧模型,断层活动,地质构造特点

中图法分类号: P315.01

稀土元素钇对发育过程中大白鼠视网膜电图和视皮层诱发电位的影响*

阮迪云 胡艳芳 汤立新 李凡庆

(生物系)

摘 要

本文研究了不同浓度的钇对发育过程中大白鼠视网膜电图(ERG)和视皮层诱发电位(VEP)的影响。用60ppm, 600ppm和1500ppm的 YCl_3 喂养大白鼠,在刺激光强度为10LUx时,其ERG的a-b波幅度分别下降了31%、47.2%和62%,VEP的 P_1 波潜伏期分别延长8ms、10.2ms和12.1ms。测定了ERG的时间频率曲线随剂量的增大呈下降和变窄的趋势。

关键词: 钇, 大白鼠, 视网膜电图(ERG), 视皮层诱发电位(VEP)

中图法分类号: R994.6

国内曾对轻稀土元素为主的混和稀土硝酸盐的毒性进行了一些研究^[1],但对重稀土元素的毒性,特别是对神经系统功能的影响研究得很少。Haley等曾报道过钇对动物神经行为有影响^[2],张维德等报道了钇、镱在小白鼠体内的分布^[3],但未见报道钇对发育过程中视觉神经系统的影响。由于钇和钙的离子半径很接近(Y^{3+} : 1.07 Å, Ca^{2+} : 1.06 Å),且都具有亲氧性,所以在生物体内钇很容易作为钙的拮抗剂和取代剂。钙离子在视觉信号的产生和传递过程中起着重要的作用。本文通过低剂量的钇对发育过程中大白鼠ERG和VEP的影响的研究,来探索稀土元素钇对视觉系统功能的影响和作用机理。

1 材料和方法

将怀孕的Wistar大白鼠(纯种,安徽省医学科学研究所提供)分成四组:对照组和三种剂

1992年4月27收到。

*国家自然科学基金项目,并得到中国科学技术大学和结构分析中心开放实验室赞助。

量钇处理组. 自新生小鼠出生第一天(0天)起,每天给三组钇处理组的母鼠分别喂 1ml 含有 60ppm, 600ppm 和 1500ppm 的 YCl_3 (光谱纯, 美国 Alfa 公司生产) 溶液, pH 为 5.94, 幼鼠从乳汁中摄取钇. 对照组喂 1ml 蒸馏水, 每窝随机选定 8 只幼鼠, 室温 18—22°C, 白昼自然光照周期, 每天观察幼鼠生长和行为的变化的变化, 记录体重. 28 天断奶, 移去母鼠, 幼鼠分窝精心饲养. 30 天测定整个眼球和枕部脑组织中钇和钙的含量(视皮层位于脑枕部), 90 天成年时测定 ERG 和 VEP 等视觉功能的变化.

用感应耦合等离子体发射分光光谱仪(ICP-AES 6500 型)测定各样品中钇和钙的含量.

ERG 和 VEP 的测量是在每个实验组 6 只 90 天雌性大白鼠上完成的. 大白鼠以腹腔注射乌拉坦(i. p. 剂量 1.7g/kg)麻醉, 动物固定在立体定位仪上, 监视心电, 体温维持在 37.0±0.5°C. 用 1% 的阿托品扩瞳. ERG 记录电极用棉芯电极置于眼球上, VEP 记录电极用不锈钢针置于视皮层 17 区. 用小光点闪光刺激, 光源置角膜前 2cm 处, 闪光频率 0.1—20Hz 可调, 角膜处照度 0.054—14.1lx 可调. 暗适应 1 小时, ERG 和 VEP 信号经放大和迭加平均($n=64$)处理.

2 实验结果

(1)用灵敏的 6500 型等离子体发射分光光谱仪测得的 60ppm, 600ppm 和 1500ppm 实验组 30 天幼鼠的眼球和脑组织的钇元素的含量低于 0.003ppm(检出限). 眼球的钙含量比对照组分别增加 14%, 106% 和 229%. 脑组织的钙含量比对照组分别增加 15%, 25% 和 61%. 见表 1.

表 1 眼球和脑组织中钙的含量(ppm)

Table 1 Calcium concentration in eye and brain tissues (ppm)

	Eye	%	Brain	%
control	50.5±4.2	100	101.2±5.9	100
60ppm	57.6±3.9	114*	116.4±4.3	115*
600ppm	104.0±5.5	206**	126.5±6.4	125**
1500ppm	166.1±6.3	329**	162.9±8.5	161**

* $P < 0.05$, ** $P < 0.01$ $\bar{x} \pm SE$, $n=6$

(2)对照组和 60ppm, 600ppm, 1500ppm 各实验组幼鼠的生长曲线见图 1. 各剂量组都抑制了幼鼠的生长, 并且随摄取钇的浓度增高, 抑制作用愈强. 当断奶后 2 天(即出生 30 天)时, 与对照组相比较, 各剂量组体重分别下降 10.2%, 18.1% 和 52.5%.

(3)不同剂量的钇对发育过程中大白鼠 ERG 的 a-b 波幅度的影响见图 2. 与对照组比较, 摄取钇的剂量越高, a-b 波幅度下降越多, 在刺激光强度为 10lx (1.0 对数单位) 时, 60ppm、600ppm 和 1500ppm 各实验组的 ERG 的 a-b 波幅度分别下降 31%、47.2% 和 62%.

