

ISSN 0253—2778

中国科学技术大学学报

第 21 卷

第 4 期

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol. 21

No. 4

4

1991

1987



ANNUAL REPORT
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
COMMITTEE OF CHINA UNIVERSITY

中国科学院 院刊



中国科学技术大学学报

第 21 卷 第 4 期 (总第 75 期)

目 录

在拓扑混合映射下轨迹对于时间的异常依赖性.....	熊金城(387)
和推广的 Harry Dym 方程族相联系的一族完全可积的 Hamilton 系统	曾云波 李翊神 陈登远(397)
四苯基卟啉二酸 H_2TPP^{2+} 的共振 Raman 光谱研究	陈东明 周冬梅 王秀燕 张保忠 何天敬 辛厚文 刘凡镇(411)
二氧化硫和烷烃的光化学烟雾形成研究.....	俞书勤(417)
波动薄板游动的展向变形作用和壁面效应.....	程健宇 庄礼贤 童秉纲(423)
扭转高双折射光纤扭转比的测量及光轴的确定.....	郭青 钱景仁(428)
P 元 GMW 序列	朱近康 李世鹏(433)

研究简报

一维抛物型偏微分方程的多重网格解法和模型问题分析.....	蒋长锦(447)
非晶硅 PIN 太阳能电池在强光照射下的光电转换现象	马玉蓉 周强 吴志强(454)
Zn/MnO ₂ 固态电池	王文楼 林枫凉 刘皖育 俞文海(459)
萃取浮选光度法测定微量钼的研究及应用.....	朱玉瑞 任杰 江万权 金谷(465)
T(d, n) ⁴ He 反应的中子能谱的测量和模拟计算	邢士林(469)
CCD 光谱仪诊断低温微波等离子体	刘金英 项志遵 王春林 彭定坤 孟广耀(477)
TL/ESR 辐照响应曲线的非线性拟合	陈金波 周常曦 郑惠南 夏利东 黄培华 金嗣昭(482)
用 PII 柱一步纯化色氨酸阻遏蛋白质	崔涛 肖杰(487)
脑电正弦调制光的反馈研究.....	张作生 刘萍 林琦(492)
超声传播时间、幅度及混凝土缺陷检测	卢结成 庄镇泉(497)
利用热镜防止汽车挡风玻璃结霜的理论研究	张寅平 葛新石 周创 高举文 梁新刚(502)
室内火灾时通风状况对燃烧速率的影响.....	霍然 姜冯辉 向明(508)

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol. 21 No. 4 (Sum No. 75)

CONTENTS

- Erratic Time Dependence of Orbits for a Topologically Mixing Map *Xiong Jincheng* (387)
- The Hierarchy of Completely Integrable Hamiltonian Systems Associated With Generalized
Harry Dym Hierarchy *Zeng Yunbo, Li Yishen, Chen Dengyuan* (397)
- Resonance Raman Studies of Tetraphénylporphine Diacid H_4TPP^{2+}
..... *Chen Dongming, Zhou Dongmei, Wang Xiuyan, Zhang Baozhong,*
He Tianjing, Xin Houwen, Liu Fanzhen (411)
- Studies of the Formation of photochemical Aerosols Containing SO_2 and Alkane
..... *Yu Suqin* (417)
- The Effects of Spanwise Deformation and Closeness to the Ground on the Swimming of
Waving Plates *Cheng Jianyu, Zhuang Lixian, Tong Binggang* (423)
- Spin Ratio Measurement of Spun Highly Birefringent Fibers and Their Alignment
..... *Guo Qing, Qian Jingren* (428)
- P-ary GMW Sequences *Zhu Jinkang, Li Shipeng* (433)

Research Notes

- A Multigrid Method for Solutions of One-dimensional Parabolic Partial Differential
Equations and Model Problem Analysis *Jiang Changjin* (447)
- photo-electrical Conversion Properties in Amorphous Silicon PIN Solar Cells at
Strong Illumination *Ma Yurong, Zhou Qiang, Wu Zhiqiang* (454)
- Zn/MnO₂ Solid State Battery *Wang Wenlou, Lin Fengliang, Liu WanYu, Yu Wenhai* (459)
- Determination of Trace Molybdenum by Extraction Flotation Spectrophotometric
..... *Zhu Yurui, Ren Jie, Jiang Wanquan, Jin Gu* (465)
- The Measurements and Simulations of the Spectra of Neutrons Produced Via the $T(d,n)^4He$
Reaction *Xing Shilin* (469)
- Microwave-excited Low Temperature Plasma Spectroscopic Diagnostic Using Computerized
CCD Spectrometer *Liu Jinying, Xiang Zhilin, Wang Chunlin,*
Peng Dingkun, Meng Guangyao (477)

- Further Study on Non—linear Fitting of TL/ESR Dose Response Curve and AD's Uncertainty
 Chen Jinbo, Zhou Changxi, Zheng Hunan, Xia Lidong, Huang Peihua, Jin Sizhao(482)
- One—step Method of the Trp Repressor Purification by Cellulose Phosphate P11
 Cui Tao, Xiao Jie(487)
- A Study of Sine Wave Modulated Light EEG Biofeedback
 Zhang Zuosheng, Liu Ping, Lin Qi(492)
- Detection of ultrasonic Transit Time, Amplitude and Flaw in Concrete
 Lu Jiecheng, Zhuang Zhenquan(497)
- Application of Heat Mittor for Prevention of Frost Formation on Windscreens of Cars
 Zhang Yingping, Ge Xinshi, Zhou Chuang, Gao Juwen, Liang Xingang(502)
- The Influence of Ventilation on Mass Burning Rate in Compartment Fires

- Huo Ran, Jiang Fenghui, Xiang Ming(508)
- Xiang Ming, Jiang Fenghui, Huo Ran(508)
- Wang Yujiao, Li Yubin, Chen Baoping(507)
- Chen Baoping, Wang Yujiao, Wang Baoping(507)
- Xu Housen, Lu Housen(411)
- Yu Jun(417)
- Chen Baoping, Shuang Xian, Tang Baoping(413)
- Guo Qian, Guo Jie(418)
- Xu Shikang, Li Shuang(418)

Research Notes

- Tang Chaojun(417)
- Xu Qiang, Wu Xiang(417)
- Heo Weol, Lee Kyung, Lee Hyeon, Lee Hyeon(419)
- Xu Yubin, Heo Weol, Lee Kyung, Lee Hyeon, Lee Hyeon(419)
- Kang Shikun(419)
- Kang Shikun, Heo Weol, Lee Kyung, Lee Hyeon, Lee Hyeon(419)
- Kang Shikun, Heo Weol, Lee Kyung, Lee Hyeon, Lee Hyeon(419)

Erratic Time Dependence of Orbits for a Topologically Mixing Map*

Xiong Jincheng

(Department of Mathematics)

Abstract

In the present paper we show that for a topologically mixing map there are considerably many points in the domain whose orbits display highly erratic time dependence, i. e., if $f: X \rightarrow X$ is a topologically mixing map where X is a compact metric space consisting of infinitely many points, then for any increasing sequence $\{q_i\}$ of positive integers and any countable subset S dense in X there exists a c -dense subset C of X satisfying the conditions (1) for any $s \in S$ there exists a subsequence $\{p_i\}$ of the sequence $\{q_i\}$ such that $\lim_{i \rightarrow \infty} f^{p_i}(y) = s$ for every $y \in C$, and (2) for any $n \geq 0$, any n distinct points y_1, y_2, \dots, y_n of f^i , and any n points x_1, x_2, \dots, x_n of X there exists a subsequence $\{t_i\}$ of the sequence $\{q_i\}$ such that $\lim_{i \rightarrow \infty} f^{t_i}(y_j) = x_j$ for every $j = 1, 2, \dots, n$.

key words: chaotic behavior, iteration of maps, discrete dynamical systems, topologically mixing map, compact metric space.

AMS Subject-Classification (1991): 58F13, 54H20, 70K50.

1. Introduction and Statement of Result

Topologically mixing maps are involved in a number of current works of dynamical systems (cf. [3]). On the other hand, some authors pay their attention to erratic time dependence of orbits which is sometimes called "chaos" (cf. [2] and [4]). In the present paper we study the discrete dynamical

Received Jan, 13, 1991

* Supported by National Science Foundation of China.

Revised on basis of Erratic Time Dependence of Orbits of Topologically mixing maps, ICTP Preprint IC/88/377, 1988.

systems determined by topologically mixing maps and show the following theorem which reveals that for a topologically mixing map the orbits of considerably many points display erratic time dependence.

Theorem 1. Suppose $f: X \rightarrow X$ is a continuous map, where X is a compact metric space consisting of infinitely many points. Then the following conditions are equivalent.

(1) f is topologically mixing, i.e. for any two non-empty open sets U and V of X there exists $N > 0$ such that $f^{-n}(U) \cap V \neq \emptyset$ for every $n > N$.

(2) If $\{q_i\}$ is an increasing sequence of positive integers and S is a countable set dense in X , then there exists a c -dense subset C of X such that

(A) for any $s \in S$ there exists a subsequence $\{p_i\}$ of the sequence $\{q_i\}$ such that

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{p_i}(y) = s$$

for every $y \in C$, and

(B) for any $n > 0$, any n distinct points y_1, y_2, \dots, y_n of C and any map $\phi: \{y_1, y_2, \dots, y_n\} \rightarrow X$ there exists a subsequence $\{t_i\}$ of the sequence $\{q_i\}$ such that

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{t_i}(y_j) = \phi(y_j)$$

for every $j = 1, 2, \dots, n$.

(3) If $\{q_i\}$ is an increasing sequence of positive integers then there exist two dense subsets C and S of X satisfying the condition for any $y \in C$ and any $s \in S$ there exists a subsequence $\{t_i\}$ of the sequence $\{q_i\}$ such that

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{t_i}(y) = s$$

We put the proof of this theorem in Section 3.

2 Preliminaries

Let X be a set. We denote by $\mathcal{E}(X)$ the set of sequences $a: \mathcal{N} \rightarrow X$ where \mathcal{N} is the set of positive integers. Clearly, if $X' \subset X$ then $\mathcal{E}(X') \subset \mathcal{E}(X)$. A sequence $a: \mathcal{N} \rightarrow X$ is also denoted $\{a_i\}_{i=1}^{\infty}$ or just $\{a_i\}$, where $a_i = a(i)$. If x is a point of X then we denote by $\langle x \rangle$ the sequence of $\mathcal{E}(X)$ which takes the constant value x .

If a^1, a^2, \dots are ordered countably infinitely many sequences of $\mathcal{E}(X)$. We define their join $a = a^1 * a^2 * \dots \in \mathcal{E}(X)$ by

$$a((2k-1)2^{i-1}) = a^i(x) \text{ for every } k, i \geq 0$$

If a^1, a^2, \dots, a^n are ordered n sequences of $\mathcal{E}(X)$, then their join is defined by

$$a^1 * a^2 * \dots * a^n = a^1 * a^2 * \dots * a^n * a^n * a^n \dots$$

(repeat infinitely the last one a^n).

Suppose a and a' are two sequences of $\mathcal{E}(X)$. a' is called a subsequence of the sequence a if there exists an increasing sequence $m \in \mathcal{E}(\mathcal{N})$ such that $a' = a \circ m$. Alternatively, a sequence $\{a'_i\}$ is called a subsequence of the sequence $\{a_i\}$ if there exists an increasing sequence $\{m_i\}$ of positive integers such

that $a_i \equiv a_j$ for every $i > 0$, and for any $n > 0$ and any n distinct points a^1, a^2, \dots, a^n of $A(\mathcal{N})$ there exists $k > 0$ such that

Lemma 2.1 There exists an uncountable subset $A(\mathcal{N})$ of $\Sigma(\mathcal{N})$ satisfying the condition for any $n > 0$ and any n distinct points a^1, a^2, \dots, a^n of $A(\mathcal{N})$ there exists $k > 0$ such that

$$a^1(k), a^2(k), \dots, a^n(k)$$

are distinct integers.

Proof. Let α be the family of all subsets A of $\Sigma(\mathcal{N})$ satisfying the condition for any $n > 0$, any n distinct points a^1, a^2, \dots, a^n of A and any $N > 0$ there exists $k > N$ such that $a^1(k), a^2(k), \dots, a^n(k)$ are distinct.

α is non-empty, because the set consisting of constant sequences $\langle 1 \rangle, \langle 2 \rangle, \dots$, is a member of α . It is easy to see that if τ is a nest in α than $U\alpha \in \tau\alpha$ is a member of α which contains every member of the nest τ . By maximal principle (see [1]); there is a maximal member, say $A(\mathcal{N})$ in α .

Assume that $A(\mathcal{N})$ is countable and let

$$A(\mathcal{N}) = \{a^1, a^2, \dots\}$$

(If $A(\mathcal{N})$ is finite, repeat infinitely an arbitrary point a^i in the parentheses.) Define $a^0 \in \Sigma(\mathcal{N})$ by setting

$$a^0 = 1 + \sum_{j=1}^i a^j(i) \quad \text{for every } i > 0$$

One can easily verify that $a^0 \notin A(\mathcal{N})$ and $\{a^0\} \cup A(\mathcal{N}) \in \alpha$, a contradiction with the fact $A(\mathcal{N})$ is maximal. Therefore, $A(\mathcal{N})$ is uncountable. Every member of α satisfies the condition in Lemma 2.1, so does $A(\mathcal{N})$. \square

Lemma 2.2 suppose Y is a finite set consisting of n distinct elements y_1, y_2, \dots, y_n , where $n \geq 2$. Then there exists an uncountable subset $E(Y)$ of $\Sigma(Y)$ satisfying the condition for any n distinct points e^1, e^2, \dots, e^n of $E(Y)$ and any map

$$\eta: \{e^1, e^2, \dots, e^n\} \rightarrow Y$$

there exists an increasing sequence $\{m_i\}$ of positive integers such that

for every $j = 1, 2, \dots, n$.

Proof. Let Γ be the family of all sets consisting exactly of n positive integers. Γ is countably infinite. Let R_1, R_2, \dots be all members of Γ , Where $R_i \neq R_j$, if $i \neq j$, and let $R_i = \{r_1^i, r_2^i, \dots, r_n^i\}$, where $r_1^i < r_2^i < \dots < r_n^i$ for every $i > 0$.

For any $i > 0$ and for any $k > 0$ let

$$b^i = \begin{cases} y_j & \text{if } k = r_j^i \text{ for some } j \in \{1, 2, \dots, n\} \\ y_1 & \text{if } k \notin R_i \end{cases}$$

Define $b^i \in \Sigma(Y)$ by $b^i(k) = b^i_k$. Then we have

Claim 1 The points b^1, b^2, \dots of $\Sigma(Y)$ are distinct and satisfy the condition for any n positive integers $r_1 < r_2 < \dots < r_n$, there exists $p > 0$ such that $b^j(p) = y_j$ for every $j = 1, 2, \dots, n$.

This claim holds, because we can choose $p > 0$ such that

$R_i = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ for some $i > 0$.

Take an uncountable subset $A(\mathcal{N})$ of $\Sigma(\mathcal{N})$ satisfying the condition stated in Lemma 2. 1. For every $a \in A(\mathcal{N})$ let

$$\bar{a} = b^{a(1)} * b^{a(2)} * \dots \in \Sigma(Y)$$

and let

$$C = \{\bar{a} | a \in A(\mathcal{N})\}$$

If $a, a' \in A(\mathcal{N})$, with $a \neq a'$, then $a(i) \neq a'(i)$ for some $i > 0$, so that $b^{a(i)} \neq b^{a'(i)}$ and $\bar{a} \neq \bar{a}'$. Therefore, C is an uncountable subset of $\Sigma(Y)$.

Claim 2 The uncountable subset C of $\Sigma(Y)$ satisfies the condition for any n distinct points c^1, c^2, \dots, c^n of C there exists $q > 0$ such that

$$c^1(q), c^2(q), \dots, c^n(q)$$

are distinct points of Y .

To prove this claim suppose c^1, c^2, \dots, c^n are n distinct points of C , where $c^i = \bar{a}^i$ for distinct $a^1, a^2, \dots, a^n \in A(\mathcal{N})$. By Lemma 2. 1

$$a^1(k), a^2(k), \dots, a^n(k)$$

are distinct for some $k > 0$. By Claim 1

$$b^{a^1(k)}(p), b^{a^2(k)}(p), \dots, b^{a^n(k)}(p)$$

are distinct for some $p > 0$. Hence

$$c^1(q), c^2(q), \dots, c^n(q)$$

are distinct for some $q > 0$.

Now suppose $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_t$ are all self-map of Y , For every point $c \in C$ let

$$\hat{c} = \zeta_1(c) * \zeta_2(c) * \dots * \zeta_t(c)$$

where $\zeta_l(c) \in \Sigma(Y)$ defined by

$$\zeta_l(c)(i) = \zeta_l(c(i)) \quad \text{for } l = 1, 2, \dots, t.$$

Let

$$D = \{\hat{c} | c \in C\}$$

If $c, c' \in C$, with $c \neq c'$, then $\zeta_l(c) \neq \zeta_l(c')$ where ζ_l is the identity of Y , so that $\hat{c} \neq \hat{c}'$. Hence, the subset D of $\Sigma(Y)$ is uncountable.

Claim 3 The uncountable subset D of $\Sigma(Y)$ satisfies the condition for any n distinct points d^1, d^2, \dots, d^n of D and any map

$$\phi: \{d^1, d^2, \dots, d^n\} \rightarrow Y$$

there exists some $m > 0$ such that $d^j(m) = \phi(d^j)$ for every $j = 1, 2, \dots, n$.

To proof Claim 3 suppose d^1, d^2, \dots, d^n are n distinct points of D , where $d^i = \hat{c}^i$ for n distinct points c^1, c^2, \dots, c^n of C . By Claim 2,

$$c^1(q), c^2(q), \dots, c^n(q)$$

are distinct for some $q > 0$. Hence,

$$\{c^1(q), c^2(q), \dots, c^n(q)\} = Y$$

There exists a self-map, say ζ_l , of Y which carries each $c^j(q)$ to $\phi(d^j)$, i. e., $\zeta_l(c^j(q)) = \phi(d^j)$.

Then for some $m > 0$ we have $\alpha^j(m) = \phi(d^j)$ for every $j = 1, 2, \dots, n$.

We now prove the lemma. Let $\alpha^j = \langle d(1) \rangle * \langle d(2) \rangle * \dots * \langle d(j) \rangle$

$$E(Y) = \{ \langle d(1) \rangle * \langle d(2) \rangle * \dots \mid d \in D \}$$

(Recall that $\langle d(i) \rangle$ is the sequence of $\Sigma(Y)$ which takes the constant value $d(i)$.) Obviously, $E(Y)$ is uncountable, because D is so. If e^1, e^2, \dots, e^n are distinct points of $E(Y)$ then

for some distinct points d^1, d^2, \dots, d^n of D . If

is a map then there is a map

$$\phi: \{d^1, d^2, \dots, d^n\} \rightarrow Y_n$$

such that $\phi(d^j) = \eta(e^j)$ for every $j = 1, 2, \dots, n$. By Claim 3, we have $d^j(m) = \phi(d^j)$ for some $m > 0$, so that

for some increasing sequence $\{m_i\}$ of positive integers.

Lemma 2.3 Suppose S is a countably infinite set. Then there exists an uncountable subset $W(S)$ of $\Sigma(S)$ satisfying the following conditions.

(1) For any $s \in S$ there exists an increasing sequence $\{l_i\}$ of positive integers such that $w(l_1) = w(l_2) = \dots = s$ for every $w \in W(S)$.

(2) For any $n > 0$, any n distinct points w^1, w^2, \dots, w^n of $W(S)$ and any map $\chi: \{w^1, w^2, \dots, w^n\} \rightarrow S$ there exists an increasing sequence $\{m_i\}$ of positive integers such that

$$w^j(m_1) = w^j(m_2) = \dots = \chi(w^j)$$

for every $j = 1, 2, \dots, n$.

Proof. For any $a \geq 2$ let K_{a1}, K_{a2}, \dots be all sets consisting exactly of a points of S . By Lemma 2.2, for any K_{ak} choose an uncountable subset $E(K_{ak})$ of $\Sigma(K_{ak})$ satisfying the condition for any n distinct points e^1, e^2, \dots, e^n of $E(K_{ak})$ and any map

$$\eta: \{e^1, e^2, \dots, e^n\} \rightarrow K_{ak}$$

there exists an increasing sequence $\{m_i\}$ of positive integers such that

$$e^j(m_1) = e^j(m_2) = \dots = \eta(e^j)$$

for every $j = 1, 2, \dots, n$.

By the continuum hypothesis all these sets $E(K_{ak})$ are equipollent to the closed unit interval $[0, 1]$, because $E(K_{ak})$ is uncountable and $\Sigma(K_{ak})$ is equipollent to $[0, 1]$. For any $E(K_{ak})$ we choose an one-to-one map θ_{ak} from $[0, 1]$ onto $E(K_{ak})$.

Let

$$U^1 = \langle s_1 \rangle * \langle s_2 \rangle * \dots \quad \forall \alpha$$

where s_1, s_2, \dots are all points of S . For any $t \in [0, 1]$ let

$$u^\alpha(t) = \theta_{\alpha 1}(t) * \theta_{\alpha 2}(t) * \dots$$

let

$$u(t) = u^1 * u^2(t) * u^3(t) * \dots$$

and let

$$W(S) = \{u(t) | t \in [0, 1]\}$$

which is a subset of $\Sigma(S)$.

If $t, t' \in [0, 1]$, with $t \neq t'$, then $\theta_{nk}(t) \neq \theta_{nk}(t')$ for every $n \geq 2$ and every $k > 0$, so that $u(t) \neq u(t')$. Hence, $W(S)$ is uncountable.

Given $s \in S$. It follows from the definition of u^1 that there exists an increasing sequence $\{l_i\}$ of positive integers such that

$$u^1(l_1) = u^1(l_2) = \dots = s$$

so that by the definition of $u(t)$ we have

$$(u(t))(l_1) = (u(t))(l_2) = \dots = s$$

for some increasing sequence $\{l_i\}$ of positive integers and for every $t \in [0, 1]$. This shows that the set $W(S)$ satisfies the Condition(1) in the lemma.

We now verify the Condition(2). If w^1, w^2, \dots, w^n are distinct points of $W(S)$ and

$$\chi: \{w^1, w^2, \dots, w^n\} \rightarrow S$$

is a map, then there is a subset, say $K_{i'}$, of S such that $\chi(w^j) \in K_{i'}$ for every $j=1, 2, \dots, n$. For any $j=1, 2, \dots, n$ choose $t_j \in [0, 1]$ such that $u(t_j) = w^j$. Then

$$\theta_{nk}(t_1), \theta_{nk}(t_2), \dots, \theta_{nk}(t_n)$$

are distinct points of $E(k_{i'})$ and

$$\eta: \theta_{nk}(t_1), \theta_{nk}(t_2), \dots, \theta_{nk}(t_n) \rightarrow S$$

is a map, defined by $\eta(\theta_{nk}(t_j)) = \chi(w^j)$. Hence, there exists an increasing sequence $\{m_i\}$ of positive integers such that

$$(\theta_{nk}(t_j))(m_1) = (\theta_{nk}(t_j))(m_2) = \dots = \eta(\theta_{nk}(t_j)) = \chi(w^j)$$

for every $j=1, 2, \dots, n$. (See the beginning of this proof.) Then it follows that for some increasing sequence $\{m_i\}$ of positive integers we have

$$w^j(m_1) = w^j(m_2) = \dots = \chi(w^j)$$

for every $j=1, 2, \dots, n$. \square

3 proof of Theorem 1

We need some notations. If $f: X \rightarrow X$ is a continuous map and α, β are families of subsets of X , we will denote

$$f^{-1}(\alpha) = \{f^{-1}(A) | A \in \alpha\}$$

and

$$\alpha \vee \beta = \{A \cap B | A \in \alpha, B \in \beta\}$$

It is easy to see that if α and β are finite covers of X then so are $f^{-1}(\alpha)$ and $\alpha \vee \beta$.

Proof of Theorem 1. (2) \Rightarrow (3). Obviously.