(4)钇对发育过程中大白鼠 VEP 的反应幅度和潜伏期均有影响, 但幅度变化不明显, 潜伏期却有明显的延长. 图 3 示出一组典型的实验结果, 表明了摄取钇的剂量越高, VEP 的 P_1 峰值潜伏期延长越多, 在刺激强度为 10lx (1.0 对数单位) 时, 60ppm、600ppm 和 1500ppm 各实验组 VEP 的 P_1 峰值潜伏期分别比对照组延长 8ms、10.2ms 和 12.1ms.

(5) 钇使发育过程中大白鼠的时间频率调谐特性发生改变(图 4)。60ppm、600ppm 钇实验组与对照组的最适刺激频率都是 1Hz, 但低于 1Hz 时, 实验组低频特性变差, 波宽变窄。1500ppm 组的最适刺激频率变为 0.5Hz, 低频特性更差, 波宽更窄。在 1Hz 时, 60ppm、600ppm 和 1500ppm 各实验组 ERG a-b 波幅度比对照组分别下降 16.8%、20.8% 和 30%。

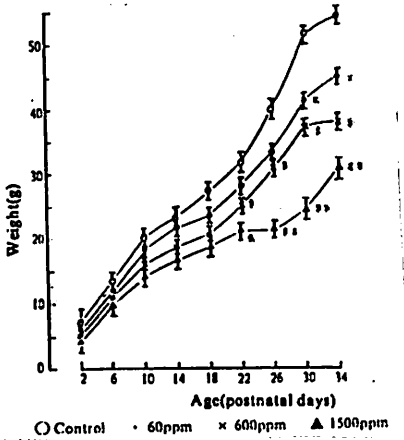


图 1 不同剂量的钇对大白鼠生长的影响
Fig. 1 Effect of different dose of Yurium on the weight increase of developing rats ($\bar{X} \pm S. D.$, $n=6$, * $P < 0.05$, ** $P < 0.01$ vs control)

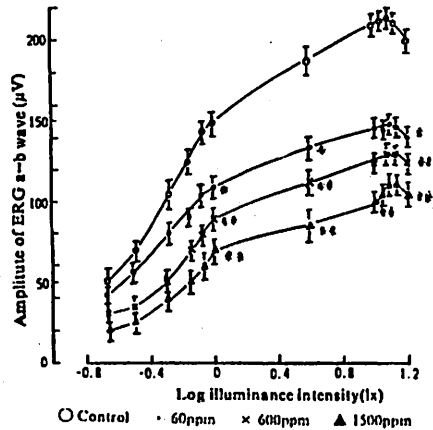


图 2 不同剂量的钇对发育中大鼠 ERG a-b 波幅度的影响
Fig. 2 Effect of different dose of Yurium on ERG a-b wave amplitude in developing rats. Stimulating frequency 1Hz. ($\bar{X} \pm S. D.$, $n=6$, * $P < 0.05$, ** $P < 0.01$ vs control)

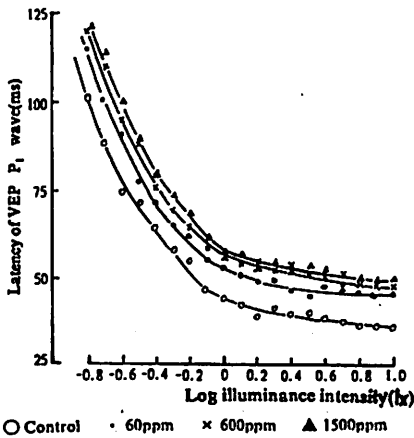


图 3 不同剂量的钇对发育中大白鼠 VEP P₁ 波峰值潜伏期的影响
Fig. 3 Effect of different dose of Yurium on VEP P₁ wave peak latency in developing rats. Stimulating frequency 1Hz.

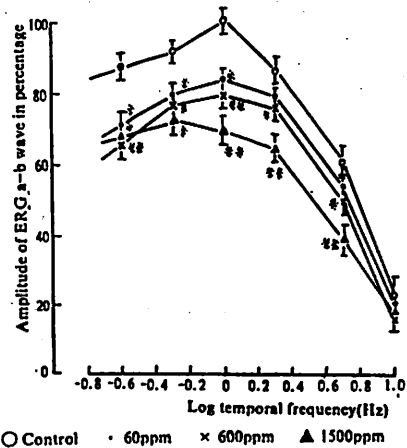


图 4 不同剂量的钇对发育中大鼠 ERG 时间频率特性的影响
Fig. 4 Effect of different dose of Yurium on ERG temporal frequency properties in developing rats. Illuminance 12.8 lx ($\bar{X} \pm S. D.$, $n=6$, * $P < 0.05$, ** $P < 0.01$ vs control)

3 讨论

(1)每天给母鼠饮 1ml 的 YCl_3 溶液,浓度分别为 60ppm、600ppm 和 1500ppm,折合钇的剂量为 27.30 μ g、273.0 μ g 和 682.5 μ g. 由于经过口腔摄入钇等稀土元素,绝大部分经尿、粪便排出,仅 0.1%被吸收^[1,3]. 钇从孕鼠体内经血液由胎盘进入胎儿的量大约为 14.1%^[3],而幼鼠从乳汁中摄入钇量分别为 14.1%,如果按 14.1%估算,每窝八只则可估算出各组每只幼鼠摄入钇量远小于 0.00048 μ g、0.0048 μ g 和 0.012 μ g. 28 天总摄入量为 0.00134 μ g、0.0134 μ g 和 0.338 μ g. 这中间大部分排出,真正积蓄在幼鼠体内的量是很少的. 所以在眼球和脑组织中钇的含量都低于 0.003ppm(检出限).