(3)⇒(1). If f is not topologically mixing, then there are two non-empty open sets U and V of X satisfying the condition for any $q > 0$ there exists $q' > q$ such that $f^{-q'}(U) \cap V = \emptyset$, so that we can choose an increasing sequence $\{q_i\}$ of positive integers such that $f^{-q_i}(U) \cap V = \emptyset$ for every $i > 0$. Hence, there is no point $y \in V$ such that

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{q_i}(y) \in U$$

for some subsequence $\{q_i\}$ of the sequence $\{q_i\}$. This contradicts the condition (3).

(1)⇒(2). Suppose $\{q_i\}$ is an increasing sequence of positive integers and S is a countable subset dense in X . Since X has infinitely many points, so is S .

From the definition of topologically mixing map the following conclusion comes immediately.

Conclusion 1 If α and α' are finite families of non-empty open subsets of X then there exists $N > 0$ such that $U \cap f^{-n}(V) \neq \emptyset$ for every $n \geq N$ provided $U \in \alpha$ and $V \in \alpha'$.

For any $n > 0$ let β_n be a finite open cover of X such that the diameter of each element of β_n is less than $1/n$ and any proper subfamily of β_n does not cover X . Consequently, β_n contains no empty set as its element.

According to Conclusion 1 we can define a sequence $\{\alpha_i\}$ of finite open covers of X and a subsequence $\{r_i\}$ of the sequence $\{q_i\}$ as follows. Let $\alpha_1 = \beta_{r_1}$ and r_1 be an element of the sequence $\{q_i\}$ such that $V \cap f^{-r_1}(U) \neq \emptyset$ for every $U \in \alpha_1$ and every $V \in \beta_{r_1}$. For any $i > 1$ define, inductively,

$$\alpha_i = (\alpha_{i-1} \vee f^{-r_{i-1}}(\beta_{r_i})) \cup \beta_{r_i}$$

and r_i be an element of the sequence $\{q_i\}$ such that $r_i > r_{i-1}$ and

$U_i \cap f^{-r_i}(V) \neq \emptyset$ for every $U_i \in \alpha_i$ and every $V \in \beta_{r_{i+1}}$.

Given $n > 0$. If

$$U_n \in \beta_n, U_{n+1} \in \beta_{n+1}, \dots, U_{n+k} \in \beta_{n+k}$$

then $U_n \in \alpha_n$, so that the set

$$U_n \cap f^{-r_n}(U_{n+1})$$

is non-empty and belongs to α_{n+1} so that the set

$$U_n \cap f^{-r_n}(U_{n+1}) \cap f^{-r_{n+1}}(U_{n+2})$$

is also non-empty and belongs to α_{n+2}, \dots By induction we have

Conclusion 2 Given $n > 0$. If $U_{n+i} \in \beta_{n+i}$ for $i = 1, 2, \dots, k$, then

$$U_n \cap f^{-r_n}(U_{n+1}) \cap \dots \cap f^{-r_{n+k}}(U_{n+k+1}) \neq \emptyset$$

so that

$$\bar{U}_n \cap f^{-r_n}(\bar{U}_{n+1}) \cap \dots \cap f^{-r_{n+k}}(\bar{U}_{n+k+1}) \neq \emptyset$$

Then by the compactness of X the following conclusion comes.

Conclusion 3 Given $n > 0$. If $U_{n+i} \in \beta_{n+i}$ for every $i > 0$, then

$$\bar{U}_n \cap f^{-r_n}(\bar{U}_{n+1}) \cap f^{-r_{n+1}}(\bar{U}_{n+2}) \cap \dots \neq \emptyset$$

For each $x \in X$ choose a sequence $U_1(x), U_2(x), \dots$ of open sets of X such that $x \in U_i(x) \in \beta_i$ for every $i > 0$.

We now take a subset $W(S)$ of the set $\Sigma(S)$ consisting of sequences of points of S satisfying the

conditions stated in Lemma 2.3. Since $W(S)$ is uncountable and $\beta = \bigcup_{i=1}^{\infty} \beta_i$ is countable we can assign an uncountable subset W_U of $W(S)$ for each $U \in \beta$ such that

$$W(S) = \bigcup_{U \in \beta} W_U$$

and if $U, U' \in \beta$, with $U \neq U'$, then $W_U \cap W_{U'} = \emptyset$.

Given $n > 0$ and $U \in \beta_n$. For any $w \in W_U$ it follows from Conclusion 3 that

$$\bar{U} \cap f^{-1}(\overline{U_{n+1}(w(n+1))}) \cap f^{-1}(\overline{U_{n+2}(w(n+2))}) \cap \dots \neq \emptyset$$

Take an arbitrary point, say $c(U, w)$, from the above non-empty set. We have

Conclusion 4. If $U \in \beta_n$ for some $n > 0$ and $w \in W_U$, then $c(U, w) \in \bar{U}$ and

$$f^{i+1}(c(U, w)) \in \overline{U_{n+i+1}(w(n+i+1))}$$

for every $i \geq 0$.

Let

$$C(U) = \{c(U, w) \mid w \in W_U\}$$

for every $U \in \beta$, and let

$$C = \bigcup_{U \in \beta} C(U)$$

We now show that the subset C of X is required.

First we verify the Statement (A) of Condition (2). Given $s \in S$. By Lemma 2.3(1) there exists an increasing sequence $\{l_i\}$ of positive integers such that

$$w(l_1) = w(l_2) = \dots = s$$

for every $w \in w(S)$. If $y = c(U, w) \in C$ for some $U \in \beta$ and for some $w \in w_U$, then by Conclusion 4 we have

$$f^{l_i}(y) \in \overline{U_{l_i}(w(l_i))} = \overline{U_{l_i}(s)}$$

whenever $p_i > n$, where $p_i = r_{l_i-1}$. Since

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \text{diam } \overline{U_{l_i}(S)} = 0$$

we have

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{l_i}(y) = s$$

The following conclusion implies the Statement (B) of Condition (2).

Conclusion 5 For any $n > 0$, any n distinct points $y_1, y_2, \dots, y_n \in C$ and any map

$$\phi\{y_1, y_2, \dots, y_n\} \rightarrow S$$

there exists a subsequence $\{l_i\}$ of the sequence $\{q_i\}$ such that

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{l_i}(y_j) = \phi(y_j)$$

for every $j = 1, 2, \dots, n$.

To show the implication mentioned above suppose y_1, y_2, \dots, y_n are n distinct points of C and

$$\phi\{y_1, y_2, \dots, y_n\} \rightarrow X$$

is a map. For any $j = 1, 2, \dots, n$ take a sequence $\{s_i\}$ of points of S such that

$$\lim_{i \rightarrow \infty} s_i = \phi(y_j)$$

and for any $k > 0$, defined a map

$\phi_k: \{y_1, y_2, \dots, y_n\} \rightarrow S$
 by $\phi_k(y_j) = s_j$. By this conclusion there exists a subsequence $\{k_i\}$ such that

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{k_i}(y_j) = s_j$$

for every $k > 0$. One can now easily choose a subsequence $\{t_i\}$ of the sequence $\{q_i\}$ such that

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{t_i}(y_j) = \phi(y_j)$$

for every $j=1, 2, \dots, n$.

We now prove the Conclusion 5. Suppose y_1, y_2, \dots, y_n are n distinct points of C and

$$\phi: \{y_1, y_2, \dots, y_n\} \rightarrow S$$

is a map. For any $j=1, 2, \dots, n$ let $y_j = c(U_j, w^j)$ for some $U_j \in B_{\epsilon(U)}$ and for some $w^j \in W_U$. It is clear that w^1, w^2, \dots, w^n are distinct. Let

$$\chi: \{w^1, w^2, \dots, w^n\} \rightarrow S$$

be a map defined by $\chi(w^j) = \phi y^j$. By Lemma 2.3(2), there is an increasing sequence $\{m_i\}$ of positive integers such that

$$w^j(m_1) = w^j(m_2) = \dots = \chi(w^j)$$

for every $j=1, 2, \dots, n$. It follows from Conclusion 4 that

$$f^{t_i}(c(U_j, w^j)) \in \overline{U_{m_i}(\phi(y_j))}$$

whenever $m_i > n(j) + 1$, where $t_i = \tau_{m_i - 1}$. Since

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \text{diam } \overline{U_{m_i}(\phi(y_j))} = 0$$

we have

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{t_i}(y_j) = \phi(y_j)$$

for every $j=1, 2, \dots, n$.

It remains to prove that the set C is c -dense.

We show first that $C \cap \bar{U}$ is uncountable for every $U \in \beta$. Suppose $U \in \beta$, for some $n > 0$. If w^1, w^2, w^3, \dots , with $w^1 \neq w^2$ then by Lemma 2.3(2) there exists an increasing sequence $\{m_i\}$ of positive integers such that

$$w^j(m_1) = w^j(m_2) = \dots = s_j$$

for $j=1$ or 2 , where s_1 and s_2 are arbitrary two different points of S . By Claim 4, if $m_i > n$ then

$$f^{t_i}(c(U, w^j)) \in \overline{U_{m_i}(w^j(m_i))} = \overline{U_{m_i}(s^j)}$$

where $t_i = \tau_{m_i - 1}$. Hence for $j=1$ or 2

$$\lim_{i \rightarrow \infty} f^{t_i}(c(U, w^j)) = s_j$$

because

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \text{diam } \overline{U_{m_i}(s_j)} = 0$$

so that $c(U, w^1) \neq c(U, w^2)$. therefore, W_U is uncountable, so is $C(U)$. Consequently, the set $C \cap \bar{U}$, which contains $C(U)$ by Claim 4, is also uncountable.

If V is a non-empty open set of X , then V contains an open ball B with centre x and diameter

$1/m$ for some $m > 0$. Since β_{3m} is a cover of X , there is some $U \in \beta_{3m}$ containing x , so that $\bar{U} \subset B \subset V$ because the diameter of U is less than $1/3m$. Therefore, $C \cap V$, which contains $C \cap \bar{U}$, is uncountable \square .

References

[1] Kelley J L General Topology, Von Nostrand, Princeton, N. J., 1955.
 [2] Li T Y and Yorke J A Period 3 Implies Chaos, *Am. Math. Monthly*, 82(1975), 985-992.
 [3] Mane R., Ergodic Theory and Differentiable Dynamics, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1987.
 [4] Newhouse S E, Understanding Chaotic Dynamics, in "Chaos in Nonlinear Dynamical Systems", edited by J. Chancre, SIAM Philadelphia, 1984.

在拓扑混合映射下轨迹对于 时间的异常依赖性

熊金城

(数学系)

摘 要

本文指出在拓扑混合映射的定义域中有非常多的点的轨迹呈现出一种对于时间高度异常的依赖性,即若 $f: X \rightarrow X$ 是一个拓扑混合映射,其中 X 是一个由无限多个点组成的紧緻度量空间,则对于任何正整数递增序列 $\{q_i\}$ 和 X 中任何稠密的可数集 S ,存在着 X 的一个 δ -稠密子集 C 满足条件:(1)对于任何 $s \in S$,序列 $\{q_i\}$ 有一个子序列 $\{q_{i_j}\}$ 使得 $\lim_{j \rightarrow \infty} f^{q_{i_j}}(y) = s$ 对于任何 $y \in C$ 成立,(2)对于任意 $n > 0, C$ 中任意 n 个点 y_1, y_2, \dots, y_n , 和 X 中任意 n 个点 x_1, x_2, \dots, x_n , 序列 $\{q_i\}$ 有一个子序列 $\{q_{i_j}\}$ 使得 $\lim_{j \rightarrow \infty} f^{q_{i_j}}(y_j) = x_j$ 对于每一个 $j=1, 2, \dots, n$ 成立.

关键词: 浑沌性质, 映射迭代, 离散动力系统, 拓扑混合映射, 紧緻度量空间.

中图法分类号: O175.13, O189.11

The Hierarchy of Completely Integrable Hamiltonian Systems Associated with Generalized Harry Dym Hierarchy*

Zeng Yunbo, Li Yishen, Chen Dengyuan

(Department of Mathematics)

100024 Beijing, P. R. China

Abstract

By restricting a hierarchy of generalized Harry Dym equations associated with the spectral problem $\varphi_{xx} + \sum_{j=1}^N u_j \lambda^j \varphi = \lambda \varphi$ to the invariant subspace of their recursion operator, a hierarchy of Hamiltonian systems is obtained. The integrals of the motion and Hamiltonian functions for this hierarchy are constructed by using recursion formula related to the eigenvalue problem. The Hamiltonian systems are shown to be completely integrable in the sense of Liouville and to commute with each other. Also, their solution is shown to solve the generalized Harry Dym equation.

Key words: completely integrable Hamiltonian system, Harry Dym hierarchy, integral of the motion, eigenvalue problem, involution

AMS Subject classification (1991): 35Q

1 Introduction

It is known [1] that under certain constraint on potential the eigenvalue problem associated with the Harry Dym (HD) equation can be reduced to a completely integrable Hamiltonian system. Follow-

* Received Oct. 5, 1990.

* Project supported by the Fund of the State Educational Committee of China.

ing the idea that many finite-dimensional integrable Hamiltonian systems arise as restriction of infinite-dimensional ones to finite-dimensional invariant submanifolds of their phase space (see, for example, [1-4]), in Ref. [5-7]. we proposed a straightforward way to obtain a hierarchy of finite-dimensional integrable Hamiltonian systems by restricting a hierarchy of integrable evolution equations of an invariant subspace of their recursion operator. In the present paper this approach is developed further and applied to the generalized HD hierarchy^[9]. However, we omit much of the motivation.

First, by constructing an invariant subspace of the recursion operator, we find a Neumann type of constraint on potential of the spectral problem associated with the generalized HD hierarchy in the next section. Under this constraint on potential, a Hamiltonian system is obtained from the eigenvalue problem, and all integrals of motion in involution for this system are constructed by using the relevant recursion formula in section III. Finally, in section IV, the hierarchy of Hamiltonian systems stemming from the time part of the Lax pair is shown to be completely integrable in the sense of Liouville [8] and to commute with each other. Also, the solution to these Hamiltonian systems is shown to solve the generalized HD equation.

2 The constraint on potential

Given the linear spectral problem

$$\varphi_{xx} + \sum_{i=1}^N u_i \lambda^i \varphi = \alpha \varphi \tag{2.1}$$

where λ is the spectral parameter and α is a constant. The isospectral flows of (2.1) are shown to possess $(N+1)$ compatible, purely differential Hamiltonian structures in [9]. Consider the time evolution of φ of the form [9]:

$$\varphi_{t_m} = -\frac{1}{4} A_m \varphi + \frac{1}{2} A \varphi_x \tag{2.2}$$

where

$$A = \sum_{i=0}^{m-1} A_i \lambda^{m-i}, \quad A_0 = \frac{1}{\sqrt{u_N}}, \quad A_i = -J_N^{-1} \theta_N^{(i)} \tag{2.3a}$$

$$\theta^{(k)} = (\theta_1^{(k)}, \dots, \theta_N^{(k)}) \tag{2.3b}$$

$$\theta^{(k)} = R \theta^{(k-1)} = R^k \theta^{(1)}, \quad \theta^{(1)} = \left(J_0 \frac{1}{\sqrt{u_N}}, \dots, J_{N-1} \frac{1}{\sqrt{u_N}} \right)^T$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & -J_0 J_N^{-1} \\ 1 & \dots & & -J_1 J_N^{-1} \\ & \ddots & \dots & \vdots \\ & & & 1 & -J_{N-1} J_N^{-1} \end{pmatrix}$$

$$J_0 = \frac{1}{4} D^3 - \alpha D, J_k = u_k D + \frac{1}{2} u_{k,x} = \sqrt{u_k} D \sqrt{u_k}, k = 1, \dots, N$$

$$D = \frac{\partial}{\partial x}, \quad J_N^{-1} = \frac{1}{\sqrt{u_N}} D^{-1} \frac{1}{\sqrt{u_N}}$$

Then the hierarchy of generalized HD equations deduced from the solvability condition of (2.1) and (2.2) can be rewritten as [9].

$$u_{im} = R^{m-1} \rho^{(1)} \tag{2.4}$$

where $u = (u_1, \dots, u_N)^T$. While R is used to generate the evolution equation (2.4), the integral constant of the integral operator D^{-1} appearing in J_N^{-1} is defined to be zero. Throughout the paper no boundary condition on u is required.

Also, it is known [9] that with $A_i = 0$ for $i < 0$

$$\sum_{i=0}^N J_i A_{k-N+i} = 0; k = 0, \dots, m-1 \tag{2.5}$$

and if φ satisfies (2.1), then

$$\sum_{i=0}^N J_i \lambda^i \varphi^2 = 0 \tag{2.6}$$

which can be used to obtain another recursion formula for A_k (see [9])

$$\sqrt{u_N} A_k = -\frac{1}{2} u_N \sum_{i=1}^{k-1} A_i A_{k-i} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} u_{N-i} \sum_{l=0}^{k-i} A_l A_{k-i-l}, 1 \leq k \leq N-1 \tag{2.7a}$$

$$\sqrt{u_N} A_{k+N} = -\frac{1}{2} u_N \sum_{i=0}^{k+N-1} A_i A_{k+N-i}$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{i=0}^k \left(\frac{1}{2} A_{i+1} A_{k-i} - \frac{1}{4} A_{i+2} A_{k-i-1} - \alpha A_i A_{k-i} \right)$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} u_{N-i} \sum_{l=0}^{k+N-i} A_l A_{k+N-i-l}, k = 0, 1, \dots \tag{2.7b}$$

Now, for distinct λ_j , consider the following system instead of (2.1)

$$\varphi_{jxx} + \sum_{i=1}^N u_i \lambda_i^j \varphi_j = \alpha \varphi_j, j = 1, \dots, n. \tag{2.8}$$

We find from (2.6) that if $q = (q_1, \dots, q_n)^T \equiv (\varphi_1, \dots, \varphi_n)^T$ satisfies (2.8), then

$$R \Psi_j = \lambda_j \Psi_j + \beta_j \rho^{(1)}, j = 1, \dots, n \tag{2.9a}$$

$$\Psi_j = - \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N \lambda_i^{j-1} J_i \varphi_j^2 \\ \dots \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i^{j-1} J_i \varphi_j^2 \\ \dots \\ J_N \varphi_j^2 \end{pmatrix} \tag{2.9b}$$

where we use $J_N^{-1} J_N \varphi_j^2 = \varphi_j^2 + \beta_j \frac{1}{\sqrt{u_N}}$, β_j are some undetermined 'integral' constants, since $J_N \frac{\beta_j}{\sqrt{u_N}} = 0$

and no boundary condition on φ_j is imposed. It is clear that if take

$$\rho^{(1)} \equiv \left(J_0 \frac{1}{\sqrt{u_N}}, \dots, J_{N-1} \frac{1}{\sqrt{u_N}} \right)^T = \sum_{j=1}^n \lambda_j^3 \Psi_j \tag{2.10}$$

then span $\{\Psi_1, \dots, \Psi_n\}$ is an invariant subspace of R . We will see in the next section that this property plays an important role in our approach. Indeed, (2.10) leads to a constraint on potential u as follows.

Proposition 1. The constraint on potential u given by follows is equivalent to (2.10).

$$u_N = \frac{1}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^2} \tag{2.11a}$$

$$u_{N-k} = \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^{i+2}} \sum_{m_1+\dots+m_{k-i}=i} \langle \Lambda^{m_1+3} q, q \rangle \dots \langle \Lambda^{m_{k-i}+3} q, q \rangle \tag{2.11b}$$

$$u_1 = \frac{\langle \Lambda p, p \rangle}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle} + \frac{\alpha}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle} - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{\alpha_{i-1}}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^{i+2}} \sum_{m_1+\dots+m_{N-1-i}=i} \langle \Lambda^{m_1+3} q, q \rangle \dots \langle \Lambda^{m_{N-1-i}+3} q, q \rangle \tag{2.11c}$$

$$\langle \Lambda q, q \rangle = 1 \tag{2.11d}$$

$$a_i = (-1)^i (i+1) \tag{2.11e}$$

where $m_1 \geq 0, \dots, m_i \geq 0, \langle \cdot, \cdot \rangle$ is the inner product in R^n , $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$, $p = (p_1, \dots, p_n)^T = (q_{1x}, \dots, q_{nx})^T$.

Proof. Using (2.11a) and (2.6), we find

$$-\sum_{j=1}^N J_j \lambda_j^{j+2} \varphi_j = \sum_{j=1}^N J_0 \lambda_j^2 \varphi_j^2 = J_0 \frac{1}{\sqrt{u_N}}$$

which means that the first component of (2.10) holds. From (2.6) and (2.11d), we get

$$-\sum_{j=1}^N \sum_{i=2}^N \lambda_j^{i+1} J_i \varphi_j^2 = J_0 \langle \Lambda q, q \rangle + J_1 \langle \Lambda^2 q, q \rangle = J_1 \frac{1}{\sqrt{u_N}}$$

thus the second component of (2.10) holds. We now prove that (2.11) yields (2.10) for the remaining $(N-2)$ components.

Using the following identities

$$\sum_{i=1}^k \alpha_{k-i} \sum_{j=1}^i \beta_j \gamma_{i,j} = \sum_{j=1}^k \beta_j \sum_{i=0}^{k-j} \alpha_i \gamma_{k-i,j} \tag{2.12a}$$

$$\sum_{i=0}^k \alpha_{k-i} \sum_{j=0}^i \beta_j \gamma_{i,j} = \sum_{j=0}^k \beta_j \sum_{i=0}^{k-j} \alpha_i \gamma_{k-i,j} \tag{2.12b}$$

denoting $\langle \Lambda^{m_i+3} q, q \rangle$ by $\langle m_i+3 \rangle$ for brevity, we obtain from (2.11a,b,e) for $k=0, \dots, N-2$ that

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^k u_{N-i} \alpha_{k-i} \\ &= \sum_{i=1}^k \alpha_{k-i} \sum_{j=1}^i \frac{\alpha_j}{\langle 2 \rangle^{j+2}} \sum_{m_1+\dots+m_{j-i}=j} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_j+3 \rangle + \frac{\alpha_k}{\langle 2 \rangle^2} \\ &= \sum_{j=1}^k \frac{\alpha_j}{\langle 2 \rangle^{j+2}} \sum_{i=0}^{k-j} \alpha_i \sum_{m_1+\dots+m_{k-i-j}=i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_j+3 \rangle + \frac{\alpha_k}{\langle 2 \rangle^2} \\ &= \sum_{j=1}^k \frac{\alpha_j}{\langle 2 \rangle^{j+2}} \sum_{m_1+\dots+m_{j+1}=k-j} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_j+3 \rangle \alpha_{m_{j+1}} + \frac{\alpha_k}{\langle 2 \rangle^2} \\ &= \sum_{j=1}^{k+1} \frac{\alpha_{j-1}}{\langle 2 \rangle^{j+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{j-1}+k+1-j} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{j-1}+3 \rangle \alpha_{m_j} \end{aligned} \tag{2.13}$$

Using (2.13) and a similar method, the $(N-k)$ th component (for $k=0, \dots, N-3$) of the left side of (2.10) becomes

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{i=N-k}^N J_i \langle i - N + k + 3 \rangle = - \sum_{i=0}^k (u_{N-1} \partial + \frac{1}{2} u_{N-i, x}) \langle k - i + 3 \rangle \\
 & = - 2 \sum_{j=1}^{k+1} \frac{a_{j-1}}{\langle 2 \rangle^{j+1}} \sum_{m_1 + \dots + m_j = k+1-j} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_{j-1} + 3 \rangle \langle \Lambda^{m_j+3} p, q \rangle \\
 & + \sum_{i=1}^k \langle k - i + 3 \rangle \sum_{j=1}^i \left[\frac{(j+2) a_j \langle \Lambda^2 p, q \rangle}{\langle 2 \rangle^{j+3}} \sum_{m_1 + \dots + m_j = i-j} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_j + 3 \rangle \right. \\
 & \quad \left. - \frac{j a_j}{\langle 2 \rangle^{j+2}} \sum_{m_1 + \dots + m_j = i-j} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_{j-1} + 3 \rangle \langle \Lambda^{m_j+3} p, q \rangle \right] \\
 & \quad + \frac{2 \langle k + 3 \rangle \langle \Lambda^2 p, q \rangle}{\langle 2 \rangle^3} \\
 & = - 2 \sum_{j=1}^{k+1} \frac{a_{j-1}}{\langle 2 \rangle^{j+1}} \sum_{m_1 + \dots + m_j = k+1-j} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_{j-1} + 3 \rangle \langle \Lambda^{m_j+3} p, q \rangle \\
 & \quad + \sum_{j=1}^{k+1} \frac{(j+1) a_{j-1}}{\langle 2 \rangle^{j+2}} \sum_{m_1 + \dots + m_j = k+1-j} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_j + 3 \rangle \langle \Lambda^2 p, q \rangle \\
 & \quad - \sum_{j=1}^{k+1} \frac{(j-1) a_{j-1}}{\langle 2 \rangle^{j+1}} \sum_{m_1 + \dots + m_j = k+1-j} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_{j-1} + 3 \rangle \langle \Lambda^{m_j+3} p, q \rangle \\
 & = - \sum_{j=1}^{k+1} \frac{(j+1) a_{j-1}}{\langle 2 \rangle^{j+1}} \sum_{m_1 + \dots + m_j = k+1-j} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_{j-1} + 3 \rangle \langle \Lambda^{m_j+3} p, q \rangle \\
 & \quad + \sum_{j=1}^{k+1} \frac{(j+1) a_{j-1}}{\langle 2 \rangle^{j+2}} \sum_{m_1 + \dots + m_j = k+1-j} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_j + 3 \rangle \langle \Lambda^2 p, q \rangle \tag{2.14}
 \end{aligned}$$

By using (2.11e), it follows from the same way used in (2.13) that (2.14) equals the $(N-k)$ th component of the right side of (2.10), that is, $J_{N-k-1} \frac{1}{\sqrt{u_N}}$. The above shows that we can deduce (2.11a, b, d, e) from (2.10). Finally, (2.11a, b, d, e) and (2.8) yields (2.11c). Using $\langle \Lambda p, p \rangle = -\langle \Lambda p, q \rangle$, we obtain from (2.8) and (2.13):

$$\begin{aligned}
 u_1 & = \frac{\langle \Lambda p, p \rangle}{\langle 2 \rangle} + \frac{\alpha \langle \Lambda q, q \rangle}{\langle 2 \rangle} - \frac{1}{\langle 2 \rangle} \sum_{i=0}^{N-2} u_{N-i} \langle N - i + 1 \rangle \\
 & = \frac{\langle \Lambda p, p \rangle}{\langle 2 \rangle} + \frac{\alpha}{\langle 2 \rangle} - \sum_{j=1}^{N-1} \frac{a_{j-1}}{\langle 2 \rangle^{j+2}} \sum_{m_1 + \dots + m_j = N-1-j} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_j + 3 \rangle.
 \end{aligned}$$

This completes the proof for Proposition 1.