(2)在动物发育过程摄钇的实验中,尽管每天摄入极微量的稀土元素钇,仍然可以明显地抑制幼鼠的生长,影响视觉神经系统的功能,使 ERG 的 a-b 波幅度降低,VEP 的潜伏期延长,ERG 的时间频率特性变差. 其原因可能是在发育敏感期内,幼鼠的血脑屏障没有形成,神经系统容易受到侵袭. 引起这些变化的机理可能是因钇取代或拮抗钙离子所引起的^[4]. 本实验测得钇使眼球和脑组织内的钙含量明显增加. 在视网膜内感受器电位产生过程中,钙能激活磷酸二酯酶(PDE),从而抑制环化 GMP,使光照时网膜外段产生超极化电位. 若行使正常功能的钙被钇所取代或拮抗,则导致感受器电位降低,使 ERG 的 a 波减小. 钙离子在突触传递中能促进突触前膜小泡递质的释放,而钇能抑制大鼠神经末梢前膜内的钙通道^[5],从而使外膝体内突触延搁增加,致使 VEP 的峰值潜伏期延长.

参 考 文 献

- [1] 纪云晶等,中国稀土学报(稀土卫生毒理学专集),(1985),1-91.
- [2] Haley T J, Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earth, North-Holland Publishing Company. (1979),553-585.
- [3] 张维德等,痕量稀土元素钇、铈在小白鼠体内的分布和影响. 科学通报,33 (1988),No. 17,1339-1343.
- [4] 陈清,卢国理,微量元素与健康,北京大学出版社,北京,1989,p222-232
- [5] Nachshen D A, The Early Time Course of Potassium-Stimulated Calcium Uptake in Presynaptic Nerve Terminals Isolated from Rat Brain, *J. Physiol. (London)*, 361(1985),251-268.

Effect of Rare Earth Element Yurium on ERG and EVP in Developing Rats

Ruan Diyun Hu Yanfang Tang Lixin Li Fanqing

(*Department of Biology*)

Abstract

The effects of different concentration of Yurium on EGM and VEP in developing rats are studied in this paper. Rats reared with 60ppm, 600ppm and 1500ppm YCl_3 show a decrease in ERG a-b wave amplitude by 31%, 47.2% and 62%, and an increase in VEP P_1 peak latency by 8ms, 10.2ms and 12.1ms at the illuminance 10 lx, respectively. The treated ERGs also display a progressively lower and narrower temporal frequency curve.

Key words: Yurium, rat, ERG, VEP

这一方法不仅繁琐且不准确.用仪器方法进行系统分析未见报道.我们应用红外光谱(IR)、核磁共振氢谱(^1H NMR)和熔点测定法对其进行了定性、定量测定,方法简便,结果明确.

2 实验

2.1 仪器和试剂

Varian EM-360L 核磁共振谱仪(美国);岛津 IR-440 红外分光光度计(日本);XRC-1 型显微熔点测定仪(四川大学科仪厂产品).

过氧化苯甲酰(BPO):将市购药品 BPO 用氯仿溶解,用甲醇重结晶,在真空烘箱中烘干至恒重.

2.2 测试

(i) ^1H NMR 谱 在 $\varnothing 5$ 样品管中加入 30~40mg 样品,0.4ml CCl_4 溶解,用一滴氯仿作内标测谱.

(ii) IR 谱 将约 1mg 固体样品和 200mg 光谱纯 KBr 晶体在玛瑙研钵中研细,装入模具压片后测谱.液体样品用 NaCl 晶片涂膜测谱.

(iii) 熔点测试 放数颗晶粒于玻璃载片与盖片间,置于微量熔点测定仪炉体腔内,使晶粒出现于光路上.盖上炉盖玻璃,调节显微镜观察.升温速率:10 $^\circ\text{C}/\text{min}$;到达熔点前 10 $^\circ\text{C}$ 时降为 1 $^\circ\text{C}/\text{min}$.

(iv) ^1H NMR 定量测定 用减重法精确称重样品管(盖帽)、样品和 BPO,及时盖好盖帽,然后用滴管边滴入 CCl_4 边转动样品管,以保证样品和标样 BPO 全部溶于底部溶液中.在谱仪上记谱.峰面积积分扫描记录两次.

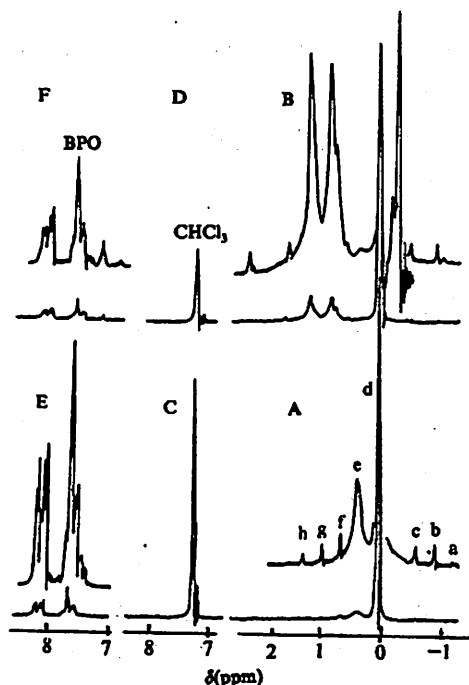


图1 固样和液样的 ^1H NMR 定性鉴定谱及定量测定谱
Fig. 1 ^1H NMR spectra for identification and for quantitative determination of the solid sample and liquid sample