3 A completely integrable Hamiltonian system

Under the constraint on potential (2.11), by using (2.13), (2.8) becomes

$$\begin{aligned}
 p_{ix} & = \alpha q_j - \sum_{i=0}^{N-2} u_{N-i} \lambda_j^{N-i} q_j - u_i \lambda_j q_j = \alpha q_j \\
 & + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^{i+1}} \sum_{m_1 + \dots + m_i = N-1-i} \langle \Lambda^{m_1+3} q, q \rangle \dots \langle \Lambda^{m_{i-1}+3} q, q \rangle \lambda_j^{m_i+2} q_j \\
 & - \left[\frac{\langle \Lambda p, p \rangle}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle} + \frac{\alpha}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle} + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^{i+2}} \sum_{m_1 + \dots + m_i = N-1-i} \langle m_1 + 3 \rangle \dots \langle m_i + 3 \rangle \right] \lambda_j q_j
 \end{aligned}$$

$$j = 1, \dots, n. \quad (3.1a)$$

Note that

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \lambda_j^{m_i+2} q_j \\ &= \sum_{i=2}^{N-1} \frac{(-1)^{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \lambda_j^2 q_j \quad (m_i = 0) \\ &+ \sum_{i=1}^{N-2} \frac{(-1)^{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-2-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \lambda_j^{m_i+3} q_j \quad (m_i \rightarrow m_i+1) \\ &= \sum_{i=1}^{N-2} \frac{(-1)^i (i+1)}{\langle 2 \rangle^{i+2}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-2-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \lambda_j^2 q_j \quad (i \rightarrow i+1) \\ &+ \sum_{i=1}^{N-2} \frac{(-1)^{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-2-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \lambda_j^{m_i+3} q_j \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial p_j} \left[\sum_{i=1}^{N-2} \frac{(-1)^{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-2-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \right], \quad (a_i = (-1)^i (i+1)) \end{aligned}$$

(3.1a) can be written in canonical constrained Hamiltonian system

$$p_x = \frac{\partial H_0}{\partial q}, \quad q_x = \frac{\partial H_0}{\partial p} \quad (3.1b)$$

which is defined on the tangent bundle of sphere.

$$TS^{n-1} = \{(p, q) \in \mathbb{R}^{2n} \mid F = \frac{1}{2} (\langle \wedge q, q \rangle - 1) = 0, \quad G = \langle \wedge p, q \rangle = 0\} \quad (3.1c)$$

with

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{1}{2} \langle p, p \rangle - \frac{1}{2} \alpha \langle q, q \rangle - \frac{1}{2} \frac{1}{\langle \wedge^2 q, q \rangle} \quad \text{for } N = 1 \\ H_0 &= \frac{1}{2} \langle p, p \rangle - \frac{1}{2} \alpha \langle q, q \rangle - \frac{1}{2} \frac{1}{\langle \wedge^2 q, q \rangle} \\ &+ \frac{1}{2} (\langle \wedge q, q \rangle - 1) \left(\frac{\langle \wedge p, p \rangle}{\langle \wedge^2 q, q \rangle} + \frac{\alpha}{\langle \wedge^2 q, q \rangle} \frac{\langle \wedge^3 q, q \rangle}{\langle \wedge^2 q, q \rangle^3} \right) \quad \text{for } N = 2 \\ H_0 &= \frac{1}{2} \langle p, p \rangle - \frac{1}{2} \alpha \langle q, q \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-2} \frac{(-1)^{i+1}}{\langle \wedge^2 q, q \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-2-i} \langle \wedge^{m_i+3} q, q \rangle \dots \langle \wedge^{m_i+3} q, q \rangle + \frac{1}{2} (\langle \wedge q, q \rangle - 1) \\ &\times \left[\frac{\langle \wedge p, p \rangle}{\langle \wedge^2 q, q \rangle} + \frac{\alpha}{\langle \wedge^2 q, q \rangle} + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle \wedge^2 q, q \rangle^{i+2}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-1-i} \langle \wedge^{m_i+3} q, q \rangle \dots \langle \wedge^{m_i+3} q, q \rangle \right] \\ &\quad \text{for } N \geq 3 \end{aligned} \quad (3.1d)$$

Under the constraint condition (2.11) which yields (2.10), we obtain from (2.9) and (2.10)

$$\begin{aligned} R\theta^{(1)}|_S &= \sum_{j=1}^n \lambda_j^4 \Psi_j + \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j^3 \beta_j \right) \theta^{(1)}|_S \\ &= \sum_{j=1}^n \lambda_j^4 \Psi_j + C_1 \sum_{j=1}^n \lambda_j^3 \Psi_j \end{aligned}$$

where the subscript S means to substitute (2.11) into the expression. In general, we have by induc-

tion

$$R^{k-1}\theta^{(1)}|_s = \sum_{j=1}^k \lambda_j^{k+2}\Psi_j + C_1 \sum_{j=1}^k \lambda_j^{k+1}\Psi_j + \dots + C_{k-1} \sum_{j=1}^k \lambda_j^3\Psi_j \quad (3.2)$$

where C_l are some undetermined integral constants. Together with (2.3) and (2.9b), (3.2) leads to

$$\begin{aligned} A_k|_s &= J_N^{-1} \left[J_N \sum_{l=0}^{k-1} C_l \langle \Lambda^{k+2-l}q, q \rangle \right] \\ &= \sum_{l=0}^k C_l \langle \Lambda^{k+2-l}q, q \rangle, \quad (C_0 = 1, \quad J_N C_k \frac{1}{\sqrt{u_N}} = 0) \end{aligned} \quad (3.3)$$

It is clear that C_l are the integrals of the motion for system (3.1). Indeed, (3.3) and (2.7) can be used to construct the simple integrals of motion for (3.1). First, by substituting (3.3) into (2.7a), a straightforward calculation gives by induction that

$$\begin{aligned} C_1 &= \dots = C_{N-2} = 0 \\ C_{N-1} &= -\frac{1}{2} \langle \Lambda p, p \rangle \langle \Lambda^2 q, q \rangle - \frac{1}{2} \alpha \langle \Lambda^2 q, q \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^i} \sum_{m_1+\dots+m_i=N-1-i} \langle \Lambda^{m_1+3}q, q \rangle \dots \langle \Lambda^{m_i+3}q, q \rangle \end{aligned}$$

Then inserting (3.3) into each side of (2.7b), we find the following.

Lemma 1

$$\begin{aligned} C_{N+k} &= F_{N+k} + \sum_{i=1}^k C_i \sum_{j=1}^{k+1-i} C_j F_{k+N-i-j} + 2 \sum_{i=1}^{k+1} C_i F_{N+k-i} \\ &- \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k+1} C_i C_{k+N-i}, \quad k = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (3.4a)$$

with $F_1 = \dots = F_{N-2} = C_1 = \dots = C_{N-2} = 0, C_{N-1} = F_{N-1}$

$$\begin{aligned} F_{N-1+l} &= \frac{1}{2} \langle \Lambda^{l+2}p, p \rangle - \frac{1}{2} \alpha \langle \Lambda^{l+2}q, q \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^i} \sum_{m_1+\dots+m_i=N-1-i} \langle \Lambda^{m_1+3}q, q \rangle \dots \langle \Lambda^{m_{i-1}+3}q, q \rangle \langle \Lambda^{m_i+3}q, q \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{l+1} [\langle \Lambda^{i+1}p, q \rangle \langle \Lambda^{l-i+2}p, q \rangle - \langle \Lambda^{i+1}p, p \rangle \langle \Lambda^{l-i+2}q, q \rangle], \quad l = 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (3.4b)$$

and F_{N-1+l} are the integrals of the motion for (3.1).

Proof. For obtaining F_{N+k} , we just need to replace each A_k in each side of (2.7b) by $\langle \Lambda^{k+2}q, q \rangle$ which is the term without containing $C_l (l > 0)$ in (3.3),

$$F_{k+N} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\langle 2 \rangle^2} \sum_{l=1}^{k+N-1} \langle l+2 \rangle \langle k+N-l+2 \rangle \quad (1)$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{l=0}^k [\langle \Lambda^{l+2}p, q \rangle \langle k-l+2 \rangle + \langle \Lambda^{l+2}p, p \rangle \langle k-l+2 \rangle] \quad (2) \quad (3)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{l=0}^k \langle \Lambda^{l+2}p, q \rangle \langle \Lambda^{k-l+2}p, q \rangle + \frac{\alpha}{2} \sum_{l=0}^k \langle l+2 \rangle \langle k-l+2 \rangle \quad (4) \quad (5)$$

$$-\frac{1}{2}u_1 \sum_{l=0}^{k+1} \langle l+2 \rangle \langle k-l+3 \rangle \quad (6)$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-2} u_{N-i} \sum_{l=0}^{k+N-i} \langle l+2 \rangle \langle k+N-i-l+2 \rangle - \frac{\langle k+N+2 \rangle}{\langle 2 \rangle}, \quad (7)$$

$$(2) + (5) + (6) \stackrel{(3.1a)}{=} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{a_{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{l=0}^k \langle l+m_i+4 \rangle \langle k-l+2 \rangle \\ & - \frac{1}{2} \langle k+3 \rangle \left[\langle \wedge p, p \rangle + \alpha - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{a_{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \right] \quad (9) \end{aligned}$$

$$(7) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-2} \sum_{j=1}^i \frac{a_j}{\langle 2 \rangle^{j+2}} \sum_{m_1+\dots+m_j=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_j+3 \rangle \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{l=0}^{k+N-i} \langle l+2 \rangle \langle k+N-i-l+2 \rangle \stackrel{(2.12)}{=} \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-2} \frac{a_i}{\langle 2 \rangle^{i+2}} \sum_{j=0}^{N-2-i} \sum_{m_1+\dots+m_j=N-2-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_j+3 \rangle \\ & \times \sum_{l=0}^{k+2+j} \langle l+2 \rangle \langle k+4+j-l \rangle \\ & = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-2} \frac{a_i}{\langle 2 \rangle^{i+2}} \sum_{m_1+\dots+m_{i+1}=N-2-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_i+3 \rangle \\ & \times \sum_{l=0}^{k+2+m_i+1} \langle l+2 \rangle \langle k+4+m_{i+1}-l \rangle \\ & = -\frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N-1} \frac{a_{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \\ & \quad \times \left[\sum_{l=0}^k \langle l+2 \rangle \langle k+4+m_i-l \rangle \right. \\ & \quad \left. + \sum_{l=0}^{m_i} \langle k+3+l \rangle \langle 3+m_i-l \rangle + \langle k+4+m_i \rangle \langle 2 \rangle \right] \\ & = - (9) + \frac{1}{2} \frac{1}{\langle 2 \rangle^2} \sum_{l=0}^k \langle N+2+l \rangle \langle k-l+2 \rangle \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N-1} \frac{a_{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \langle k+3+m_{i+1} \rangle \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N-1} \frac{a_{i-1}}{\langle 2 \rangle^i} \sum_{m_1+\dots+m_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \langle k+4+m_i \rangle \\ & = - (9) + \frac{1}{2} \frac{1}{\langle 2 \rangle^2} \sum_{l=0}^k \langle N+2+l \rangle \langle k-l+2 \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N-1} \frac{\alpha_{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{n_1+\dots+n_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \langle k+3 \rangle \\
 & - \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N-2} \frac{\alpha_{i-1}}{\langle 2 \rangle^{i+1}} \sum_{n_1+\dots+n_{i+1}=N-2-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_i+3 \rangle \langle k+4+m_{i+1} \rangle \\
 & - \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N-1} \frac{\alpha_{i-1}}{\langle 2 \rangle^i} \sum_{n_1+\dots+n_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \langle k+4+m_i \rangle \\
 & = - \langle 9 \rangle - \langle 10 \rangle + \frac{1}{2} \frac{1}{\langle 2 \rangle^2} \sum_{l=0}^k \langle N+2+l \rangle \langle k-l+2 \rangle \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle 2 \rangle^i} \sum_{n_1+\dots+n_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \langle k+4+m_i \rangle \\
 & + \frac{1}{2} \frac{1}{\langle 2 \rangle^2} \sum_{m_1+m_2=N-3} \langle m_1+3 \rangle \langle k+4+m_2 \rangle \\
 & = - (1) - (2) - (5) - (6) - (8) = \frac{1}{2} \langle k+3 \rangle \langle \Lambda^i p, \bar{p} \rangle - \frac{1}{2} \alpha \langle k+3 \rangle \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle 2 \rangle^i} \sum_{n_1+\dots+n_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \langle k+4+m_i \rangle
 \end{aligned}$$

Then we immediately have

$$\begin{aligned}
 F_{N+l} & = - \frac{1}{2} \langle k+3 \rangle \langle \Lambda^i p, \bar{p} \rangle - \frac{1}{2} \alpha \langle k+3 \rangle \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle 2 \rangle^i} \sum_{n_1+\dots+n_{i-1}=N-1-i} \langle m_1+3 \rangle \dots \langle m_{i-1}+3 \rangle \langle k+4+m_i \rangle \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k [\langle \Lambda^{i+2} p, q \rangle \langle \Lambda^{k-i+2} p, \bar{p} \rangle - \langle \Lambda^{i+2} p, \bar{p} \rangle \langle k-i+2 \rangle] \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

which leads to (3.4b) for $l=(k-1)$ by using $\langle \Lambda^i q, q \rangle = 1$.

Furthermore, a straightforward calculation demonstrates that F_{N-1+l} are the integrals of the motion for system (3.1), i.e. if (p, q) satisfies (3.1), then

$$\frac{dF_{N-1+l}}{dx} = 0, \quad l = 0, 1, 2, \dots \tag{3.6}$$

Finally, substituting (3.3) into both sides of (2.7b), and computing only the terms containing either $\langle \Lambda^i p, \bar{p} \rangle$ or $\langle \Lambda^i p, q \rangle$, we find that

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{2} \sum_{i=0}^k \left(\frac{1}{2} A_{ix} A_{k-i} - \frac{1}{4} A_{ix} A_{k-i, x} \right) \\
 & = \sum_{i=0}^k C_i \sum_{j=0}^{k-i} C_j \left\{ - \frac{1}{2} \langle k-i-j+3 \rangle \langle \Lambda^i p, \bar{p} \rangle + \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{k-i-j} [\langle \Lambda^{i+2} p, q \rangle \langle \Lambda^{k-i-j-l+2} p, q \rangle \right. \\
 & \quad \left. - \langle \Lambda^{i+2} p, \bar{p} \rangle \langle k-i-j-l+2 \rangle \right] - \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{k+1} C_i C_{k+1-i} \langle 2 \rangle \langle \Lambda^i p, \bar{p} \rangle + E_1, \tag{3.7}
 \end{aligned}$$

$$- \frac{1}{2} u_N \sum_{l=1}^{k+N-1} A_l A_{k+N-l} = - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k+1} C_i C_{k+N-i} + E_2$$

where E_i is a sum of terms, each of which contains only C_i and $\langle \Lambda^i q, q \rangle$. Comparing (3.7) with

(3.5), we assert that after inserting (3.3), (2.7b) can be rewritten as

$$C_{N+k} = \sum_{i=0}^k C_i \sum_{j=0}^{k-i} C_j F_{N+k-i-j} + \sum_{i=0}^{k+1} C_i C_{k+1-i} F_{N-1} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k+1} C_i C_{k+N-i} + E_3 \quad (3.8)$$

Since C_i and F_i are the integrals of the motion, E_3 must be an integral of the motion too. However E_3 doesn't contain $\langle \Lambda^j p, p \rangle$ or $\langle \Lambda^j p, q \rangle$ explicitly. So E_3 must be zero. Hence, it is easy to reformulate (3.8) as (3.4a).

Furthermore, by multiplying both sides of (3.1a) by q and using $\langle \Lambda p, q \rangle = 0$, we find

$$\frac{1}{2} \langle p_1, p \rangle_x - \frac{1}{2} \alpha \langle q, q \rangle_x + \sum_{i=0}^{N-1} u_{N-k} \langle \Lambda^{N-k} q, q \rangle = 0$$

which, by means of (2.11), yields the first integral of motion for (3.1a)

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{N-2} &= \frac{1}{2} \langle p, p \rangle - \frac{\alpha}{2} \langle q, q \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-2} \frac{(-1)^{i+1}}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^{i+1}} \sum_{m_1+\dots+m_i=N-2-i} \langle \Lambda^{m_1+3} q, q \rangle \dots \langle \Lambda^{m_i+3} q, q \rangle \end{aligned} \quad (3.9)$$

We can show by a straightforward calculation that F_{N-1-i} , \tilde{F}_{N-2} are in involution in pairs with respect to the ordinary Poisson bracket defined as

$$\begin{aligned} \{f, g\} &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} \frac{\partial g}{\partial p_i} - \frac{\partial f}{\partial p_i} \frac{\partial g}{\partial q_i} \right) \\ \text{i. e. } \{F_{N-1+i}, F_{N-1+k}\} &= 0, \quad \{F_{N-1+i}, \tilde{F}_{N-2}\} = 0, \quad i, k = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (3.10)$$

We now restrict the integrals of motion F_i to TS^{n-1} defined by (3.1c) to construct the integrals of motion F_i^* for (3.1) by requiring that the vectorfield $X_{F_i^*}$ be tangential to TS^{n-1} . For this purpose, we set [10,11]

$$F_i^* = F_i - \mu_i F - \tilde{\mu}_i G$$

and require that

$$\{F_i^*, F\}|_{TS^{n-1}} = \{F_i^*, G\}|_{TS^{n-1}} = 0 \quad (3.11)$$

(3.11) enables us to compute μ_i and $\tilde{\mu}_i$ in the following way

$$\mu_i = \frac{\{F_i, G\}}{\{F, G\}}|_{TS^{n-1}}, \quad \tilde{\mu}_i = \frac{\{F_i, F\}}{\{G, F\}}|_{TS^{n-1}}$$

Then, it is easy to obtain

$$\tilde{\mu}_i = 0, \quad \mu_1 = \dots = \mu_{N-3} = 0$$

and find

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{N-2}^* &= \tilde{F}_{N-2} - \mu_{N-2} F = H_0 \quad (3.12a) \\ F_{N-1+i}^* &= F_{N-1+i} - \mu_{N-1+i} F = \frac{1}{2} \langle \Lambda^{i+2} p, p \rangle - \frac{1}{2} \alpha \langle \Lambda^{i+2} q, q \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^i} \sum_{m_1+\dots+m_i=N-1-i} \langle \Lambda^{m_1+3} q, q \rangle \dots \langle \Lambda^{m_{i-1}+3} q, q \rangle \langle \Lambda^{m_i+3} q, q \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{i+1} [\langle \Lambda^{i+1} p, q \rangle \langle \Lambda^{i+2} p, q \rangle - \langle \Lambda^{i+1} p, p \rangle \langle \Lambda^{i+2} q, q \rangle] \\ &+ \frac{1}{2} \frac{(\langle \Lambda q, q \rangle - 1)}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle} [\langle \Lambda p, p \rangle \langle \Lambda^{i+3} q, q \rangle + \alpha \langle \Lambda^{i+3} q, q \rangle] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(-1)^i}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle^i} \sum_{n_1 + \dots + n_{N-1-i}} \langle \Lambda^{n_1+3} q, q \rangle \dots \langle \Lambda^{n_{N-1-i}+3} q, q \rangle \\
 & \times \left(\frac{\langle \Lambda^{l+3} q, q \rangle}{\langle \Lambda^2 q, q \rangle} \langle \Lambda^{n_l+3} q, q \rangle - \langle \Lambda^{n_l+4+l} q, q \rangle \right) \Big], \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (3.12b)
 \end{aligned}$$

$$F_1^* = \dots = F_{N-2}^* = 0$$

It is easy to see that $F_{N-1}^*, \tilde{F}_{N-2}^*$ are the integrals of motion for system (3.1b,c,d). (3.11) and (3.12a) imply that the flow defined by (3.1b,d) is on the tangent bundle TS^{n-1} defined by (3.1c). Also, one verifies readily that

$$\langle F_l, \mu_k F \rangle |_{TS^{n-1}} = \mu_k \langle F_l, F \rangle |_{TS^{n-1}} = 0$$

which together with (3.10) yields

$$\langle F_l^*, F_k^* \rangle |_{TS^{n-1}} = 0, \quad \langle F_l^*, \tilde{F}_{N-2}^* \rangle |_{TS^{n-1}} = 0, \quad l, k = 1, 2, \dots$$

Thus $\tilde{F}_{N-2}^*, F_l^*, l = N-1, N, \dots$ are involutive integrals of motion for the constrained Hamiltonian system (3.1b,c,d).

Observe that λ_j are distinct and the vandermonde determinant of $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ is not zero. This guarantees that $\text{grad } \tilde{F}_{N-2}^*, \text{grad } F_{N-1}^*, \dots, \text{grad } F_{N-3}^*$ are independent. When constructing F_l^* from F_l under the constraint condition $\langle \Lambda q, q \rangle = 1$, we find that $\tilde{F}_{N-2}^*, F_{N-1}^*, \dots, F_{N-l}^*$ are functionally independent. Therefore we have the following

Proposition 2. The Hamiltonian system (3.1) is completely integrable in the sense of Liouville [8].

Proposition 3. If (p, q) satisfies (3.1), then u given by (2.11) solves a certain higher order stationary equation

$$R^n \theta^{(1)} + \sum_{k=0}^{n-1} d_k R^k \theta^{(1)} = 0 \quad (3.13)$$

where constants d_k are determined by $\lambda_1, \dots, \lambda_n, C_1, \dots, C_n$.

Proof. Set

$$(\lambda - \lambda_1) \dots (\lambda - \lambda_n) = \lambda^n + \sum_{k=1}^n g_k \lambda^{n-k}$$

It follows from (3.2) that

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=0}^n d_k R^k \theta^{(1)} |_s &= \sum_{j=1}^n \psi_j \sum_{k=0}^n d_k \sum_{i=0}^k C_i \lambda_j^{k+3-i} \\
 &= \sum_{j=1}^n \psi_j \sum_{k=0}^n \lambda_j^{n-k+3} \sum_{i=0}^k C_i d_{n-k+i}
 \end{aligned}$$

Taking $d_n = 1$ and

$$d_{n-k} = g_k - \sum_{i=1}^k C_i d_{n-k+i}, \quad k = 1, \dots, n$$

we get (3.13) immediately.

4 The Hamiltonian systems obtained from the time part

It follows from (3.4a) that

$$C_i = \sum_{j=1}^i b_j \sum_{m_1+\dots+m_j=i} F_{m_1} \dots F_{m_j}, \quad i = 1, 2, \dots \tag{4.1a}$$

where $m_1 \geq 1, \dots, m_j \geq 1, F_1 = \dots = F_{N-2} = 0, b_1 = 1, b_2 = \frac{3}{2}, b_3 = \frac{5}{2}$

$$b_j = \sum_{l=1}^{j-2} b_l b_{j-l-1} + 2b_{j-1} - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{j-1} b_l b_{j-l}, \quad j = 4, 5, \dots \tag{4.1b}$$

The details for obtaining (4.1) can be found in [7].

By using F_i^* instead of F_i , C_i can be rewritten as

$$C_i = \sum_{j=1}^i b_j \sum_{m_1+\dots+m_j=i} F_{m_1}^* \dots F_{m_j}^* + (\langle \Lambda q, q \rangle - 1) \tilde{C}_i$$

When restricting C_i to TS^{n-1} , we can drop the last term $(\langle \Lambda q, q \rangle - 1) \tilde{C}_i$ since it vanishes on TS^{n-1} , and we have

$$C_i|_{TS^{n-1}} = \sum_{j=1}^i b_j \sum_{m_1+\dots+m_j=i} F_{m_1}^* \dots F_{m_j}^*, \quad i = 1, 2, \dots \tag{4.1}$$

Instead of (2.2), consider the following system

$$\varphi_{\mu_j} = -\frac{1}{4} A_x|_{\lambda-\lambda_j} \varphi_j + \frac{1}{2} A|_{\lambda-\lambda_j} \varphi_{jx}, \quad j = 1, \dots, n \tag{4.2}$$

which, under the constraint condition (2.11) and (3.1), can be reformulated as

$$\begin{aligned} q_{\mu_n}|_{TS^{n-1}} &\stackrel{(3.3)}{=} \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{n-1} \lambda_j^{n-l} \sum_{i=0}^l C_i|_{TS^{n-1}} [\langle \Lambda^{l+2-i} q, q \rangle p_j - \langle \Lambda^{l+2-i} p, p \rangle q_j] \\ &\stackrel{(2.12)}{=} \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} C_i|_{TS^{n-1}} \sum_{l=0}^{n-1-i} [\langle \Lambda^{n+1-i-l} q, q \rangle \lambda_j^{l+1} p_j - \langle \Lambda^{n+1-i-l} p, p \rangle \lambda_j^{l+1} q_j] \\ &\stackrel{(3.4b)}{=} -\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N+n-3} \left(C_i \frac{\partial F_{N+n-2-i}^*}{\partial p_j} \right) |_{TS^{n-1}} \quad (F_1^* = \dots = F_{N-2}^* = 0) \\ &\stackrel{(4.1')}{=} \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial F_{N+n-2}^*}{\partial p_j} - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{N+n-3} \sum_{i=1}^l b_l \sum_{m_1+\dots+m_l=i} F_{m_1}^* \dots F_{m_l}^* \frac{\partial F_{N+n-2-i}^*}{\partial p_j} \right) |_{TS^{n-1}} \\ &\stackrel{(2.12)}{=} \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial F_{N+n-2}^*}{\partial p_j} - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{N+n-3} b_l \sum_{i=0}^{N+n-3-l} \sum_{m_1+\dots+m_l=N+n-3-i} F_{m_1}^* \dots F_{m_l}^* \frac{\partial F_{i+1}^*}{\partial p_j} \right) |_{TS^{n-1}} \\ &= \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial F_{N+n-2}^*}{\partial p_j} - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{N+n-3} b_l \sum_{m_1+\dots+m_{l+1}=N+n-2} F_{m_1}^* \dots F_{m_l}^* \frac{\partial F_{m_{l+1}}^*}{\partial p_j} \right) |_{TS^{n-1}} \\ &= \left(-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial p_j} \sum_{l=0}^{N+n-3} \frac{b_l}{l+1} \sum_{m_1+\dots+m_{l+1}=N+n-2} F_{m_1}^* \dots F_{m_{l+1}}^* \right) |_{TS^{n-1}}, \quad (b_0 = 1, m_i \geq 1) \end{aligned} \tag{4.3}$$

Also, a direct computation shows that

$$\frac{d}{dx} \frac{\partial F_k^*}{\partial p} |_{TS^{n-1}} = -\frac{\partial F_k^*}{\partial q} |_{TS^{n-1}}, \quad k = 1, 2, \dots \tag{4.4}$$

Then (4.3) and (4.4) allow us to write (4.2), under the constraint condition (2.11) and (3.1), in canonical Hamiltonian form

$$q_{i_m} = \frac{\partial H_m}{\partial p}, \quad p_{i_m} = -\frac{\partial H_m}{\partial q}, \quad m = 1, 2, \dots \tag{4.5a}$$

$$(p, q) \in TS^{n-1} \tag{4.5b}$$

with (using $F_1^* = \dots = F_{N-2}^* = 0$)

$$H_m = -\frac{1}{2} \sum_{l=0}^m \frac{b_l}{l+1} \sum_{n_1 + \dots + n_{l+1} = N+m-2} F_{n_1}^* \dots F_{n_{l+1}}^* \tag{4.5c}$$

where $m_i \geq 1, b_0 = 1, b_l$ are given by (4.1b). The condition (3.11) guarantees that the vectorfield defined by (4.5a) is tangential to TS^{n-1} .

Proposition 4 The Hamiltonian systems (4.5) ($m = 1, 2, \dots$) and (3.1) are completely integrable and commute with each other. If (p, q) is a solution of (3.1) and (4.5) (for a fixed m), then u given by (2.11) satisfies equation (2.4).

Proof. Since $\{F_k^*, F_l^*\}|_{TS^{n-1}} = 0, \{F_k^*, H_0\}|_{TS^{n-1}} = 0$, it is easy to see that

$$\{H_l, H_k\}|_{TS^{n-1}} = 0, \quad \frac{dF_k^*}{dt_m}|_{TS^{n-1}} = \{F_k^*, H_m\}|_{TS^{n-1}} = 0, \quad l, k, m = 0, 1, \dots$$

which indicates that systems (4.5) ($m = 1, 2, \dots$) and (3.1) are completely integrable and commute with each other. Note that (2.4) is deduced from the solvability condition of (2.8) and (4.2), and that (3.1) and (4.5) are obtained by inserting (2.11) into (2.8) and (4.2), respectively. This implies that if (p, q) satisfies (3.1) and (4.5), then u given by (2.11) solves equation (2.4).

References

- [1] Cao Cewen, Stationary Harry-Dym equation and its relation with geodesics on ellipsoid, to be submitted.
- [2] Moser J, Various aspects of integrable Hamiltonian systems, in Progress in Mathematics (Birkhäuser), V. 3, P. 233., (1980).
- [3] McKean H P Jr, Springer Lecture Notes in Mathematics, V. 755(1979).
- [4] Flaschka H, Proceedings of RIMS Symposium on Nonlinear Integrable systems-Classical Theory and Quantum Theory, Kyoto, 1981, Ed M. Jimbo and T. Miwa, World Scientific, Singapore, 1983, 219-240.
- [5] Zeng Yunbo and Li Yishen, *J. Math. Phys.*, 30, 1679(1989).
- [6] Zeng Yunbo and Li Yishen, *J. Phys. A: Math. Gen.*, (1990) 23, L89.
- [7] Zeng Yunbo, The generalized Neumann hierarchy, to be appear in Physica D.
- [8] Arnold V I, Mathematical Methods of Classical Mechanics, MIR (Moscow, 1975), Springer, New York, 1978.
- [9] Antonowicz M. and Fordy A P, *J. Phys. A: Math. Gen.*, 21(1988), L269.
- [10] Moser J, Integrable Hamiltonian system and spectral theory, Proceedings of the 1983 Beijing Symp. on Diff. Geom. and Diff. Equa., Ed Liao Shantao, Science Press, Beijing 1986, 157-230.
- [11] Cao Cewen and Geng Xianguo, Classical integrable systems generated through nonlinearization of eigenvalue problem, Research Reports in Physics. Nonlinear Physics, Ed Gu Caohao, Li Yishen and Tu Guizhang, Springer-Verlag, Heidelberg 1990, 68-78.

和推广的 Harry Dym 方程族相联系的一族完全可积的 Hamilton 系统

曾云波 李翊神 陈登远

(数学系)

摘 要

将和谱问题 $\varphi_{xx} + \sum_{i=1}^N u_i \lambda^i \varphi = a\varphi$ 相联系的推广的 Harry Dym 方程族限制到它们递推算子的不变子空间, 我们得到一族 Hamilton 系统. 利用和谱问题有关的递推关系式, 可以构造这族系统的守恒积分和 Hamilton 函数, 从而证明, 这些 Hamilton 系统在 Liouville 意义下是完全可积的且两两可交换的, 同时它们的解满足推广的 Harry Dym 方程.

关键词: 完全可积的 Hamilton 系统, Harry Dym 方程族, 守恒积分, 对合.

中图法分类号: O152.5

四苯基卟啉二酸 H_4TPP^{2+} 的 共振 Raman 光谱研究

陈东明 周冬梅 王秀燕 张保忠
何天敬 辛厚文 刘凡镇

(近代化学系)

摘 要

本文研究了四苯基卟啉二酸 H_4TPP^{2+} 在固体和溶液状态下的共振 Raman 光谱。并结合红外光谱指出 H_4TPP^{2+} 分子可能存在对称中心。退偏振比测量发现 H_4TPP^{2+} 有两个反常退偏带。 H_4TPP^{2+} 分子近似具有 D_{2h} 对称性。

关键词：共振 Raman, 红外光谱, 四苯基卟啉二酸。

中图法分类号：O657.37

1 引言

目前,共振 Raman 光谱(RRS)已被广泛而有效地应用在生物大分子物质结构的研究中。特别是对于 Raman 散射截面较小而荧光背景较强的物质,共振 Raman 技术就更显示出它的优越性。卟啉是血红素、细胞色素、叶绿体等的核心部分。这类化合物在生命过程中,对诸如氧的传递(血红蛋白 Hb)、电子传递(细胞色素 C)、酶催化(过氧化酶)和光合作用(叶绿体)起着十分重要的作用。卟啉在分析化学、光化催化等方面也有着广泛的应用。近年来,这类化合物引起了科学界的广泛兴趣。用激光 Raman 光谱研究卟啉的结构和性质,已有大量的工作报道^[1-3]。例如,刘国发等人曾经用共振 Raman 光谱确证了 H_2TPP 的点群对称性为 D_{2h} ^[3]。但是,我们发现对卟啉二酸性质的研究报道很少,例如,四苯基卟啉二酸(H_4TPP^{2+})的 Raman 光谱尚

未见报道。由于它和假想的金属卟啉生成中间体——坐顶络合物(SAT)之间具有明显的光谱类似性,而 SAT 是研究金属离子与卟啉反应机理的核心所在,因此卟啉二酸的研究对于金属卟啉生成机理和动力学研究具有重要意义^[1]。

四苯基卟啉(TPP)类化合物(其衍生物和它们的金属络合物)是卟啉家族中重要的一类。其应用颇多而且合成也容易,人们对它的研究也更为重视。本文研究了 5,10,15,20-tetraphenylporphine (TPP)的二酸形式 H_4TPP^{2+} 在固体和溶液状态下的共振 Raman 光谱,并结合红外光谱,分析了 H_4TPP^{2+} 的可能对称性。

2 实验部分

游离碱四苯基卟啉(H_2TPP),按照 Adler 等人报道的方法合成并提纯^[5]。将游离碱四苯基卟啉和三氯化铁溶解在氯仿($CHCl_3$)中,卟啉浓度大约为 $2.0 \times 10^{-5} M$,氯化铁浓度约为 0.2M,制成暗绿色溶液,而后慢慢蒸发三天,得蓝黑色粉末固体样品,即为卟啉二酸 H_4TPP^{2+} ^[6]。将游离碱 H_2TPP 溶解于冰醋酸中,则制得绿色 H_4TPP^{2+} 的冰醋酸溶液。

Raman 光谱用 Spex-1403 型 Raman 光谱仪测量,光源为 Ar^+ 激光器 457.9nm 线,扫描范围为 $150-1650cm^{-1}$,激光功率 30mW,固体样品采用 Raman 背散射技术,溶液样品采用 90° 方式接收散射光。红外吸收光谱在 5DX 型 FT-IR 光谱仪上记录,吸收区段为 $400-2500cm^{-1}$ 。

3 结果与讨论

卟啉是由四个吡咯环和四个次甲基桥连接起来的大 π 共轭分子。卟啉二酸(又称质子化卟啉或卟啉二价阳离子) H_4TPP^{2+} 的结构如图 1 所示,其中心的四个氮原子每个都连接一个氢原子。

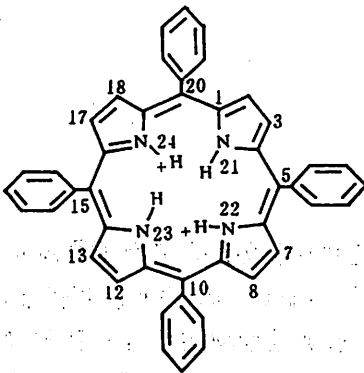


图 1 四苯基卟啉二酸 H_4TPP^{2+} 的结构简图

图 2a 为 H_4TPP^{2+} 的正常 Raman 谱,激发波长为 514.5nm,功率 60mW。由于背景干扰大,得不到任何信息。由 H_4TPP^{2+} 的紫外-可见吸收光谱可知其在 450nm 附近有一个非常强的吸收带(Soret 带)^[7,8]。因此,选择激发光源为 Ar^+ 激光器的 457.9nm 线,可以很好地在其共振范围之内。图 2b 和图 3 分别为 H_4TPP^{2+} (固体)的共振 Raman 谱和红外吸收谱。表 1 列出了它们的谱带波数。由于不相容定则的存在^[9],即在一个中心对称的分子中,没有既是 Raman 活性

又是红外活性的振动,我们可以通过比较 Raman 谱和红外谱的数据来判断一个分子是否有对称中心。 H_4TPP^{2+} 大约有近 30 个谱带,其中仅有 5 个频率是 Raman 和红外谱共有的,或者说是相近的。 H_4TPP^{2+} 的结构庞大,对于这样一个有大量 Raman 和红外谱带的体系,偶然重合是难免的^[2]。由此可以推断 H_4TPP^{2+} 可能有对称中心,或者说其平面弯曲程度很小。这 5 个相近的

谱带有 $1004, 1080, 1232, 1386\text{cm}^{-1}$ 等, 属于吡咯环相关的振动^[10], 这表明 4 个吡咯环可能稍微偏离中心对称排列。

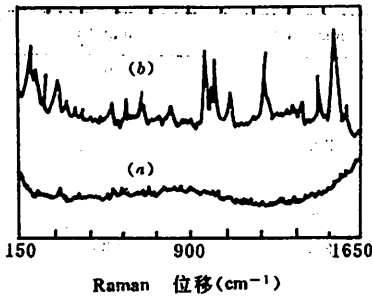


图 2 (a) H_4TPP^{2+} 固体的正常 Raman 光谱, 激发波长 457.9nm , 功率 30mW ; (b) H_4TPP^{2+} 固体的共振 Raman 光谱;

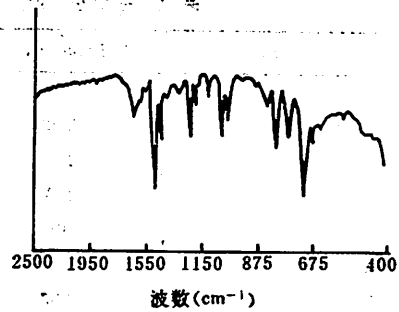


图 3 H_4TPP^{2+} 固体的红外光谱

图 4 是固体 H_4TPP^{2+} 的平行和垂直偏振分量的共振 Raman 谱。正常情况下某一谱带的退偏振比 $\rho = (I_{\perp}/I_{\parallel}) < \frac{3}{4}$ 。但也有反常情形, 如图 4 中的 $1544\text{cm}^{-1}, 817\text{cm}^{-1}$ 带就是反常偏振带, $\rho = (I_{\perp}/I_{\parallel}) \sim 7$ 。根据群论分析^[11], 卟啉分子在共振 Raman 谱中可能出现反常偏振带的对称性为 $C_{4v}, D_{2d}, D_4, D_{4h}$ 。由前人进行理论分析的结果可知: 只有面内中心对称振动才会有共振增强。由群论知 D_{4h} 群有 $9A_{1g} + 8A_{2g} + 9B_{1g} + 9B_{2g} + 18E_g$ 面内振动和 $3A_{1u} + 6A_{2u} + 5B_{1u} + 4B_{2u} + 8E_u$ 面外振动^[12]。其中具有 u 对称性的是红外活性, 具有 g 对称性的是 Raman 活性。而在这些 Raman 活性振动中只有 A_{2g} 振动模的退偏振比是反常的, 即 $\rho > \frac{3}{4}$ 。与文献^[12]相比较, 1544cm^{-1} 和 817cm^{-1} 均接近 A_{2g} 对称性。由本文前一部分的讨论可知, 固体 H_4TPP^{2+} 近似有对称中心。图 4 的分析结果进一步表明固体 H_4TPP^{2+} 近似于 D_{4h} 对称性。

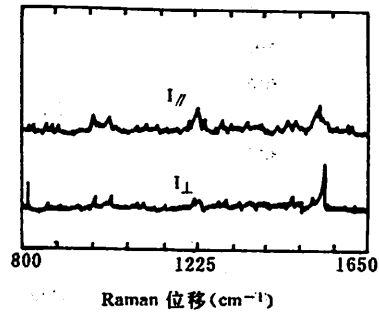


图 4 固体 H_4TPP^{2+} 的平行和垂直偏振分量的共振 Raman 光谱

卟啉类化合物在紫外—可见区对光有强烈的吸收。通过对金属卟啉, 游离碱卟啉和质子化卟啉的 UV 谱特征的对照分析, 得出结论 H_4TPP^{2+} 具有 4 次轴对称的特征^[8]。而且 X 射线研究的结果也证实 H_4TPP^{2+} 存在 S_4 轴^[6]。这与本文结论相一致。

在表 1 中, 同时列出了 Ksenofontova 等人的固体游离碱卟啉 H_2TPP 分子共振 Raman 谱带 (激发波长为 4416\AA)^[13]。与我们的 H_4TPP^{2+} 结果比较, 二者 800cm^{-1} 以上的高波数带相近。表明 H_4TPP^{2+} 与 H_2TPP 有几何形状相近的卟啉外环。但在 800cm^{-1} 以下的谱带, 二者差别较大。已知这些谱带在金属卟啉中是金属敏感带^[1], 因此这种差别反映了与质子相连接的卟吩核中

心四个氮原子相关的振动的不同.

表 1 H_2TPP^{2+} 的红外和 Raman 谱带(单位: cm^{-1})

IR	Raman (a)	Raman (b)	Raman (c)
			193
	202	202	
	226	226	
	272		
	326	318	
		344	334
	368		
			413
	560	566	
	624	620	
637			
	698	696	
706			
759			
807			
	824		826
835			
			882
		896(HAc)	
		958	967
983	980		
1001	1004	1006	1005
	1014		
1042			
1087	1080	1082	1080
1229	1232	1238	1232
1288			1292
		1368	
1387	1386		
1440			
	1466	1476	
1479			
			1495
	1534	1542	
			1548
	1592	1598	1593

(a) H_2TPP^{2+} 固体样品;

(b) H_2TPP^{2+} 溶液样品, HAc——溶剂冰醋酸的谱带;

(c) 游离碱 H_2TPP , 引自文献[13].

图 5(a)、(b)分别为 H_4TPP^{2+} 的冰醋酸溶液和冰醋酸的 Raman 谱. 激发波长为 457.9nm. H_4TPP^{2+} 溶液的共振 Raman 谱带也已列于表 1. 由表 1 可以看出,若扣除溶剂冰醋酸的谱带, H_4TPP^{2+} 溶液与 H_4TPP^{2+} 固体的共振 Raman 光谱基本一致. 个别谱带频率稍有出入,可归因于极性溶剂分子的诱导效应.

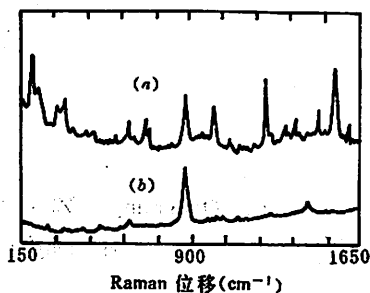


图 5 (a) H_4TPP^{2+} 冰醋酸溶液的共振 Raman 光谱
(b) 溶剂冰醋酸的 Raman 光谱

总结现有的 H_4TPP^{2+} 的实验数据,紫外一可见吸收光谱结果,推断它有 4 次对称轴^[3];X 射线衍射结果证实 H_4TPP^{2+} 存在 S_4 对称轴;而本文测到它的反常退偏比,群论分析指出^[11],它只能属于 C_{4v} 、 D_{2d} 、 D_4 、 D_{4h} 群. 而要同时满足上述三方面的实验结果, H_4TPP^{2+} 只能是 D_{4h} 对称性. 结合本文前面的 Raman 和红外光谱分析,我们提出 H_4TPP^{2+} 是近似于 D_{4h} 对称性的结构.

本项工作得到校结构中心许存义、左健老师和十二系陈昆松老师的大力协助. 对于他们的热情帮助,深表谢意.

参 考 文 献

- [1] Felton R H and Yu.N-T., in "The Porphyrins", Vol. II, Ch. 8 (ed. by Dolphin, D.), Acad., N. Y., 1987: 347.
- [2] Bernstein H J, et al., *J. Raman Spectros.* 3 (1975), 303.
- [3] 刘国发等,化学通报,1988, No. 10, 14.
- [4] Longo F R et al., in "The Porphyrins", Vol. V, Ch. 10 (ed. by Dolphin, D.), Acad., N. Y., 1978: 462.
- [5] Adler A D et al., *J. Org. Chem.*, 32 (1967), 476.
- [6] Stone A and Fleischer E B, *J. Am. Chem. Soc.*, 90 (1968), 2735.
- [7] Meot-Ner M and Adler A D, *J. Am. Chem. Soc.*, 97 (1975), 5107.
- [8] Gouterman M, in "The Porphyrins", Vol. II, Ch. 1 (ed. by Dolphin, D.), Acad., N. Y., 1978:10
- [9] D. A. 朗著,顾本源译,喇曼光谱学,科学出版社,北京,1983:90
- [10] Cotton T M et al., *J. Am. Chem. Soc.*, 104 (1982), 6528.
- [11] McClain W M, *J. Chem. Phys.*, 55 (1971), 2789.
- [12] Bernstein H J et al., *J. Raman Spectros.*, 4 (1976), 295.
- [13] Ksenofontova N M et al., *Z. Prikl. Spektrosk.*, 20 (1974), 834.