3 结果与讨论

3.1 固体样品的 ^1H NMR 谱解析

固体样品的 ^1H NMR 谱如图 1-AC. 因为样品中含硅甲基结构,所以测定时不宜用峰位接近的四甲基硅(TMS)作内标,而改用氯仿(CHCl_3).氯仿以 TMS 为内标的化学位移测定值为 438.94Hz (7.32ppm).但本文各峰的化学位移测定值经转换仍表示为以 TMS 为内标的数值. d 峰处于氯仿峰右 434Hz,故化学位移 $\delta = 0.08\text{ppm}$.该峰的 δ 值接近于 TMS(0 ppm),表明其氢核有类似硅甲基的高屏蔽化学环境. c、f、a、h 峰是 d 峰的旋转边带,在变速测定中得

到验证. b, g 构成二重峰, 是 Si-CH₃ 结构中 ¹³C 核对氢核的自旋-自旋分裂. 其偶合常数为

$$^1J_{^{13}\text{C}, ^1\text{H}} = 116\text{Hz}.$$

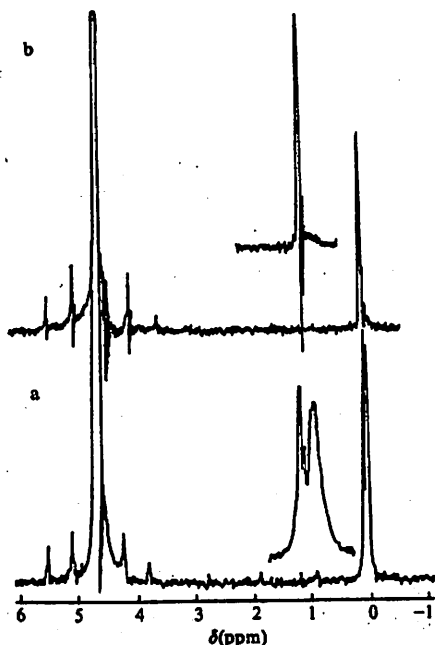


图 2 固体样品以 D₂O 为溶剂的 ¹H NMR 谱
Fig. 2 ¹H NMR spectra of the solid sample in D₂O solution

NMR 信号发生移位. 但我们将样品温度由室温提高到 60℃, 也没有观测到该信号的明显变位. 这再次说明处于环状结构中的 NH 基团被稳定的框架固定后有更强的耐热稳定性.

以苯为溶剂所测固体样品的 ¹H NMR 谱类似于图 1-A, 即除 d, e 峰及其旋边、¹³C 卫星峰和溶剂苯峰外, 放大 10 倍也未发现任何其他的杂质峰, 表明样品中只含有 [Si(CH₃)₂-NH-]_n 结构, n=4 时为物质 I; n=3 时为物质 I.

我们的 ¹H NMR 谱与萨特勒 (Sadtler) 标准谱图集 1513M 谱^[1]吻合. 但我们不能同意 Sadtler 研究实验室“NH, unobserved” (没观测到 NH 信号) 的解析. 根据 NMR 波谱学理论, 在 Sadtler 所给溶剂和谱仪测试参数下, NH 信号不可能不出现在所给氢谱中. 我们注意到在该“标准谱”中, 尽管 NH 信号巧合地与 5Hz 处的 Si-CH₃ 信号峰迭加, 但显露在 7Hz 处的肩峰 (见图 3 中箭头特指处) 依稀可辨. 如果能象下述的液体样品测试实施横扩展会分辨得更清楚. 它应归属为这个 NH 信号, 即相当于图 1-A 中的 e 峰. 它和 Si-CH₃ 峰面积比符合 4:24=1:6.

图 1-AC 中 0.45ppm 处出现特征宽峰 e 峰, 预示有活泼氢结构的存在. 我们以重水 (D₂O) 为溶剂、以 CHCl₃ 为内标重测得谱图如图 2. 该 e 峰果然因重氢交换而逐渐消失. 4.7ppm 处的峰是溶剂的残存氢及其与溶质中活泼氢交换后生成的半重水 HOD 的峰. 图 2a 中 0ppm 处的钝峰是图 1-AC 谱中 e 峰的变迁, 归因于溶剂效应. 显示较大溶剂效应的该活泼氢原子在活泼重氢的环境中虽然终于被活泼重氢取代而消失信号, 然而交换完全却历时数十分钟, 这足以说明该活泼氢是胺基氢且属仲胺基氢, 氮原子嵌套于某种环状结构之中. 氮原子受环结构束缚, 导致氮原子上氢原子的交换速率进一步降低, 氢共振信号呈加宽的钝峰. 该信号在 2 小时后重测谱 (图 2b) 中完全隐去, 证实了这一推断的正确性. 一般规律, 改变试样温度常能使其活泼氢

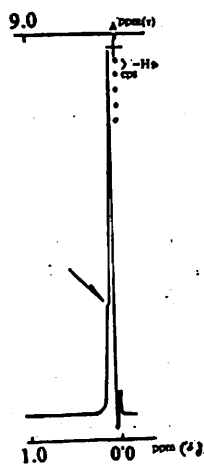


图 3 文献 [1a] 的信号峰 (箭头系作者所加)
Fig. 3 The signal peaks of the reference [1a], the arrow is added by the authors.

此解析得到我们液体样品测试结果的鼎力支持。

3.2 液体样品的¹H NMR 定性测定

液体样品的¹H NMR 谱示如图 1-BD。如上所述, 0.09ppm 的强尖峰为 N₂Si-CH₃ 结构中氢核的共振峰。0.10ppm 处一个几乎被强峰掩盖了的新峰, 在横向扩展 5 倍后清晰地显露出来(示如该峰右)。解析可断定它不是²⁹Si-CH₃ 结构中²⁹Si 同位素核对甲基氢的分裂, 因为²J_{29Si, CH₃ ≈ 7Hz^[2], 且应对称出现于主峰两侧。该峰与 0.09ppm 峰之强度比与 1:6 吻合。因此它应是结构 I 中胺基(NH)氢的信号。旋转边带和¹³C 卫星峰的解析类似固体样品。在杂质峰中, δ1.29 和 0.94ppm 的特征峰表明有饱和烷烃 CH₂ 和 CH₃ 的存在。在 2~3ppm 内没有观测到明显可归属于 CH 基团的峰, 结合甲基峰是由多个峰迭加而成, 因此判断应有正戊烷、正己烷、……等短链正构烷烃存在。2.34 和 7.10ppm 的两个单峰代表甲苯; 2.29 和 6.89ppm 峰归属于二甲苯。后两者强度都很弱。上述杂质可能来源于汽油, 解析后从生产厂家得到证实。迭加在 0.94ppm 烷甲基峰右侧的一单峰(δ0.80ppm)表明有(CH₃)₂SiCl₂ 的残留; 1.69ppm 单峰出自胺基(NH₂), 因为它在不同的测试中位置会移动, 且在 D₂O 交换下易于消失。推断它应是反应中生成的 Si-NH₂ 基团。}

3.3 红外光谱(IR)测定

固样的 IR 谱见图 4。它的谱带及其归属和化合物 I、II 标准谱图的谱带数据一并列入表 1。

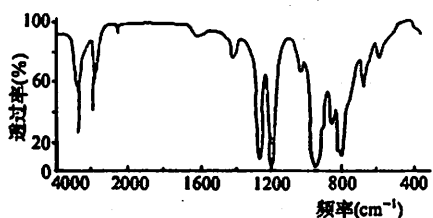


图 4 固体样品 IR 的测定谱

Fig. 4 The IR spectrum of the solid sample

由表 1 知, 化合物 I、II 的 IR 谱有多处差异, 这对定性鉴定样品结构非常有用。而固体样品的 IR 谱从峰形、峰强到谱带频率都非常接近于化合物 I, 有误差之处都能归因于化合物 II 的谱带干扰。如 II 的 926cm⁻¹最强峰对 I 的 922cm⁻¹峰迭加, 使样品谱的峰位改变到 924cm⁻¹; II 的次强峰 792cm⁻¹峰对 I 的 793cm⁻¹峰重迭, 导致样品谱中 793cm⁻¹峰强增加, 反而超过了 I 的谱中强于它的 807cm⁻¹峰强。807cm⁻¹峰被 II 的 818cm⁻¹峰迭加移位至 812cm⁻¹处。从干扰移位和峰强度可推测从液、固样混装的包装中取样时, 因清除液体操作的局限性而残留的液体的量是很少的。化合物 I、II 都是产品的正品成分, 此外的杂质含量更少。

表 1 固样 IR 的谱带与归属(基团及振动类型)和化合物 I、II 标准 IR 的谱带数据

Table 1 The IR bands (cm⁻¹) and assignments (functional groups and vibration types) of the solid sample and the IR band data of the compounds I and II (cm⁻¹)

固样 IR 谱带	3395	2965	2905	1402	1250	1178	938	924	898	860	848	812	793	758	681	594
谱带归属	ν_{NH}	$\nu_{\text{CH}_3}^{\text{as}}$	$\nu_{\text{CH}_3}^{\text{s}}$	δ_{NH}	δ_{CH_3}	ν_{SiNSi}	ν_{SiC}	ν_{SiN}	$\tau_{\text{CH}_3}^{\text{as}}$	τ_{NH}	$\tau_{\text{CH}_3}^{\text{s}}$	ν_{SiC}	ν_{SiC}			
化合物 I ^[3]	3395	2965	2900	1402	1246	1175	938	922	894	858	844	807	793	770	681	594
化合物 II ^[4]	3496	3012	2941	1422	1263	1178	—	926	—	869	—	818	792	—	682	—

3.4 熔点测试

用显微熔点测定仪测样品晶体的熔点时发现, 当温度分别到达 75℃ 和 87℃ 时, 试样中有极少量物质发生流动, 说明试样中混有低熔点物质。当温度升至 93.4℃, 长方形晶体的晶角开始钝化; 93.7℃ 时晶体全部熔化。由文献[1]查得熔点 94℃ (I) 和 -10℃ (II)。根据熔点降低

值和纯度的关系,可以验证晶体样品分子结构为(I),极少量包括化合物 I 在内的杂质导致其熔点略有降低。

3.5 ^1H NMR 的定量测定

氢核在非饱和的核磁共振中,NMR 峰强正比于参与共振的氢核个数.测定样品时如果引入一内标物质(其各量字母脚标注 0),则 NMR 峰强 A 、重量 W 、分子量 M 和分子中与 NMR 峰相对应的氢原子个数 n 间有如下的关系:

$$\frac{A}{nW/M} = \frac{A_0}{n_0W_0/M_0}$$

则

$$W_{\text{测}} = \frac{An_0MW_0}{A_0nM_0}$$

未知物的纯度 $P = W_{\text{测}}/W$.