Resonance Raman Studies of Tetraphenylporphine Diacid H_4TPP^{2+}

Chen Dongming Zhou Dongmei Wang Xiuyan Zhang Baozhong
He Tianjing Xin Houwen Liu Fanzhen

(Department of Modern Chemistry)

Abstract

Resonance Raman spectra are reported for 5,10,15,20-tetraphenylporphine diacid H_4TPP^{2+} in the solid state and in the solution. Comparison between the Infrared and Raman data for H_4TPP^{2+} provides evidence that the H_4TPP^{2+} molecule may have a centre of symmetry. Depolarization ratio measurement for H_4TPP^{2+} reveals the presence of two anomalously polarized vibrations ($\rho \sim 7$). The results show an approximate D_{4h} symmetry for the H_4TPP^{2+} molecule.

Key words: resonance Raman, IR spectrum, 5,10,15,20-tetraphenylporphine diacid.

二氧化硫和烷烃的光化学烟雾形成研究

俞书勤

(近代化学系)

摘 要

SO₂与烷烃在337nmN₂分子激光辐照下生成光化学烟雾。实验测量了烟雾的平均颗粒大小,烟雾的稳定散射光强度与N₂分子激光功率、烷烃的C-H键键能以及温度的关系,得到反应表现活化能为-16kcal/mole。结果表明光化反应的第一步是H原子提取反应,光化学烟雾是依靠van der Waals力将分子集合在一起的。

关键词: SO₂, 烷烃, 光化学, 烟雾。

中图法分类号: O644.13

1 引言

SO₂是大气中重要的污染源之一。基态SO₂分子吸收2500-3400Å或3400-4000Å波长的光以后,会分别跃迁到单重激发态¹A₁→¹B₁或三重激发态¹A₁→³B₁,这些激发态SO₂分子都具有很强的反应性能。因此大气中SO₂与其它气体在太阳光辐照下就会有許多光物理和光化学过程产生,甚至形成光化学烟雾。为了预防和治理大气污染,需要对这些过程有深入了解。多年来,对于SO₂光物理和光化学过程已经开展了相当多的研究^[1-5]。

SO₂与烷烃的光化学反应过程和机理研究很受人们重视。最初Dainton和Ivin研究了SO₂与n-C₄H₁₀在紫外光辐照下的光化学反应^[4],得到产物是C₄H₉SO₂H,认为这是一个插入反应。他们测量不同n-C₄H₁₀压力下的反应速率,提出了一个简化的反应动力学历程。Penzhorn等对此光化反应产物进行详细分离和分析^[5],认为反应的第一步是氢原子提取过程,支持Calvert^[6]关于SO₂与烷烃光化反应是自由基反应机理的观点。他们还观察到SO₂与n-C₄H₁₀生成光化学烟雾的现象。Makarov等用波长为3130Å光辐照SO₂-C₃H₈-NO体系^[7],由于NO是很好的

自由基捕获剂,实验进一步证实此光化学反应的自由基反应性质.

虽然以上有些研究工作中观察到 SO_2 与烷烃的光化学烟雾生成,但至今没有关于烟雾生成规律的详细报道. 本文用光散射方法检测 SO_2 与烷烃光化学烟雾的生成,考察其生成规律. Ross^[8]和 Ernst^[9]也曾用这种光散射方法分别研究过 NO_2 - SO_2 和纯 CS_2 的激光诱导生成烟雾的现象和规律.

2 实验

本实验中采用二束激光分别作为激发光源和探测光源. 其实验装置示意图如图 1 所示.

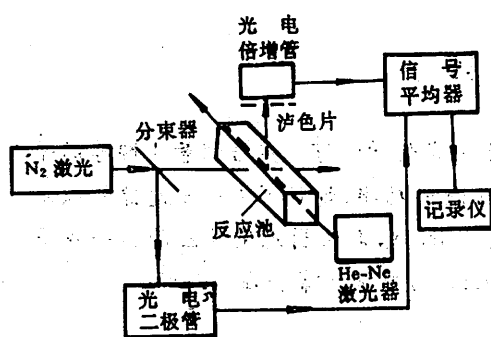


图 1 实验装置示意图

脉冲 N_2 分子激光器 (NRG-0.7-5-200) 输出的 337nm 激光尚处于 SO_2 的 ${}^1\text{A}_1 \rightarrow {}^1\text{B}_1$ 吸收带边缘,用以激发 SO_2 分子. 激发态 SO_2 很容易与烷烃发生化学反应,甚至产生光化学烟雾,而不用光照的 SO_2 与烷烃混合物长期放置也不发生化学反应.

实验使用的 N_2 分子激光脉冲功率为 0.3mW ,重复频率为 10Hz 或 30Hz ,脉宽 5ns . 用 1—4 块 1mm 厚玻璃片衰减激光的透射,可使激光平均功率在 $15\text{—}40\text{mW}$ 之间变化. N_2 分子激光通过一个分束器,其中 90%

的透射光进入反应池, 10% 反射光至光电二极管,然后去触发信号平均器.

一束 He-Ne 激光在与 N_2 分子激光垂直方向上进入反应池. He-Ne 激光不会使 SO_2 激发而产生化学反应. 若反应池内有光化学烟雾存在,当 He-Ne 激光通过时就会有肉眼可见红色散射光产生. 实验在垂直于两束激光所在平面方向上用 RCA1P28A 光电倍增管接受散射光,此散射光信号送入 PAR(162)Boxcar 信号平均器. 散射光强度随时间变化记录在 LIC232 记录仪上. 在光电倍增管前而放置一块 Corning2-62 滤色片,只允许 6328\AA 的散射光进入光电倍增管.

反应池是 $4\text{cm} \times 4\text{cm} \times 10\text{cm}$ 长方形玻璃容器. 反应池和配气的真空系统都使用无油脂活塞;而且真空系统是无汞的,以避免油脂和汞蒸汽对光化反应影响.

SO_2 和烷烃气体取自钢瓶气,纯度为 99.9% ,液体烷烃是分析纯的. 它们都在真空系统中经过低温分馏处理.

烟雾颗粒大小用时间相关函数方法测量^[10].

为了考察光化学烟雾生成与温度的关系,用电加热带来加热反应器. 一对热电偶紧贴在反应池中部的外表面上,然后包复电加热带和隔热材料. 改变加热电流强度,并每次使反应器达到热平衡,由热电偶指示的各个温度作为反应器不同温度值. 热电偶的测量温度可以稳定控制在 $\pm 0.5^\circ\text{C}$.

3 结果和讨论

3.1 烟雾颗粒大小

用时间相关函数方法测定多种 SO_2 和 $n\text{-C}_4\text{H}_{10}$ 组分下光化学烟雾平均颗粒直径, 结果列于表 1.

表 1 的烟雾颗粒平均大小在 $0.2\text{--}0.4\mu\text{m}$ 之间. Ernst 通过测量散射光角分布方法得到纯 CS_2 在 N_2 分子激光辐照下所生成光化学烟雾颗粒大小为 $0.6\text{--}1.2\mu\text{m}^{[9]}$, Penzhorn 用静电颗粒收集器测得高压汞灯辐照 SO_2 和 $n\text{-C}_4\text{H}_{10}$ 的光化学烟雾颗粒范围是 $1.5\text{--}1.9\mu\text{m}^{[11]}$. 这里不同的测量方法和体系所测得颗粒大小绝对值有些差异, 但它们各自的变化范围都是不大的.

表 1 各种组分下的烟雾颗粒直径

SO_2 压力 (torr)	150	150	550	450	300	150
$n\text{-C}_4\text{H}_{10}$ (torr)	50	50	50	150	300	450
颗粒直径 (μm)	0.28	0.38	0.40	0.30	0.28	0.20

散射光强度是与烟雾的颗粒数和颗粒直径有关^[12]. 由于这里颗粒平均大小基本上是恒定的, 因此可以认为实验测量散射光强度直接与烟雾浓度成正比.

典型的散射光强度随时间变化情况如图 2 所示. 激发光源开始辐照以后, 经过一个短暂诱导期, 散射光强度随时间迅速增加, 然后达到一个稳定值, 而且这稳定状况能维持相当长一段时间, 然后再缓慢下降.

Heicklen 等研究 SO_2 与 C_2H_2 光化学烟雾形成过程指出^[13], 这个气相光化反应首先生成三聚体 $\text{C}_3\text{H}_4\text{S}_2\text{O}_3$ (记为 T), 以后很快发生聚集 ($\text{T} + \text{T}_n \rightarrow \text{T}_{n+1}$) 和凝结 ($\text{T}_n + \text{T}_m \rightarrow \text{T}_{n+m}$), 颗粒达到一定大小以后就沉降到容器底部, 烟雾凝聚和沉降之间的平衡可维持很长时间. 这里, SO_2 与烷烃光化学烟雾生成过程也是类似的, 有相当长的散射光稳定时间.

以下实验考察各种条件下达到稳定的散射光强度, 以比较各种条件下烟雾达到的最大浓度. 下文中所述散射光强度 I 即指达到稳定时散射光强度值.

3.2 N_2 分子激光强度对烟雾生成影响

为了确定烟雾生成与入射激光功率的关系, 实验对 100torr SO_2 和 $100\text{torr } n\text{-C}_4\text{H}_{10}$ 混合气体, 用经过玻璃片衰减的不同功率 N_2 分子激光辐照, 测量其散射光强度. 实验结果示于图 3. 散射光强度与激光强度之间线性关系表明, 烟雾生成是一种单光子过程, 不存在多光子效应.

3.3 烟雾生成与 C-H 键能的关系

实验测量 150torr SO_2 和 50torr RH 生成烟雾的散射光强度, 这些数据列在表 2 之中. 表 2 同时还给出了各种烷烃 α, β, γ 位 C-H 键的键能, 而且根据不同 C-H 键数目折算出 α, β, γ 位的每个 H 原子对散射光强度的贡献. 在此折算中, $\text{C}_3\text{H}_8, n\text{-C}_4\text{H}_{10}, i\text{-C}_4\text{H}_{10}, n\text{-C}_5\text{H}_{12}, n\text{-C}_6\text{H}_{14}$ 的 α

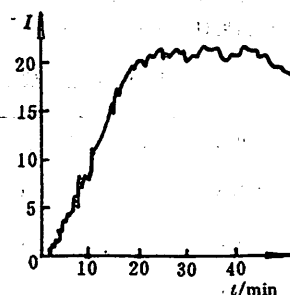


图 2 散射强度随时间变化

位 H 原子对散射光的贡献都采用 C₂H₆ 的数值。

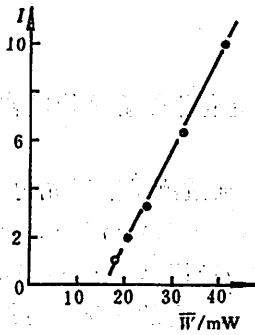


图 3 散射光强度与激光平均功率关系

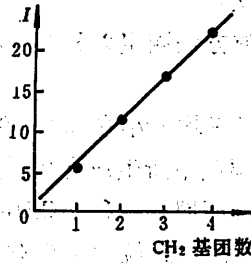


图 4 散射光强度与 CH₂ 基数关系

对于 C₂H₆、C₃H₈、*n*-C₄H₁₀、*n*-C₅H₁₂、*n*-C₆H₁₄ 分子,除了均含有二个 CH₃ 基团外,其 CH₂ 基数依次为 0、1、2、3、4。将 CH₂ 基数与散射光强度作图,得到如图 4 所示线性关系。说明这些分子中,所有 CH₂ 基团每个 H 原子反应能力都相同的。

表 2 各种 C-H 键对光化学烟雾生成的关系

烷烃 (RH)	相对散射 光强度(I)	C-H 键数目和键能(kcal/mol)*				I/C-H 键数目						
		CH ₄		CH ₃		CH ₂		CH	α位	β位	γ位	
		数目	键能	数目	键能	数目	键能	数目	键能			
CH ₄	0.2	4	104							0.05		
C ₂ H ₆	1.3			6	98					0.217		
C ₃ H ₈	5.8			6	98	2	94.5			0.217	2.25	
<i>c</i> -C ₃ H ₈	2.0					6	101				0.33	
<i>n</i> -C ₄ H ₁₀	12.0			6	98	4	94.6			0.217	2.68	
<i>i</i> -C ₄ H ₁₀	5.4			9	98			1	91	0.217		3.45
<i>n</i> -C ₅ H ₁₂	17.2			6	98	6	96			0.217	2.65	
<i>neo</i> -C ₅ H ₁₂	7.8			12	95.5					0.65		
<i>n</i> -C ₆ H ₁₄	22.3			6	~98	8	~96			0.217	2.65	

* 键能的数值取自, J. A. Kerr, Chem. Rev. 66 (1986)1456; T. L. Cottrell, The Strengths of Chemical Bonds, Plenum, 1958, 57.

这个结果与 Spicer 等通过对 SO₂ 与 C₂H₆、C₃H₈、C₄H₁₀ 光化反应产物分析得到 α、β 位 H 原子反应能力的结果是一致的^[14]。

从我们实验结果可以看出,各种烷烃中 H 原子反应能力依次是:CH>CH₂>CH₃>CH₄。根据表 2 折算结果,现将不同类型 H 原子反应能力相对比值列于表 3 中,并且与 Dainton^[4]和 Penzhorn^[5]结果相对照,只是我们的 γ 位 H 原子相对反应能力数值略偏小一些。

表3 C-H键的相对反应能力

CH ₄	-CH ₃	>CH ₂	-CH	作者
0.29	1.0	8.0~10.2	28	Dainton & Ivin ^[4]
	1.0	10.5~12.9	81.9	Penzhorn <i>et al.</i> ^[5]
0.23	1.0	11.8~12.4	19.2	本工作

由表2还可以看到, H原子相对反应能力与C-H键能有强烈依赖关系. 若考察表2中所有β位C-H键能, 可以看到C₃H₈, n-C₄H₁₀, n-C₅H₁₂, n-C₆H₁₄的β位C-H键能比较接近, 所以它们的相对反应能力也很相近. 而c-C₃H₈有6个β位H原子, 由于它的C-H键能远大于上述其它分子, 所以c-C₃H₈的β位H原子反应能力0.33要比其它分子的2.65低得多. 对于C₂H₆, C₃H₈, n-C₄H₁₀, i-C₄H₁₀, n-C₅H₁₂, n-C₆H₁₄, 其α位C-H键能几乎相同, 所以我们可以都选用C₂H₆的H原子反应能力数值作为其它这些分子的α位H原子反应能力值. 但是neo-C₅H₁₂有12个α位H原子, 由于其C-H键能比上述其它分子要弱, 所以neo-C₅H₁₂的H原子反应能力0.65就比其它分子的α位H原子反应能力0.217要大得多.

综合我们上述这些结果, 也进一步支持了Calvert^[6], Penzhorn^[6]和Spicer^[14]等认为SO₂与烷烃光化反应是H原子提取反应, 也就是属于自由基反应机理的结论. 反应的第一步是SO₂+RH→R+SO₂H, 以后相继是快速自由基反应过程, 形成多种反应产物, 然后快速聚集成烟雾.

3.4 烟雾生成与温度的关系

实验对150torr SO₂和50torr n-C₄H₁₀混合物测量了温度范围在24.0-40.5℃之间所生成光化学烟雾的散射光强度. 实验发现随着温度升高, 光化学烟雾的散射光强度明显减弱.

由于实验已观察到各种条件下烟雾达到稳定时散射光强度数值与烟雾生成速率即图2中散射光强度随时间变化上升段的斜率有近似的正比关系, 因此这里将lnI与 $\frac{1}{T}$ 来作图, 可以得到一个近似的Arrhenius关系图, 由图5所示. 图5给出表观活化能为-16kcal/mole. 这里负温度关系表明所生成烟雾的分子间结合是一种Van den Waals的相互作用.

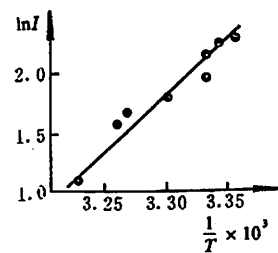


图5 相对散射强度与温度关系

Dainton和Ivin曾分别测量SO₂与正丁烷和正丁烯光化学反应产物生成速率与温度的关系, 已经观察到不显著的负温度关系, 得到该类光化反应活化能约为-1.7kcal/mole^[4]. 现在这里测得光化学烟雾生成的负活化能要比他们的光化反应的结果大一个数量级. 因为前面已经说明, 光化学烟雾生成过程是首先发生光化学反应, 然后反应产物分子迅速聚焦和凝结形成烟雾. 这些聚集和凝结作用是靠分子间的Van den Waals力维持的, 温度的升高对这样的聚集和凝结作用是非常不利的. 所以本实验得到光化学烟雾生成具有较大的负活化能是显然的了.

关于SO₂与烷烃光化学烟雾的生成与反应物浓度之间关系及其动力学机理将在后文中予以讨论.

参 考 文 献

- [1] Bufalini M, *Environ. Sci. Technol.*, **5**(1971),685.
- [2] Calvert J G, Su F, Bottenheim J W and Strausz O P, *Atm. Environ.*, **12**(1978),197.
- [3] Heicklen J, Kelly N and Partymiller K, *Rev. Chem. Intermediates*, **3**(1980), 315.
- [4] Dainton F S and Ivin K I, *Trans. Faraday Soc.*, **46**(1950), 374-382.
- [5] Penzhorn R D, Stieglitz L, Filby W G and Gunther K, a) *Chemosphere*, **3**(1973),111; b) *Int. J. Chem. Kinet.*, Symposium 1, **7**(1975),611.
- [6] Badcock C C, Sidebottom H W, Calvert J G, Reinhardt G W and Damon E K, *J. Amer. Chem. Soc.*, **93**(1971), 3115.
- [7] Makarov V I, Skubnevskaya G I and Bazhin N M, *Int. J. Chem. Kinet.*, **13**(1981),231.
- [8] Iwamoto K, Presser N and Ross J, *J. Chem. Phys.* **68**(1978),663.
- [9] Ernst K and Hoffman J J, *Chem. Phys. Lett.*, **68**(1979),40.
- [10] Wang C H, *Spectroscopy of Condensed Media—Dynamics of Molecular Interactions*, Academic Press INC, Orlando, 1985,167.
- [11] Jordan H and Penzhorn R D, *Ber Bunsenges Phys. Chem*, **79**(1975),266.
- [12] Hayes W and Loudon R, *Scattering of Light by Crystals*, Wiley, New York, 1978;2.
- [13] Heicklen J and Luria M, *Int. J. Chem. Kinet.*, Symposium 1, **7**(1975),567.
- [14] Smith P P and Spicer L D, *Chemosphere*, **1**(1977),387.

Studies of the Formation of Photochemical Aerosols Containing SO₂ and Alkane

Yu Shuqin

(Department of Modern Chemistry)

Abstract

When 337nm N₂ laser irradiates SO₂ and alkane, photochemical aerosols are formed. In this paper the average particle sizes of aerosols are measured. The relations of scattering light intensity to laser intensity, C—H bonding energy and temperature are examined. The experiment results indicate that the initial step of this photochemical reaction is an H abstraction from RH by excited SO₂ and that intermolecular actions of aerosols depend on van der waals force.

Key words: SO₂, alkane, photochemistry, aerosol.

波动薄板游动的展向变形作用和壁面效应

程健宇 庄礼贤 童秉纲

(近代力学系)

摘 要

采用非定常势流理论对鱼类的尾鳍摆动推进功能进行了一系列的分析,着重考察了尾鳍展向变形对中等以上展弦比的尾鳍作纵向波动时的推进性能的影响,以及底栖鱼类近底游动时的壁面效应。

关键词: 动物运动, 生物力学, 非定常流动。

中图法分类号: O351.3, R318.01

1 引言

对鱼类尾鳍推进的研究,无论是采用俯仰和沉浮组合振动的刚性平板模型^[1,2],还是采用行波型运动的柔板模型^[3,4],以往都假定板面没有展向变形。对于鳗鲡推进模式游鱼和大部分鲹科推进模式游鱼,这一假定基本上是合理的。然而,对中等以上展弦比的叉形尾和月牙尾摆动,就会沿尾鳍展向出现一定程度的弯曲,这主要是尾鳍受到流体反作用力所导致的波动变形。本文将讨论展向变形对波动柔板推进性能的影响。略加推广,本方法也可用来研究某些鸟类与昆虫拍翼的飞行性能。

有些鱼类在进化过程中适应了底栖生活,体形上变得背腹平扁,左右宽阔,称为平扁形鱼,如缸和鳐等。这类鱼的背鳍和尾鳍已显著退化或消失,但胸鳍扩大,与体躯组成体盘,成为主要的推进器官。当这些底栖鱼贴近水底运动时,壁面对游动会有明显的影响。本文也将对波动板近底游动时的壁面效应作一些分析,以期说明底栖鱼的游动特性。

2 理论模型

设体轴系中波动板的运动方程为

$$Z = h(x, y, t) \operatorname{Re}[H(x, y) e^{i(\omega t - kx)}] \quad (1)$$

其中, Re 代表取实部; ω 和 k 分别为约化频率和行波波数. 解除尾鳍展向无变形的假定, 即设 $\partial h / \partial y \neq 0$, 并用三次曲面来逼近波包面, 有

$$H(x, y) = H_0 + H_1 x + H_2 y + H_3 x^2 + H_4 xy + H_5 y^2 + H_6 x^3 + H_7 x^2 y + H_8 xy^2 + H_9 y^3 \quad (2)$$

若仅考虑常速巡游的状态, 可设尾鳍面关于 $y=0$ 对称, 从而去掉(2)式中含 y 奇次幂的项. 如再假设不同弦向位置上具有相似的展向变形, 则可将尾鳍面运动方程写成如下形式:

$$h(x, y, t) = \sum_{n=1}^4 A_n(y) e^{i\psi_n} x^{n-1} e^{i(\omega t - kx)} \quad (3)$$

其中

$$A_n(y) = A_n \left[1 + A_n \left(\frac{y}{b} \right) e^{i\psi_n} \right] \quad (4)$$

A_n, A_n, ψ_n, ψ_n 均为实常数, b 为半展宽. A_n 的大小反映了展向变形的程度.

围绕这样一个波动板的非正常势流问题可以用涡环法求解^[3]. 但是, 当波动板贴水底游动时, 要满足水平底面上固壁不可穿透的边界条件. 对于不可压缩势流, 该边界条件易于通过镜像原理来处理. 为了描述游动的推进性能, 要给出维持运动的输入功率, 尾鳍产生的推力和推进效率等. 将时间平均意义上的无量纲输入功率和推力分别记为 C_S 和 $C_T = C_{TS} + C_{TF}$, 这里 C_{TS} 代表由前缘吸力提供的推力系数, C_{TF} 为压差推力系数. 通常还引进一个参数

$$\gamma_s = C_{TS} / C_T \quad (5)$$

称为吸力比. γ_s 过大意味着可能出现前缘分离流动, 从而使游动性能变坏, 这在巡游状态下一般不会出现.

水生动物游动的流体力学推进效率定义为

$$\eta = C_T / C_S \quad (6)$$

追求高效率是动物进化的目标之一, 因而理论分析还可以从探讨最佳运动方式的反问题角度来进行, 即探讨一定推力下, 何种运动方式将使能耗为最低. 在文[4]中, 我们给出了求最佳弦向运动的方法(那里设展向无变形). 它表述为, 在推力恒定(即 $C_T = C_{T0} = \text{常数}$)时, 确定出使效率达到最高的最佳 A_n, ψ_n 组合. 理论分析还表明, 最佳参数 $(A_n, \psi_n)_{opt}$ 与 C_{T0} 无关, 因此, C_T 也可看作对应于最佳运动方式的正问题的解.

3 具有展向变形的波板游动

(4)式中的 ψ_n 取为零, 有如下运动方式

$$Z = h(x, y, t) = \left[1 + A_s \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right] [A_1 + A_2 x e^{i\psi}] e^{i(\omega t - kx)} \quad (7)$$

再分别取 $A_s = -1.0, -0.5, -0.1, 0, 0.1, 0.5, 1.0$, 其中, 小于零的 A_s 表示摆幅向鳍梢逐渐减小; 极端情形是 $A_s = -1$, 它表示鳍梢处的横向振幅为零. 对于中等以上展弦比的尾鳍, 人们观察到尾鳍的摆幅沿展向有不同程度的衰减. A_s 大于零表示摆幅沿展向增大, 尽管这种尾鳍运动并不多见, 但在理论上仍有探讨的价值, 因为一些昆虫与鸟的拍翼活动与此相近.