标准物的选用原则应是其本身稳定、纯度 100%、它的 NMR 氢峰中至少有一组峰不与待测物的峰迭加,以便能准确测得其峰强 A . 过氧化苯甲酰(BPO)易提纯,与化合物 I、I 有共同的溶剂 CCl_4 . 它和样品的 NMR 氢峰相互分离,互不干扰. 我们选 BPO 为内标, $M_0 = 242.23$, $n_0 = 10$; 固、液样品的定量测定谱如图 1-AE 和图 1-BF 所示,各峰面积积分数据分别列入表 2 和表 3. 由定性鉴定测知试样的分子结构是 $[-\text{NH}-\text{Si}(\text{CH}_3)_2-]_K$, $K = 4$ 或 3. 因此, $M = 73.17K$, $n = 7K$, 则

$$W_{\text{测}} = \frac{73.17K}{242.23} \cdot \frac{10}{7K} \cdot \frac{AW_0}{A_0} = 0.4315 \frac{AW_0}{A_0}$$

$$\text{含氮量(重量比)} = (\text{理论含氮量}) \times (\text{纯度}) = 19.14\% \cdot P$$

对杂质含量较多的液体样品,依据 ^1H NMR 谱峰面积积分,杂质重量百分含量分别计算如下:

$$\text{短链正烷烃含量} = (M_{\text{CH}_2}A_{\text{CH}_2}/2 + M_{\text{CH}_3}A_{\text{CH}_3}/3)W_0n_0/A_0M_0W$$

$$\text{杂质 } R \text{ 含量} = M_R A_R W_0 n_0 / M_0 A_0 W n_n$$

其中, A_n 代表杂质 R 中获得归属的基团的氢峰峰强, n_n — R 中获得归属基团中的氢原子个数. 固、液样品的定量测定结果示于表 2 和表 3. 由表 2 和表 3 看出,固体产品的纯度较高,含氮量也高;而液体产品的纯度较低. 还可看出,液样的测出物质含量总和不足 100%,说明液样中另存在有不含氢的物质,如 SiCl_4 等,或含氢少而含重原子多的物质,如 CH_3SiCl_3 、 $[(\text{CH}_3)_2\text{SiCl}]_2\text{NH}$ 等.

相比之下,化学分析法是利用 Si-全甲基环硅氮烷的碱性,使其与一份过量的硫酸反应,另一份等量硫酸用作空白实验. 它们分别以酚酞为指示剂,用标准 NaOH 溶液滴定,而标准 NaOH 滴定液则需用酸性的标准邻苯二甲酸氢钾溶液标定. 这种滴定只能测定其中胺基含量,因而只能提供一个含氮量测定指标,如化学法分析这批固、液混装产品只能获得其含氮量 $\geq 16\%$ 的结果. 同时,化学法还存在两个突出的缺点:一是它易误将非正品胺类物质当作正品化合物计入测定结果,如 $\text{R}_2\text{Si}(\text{NH}_2)_2$ 、 $(\text{R}_3\text{Si})_2\text{NH}$ 等;二是它对非胺类主要杂质的分析无能为力,如这里的烷烃类等. 仪器分析法则能克服这些弊端,有望成为该系列产品质量全分析的最佳方

法.

表 2 ^1H NMR 定量测定固、液产品结果Table 2 The results of quantitative determination of solid and liquid samples by ^1H NMR

实验号	样品	$W'(g)$	$W_0(g)$	A	A_0	$W_{测}(g)$	纯度(%)	平均(%)	含氮量(%)
3	固	0.0207	0.0126	159.2	42.1	0.02056	99.3	99.2	19.0
4	固	0.0207	0.0126	155.6	41.2	0.02053	99.2		
6	固	0.0266	0.0102	163.0	27.2	0.02638	99.2		
7	液	0.1044	0.0129	81.5	7.8	0.05816	55.7	55.8	10.7
9	液	0.0858	0.0134	84.4	10.2	0.04785	55.8		

表 3 ^1H NMR 定量测定液体产品中杂质含量结果Table 3 The results of quantitative determination of impurity contents in liquid sample by ^1H NMR

实验号	正烷烃		甲苯	二甲苯	$(\text{CH}_3)_2\text{Si}(\text{NH}_2)_2$	$(\text{CH}_3)_2\text{SiCl}_2$
	CH_2	CH_3				
7	A_R	41 44	1.3	0.4	1.3	2.0
	含量(%)	33.2	2.6	0.5	1.9	2.8
9	A_R	43 46	1.2	0.4	1.2	2.4
	含量(%)	33.6	2.3	0.4	1.7	3.3
平均含量(%)		33.4	2.5	0.5	1.8	3.1

4 结 论

^1H NMR 谱易于把八甲基环四硅氮烷(I)和六甲基环三硅氮烷(II)与其它杂质区别开来; IR 谱能够定性区分(I)和(II); 以精制的过氧化苯甲酰(BPO)为内标, 通过 ^1H NMR 定量测定可以获得 Si-全甲基环四或环三硅氮烷产品的纯度、含氮量以及杂质含量。

参 考 文 献

- [1] Sadtler Research Lab., The Sadtler Standard NMR Spectra, Sadtler Research Laboratories Inc., (1969), (a): 1513M; (b): 1442M.
- [2] Brügel W, Handbook of NMR Spectral Parameters, Heyden & Son Ltd. London, 2(1979), 446.
- [3] The Coblenz Society Inc., Standard Infra-red Spectra, (1970), 6222.
- [4] The Coblenz Society Inc., Prism Standard Infra-red Spectra, (1967), 4901.