我们对展弦比 $AR=8$ 的矩形行波板, 计算了三种弦向波动状况: 0次幂波幅、1次幂波幅和 $(0, 1)_{opt}$, 即 0次与 1次幂函数的最佳组合解. 图 1 给出了 $k=\pi/2, \omega=2, b=4$ 时的波动板解

与 A_s 的关系, 可以看出, 随着 A_s 增加, 0 次与 1 次幂波幅的推力系数单调增加, 这一点是显然

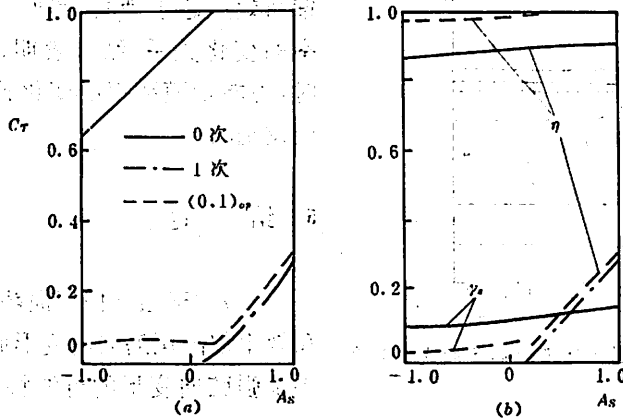


图 1 展向变形对矩形波动板推动特性的影响

的: 因为压差推力大体正比于摆幅, 鳍面摆幅增加必然导致推力系数和输入功率相应增大. 但计算结果还表明效率也随 A_s 增加而增大, 这应当主要归因于前缘吸力的贡献. 因为侧缘条件要求鳍梢压差为零, 故梢部对压差推力贡献甚小, 对应的输入功也小; η 随 A_s 的增大必然是前缘吸力增大导致总推力加大的结果. 另一方面, 也应看到, 虽然 γ_s 随 A_s 而增大, 但其值仍在可接受的范围内. 从图 1 可看出, 当 $-1 < A_s < 0.3$ 时, 最佳方式解随 A_s 变化平缓; 大约在 $A_s > 0.3$ 以后, “最佳”解与 1 次幂解重合, 此时, 该曲线已不表示真实的最佳姿态.

图 2 给出了 $AR=8, w=2, b=1$ 时, 推力系数和推进效率在 $A_s=0.5$ 和 -0.5 时随波数的变化关系: 图中曲线表明, 展向变形并不改变 C_r 与 η 随 k 的变化趋势, 并且当 K 增大(即波动特征加强)时, 展向变形的影响减弱. 从局部二维分析的角度来看, 展向变形不会改变二维剖面的推进性能, 所以, 展向变形对推进性能的影响是由三维效应引起的. 研究表明^[3], 波动特征加强会减弱三维效应, 故而也会减少展向变形的影响.

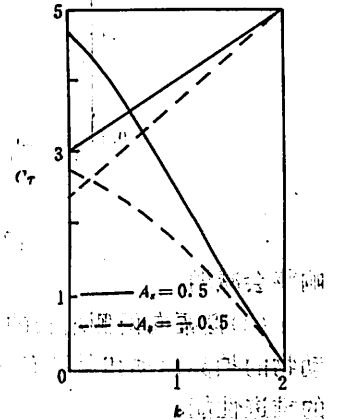


图 2 两种展向变形波动板的推力随波数的变化

4 波板运动的非定常地面效应

令(4)式中的 $A_s=0$ (即不计展向变形), 设 h_s 为波动板至地面的平均高度. 对 $AR=1$ 的方板, 取 $k=\pi, w=6, b=0.5$ 时力能 C_r, η, γ_s 随 h_s 的变化见图 3, 图中画出了 0 次与 1 次幂函数两种波幅状态的计算结果. 当板距地面的高度与板的参考长度相当, 即 $h_s \approx 1$ 时, 推力系数开始受到地面的影响. 随 h_s 减小, 即向地面靠近时, C_r 单调增加; 当 $h_s = 0.05$ 时, C_r 大约增加 30%. 地面对推进效率和吸力比的影响要弱一些, 约在 $h = 0.1$ 时, η 和 γ_s 才略有升高.

图 4 给出了 $w=8$ 和 h_s 分别为 0.1 和 0.05 两种高度下, 对应的力能特性与 $h_s = \infty$ (不存在底面)时对应值之比随波数的变化关系. 可以看出, 随着波数的增加, 壁面对推力系数的影响减

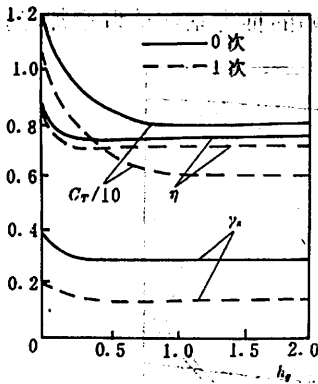


图 3 矩形波动波力能特性随距地高度的变化关系

弱, η/η_∞ 受壁面影响则更小. 高波数时, 效率的壁面效应趋于消失. 我们还计算了力能量随频率的变化关系, 结果表明, 当波动板贴地运动时, 力能量随频率的变化趋势与远离地面时几无差别.

5 结 论

(1) 对于通常摆幅向鳍梢减弱的情况, 推力和效率都因尾鳍展向变形而有所降低. 但是, 如果加强弦向变形的行波特征, 则展向变形的影

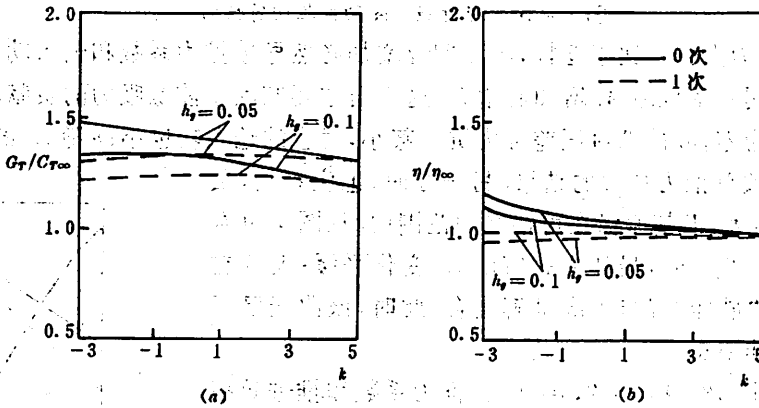


图 4 贴地运动波动板推进特性随波数的变化关系

响将会减弱.

(2) 摆幅向两侧增长的推进运动, 不仅具有更高的推力系数, 而且具有更高的推进效率. 飞行动物的拍翼运动和某些鱼类的胸鳍摆动, 与这种运动方式接近, 由此可以推断, 它们具有良好的推进性能.

(3) 地面效应能够使自身推进的波动板推力明显增加, 而对效率影响则很小, 故底栖鱼类的平扁体形有利于通过地面效应来提高推力.

参 考 文 献

- [1] Chopra MG & Kambe T., *J. Fluid Mech.*, 79(1977), 49-60.
- [2] Ahmadi A R & Widnall S E, *J. Fluid Mech.*, 162(1986), 261-282.
- [3] 程健宇、庄礼贤、童秉纲, 水动力学研究与进展, 3(1988), 87-97.
- [4] 程健宇、庄礼贤、童秉纲, 空气动力学学报, 9(1991), No. 1, 94-103.

The Effects of Spanwise Deformation and Closeness to the Ground on the Swimming of Waving Plates

Cheng Jianyu Zhuang Lixian Tong Binggang

(Department of Modern Mechanics)

Abstract

Based on the unsteady incompressible potential flow theory, the swimming performance of the caudal fin is further studied. The effect of spanwise deformation of a caudal fin with moderate to large aspect ratio on its chordwise undulation propulsion, and the effect of closeness to the ground on the swimming performance of some bottom-living fishes are examined in this paper.

Key words: animal locomotion, biomechanics, unsteady flow.

Spin Ratio Measurement of Spun Highly Birefringent Fibers and Their Alignment

Guo Qing Qian Jingren

(Department of Radio and Electronics)

Abstract

The spin ratio of spun highly birefringent fibers (SHBFs) is measured by using temperature modulation; repeatability of better than 10% is obtained. In the measurement, alignment of SHBFs at the ends to the accuracy of 1° is also implemented.

Key words: optical fibers, polarization, modulation.

1 Introduction

In optical fiber current sensors, the presence of linear birefringence caused by packaging and coiling seriously affects the detection of Faraday rotation. This problem has recently been solved with the development of SHBFs; the eigen modes of SHBFs are highly elliptically polarized. According to ref^[1], the spin ratio defined as twice the ratio of the spin rate to the intrinsic linear birefringence is an important parameter which governs the relative sensitivity of the detection of Faraday rotation. Usually it is quite difficult to control the spinning motor to obtain the presupposed spin rate (if the spin pitch is smaller than 5mm). Thus, measuring the parameters of SHBFs by using fiber-optical method is needed. However, the instability of the light source intensity and the sensitivity of the intrinsic linear birefringence to temperature make it difficult to measure by normal methods. In this paper, a simple method based on temperature modulation is proposed. The spin ratio of SHBFs can be measured with satisfactory repeatability when it is less than 4. Local refractive index axes of SHBFs can also be found in the measurement.

Alignment of polarization-maintaining fibers by using temperature modulation has been reported^[2]. But the method can not align spun fibers, in which the refractive index axes are rotated along the fibers.

2 Theory of Measurement

The evolution of the state of polarization (SOP) in SHBFs can be represented on the Poincare sphere (see Fig. 1) by the rotation vector $\Omega(t)$, which is defined as [3].

$$\Omega(T) = \begin{bmatrix} \Delta\beta(T) \\ 0 \\ 2\tau \end{bmatrix} \quad (1)$$

where τ is the spin rate, $\Delta\beta(T)$ is the intrinsic linear birefringence of the unspun fiber and T is the ambient temperature. Supposed that the fiber length is L and the ambient temperature T is uniform along the fiber, for a Linear-polarized input state A , the output state B is obtained by rotating A on the surface of the sphere about the direction of $\Omega(T)$ in a right-handed sense with the angle $\angle AOB = |\Omega(T)|L$. Usually $\Delta\beta(T)$ is temperature sensitive for SHBFs, so $\Omega(T)$ is a function of T . It is reasonable to assume that $\Delta\beta(T)$ changes linearly and reversibly with temperature [4]. Since both $\Delta\beta(T)$ and τ are normally greater than 1×10^3 rad/m and $\Delta\beta(T) - \Delta\beta(T_0)$ is two orders of magnitude smaller as compared with $\Delta\beta(T)$ and τ (where T_0 is a certain reference temperature), thus we have approximately

$$|\Omega(T)| = |\Omega(T_0)| + \alpha(T - T_0) \cos 2\varphi \Delta\beta(T_0) \quad (2)$$

where α is the temperature coefficient of the intrinsic linear birefringence, $2\varphi = tg^{-1}\eta$, where η is the spin ratio and is expressed as $2\tau/\Delta\beta(T_0)$.

If $|\Omega(T)|L$ changes, the locus of the output state B will form a circle ASF as shown in Fig. 1, where θ_1 is the angle between the orientation of the local fast-axis of the fiber at its input terminal and that of the polarizer, θ_2 is the angle between the orientation of the local fast-axis of the fiber at its output terminal with that of the analyzer.

According to equ. 2, the output state B goes uniformly along the circle ASF , when T increases (or decreases) linearly. If the fiber is long enough (for example, 2 meters), a few degrees of temperature change results in many circles of movement of the point B along ASF in stress-induced fibers. The detected light intensity $I(T)$ is plotted in Fig. 2 as a function of temperature T . It is obvious that

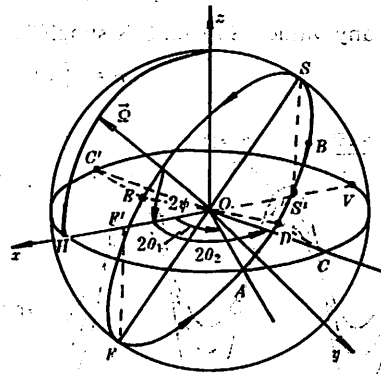


Fig. 1 Locus of the output SOP of SHBFs on a local Poincaresphere. Point A represents input linear polarization state, point B represents output state.

$I(T)_{\min}$ and $I(T)_{\max}$ appear periodically. On the Poincare sphere, $I(T)_{\min}$ and $I(T)_{\max}$ correspond to points D and E which are the intersections of the circle ASF with its vertical plane passing through C and O .

It is easy to see that $I(T)_{\min}$ and $I(T)_{\max}$ are functions of θ_2 . We introduce $F = I(T)_{\min}/I(T)_{\max}$ which, as readily found from Fig. 1, reaches its maximum values F_1 and F_2 when θ_2 equals 0° and 90° . Based on geometric relation in Fig. 1, the spin ratio of SHBFs is obtained

$$\eta = |\operatorname{tg}\{\sin^{-1}[(1 - F_1)/(1 - F_1 \times F_2)]^{1/2} - \sin^{-1}[(F_2 - F_1 \times F_2)/(1 - F_1 \times F_2)]^{1/2}\}| \quad (3)$$

There are two special cases:

(a) If θ_1 equals 0° (or 90°), it is obvious from Fig. 1 that there is only one maximum value F_1 (or F_2) and the other is zero when θ_2 changes from θ_0 to $\theta_0 + 180^\circ$, where θ_0 is a certain reference angle and it can be of any value. So equ. 3 is simplified as

$$\eta = [(1 - F_1)/F_1]^{1/2} \quad (4)$$

(b) If θ_1 equals 45° or 135° , from Fig. 1, we have that $F_1 = F_2$, and equ. 3 becomes

$$\eta = (1 - F_1)/(2 \sqrt{F_1}) \quad (5)$$

Thus spin ratio can be calculated, when F_1 and F_2 are obtained from measurement. Since the ambient temperature changes quickly (for example, by using a heater), the period of $I(T)$ in Fig. 2 is far smaller than the correlation time of the instability process of the light source. Many groups of values of $I(T)_{\min}$ and $I(T)_{\max}$ can be

sampled in a very short time (less than 1 sec.) and averaged, respectively. Then the value of F for a special θ_2 is given. F_1 and F_2 can be obtained by changing θ_2 from θ_0 to $\theta_0 + 180^\circ$. In this experiment, the effect of the instability of light source is much reduced.

In the aforementioned procedure, when F reaches its maximum value, the orientation of the analyzer is identical with one of the local axes (fast or slow one) at the output terminal. In this way, alignment at the output is achieved. The local axes at the input terminal can also be determined by rotating the polarizer until $F_1 = F_2$ (In this case, θ_1 equals 45° or 135°) and then rotating it by 45° .

Equ. (3)-(5) and the principle of measurement are also valid, if temperature change along the measured fiber is nonuniform. For exam-

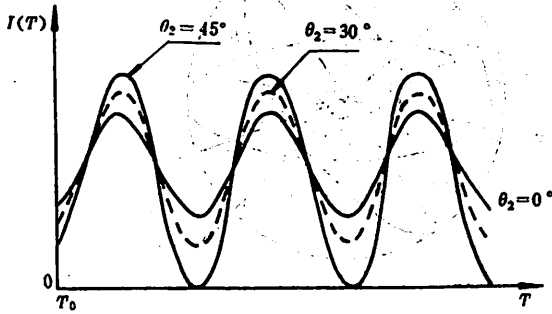


Fig. 2 Detected light intensity as a function of ambient temperature

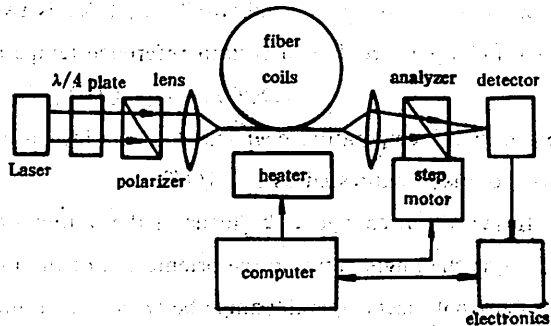


Fig. 3 Experiment set-up for measuring the spin ratio of SHBFs.

ple, only the temperature of one part of the measured fiber changes, while that of the rest keeps constant.

3 Experiment and Results

In Fig. 3, optical power (about 3mW) from a He-Ne laser with a wavelength of 633nm passes through a 1/4-wave plate before being launched into the fiber. A computer controls the step motor to rotate the analyzer, and θ_2 increases 1° for each step. For the

Table 1 Measured results of four different SHBFs. F_1 and F_2 are maximum values of F , η is the spin ratio of SHBF.

numbers	fiber 1	fiber 2	fiber 3	fiber 4
F_1	0.97	0.724	0.256	0.162
F_2	0	0.884	0	0.096
η	0.17	0.36	1.7	2.1

Table 2 Results of the same SHBF in four consecutive measurement.

F_1, F_2 and η are of the same meaning as in Table 1

times	1	2	3	4
F_1	0.7	0.747	0.724	0.72
F_2	0.815	0.863	0.884	0.803
η	0.37	0.31	0.36	0.34

given θ_2 , the fiber coil is heated with an infrared light lamp, $I(T)_{\min}$ and $I(T)_{\max}$ are measured, and F is calculated by the computer. When θ_2 increases from θ_0 to $\theta_0 + 180^\circ$, F_1 and F_2 are obtained, and the spin ratio is calculated by using equ. (3)-(5). In table 1, the experimental results of four different SHBFs are given. One of these fibers is measured four times, and the results are listed in Table 2. The repeatability is better than 10%.

The proposed method is especially useful in the measurement of long fibers, where the temperature effect of the intrinsic birefringence causes rapid change of output SOPs of SHBFs. Because only the ratio of $I(T)_{\min}$ to $I(T)_{\max}$ are used to calculate the spin ratio of SHBFs, the error caused by the instability of source intensity is much reduced. However, it seems unsuitable to use this method for SHBFs with a spin ratio greater than 4, in which case F is close to unity and the error is increased.

References

[1] Qian J R, Li L, Current Sensors, using spun highly birefringent bow-tiefibers, Technice Digest, OFS'86, Tokyo, 1986;85.

[2] Walker G.R., Walker N.G., *Electron. Lett.*, 22(1987), 689-690.

[3] Ulrich R., Simon A., *Appl. Opt.*, 22(1979), 2241-2251.

[4] Ourmazd A et al., *Appl. Opt.*, 22(1983), 2374-2379.

扭转高双折射光纤扭转比的测量及光轴的确定

郭 青 钱景仁

(无线电电子学系)

摘 要

用温度调整法测量了扭转高双折射光纤的扭转比 η , 测量重复性优于 10%。在测量过程中, 同时确定了光纤输入及输出端的光轴, 精度达 $\pm 1^\circ$ 。

关键词: 光纤, 偏振, 调制。

中图法分类号: TN814.6

P 元 GMW 序列*

朱近康·李世鹏

(无线电电子学系)

摘 要

本文将二元 GMW 序列^[1]推广到 P 元 ($0, 1, \dots, P-1$), P 为素数, 并证明了 P 元 GMW 序列的周期自相关函数为理想自相关, 即自相关旁瓣恒为 -1 . 同时给出了每个序列的等效线性长度, 计算了序列的平衡特性和给定结构序列的非平移等价类的个数. 最后提出了这种 P 元序列的实现方案.

关键词: GMW 序列, 伪随机序列, 扩频序列.

中图法分类号: TN918.1

1 引言

伪随机序列的应用相当广泛, 如扩频通信、雷达、导航、密码学、自动控制、测距等诸多领域. 近年来, 人们在研究二元伪随机序列的同时, 也开始了对多元序列的研究, 并且已取得了一些很好的结果, 如 P 元 m 序列^[2,3] (P 为素数)、 $GF(P^m)$ 上的 m 序列^[4], 文献^[5-11]给出了几种性能优越的多元序列,^[9,10]提出了一系列利用已知具有良好特性的二元序列构造多元序列的普遍方法.

本文在二元 GMW 序列的基础上, 构造出 P 元 GMW 序列, 其中 P 元为素数. 在 $P=2$ 的情况下, 这个 P 元序列就是二元 GMW 序列.

第 2 节中我们给出了 P 元 GMW 序列的自相关特性的计算, 结果表明按这种方法构造的 P 元 GMW 序列的自相关与 P 元 m 序列的自相关性性质一样, 为理想自相关函数. 第 3 节, 我们给出了 P 元 GMW 序列的等效线性长度. 第 4 节研究了 P 元 GMW 序列的平衡性. 第 5 节计

算了给定结构的 P 元 GMW 序列非平移等价序列的个数. 第 6 节, 我们讨论了如何将 P 元 GMW 序列应用到实际中的问题, 给出了 P 元 GMW 序列发生器的硬件实现.

2 P 元 GMW 序列的构造及其自相关函数

我们是用有限域上的迹函数来构造 P 元 GMW 序列的. $GF(q^M)$ 上的迹函数的定义为:

$$\text{Tr}_q^M(a) = \sum_{i=0}^{M-1} a^{q^i} \tag{1}$$

其中 a 是 $GF(q^M)$ 上的任一元素. 迹函数实际上是一种将 $GF(q^M)$ 中元素映到它的一个子域 $GF(q)$ 上的映射.

迹函数有下列性质^[1,3]:

① $[\text{Tr}_q^M(a)]^q = \text{Tr}_q^M(a)$ 对所有 $a \in GF(q^M)$ 成立. (2)

② $\text{Tr}_q^M(a^i) = \text{Tr}_q^M(a)$ 对所有 $a \in GF(q^M)$, 所有 i . (3)

③ $\text{Tr}_q^M(a\alpha + b\beta) = a\text{Tr}_q^M(\alpha) + b\text{Tr}_q^M(\beta)$ (4)

对于所有 $a, b \in GF(q)$, $\alpha, \beta \in GF(q^M)$.

④ 对于 $GF(q)$ 中任意给定的元素 b , 方程 $\text{Tr}_q^M(a) = b$ 中的变量 a 在 $GF(q^M)$ 中恰有 q^{M-1} 个解.

⑤ 如果 $GF(q) \subset GF(q^r) \subset GF(q^p)$, 则

$$\text{Tr}_q^p(a) = \text{Tr}_q^r[\text{Tr}_q^r(a)] \text{ 对于所有 } a \in GF(q^p). \tag{5}$$

设 a 是 $GF(P^M)$ 上的一个本原元, 其中 P 为任意素数, $GF(P^r)$ 是 $GF(P^M)$ 的一个子域, 显然 $M = J \cdot K$ 为一合数, 则 P 元 GMW 序列可以用下式构造

$$b_n = \text{Tr}_P^M \{ [\text{Tr}_P^r(a^n)]^r \} \tag{6}$$

这里 r 是任意与 $P^r - 1$ 互素的整数, 且 $1 \leq r < P^r - 1$.

当 $r=1$ 时, 由迹函数性质⑤

$$b_n = \text{Tr}_P^M(a^n) \tag{7}$$

这就是 P 元 m 序列的定义.

为了证明 P 元 GMW 序列的自相关函数具有理想特性, 我们先引入下面三个引理:

引理 1 设 δ 是 $GF(P^M)$ 上任意一个非零元素, 则

$$\sum_{a \in GF(P^M)} \exp[j \cdot \frac{2\pi}{P} \cdot \text{Tr}_P^M(a\delta)] = 0 \text{ 其中 } j = \sqrt{-1} \tag{8}$$

证明: 由迹函数性质④得, 对 $GF(P)$ 上任意给定的元素 $\beta, \beta \in \{0, 1, \dots, P-1\}$, 若

$$\text{Tr}_P^M(a\delta) = \beta \tag{9}$$

则在 $GF(P^M)$ 上恰有 P^{M-1} 个不同元素 a 满足(9), 于是当 a 遍历整个 $GF(P^M)$ 时, (8)式可化为:

$$\sum_{a \in GF(P^M)} \exp[j \cdot \frac{2\pi}{P} \cdot \text{Tr}_P^M(a\delta)] = P^{M-1} \cdot \sum_{i=0}^{P-1} \exp(j \cdot \frac{2\pi}{P} \cdot i) = 0$$

证毕.

引理 2 设 b_n 是(6)式所定义的 P 元 GMW 序列, 则 b_n 的最小正周期为 $P^M - 1$.

证明: 设 $\{b_n\}$ 的周期为 N , 则有

$$b_n = b_{n+N} \tag{10}$$

$$\text{Tr}_{P^M}^r \{ [\text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^i)]^r \} = \text{Tr}_{P^M}^r \{ \text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^{i+N}) \}^r$$

对所有 n 成立.

又设 $T = \frac{P^M - 1}{P^J - 1}$, 取一组 $n = iT + j$, 其中 $0 \leq i \leq P^J - 2, 0 \leq j \leq P^M - 2$. 由于 α^T 的阶为 $P^J - 1$, 由迹函数性质③, (10)式可化为

$$\text{Tr}_{P^M}^r \{ \alpha^{j+T} \cdot \delta(j) \} = 0$$

对于所有 $0 \leq i \leq P^J - 2, 0 \leq j \leq P^M - 2$ 成立, 其中

$$\delta(j) = [\text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^j)]^r - [\text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^{j+N})]^r.$$

又因为 $(r, P^J - 1) = 1$, 所以 α^{T^r} 是 $\text{GF}(P^M)$ 的本原元, 由迹函数性质④知, 必有

$$\begin{aligned} \delta(j) = 0 &\Leftrightarrow \text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^j) = \text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^{j+T}) \\ &\Leftrightarrow \text{Tr}_{P^M}^r [\alpha^j (1 - \alpha^N)] = 0 \end{aligned}$$

对所有 $0 \leq j \leq P^M - 2$ 成立, 又由迹函数性质④得

$$1 - \alpha^N = 0 \tag{11}$$

因而满足(11)式的最小正整数只能是 $N = P^M - 1$.

证毕.

引理 3 设 $\{a_n\}$ 表示一个由下式

$$a_n = \text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^n)$$

确定的序列, 其中 α 是 $\text{GF}(P^M)$ 中的一个本原元, 又设

$$T = \frac{P^M - 1}{P^J - 1} \tag{12}$$

那么, $\{a_n\}$ 中每一 T 个连续符号的段中, 包括恰好 $(P^{M-J} - 1) / (P^J - 1)$ 个零.

证明: 因为 α 是 $\text{GF}(P^M)$ 的本原元, 所以 α^T 的阶为 $P^J - 1$, 于是 α^T 是 $\text{GF}(P^J)$ 中的一个元素. 由迹函数性质③得, 对任意整数 i , 有

$$\text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^i) = \alpha^{-i} \text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^{i+T})$$

由于 α^{-i} 不为零, 所以

$$\text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^i) = 0 \Leftrightarrow \text{Tr}_{P^M}^r (\alpha^{i+T}) = 0$$

所以序列 $\{a_n\}$ 中零的位置具有周期为 T 的性质. 而迹函数性质④告诉我们, 在 $\{a_n\}$ 的一个周期 $N = P^M - 1 = (P^J - 1)T$ 里, 共有 $P^{M-J} - 1$ 个零, 于是结果得证. 证毕.

现在我们将证明 P 元 GMW 序列具有和 P 元 m 序列相同的理想自相关特性.

定理 1 设 $\{a_n\}$ 是一个 P 相 GMW 序列, 它的元素由下式给出

$$a_n = \exp(j \cdot \frac{2\pi}{P} \cdot b_n) \tag{14}$$

其中 $j = \sqrt{-1}$, $\exp(\cdot)$ 是以 e 为底的指数函数, 而 b_n 是式(6)所定义的 P 元 GMW 序列, 则序列 $\{a_n\}$ 的周期自相关函数为:

$$P_{0,0}(\tau) = \sum_{n=0}^{P^M-2} a_{n+\tau} a_n^* = \begin{cases} P^M - 1 & \tau = 0 \pmod{P^M - 1} \\ -1 & \tau \neq 0 \pmod{P^M - 1} \end{cases} \tag{15}$$

其中 $*$ 表示复共轭.

证明: 由迹函数的线性性质, 我们得

$$P_{0,0}(\tau) = \exp\left\{j \cdot \frac{2\pi}{P} \cdot (b_{a+\tau} - b_a)\right\} \\ = \exp\left\{j \cdot \frac{2\pi}{P} \cdot \{\text{Tr}_{P^j}^{P^M}[(\text{Tr}_{P^j}^{P^M}(a^{a+\tau}))^r] - (\text{Tr}_{P^j}^{P^M}(a^a))^r\}\right\} \quad (16)$$

设 T 是使 a 产生一个 $\text{GF}(P^j)$ 中元素的 a 的最低次幂, 即

$$T = \frac{P^M - 1}{P^j - 1} \quad (17)$$

将序号 n 表示成下面形式

$$n = k + iT$$

这里 $0 \leq k < T, 0 \leq i < P^j - 1$. 利用 (16) 式内层迹函数的线性得

$$P_{0,0}(\tau) = \sum_{k=0}^{T-1} \sum_{i=0}^{P^j-1} \exp\left\{j \cdot \frac{2\pi}{P} \cdot \text{Tr}_{P^j}^{P^M}[a^{Ti} \delta(\tau, k)]\right\} \quad (19)$$

其中

$$\delta(\tau, k) = [\text{Tr}_{P^j}^{P^M}(a^{a+T})]^r - [\text{Tr}_{P^j}^{P^M}(a^a)]^r \quad (20)$$

因为 r 与 $P^j - 1$ 互素, 所以 a^r 是 $\text{GF}(P^j)$ 的一个本原元, 而当 i 在它的范围内变化时, a^{Ti} 可以遍历 $\text{GF}(P^j)$ 中的所有非零元素, 因此, 在和式 (19) 中可以把零元素包括进去, 得

$$P_{0,0}(\tau) = -T + \sum_{k=0}^{T-1} \sum_{\beta \in \text{GF}(P^j)} \exp\left\{j \cdot \frac{2\pi}{P} \cdot \text{Tr}_{P^j}^{P^M}[\beta \delta(\tau, k)]\right\} \quad (21)$$

当 $\delta(\tau, k)$ 不等于零时, 由引理 1 可得内层和式为零. 设 $N_0(\tau)$ 表示 $0 \leq k < T$ 范围内 $\delta(\tau, k)$ 为零的 k 的个数, 则 (21) 式可化为简为

$$P_{0,0}(\tau) = -T + P^j N_0(\tau) \quad (22)$$

由于 r 与 $P^j - 1$ 互素, 所以存在一个模 $P^j - 1$ 的逆 s , 即 $r \cdot s = 1 \pmod{P^j - 1}$, 由 (20) 式得

$$\delta(\tau, k) = 0 \Leftrightarrow \text{Tr}_{P^j}^{P^M}(a^{a+T}) = \text{Tr}_{P^j}^{P^M}(a^a) \\ \Leftrightarrow \text{Tr}_{P^j}^{P^M}[(a^r - 1)a^k] = 0 \quad (23)$$

当 $a^r - 1 = 0$ 时, 方程 (23) 对所有 k 都满足; 如果 $a^r - 1 \neq 0$, 则引理 3 可应用到 (23) 式去确定 $N_0(\tau)$, 于是

$$N_0(\tau) = \begin{cases} T & \tau = 0 \pmod{P^M - 1} \\ \frac{P^M - 1}{P^j - 1} & \tau \neq 0 \pmod{P^M - 1} \end{cases} \quad (24)$$

将 (24) 式代入 (22), 即可得到所要结果.

很明显, 定理 1 的证明不依赖 r , 并在 $r=1$ 时也成立, 这表明所有 P 元 GMW 序列都与 m 序列一样, 具有理想自相关特性.

3 P 元 GMW 序列的等效线性长度

一个序列 $\{b_n\}$ 的等效线性长度为所有存在的满足序列 $\{b_n\}$ 的线性递归的最小阶数. 等效线性长度是对一个序列结构复杂度的度量. 等效线性长度越长, 序列结构越复杂, 越适合用到

一些具有保密性质的场合,如保密通信、扩频通信等。

[3]中给出了 P 元 m 序列的的等效线性长度. 设 {a} 为一个 M 阶 P 元 m 序列, 它的周期为 P^M-1, 则它的等效线性长度为

$$L = M \tag{25}$$

我们将证明 P 元 GMW 序列的等效线性长度不小于同样周期的 P 元 m 序列的等效线性长度.

先介绍一个有关序列的等效线性长度的引理^[3].

引理 4 设 {b_n} 是 GF(q) 上周期为 P^M-1 的序列, α 是 GF(q^M) 上的一个本原元, 将 {b_n} 表示成下列形式

$$b_n = \sum_{\delta \in \Delta} a_\delta \alpha^{\delta n} \tag{26}$$

对所有 n 成立. 这里 Δ 是上面表达式中, 所有非零系数序号的集合. 则 {b_n} 的等效线性长度等于上面表达式中项的个数, 即

$$L = |\Delta|. \tag{27}$$

对 P 元 GMW 序列的等效线性长度, 我们有下面定理.

定理 2 设 {b_n} 为一个 (6) 式所定义的 P 元 GMW 序列, 其中指数 r 可表成

$$r = \sum_{i=1}^w m_i P^{j_i} \quad 0 \leq j_i < J, \quad 0 < m_i < P, \quad 1 \leq w \leq J \tag{28}$$

即上式是 r 的基 P 表示式中去掉系数为零的项所得的和式, w 是其中非零系数的项的个数, j_i 各不相同. 则 {b_n} 的等效线性长度为

$$L = J \cdot \prod_{i=1}^w \binom{m_i + K - 1}{m_i} \tag{29}$$

其中 $K = M/J$, $\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$

证明: 由于 r 可写为 (28) 式, 所以序列 b_n 可表示为

$$b_n = \text{Tr}_P^F \left\{ \prod_{i=1}^w [\text{Tr}_P^F(\alpha^{P^{j_i}})]^{m_i P^{j_i}} \right\}$$

因为内层迹函数是一个特征为 P 的域上的元素之和, 对其作 P^{j_i} 次方运算时, 交叉项消失, 于是得

$$b_n = \text{Tr}_P^F \left\{ \prod_{i=1}^w \left[\sum_{k=0}^{K-1} (\alpha^{n P^{j_i}})^{P^{j_i}} \right]^{m_i} \right\} \tag{30}$$

其中 $K = M/J$.

由组合数学的多项式定理^[12]得, (30) 式内层幂函数展开式为

$$\left[\sum_{k=0}^{K-1} (\alpha^{n P^{j_i}})^{P^{j_i}} \right]^{m_i} = \sum_{\mathbf{m}_i \in S(m_i)} \alpha(\mathbf{m}_i) \cdot (\alpha^{n P^{j_i}})^{c(\mathbf{m}_i)} \tag{31}$$

其中

$$\mathbf{m}_i = (m_{i0}, m_{i1}, \dots, m_{iK-1})$$

S(m_i) 是所有满足方程 m_{i0} + m_{i1} + ... + m_{iK-1} = m_i 的一切非负整数解 m_{i0}, m_{i1}, ..., m_{iK-1} 所形成的矢量 m 的集合.

$$c(\mathbf{m}_i) = m_{i0} P^{j_i \cdot 0} + m_{i1} P^{j_i \cdot 1} + \dots + m_{iK-1} P^{j_i \cdot (K-1)} = \sum_{k=0}^{K-1} m_{ik} P^{j_i k}$$

$$\alpha(m_i) = \frac{m_i!}{m_{i0}!m_{i1}!\cdots m_{iK-1}!}$$

由于 $0 \leq j_i < J$, 所以 $0 < P^{j_i} \cdot c(m_i) < P^M - 1$, 且对于 $S(m_i)$ 中不同的 m_i , $P^{j_i} \cdot c(m_i)$ 也不同, 因此和式(31)中没有可再合并的项. 又因为 $0 < m_i < P$, P 为素数, 所以 $\alpha(m_i) \neq 0 \pmod P$, 即和式(31)中也没有可去掉的项, 因此(31)中和项的个数等于 $S(m_i)$ 中矢量的个数, 即项数 $l(m_i)$ 为^[12]

$$l(m_i) = |S(m_i)| = \binom{m_i + K - 1}{m_i} \quad (32)$$

我们再将(30)中的乘积展开得

$$b_n = \text{Tr}_P^{P^J} \left\{ \sum_{m_1 \in S(m_1)} \sum_{m_2 \in S(m_2)} \cdots \sum_{m_w \in S(m_w)} \alpha(m_1)\alpha(m_2)\cdots\alpha(m_w) \cdot (\alpha^*)^{l(m_1, m_2, \dots, m_w)} \right\} \quad (33)$$

显然 $\alpha(m_1)\alpha(m_2)\cdots\alpha(m_w) \neq 0 \pmod P$, 因此(33)中没有可去掉的项, 而 (α^*) 的指数

$$l(m_1, m_2, \dots, m_w) = \sum_{i=1}^w P^{j_i} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} m_{ik} P^{jk} = \sum_{i=1}^w \sum_{k=0}^{K-1} m_{ik} P^{j_i + j_k}$$

很明显, 由于 $0 \leq j_i < J$, j_i 两两不同, $0 \leq m_{ik} < P$, $l(m_1, m_2, \dots, m_w) < P^M - 1$, 并且对于不同的两组 $\{m_{11}, m_{12}, \dots, m_{1w}\}$ 和 $\{m_{21}, m_{22}, \dots, m_{2w}\}$, 不会有

$$l(m_{11}, m_{12}, \dots, m_{1w}) = l(m_{21}, m_{22}, \dots, m_{2w})$$

由迹函数的线性, 我们将(33)中的迹函数进一步展开得

$$b_n = \sum_{m_1 \in S(m_1)} \sum_{m_2 \in S(m_2)} \cdots \sum_{m_w \in S(m_w)} \sum_{q=0}^{J-1} \{ [a(m_1)a(m_2)\cdots a(m_w)]^{P^q} \cdot (\alpha^*)^{l(m_1, m_2, \dots, m_w) \cdot P^q} \} \quad (34)$$

显然(34)中每项的系数 $[a(m_1)a(m_2)\cdots a(m_w)] \neq 0 \pmod P$, 因此(34)中没有可去掉的项. 为了确定(34)中有没有可以合并的项, 即要寻找 (α^*) 的指数在不同的 $\{m_1, m_2, \dots, m_w\}$ 取值条件下是否相同(按模 $P^M - 1$ 计算), 也即寻找方程:

$$l(m_{11}, m_{12}, \dots, m_{1w}) \cdot P^{q_1} = l(m_{21}, m_{22}, \dots, m_{2w}) \cdot P^{q_2} \pmod{P^M - 1} \quad (35)$$

的解 $\{m_{11}, m_{12}, \dots, m_{1w}\}, q_1$ 和 $\{m_{21}, m_{22}, \dots, m_{2w}\}, q_2$ 是否相同.

因为 $P^J - 1$ 可以整除 $P^M - 1$, 所以(35)中的所有解也满足取模 $P^J - 1$ 的同样的方程. 而

$$\begin{aligned} & l(m_1, m_2, \dots, m_w) \pmod{P^J - 1} \\ &= \sum_{i=1}^w \sum_{k=0}^{K-1} m_{ik} P^{j_i + j_k} \pmod{P^J - 1} \\ &= \sum_{i=1}^w \sum_{k=0}^{K-1} m_{ik} P^{j_i} \pmod{P^J - 1} \\ &= \sum_{i=1}^w m_i P^{j_i} = r \pmod{P^J - 1} \end{aligned} \quad (36)$$

所以(35)式取模 $P^J - 1$ 可以改写为:

$$r \cdot (P^{q_1} - P^{q_2}) = 0 \pmod{P^J - 1} \quad (37)$$

由于 r 与 $P^J - 1$ 互质, 所以在 q_1, q_2 允许的取值范围 $0 \leq q_1, q_2 \leq J-1$ 内, (37)式的唯一解只能是 $q_1 = q_2$. 所以(35)式的唯一解只能是:

$$\{m_{11} = m_{21}, m_{12} = m_{22}, \dots, m_{1w} = m_{2w}\}, q_1 = q_2$$

即和式(34)中的各项指数均不相同. 于是利用引理 4, 我们就得到 P 元 GMW 序列的等效线性长度为

$$L = J \cdot \prod_{i=1}^r \binom{m_i + K - 1}{m_i} \tag{38}$$

证毕.

从定理2我们看到,P元GMW序列的等效线性长度

$$L_{GMW} = J \cdot \prod_{i=1}^r \binom{m_i + K - 1}{m_i} \geq J \cdot K = M = L_m \tag{39}$$

可见,P元GMW序列的等效线性长度比P元m序列要长,至少等于.实际上(39)中的等号只在w=1且m_i=1时成立,此时r=P^k,0≤k≤J-1.这个r=P^k的P元GMW序列就是P元m序列,是个线性序列,因为此时序列为

$$b_n = \text{Tr}_P^{P^k} \{ [\text{Tr}_{P^k}^{P^M}(\alpha^n)]^{P^k} \} = \text{Tr}_{P^k}^{P^M} \{ \text{Tr}_{P^k}^{P^M}(\alpha^{n \cdot P^k}) \} = \text{Tr}[(\alpha^{P^k})^n] \tag{40}$$

而(P^k, P^M-1)=1,所以α^{P^k}是GF(P^M)的一个本原元,因此b_n是一个P元的m序列.而当w≠1或m_i≠1时,L_{GMW}>L_m,此时GMW序列为一非线性序列.

当P=2时,m_i只能为1,故(38)式可化为

$$L = J \cdot K^r \tag{40}$$

这与[1]中的二元GMW序列的结果是相符的.

4 P元GMW序列的平衡性

在许多应用场合下,要求伪随机序列具有很好的平衡特性,即用来表示序列的每一种符号在一个序列周期中出现的次数应大致相同.如在扩频通信系统中,为防止载波泄漏,增加系统的保密性和有效性必须采用码字平衡的序列.我们将看到P元GMW序列具有很好的平衡特性.

定理3 设{b_n}为(6)式所定义的P元GMW序列,则在{b_n}的一个周期内,GF(P)上任何一个k维矢量

$$C = (c_0, c_1, \dots, c_{k-1}) \tag{41}$$

出现的位置的数目,也即满足条件

$$(b_j, b_{j+1}, \dots, b_{j+k-1}) = C$$

且0≤j<P^M-1的j的取个数N_c,由下式给出:

$$N_c = \begin{cases} P^{M-k} & \text{对于 } C \neq 0, 1 \leq k \leq M/J \\ P^{M-k} - 1 & \text{对于 } C = 0, 1 \leq k \leq M/J \end{cases} \tag{43}$$

证明: 由

$$b_n = \text{Tr}_P^{P^k} \{ [\text{Tr}_{P^k}^{P^M}(\alpha^n)]^r \}$$

可知,中间域序列Tr_{P^k}^{P^M}(α^n)是一个等效线性长度为M/J的GF(P^k)上的m序列.因此,GF(P^k)上的任一个k维矢量C=(c_0, c_1, ..., c_{k-1})在Tr_{P^k}^{P^M}(α^n)的一个周期P^M-1中出现的次数N_c'为

$$N_c' = \begin{cases} P^{[(M/J)-k]} & \text{对于 } C \neq 0, 1 \leq k \leq M/J \\ P^{[(M/J)-k]} - 1 & \text{对于 } C = 0, 1 \leq k \leq M/J \end{cases} \tag{44}$$

因为r与P^k-1互素,所以中间域GF(P^k)自身的r次幂映射是一一对应,因此上式的N_c'对序

列 $\{\text{Tr}_{P^J}^P(\alpha)^r\}$ 也同样适合.

设 A_c 是在迹映射

$$c_i = \text{Tr}_{P^J}^P(c'_i) \quad \text{对 } i = 0, 1, \dots, k-1 \quad (45)$$

下, 映射到 $C = (c_0, c_1, \dots, c_{k-1})$ 的 $\text{GF}(P^J)$ 上的 k -维矢量 C' 的集合, 特别地, 全零 k -维矢量映射到它自己. 因此 $\text{GF}(P)$ 上的 k 在 $\{b_n\}$ 的一个周期内出现的次数 N_c 由下式给出

$$N_c = \sum_{C' \in A_c} N_{C'} \quad (46)$$

由迹的性质④, $\text{GF}(P^J)$ 中按 (45) 式映射到 c_i 的元素个数为 P^{J-1} , 很容易证明:

$$|A_c| = P^{(J-1)k} \quad \text{对所有 } k\text{-维矢量 } C$$

因此, 当 $C \neq 0$ 时, 则 0 不在 A_c 中, 由 (44) 式得 (46) 式中的所有项 $N_{C'}$ 都相同, 即

$$N_c = |A_c| \cdot P^{J[(M/J)-k]} = P^{M-k}$$

而当 $C = 0$ 时, A_c 中非零矢量的个数为 $|A_c| - 1$, 于是由 (44) 式得

$$N_c = (|A_c| - 1) \cdot P^{J[(M/J)-k]} + P^{J[(M/J)-k]} - 1 = P^{M-k} - 1$$

证毕

于是结果得证.

从上面定理, 我们看到若取 $k=1$, 则得到 P 元 GMW 序列中每个非零元素出现的次数是 P^{M-1} , 而零元素出现的次数是 $P^{M-1} - 1$, 因此, 我们认为 P 元 GMW 序列是平衡的.

5 P 元 GMW 序列的平移等价类的数目

两个序列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ 平移等价是指存在一个整数 τ , 使

$$b_n = c_{n+\tau} \quad (47)$$

对所有 n 都成立.

下面的定理给出了两个 P 元 GMW 序列平移等价的充要条件.

定理 4 设 $\{b_n\}, \{c_n\}$ 是 P 元 GMW 序列, 其中的元素分别由下式给出

$$b_n = \text{Tr}_{P^J}^P \{ [\text{Tr}_{P^J}^P(\alpha)^r]^n \} \quad (48)$$

$$c_n = \text{Tr}_{P^J}^P \{ [\text{Tr}_{P^J}^P(\alpha^s)]^n \} \quad (49)$$

这里 r, s 是与 $P^J - 1$ 互质的整数, 且有 $0 < r, s < P^J - 1$; d 与 $P^M - 1$ 互质, α 是 $\text{GF}(P^M)$ 的一个本原元, 则 $\{b_n\}$ 和 $\{c_n\}$ 是平移等价的, 当且仅当

$$r = P^s s \pmod{P^J - 1} \quad \text{对任意 } 0 \leq k < J$$

且

$$d = P^m \quad \text{对任意 } 0 \leq m < M. \quad (50)$$

证明: 充分性.

当 $r = P^s s \pmod{P^J - 1}, d = P^m$ 时, 序列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ 可化为

$$b_n = \text{Tr}_{P^J}^P \{ [\text{Tr}_{P^J}^P(\alpha^{P^s})]^n \}$$

$$c_n = \text{Tr}_{P^J}^P \{ [\text{Tr}_{P^J}^P(\alpha^{P^{s+m}})]^n \}$$

由于内层序列为 $GF(P^J)$ 上的 m 序列,且满足

$$P^t = P^m \cdot P^{t-m} \pmod{P^M - 1}$$

因此内层序列平移等价^[13],从而 $\{b_n\}, \{c_n\}$ 平移等价.

必要性.