Study on Determining Si-Permethylcyclosilazane by Instrumental Methods

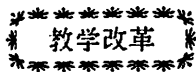
Du Dingzhun Ke Yuping

(Dept. of Materials Science and Technology)

Abstract

Instrumental Methods, namely ^1H NMR, IR and Melting Point Testing, instead of chemical analysis methods are applied for qualitative identification of solid samples containing Si-Octamethylcyclotetrasilazane (I) or liquid samples containing Si-Hexamethylcyclotrisilazane (I). Investigation results of ^1H NMR spectra have corrected a mistaken assignment to NH group in the Sadtler ^1H NMR standard spectra. This paper puts forward a ^1H NMR quantitative determination procedure, in which refined Benzoyl Peroxide (BPO) is employed as an inner standard substance, and specifications of purity of (I) and (I), Nitrogen-containing ratio and impurity contents in the samples can be calculated from the ^1H NMR spectra.

Key words: Si-Octamethylcyclotetrasilazane, Si-Hexamethylcyclotrisilazane, quantitative determination, NMR, IR



天体物理研究生教学改革

天体物理中心

1978年9月,在中国科技大学廿周年校庆大会上,李昌同志和严济慈校长代表中国科学院宣布,批准成立中国科技大学天体物理研究室.十年来,在党的“改革、开放、搞活”英明方针指导下,我们不断实践、不断摸索,在研究生的教学方面,逐步形成了颇具特色的培训计划和教学内容,在国内享有很高的声誉.近几年来,每年都有一些大学、天文台把他们自己的研究生和工作人员送来代培专业基础课,前后已达16人.在国际上也有相当的影响.1986年8月在黄山、1988年6月在南京召开的国际天体物理学术会议上,我们的研究生都得到了国内、外专家的高度评价.中国天文学会名誉理事长、著名天文学家王绶琯先生说:“最好的研究生在科大、在北台.”美国普林斯顿大学著名教授 J. P. Ostriker、美国加利福尼亚理工学院著名教授 P. Goldrich、美国科罗拉多大学著名教授 R. McCray 在黄山国际天体物理暑期讲习班组委员会上,指名赞扬了4个最好的研究生,其中三位是科大的.他们说:“在报告及我们的讨论中,这些研究生非常出色,他们有深厚背景知识,有能力和潜力成为未来世界上最优秀的天体物理学家.”研究生的质量是与教学和管理的质量分不开的.在教学中,我们强调深厚背景知识的重要性,强调教学与科研密切结合;在管理上,认真贯彻国家及校研究生院的规定,严格要求,认真考核,在实践中改革,向国际先进水平迈进.现分四点总结如下:

一、让学生掌握深厚的背景知识

从研究生入学教育开始,我们在介绍课程设置及要求时,就强调深厚背景知识的重要性,规定必须首先学好必修课.根据我们的实践,参照国际最好的研究生教学,将必修课由原来的四门发展为现在的六门:“天体物理概论”、“恒星结构、演化和恒星大气”、“天体物理中的辐射过程”、“广义相对论”、“粒子物理学”、“计算机语言”.其中“天体物理中辐射过程”是我们具有特色的课程.从我们的科研工作中,深深体会到,任何天体能被人类认识的感知都是通过测量其各种波段的辐射得到的.因此,掌握天体辐射特征和理论解释显得尤为重要,我们在国内率先将这门课定为必修课,形成自己的特色.选修课发展到十九门.针对科研课题的方向,硕士生要在一年半时间内学完必修课及导师指定的选修课,在进校后的第三个学期还要到天文台观测训练一个月.博士生按导师意见念完必修课,然后系统地开题作论文.我们将硕士生与博士生的课程统筹安排,作到两年内将主要课程循环教学一遍.对此,最有声望的北京天文台和南大天文系的教授们说:“科大天体物理研究生教学是国内最全、最新、最严谨的.”有了好的基础就有后劲.研究生吴忠超在国内念了基础课后,出国读博士学位,并获得1985年度国际引力学会论文奖第三名;博士生李森在做博士论文过程中已发表了十多篇论文,其中有五篇发表在世界著名杂志(PHYSICS LETTERS)上,并受聘为美国《数学物理杂志》的最年轻的评论员.

二、注重教学内容的先进性

(1) 研究生教学的特点是要跟上当代科学的发展. 教学内容上一定要不断充实、更新. 我们每位教师相对稳定地教一、二门课, 连续几年便形成了自己的讲义, 而每人的讲义都尽力取材于世界最新的成果和文献. 如尤峻汉编写的《天体物理中的辐射过程》(科学出版社, 1983年版), 已为北大、北师大、上海天文台、云南天文台和华师大所采用. 在近几年的讲授过程中, 他又将有关“切仑柯夫线辐射”、“曲率辐射”、“谱线转移理论”等新成果、新内容增加进去. 根据科学发展, 我们开出了一系列国内独有的新课题, 如“相对论天体物理”、“致密星、吸积盘理论”、“活动星系核”、“大尺度结构”、“宇宙早期”等课程.

(2) 充分开展和利用国内外的学术交流与合作, 掌握新信息、好经验、好的教材内容. 邀请在第一线工作的专家前来讲学, 并配备有兴趣的教师听课辅导, 掌握该课的教学. 如邀请美籍华裔教授吕克华来讲授“现代天体物理观测技术”, 云南天文台黄润乾教授来讲“恒星的演化、演化和恒星大气”. 现在我们也取得了这两门课的教学经验. 同时, 我们有一半教师到兄弟单位讲学, 吸取更广泛的意见, 改进我们的讲课内容和方法.

三、教学与科研密切结合

(1) 要保持 * 高的教学水平, 必须要与高水平的科研相结合. 这些新的教学内容正是我们的科研方向, 有了新的成果增添了新的教学内容. 几十年来我们在活动星系核、大尺度结构、宇宙学、辐射理论、相对论天体物理等方面共发表了三百多篇论文, 获得了两项国际奖及 1987 年科学大会奖, 1982 年科学院重大科研成果二等奖和省级科技成果奖多项, 许多论文被国内外同行广泛引用.

(2) 因教学内容充分考虑了科研要求, 在课程讲授完毕后, 研究生已能看这方面的最新文献, 在导师的指导下投入研究工作. 十年来, 我们的硕士研究生平均每个人在国内外学术刊物上发表两篇论文. 博士生至少发表三篇论文. 有好几位博士生如李森、莫厚俊、景益鹏、高煜等. 已应邀在国际国内会议上作过学术报告.

(3) 近几年来, 为了适应国内天文台的需要, 我们除了加强实践训练外, 又增设了“现代天体物理观测技术”课.

(4) 作为课堂的补充, 规定每个研究生必须参加每周一次的学术报告. 教员、研究生报告自己的研究成果, 这一活动使大家开阔了眼界, 提高了研究兴趣, 增强了学术气氛, 便于互相启发, 也利于自由选课、合作研究.

(5) 为了使研究生增长学术见识, 我们规定从第二学年开始, 每年可以参加一次国际或国内学术会议.

四、严格管理

(1) 认真贯彻执行国家颁发的《学位管理条例》及校研究生院颁发的《研究生管理》。抓住入学教育、基础课考试、教学实践、论文开题和论文答辩各关键时刻,对不合格的研究生出示黄牌警告,如经教育无效,经中心全体教师研究,取消其取得学位的资格,并报告研究生院批准后执行。

(2) 入学教育中,让每个研究生都知道课程设置和各项规定。

(3) 专业基础课考试多样化,既要考查知识,又要考核能力。除一般笔试、口试外,还采取看文献作报告的形式。如研究生第一学期必修课《天体物理概论》结束后,由老师指导每人自选一篇外文评议文章,阅读一个月后报告。在报告中,鼓励他们提出新问题、新见解。有创见者,给予高分,然后回答问题。这样,可以考查他们掌握知识及业务能力,还促使他们及早地看文献,抓课题方向。这一形式取得了显著的成效。

(4) 必修课和选修课的考试必须在 75 分以上才算合格。硕士生必须取得 30 学分以上,博士生取 10 分以上,才有条件作论文。

(5) 研究生正式做论文之前,必须在中心学术会上做开题报告,通过后才能开始论文工作。考虑他们对所选课题背景知识的掌握深度,以及新考虑的工作方案是否合理和切实可行,每个研究生在得满学分以后,给予四个月的时间查阅文献和准备开题报告。

(6) 从第二学期开始,硕士生将承担一定的本科生教学实践,至少一学期,或带实验,或改作业辅导,合格者记 2 学分。这主要是考查他们工作态度和培养其教学能力。博士生有义务在中心内作一系列的专题讲座或给研究生讲授部分课程。

至今,我们已培育了 16 名硕士生,1 名博士生。他们分配在全国各地,都能胜任自己的工作,表现较好。现在校的有博士生 6 名、硕士生 11 名,代培硕士生 5 名。

1989 年 1 月,全体教师对十年来的教学进行认真的总结,拟定了新方案。确定在教学上要坚持改革、求新求实,瞄准世界先进水平。

中国科学技术大学学报编委会

主 编: 葛新石

副主编: 汪克林 冯克勤 俞书勤

编 委: (以姓氏笔划为序)

王 水	方容川	冯克勤	伍小平	孙德敏
寿天德	吴自勤	汪克林	李志超	陈国良
俞书勤	郦 明	钱景仁	葛新石	潘才元

中国科学技术大学学报

Zhongguo Kexue Jishu Daxue Xuebao

(季刊, 1965年创刊)

第23卷第2期(总第81期)1993年6月出版

Journal Of China University of

Science and Technology

(Quarterly, Started in 1965)

Vol. 23 No. 2 (Sum. 81) Jun. 1993

编 辑: 《中国科学技术大学学报》编辑部
安徽省合肥市金寨路96号(邮政编码230026)

印 刷: 中国科学技术大学印刷厂

国内总发行: 合肥市邮局

订 购 处: 全国各地邮局

国外总发行: 中国国际图书贸易总公司
(中国国际书店, 北京399信箱)

Edited by: Editorial Board of Journal of China
University of Science and Technology
96 Jinzhai Rd., Hefei 230026, Anhui, China

Printed by: Printing House of University of Science and
Technology of China

Distributed by: China International Book Trading Corporation
(P. O. Box 399 Beijing, China)

国内统一刊号: CN34-1054/N

邮政代号: 26-31

国外代号: Q527

定价: 3.80元