设 $T = \frac{(P^M - 1)}{(P^J - 1)}$, 而 $n = iT + j$, 其中 $0 \leq i \leq J - 1, 0 \leq j \leq T - 1$ 令 $\beta = \alpha^r, \gamma = \alpha^j$, 显然 γ 是 $GF(P^J)$ 的一个本原元,则由迹的线性性质得

$$b_n = c_{n+r} \Leftrightarrow \text{Tr}_{P^J}(\gamma^i f) = \text{Tr}_{P^J}(\gamma^{i+j} g) \tag{51}$$

其中

$$j = [\text{Tr}_{P^J}(\alpha^j)]^i$$

$$g = [\text{Tr}_{P^J}(\beta \alpha^j)]^i$$

(51) 式的迹函数表示 $GF(P)$ 上的两个序号为 i 的 m 序列,这两个序列对某个 β 是相同的,当且仅当

$$r = P^k s \pmod{P^J - 1} \quad \text{对任意 } 0 \leq k < J \tag{52}$$

如果 (52) 式满足,则由迹函数的性质②得下式

$$\text{Tr}_{P^J}(\gamma^i f) = \text{Tr}_{P^J}(\gamma^{i+ks} f) = \text{Tr}_{P^J}(\gamma^{is} f^{P^k})$$

因此,当 $g = f^{P^k}$ 时 (51) 式成立,即

$$[\text{Tr}_{P^J}(\alpha^j)]^{P^k - 1} = [\text{Tr}_{P^J}(\beta \alpha^j)]^i \tag{53}$$

把等式 (53) 两边作等于 s 的模 $(P^J - 1)$ 的逆的乘方运算,得

$$[\text{Tr}_{P^J}(\alpha^j)]^i = \text{Tr}_{P^J}(\beta \alpha^j) \tag{54}$$

如果两个 $GF(P^J)$ 上的序号为 j 的序列的元素由 (54) 式左右两边给出,则它们的等效线性长度一定相等. 在定理 2 的证明 (32) 式中,我们看到, (54) 式左边定义的序列的等效线性长度为

$$L_i = \prod_{i=1}^n \binom{m_i + K - 1}{m_i} \quad \text{其中 } K = M/J$$

这里 $d \pmod{P^J - 1} = \sum_{i=1}^n m_i P^i$, 是 d 取模 $(P^J - 1)$ 的基 P 展开去掉系数为零的项所得的和式.

而 (54) 式右边所定义的序列的等效线性长度为

$$L_r = M/J = K$$

很容易证明只有在 $w=1$ 和 $m_i=1$ 的情况下, $L_i=L_r$, 故

$$d \pmod{P^J - 1} = P^j \quad 0 \leq j \leq J - 1$$

所以在 d 的取值范围 $0 \leq d \leq P^M - 2$ 且 $(d, P^M - 1) = 1$ 中

$$d = P^m \quad \text{其中 } 0 \leq m \leq M - 1$$

带入 (52) 式得

$$r = P^k s \pmod{P^J - 1} \quad \text{其中 } 0 \leq k \leq J - 1$$

于是必要性得证.

证毕.

因为对固定的 M 和 J 构造的一个 P 元 GMW 序列族中,所有的序列(包括平移等价的和非平移等价的)的数目为

$$N = \Phi(P^M - 1) \cdot \Phi(P^J - 1) \tag{55}$$

其中 $\phi(q)$ 为 Euler 函数, 它等于小于 q 的且与 q 互素的正整数的个数, 即

$$\phi(q) = |\{i | 0 < i < q, (i, q) = 1\}| \tag{56}$$

又由定理 4 知, 在这个序列族中, 任一平移等价类中包括的序列的个数为

$$N' = M \cdot J \tag{57}$$

而这一族序列中任一序列总包括且只包括在一个平移等价类中, 故这一族序列中平移等价类的个数, 也即彼此之间互不平移等价的序列个数为

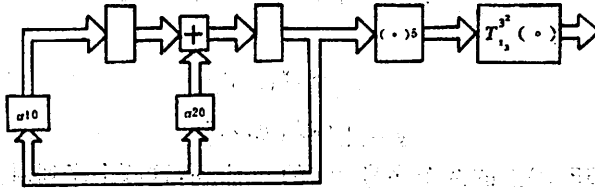


图 1 GMW 序列发生器(利用有限域 GF(9) 中的运算)

表 1 $J=3, M=6$ 时三元 GMW 序列的设计参数

r 值	r 的展开式			线性长度	非平移等价序列个数
	m_2	m_1	m_0		
1	0	0	1	6	48
5	0	1	2	18	48
7	0	2	1	18	48
17	1	2	2	54	48

表 2 GF(9) 中元素的基 $1, \alpha^{10}$ 展开系数表

y	0	α^0	α^{10}	α^{20}	α^{30}	α^{40}	α^{50}	α^{60}	α^{70}
y_0	0	1	0	1	2	2	0	2	1
y_1	0	0	1	2	2	0	2	1	1

$$N_{GMW} = \frac{\phi(P^M - 1) \cdot \phi(P^J - 1)}{M \cdot J} = \frac{\phi(P^J - 1)}{J} \cdot N_m \tag{58}$$

其中

$$N_m = \frac{\phi(P^M - 1)}{M}$$

是周期为 $P^M - 1$ 的非平移等价 P 元 m 序列的个数. 显然 P 元 GMW 序列族中非平移等价序列个数是同周期 m 序列的 $\frac{\phi(P^J - 1)}{J}$ 倍. 表 1 给出了 $J=3, M=6$ 情况下三元 GMW 序列的设计参数.

6 P 元 GMW 序列发生器

我们以一个周期为 80 的三元 GMW 序列

$$b_n = \text{Tr}_3^2 \{ [\text{Tr}_3^2(\alpha^n)]^5 \} \tag{59}$$

为例来说明 P 元 GMW 序列的产生. 其中本原元 α 的 GF(3) 上的最小多项式为 $z^2+z+2^{[14]}$. GF(9) 中的元素是 0 和 $\alpha^{1^i}, i=0,1,2, \dots, 7, \alpha$ 在 GF(9) 中的最小多项式为

$$F(z) = (z - \alpha) \cdot (z - \alpha^9) = z^2 + \alpha^{20}z + \alpha^{10}$$

一个利用 GF(9) 上的运算的发生器方框图如图 1. 所示.

因为 GF(9) 是基为 $1, \alpha^{10}$ 的 GF(3) 上的二维矢量空间, 则一个 GF(9) 中的元素 y 可表示为

$$y = y_0 + y_1\alpha^{10} \tag{60}$$

其中 $y_0, y_1 \in \text{GF}(3)$, 表 2. 给出了 GF(9) 中元素的展开关系. 下面的运算很容易为 GF(3) 上的运算.

$$\alpha^{20}y = (y_0 + 2y_1) + \alpha^{10} \cdot 2(y_0 + y_1) \tag{61}$$

$$\alpha^{10}y = y_1 + (y_0 + 2y_1)\alpha^{10} \tag{62}$$

$$y^5 = (y_0 + 2y_0y_1 + 2y_0y_1) + (2y_1 + y_1^2y_1 + y_0y_1^2)\alpha^{10} \tag{63}$$

$$\text{Tr}_3^2(y^5) = 2(y_0 + y_0y_1^2 + 2y_1) \tag{65}$$

注意以上各式的运算均为模 3 运算.

我们采用三个并行的二进制寄存器 D_0, D_1, D_2 来表示 GF(3) 中的元素 $\{0, 1, 2\}$, 它们的对应关系如表 3. 所示. 于是, 我们可以构造一个实际的三元 GMW 序列发生器如图 2. 所示. 其中加法器 PLUS 和乘法器 MUL 是专门为表 3. 的对应设计的, 内部结构如图 3. 所示.

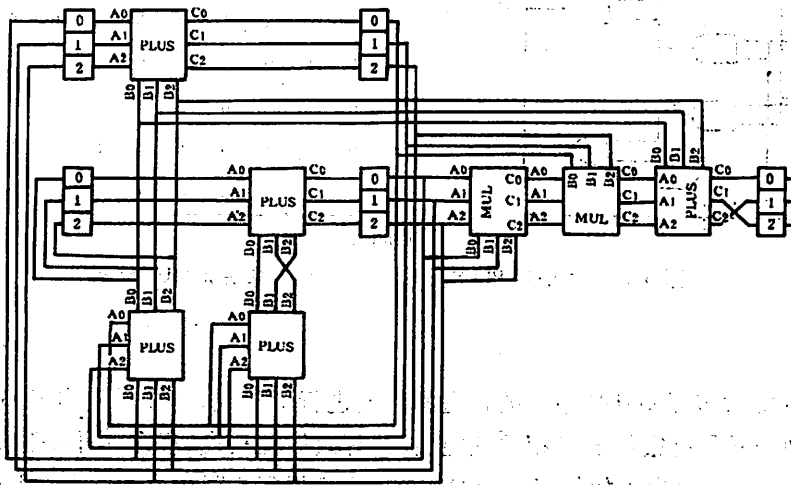
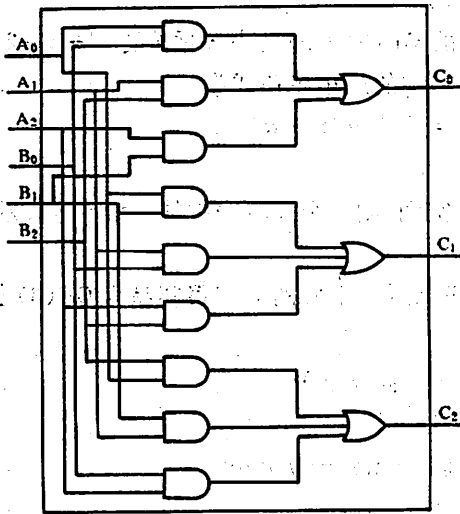


图 2 三元 GMW 序列发生器

表3 三个寄存器状态与GF(3)中元素y的对应关系

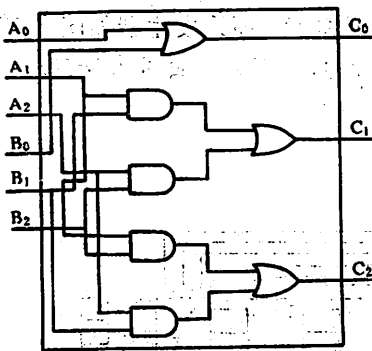
D ₀	D ₁	D ₂	y
1	0	0	0
0	1	0	1
0	0	1	2
其它状态不出现			X



(a) PLUS

真值表

输入			输出					
A ₀	A ₁	A ₂	B ₀	B ₁	B ₂	C ₀	C ₁	C ₂
1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0



(b) MUL

真值表

输入			输出					
A ₀	A ₁	A ₂	B ₀	B ₁	B ₂	C ₀	C ₁	C ₂
1	0	0	x	x	x	1	0	0
x	x	x	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0

图3(a) 加法器 PLUS 结构

(b) 乘法器 MUL 结构

7 结论

我们在本文对多元 GMW 序列的构造和性能进行了研究,可以看到多元 GMW 序列与二元 GMW 序列一样具有很好的自相关性能、长的等效线性长度、很多的非平移等价类、良好的平衡特性等。最后又给出了如何将多元 GMW 序列应用到实际中去的问题,提出了多元 GMW 序列发生器。

本文的写作过程中,受到信息通信与编码实验室的老师和同学的大力帮助,在此深表感谢。

参 考 文 献

- [1] Scholtz R A, Welch L R, *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT-30, (1984) NO. 3, 548-553.
- [2] Helleseth T, Some Result About The Cross-correlation Function Between Two Maximal Linear Sequence, *Discrete Mathematics*, 16 (1976), 209-232.
- [3] Simon M K, Omura J K, Scholtz R A and Levitt B K, *Spread Spectrum Communications*, Chapt. 5, Vol. I, Rockville. MD: Computer Science Press, 1985.
- [4] Park W J. and Komo John J, Relationships Between m-Sequences over $GF(q)$ and $GF(q^m)$, *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT-35 (1989), No. 1, 183-186.
- [5] Altowp W O, Complex Sequences with low periodic correlations, *IEEE Trans. Inform. Theor*, IT-26 (1989), No. 5, 350-354.
- [6] Blake I E, and Mark J W, A note on Complex Sequences with low Correlations *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT-28 (1982), No. 5, 814-816.
- [7] Frank R L, Phase Shift Pulse Code with Good Periodic Correlation Properties, *IRE Trans. Inform. Theory*, IT-8 (1962), 381-382.
- [8] Suchiro Naoki, Hatori Mitsutoshi, Modulatable Orthogonal Sequences and their Application to SSMA System, *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT-34 (1988), 93-100.
- [9] Krone S M. and Sarwate D V, Quadriphase Sequences for Spread-Spectrum Multiple-Access Communication. , *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT-30 (1984), No. 3, 520-529.
- [10] Shedd D A. and Sarwate D V. , Construction of Sequences with Good Correlation Properties, *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT-25 (1979), No. 1, 94-97.
- [11] Chu D C, Polyphase Codes With Good Periodic Correlation Properties, *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT-18 (1972), 531-532.
- [12] 屈婉玲,组合数学,北京大学出版社,1989,51-52,
- [13] 万哲先,代数与编码修订版,科学出版社,1980,260-296,
- [14] 肖国镇、梁传甲、王育民,伪随机序列及其应用,国防工业出版社,1985年3月.

P-ary GMW Sequences

Zhu Jinkang Li Shipeng

(Department of Radio and Electronics)

Abstract

In this paper, the binary GMW sequences are generalized to *P*-ary $\{0, 1, \dots, P-1\}$ case, where *P* is an arbitrary prime number. It is proved that the autocorrelation of the *P*-ary GMW sequences is ideal, i. e. the out-of-phase autocorrelation is a constant of -1 . Linear span, balance property and the number of cyclically distinct sequences for given structure are evaluated. A mechanization of a *P*-ary GMW sequence generator is suggested in the end.

Key words: GMW sequence, pseudorandom sequence, spreading sequence

致 读 者

《中国科学技术大学学报》第21卷,第3期上发表的“关于酉群上的插值问题”一文,已有学者用一维酉群作为特例证明了该文所研究的那一类插值问题的解根本不存在,从而说明了该文所研究的在酉群上那种类型的插值问题是没有意义的。

由于编辑时有所疏忽及审稿不慎,刊登了此文(该文未经主编龚昇教授审阅)。为此,编辑部特向读者致歉。

一维抛物型偏微分方程的多重网格解法和模型问题分析

蒋长锦

(数学系)

摘要

具体构造了一维抛物型偏微分方程的多重网格解法. 就模型方程分析了光滑因子, 建立了不变子空间, 并给出校正算子和二重网格方法算子的矩阵表示. 导出了二重网格方法算子的谱半径——收敛因子, 解决了收敛问题.

关键词: 光滑因子, 不变子空间, 校正算子, 收敛因子.

中图法分类号: O241·82

AMS Subject Classifications(1991): 58G11

用多重网格方法求解抛物型方程正引起计算工作者越来越大的兴趣, 例如 Kroll, Solchenbach, Stüben, Trottenberg, Witsch 等人的工作. 本文在[1]的基础上具体构造了一维抛物型偏微分方程的一个多重网格解法, 并就模型方程对此解法作了理论分析.

1 离散化和算法

设有一维抛物型偏微分方程的初边值问题, $x \in [0, 1], t \in [0, T]$. 首先在 x 方向取 $n_x = 2^l$, $h_x = 2^{-l}$, 记最细网点 $x_i = ih_x, i = 0, 1, \dots, n_x$. 用中心差分对 x 方向的偏导数作离散化可得一个 $n_x - 1$ 维常微分方程组的初值问题:

$$\begin{cases} \frac{du_i}{dt} = f_i(t, u_i) \\ u_{i|t=0} = u_i(0) \end{cases} \quad (1)$$

这里 $u_i = u_i(t) = (u_{i1}(t), u_{i2}(t), \dots, u_{i n_{m_i}}(t))^T$. 在 t 方向取 $n_{m_i} = 2^{l+P_i}$, P_i 为某个整数, $h_{m_i} = T 2^{-(l+P_i)}$, 最细网点 $t^j = j h_{m_i}$, $j = 0, 1, \dots, n_{m_i}$. 在最细网格的基础上 x 方向和 t 方向同时取二倍加粗, 可得 m 层网格 ($m = l, l-1, \dots, 2, 1$),

$$\Omega_m = \{(x_m^i, t_m^j), i = 0, 1, \dots, n_{m_x}, j = 0, 1, \dots, n_{m_t}\} \quad (2)$$

用一级二阶隐式 Runge-Kutta 公式对常微分方程组求解有公式

$$\begin{cases} k_m^i = h_{m_i} f_m(t_m^{j-1} + \frac{h_{m_i}}{2}, u_m^{j-1} + \frac{k_m^i}{2}) \\ u_m^j = u_m^{j-1} + k_m^i \end{cases} \quad (3)$$

这里 $k_m^i = (k_{m1}^i, k_{m2}^i, \dots, k_{m n_{m_i}}^i)^T$, $d_m^i = (d_{m1}^i, d_{m2}^i, \dots, d_{m n_{m_i}}^i)^T$. 这里, 约定在最细网格上 (l 层网格) 有 $d^i = 0$. 称 (3) 为 m 层网格方程, 并简记为

$$\begin{cases} (I_m - h_{m_i} L_m^i) k_m^i = d_m^i \\ u_m^j = u_m^{j-1} + k_m^i \end{cases} \quad (3')$$

一般来说 L_m^i 是一个非线性算子.

有关网格分量说明如下:

限制 $u_{m-1} = I_{m-1}^{-1} u_m$ 取为 $u_{m-1}^i = u_m^i$, 简记为 $u_{m-1}^i = u_m^i$ (下同). 限制 $k_{m-1} = I_{m-1}^{-1} k_m$ 取为 $k_{m-1}^i = k_m^i$ + k_m^i . 限制 $d_{m-1} = I_{m-1}^{-1} d_m$ 有二个方案:

(1) $d_{m-1}^i = \frac{1}{2} (\bar{d}_m^i + d_m^i)$ 记为

$$I_{m-1}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

(2) $d_{m-1}^i = \frac{1}{12} (2\bar{d}_m^i + d_m^i + 4\bar{d}_m^i + 2\bar{d}_m^i + 2\bar{d}_m^i + \bar{d}_m^i)$ 记为

$$I_{m-1}^{-1} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

插值 $V_m = I_{m-1}^{-1} V_{m-1}$ 取为双线性插值即

$$I_{m-1}^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

有关记号和多重网格方法的计算过程可参见 [1-4]. 下面就模型方程详细分析光滑因子和收敛因子.

2 光滑因子

在对算法和算法分析的一般性不受影响的条件下可设模型方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & x \in (0, 1) \\ u(0, t) = 0, u(1, t) = 0 \\ u(x, 0) = g(x) \end{cases} \quad (7)$$

对空间偏导数离散化后得

$$\begin{cases} \frac{du_m(t)}{dt} = L_m u_m(t) + b_m \\ u_m(t)|_{t=0} = u_m(0) \end{cases} \quad (8)$$

这里 $L_m = \frac{1}{h_{mx}^2} \begin{pmatrix} -2 & 1 & & & \\ 1 & -2 & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & 1 & -2 \end{pmatrix}$, 为 $(n_{mx}-1) \times (n_{mx}-1)$ 阶矩阵, 由[5]知 L_m 的特征

值和对应的特征向量为

$$\begin{cases} \lambda_s = -4n_{mx}^2 \sin^2 \frac{s\pi}{2n_{mx}} \\ \varphi_s = (\varphi_{s1}, \varphi_{s2}, \dots, \varphi_{s(n_{mx}-1)})^T = \left(\sin \frac{s\pi}{n_{mx}}, \sin \frac{2s\pi}{n_{mx}}, \dots, \sin \frac{(n_{mx}-1)\pi}{n_{mx}} \right)^T, s = 1, 2, \dots, n_{mx}-1 \end{cases} \quad (9)$$

由(3)式得

$$k_m^j - \frac{h_{mt}}{2} L_m k_m^j = d_m^j \quad (10)$$

由于以下主要考虑光滑迭代和粗网格校正对误差的作用, 因此我们只需要考虑 k 的系数矩阵 $I_m - \frac{h_{mt}}{2} L_m$, 它仍有特征向量 φ_s , 而对应的特征值为 $1 - \frac{h_{mt}}{2} \lambda_s, (s=1, 2, \dots, n_{mx}-1)$.

定义 m 重网格的低频分量为 $\{\varphi_s: s < \frac{1}{2} n_{mx}\}$, 高频分量为 $\{\varphi_s: \frac{1}{2} n_{mx} \leq s < n_{mx}\}$, 当取 $v=1$ 时 m 重网格光滑迭代算子

$$S_m = (1 - \omega_m) I_m + \omega_m \frac{h_{mt}}{2} L_m \quad (11)$$

这里 ω_m 为松弛参数, 对 S_m 显然也有特征向量 φ_s , 对应的特征值

$$\chi_s = 1 - \omega_m \left(1 + 2h_{mt} n_{mx}^2 \sin^2 \frac{s\pi}{2n_{mx}} \right), s = 1, 2, \dots, n_{mx}-1 \quad (12)$$

记 $\tau_m = h_{mt}/h_{mx}^2$, 显然 $\tau_{m+1} = 2\tau_m$, 这表示在最细网格上 τ_1 最大, 在最粗网格上 τ_1 最小. 易知最优松弛参数 $\omega_{mb} = \frac{1}{1+1.5h_{mt}n_{mx}^2} = \frac{1}{1+1.5\tau_m}$, 在 ω_{mb} 下, 光滑因子 $\mu_{mb}(v) = \left(\frac{\tau_m}{2+3\tau_m} \right)^v$, 表 1 给出了 $\tau_m, \omega_{mb}, \mu_{mb}(v) (v \leq 4)$ 的有关数据.

表 1

τ_m	ω_{mb}	$\mu(1)$	$\mu(2)$	$\mu(3)$	$\mu(4)$
.25000E-01	.96386E+00	.12048E-01	.14516E-03	.17489E-05	.21071E-07
.50000E-01	.93023E+00	.23256E-01	.54083E-03	.12578E-04	.29250E-06
.10000E+00	.86957E+00	.43478E-01	.18904E-02	.82190E-04	.35735E-05
.20000E+00	.76923E+00	.76923E-01	.59172E-02	.45517E-03	.35013E-04
.40000E+00	.62500E+00	.12500E+00	.15625E-01	.19531E-02	.24414E-03
.80000E+00	.45455E+00	.18182E+00	.33058E-01	.60105E-02	.10928E-02
.16000E+01	.29412E+00	.23529E+00	.55363E-01	.13027E-01	.30651E-02
.32000E+01	.17241E+00	.27586E+00	.76100E-01	.20993E-01	.57912E-02
.64000E+01	.94340E-01	.30189E+00	.91136E-01	.27513E-01	.83057E-02
.12800E+02	.49505E-01	.31683E+00	.10038E+00	.31804E-01	.10077E-01

3 粗网格校正算子和不变子空间

Ω_m, Ω_{m-1} , 分别表示细、粗网格, 记 $N = n_{(m-1)x} = \frac{1}{2} n_{mx}, \xi = \sin^2 \frac{s\pi}{4N}$, L_{m-1} 的特征向量和对应的特征值为

$$\begin{cases} \Phi_s = (\Phi_{s1}, \Phi_{s2}, \dots, \Phi_{s(N-1)})^T = \left(\sin \frac{s\pi}{N}, \sin^2 \frac{s\pi}{N}, \dots, \sin \frac{(N-1)\pi}{N} \right)^T \\ \Lambda_s = -4N^2 \sin^2 \frac{s\pi}{2N} = -16N^2 \xi (1 - \xi), s = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (13)$$

注意到当 $if = 2ic$ 时

$$\begin{cases} \varphi_{sif} = -\varphi_{(n_x-s),if} = \Phi_{sic} & s < N \\ \varphi_{sN} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

引理 1 (a) 当限制算子 I_m^{m-1} 取 (4) 式, 则

$$I_m^{m-1} \begin{Bmatrix} \varphi_s \\ -\varphi_{n_x-s} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \Phi_s \quad (s < N) \quad (15)$$

(b) 当限制算子 I_m^{m-1} 取 (5) 式时, 则

$$I_m^{m-1} \begin{Bmatrix} \varphi_s \\ -\varphi_{n_x-s} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 - \xi \\ \xi \end{Bmatrix} \Phi_s \quad (s < N) \quad (16)$$

引理 2 当插值算子 I_m^{m-1} 取 (6) 式时, 则

$$I_m^{m-1} \Phi_s = (1 - \xi) \varphi_s + \xi (-\varphi_{n_x-s}) \quad (s < N) \quad (17)$$

记校正算子为 K_m , 由 [2] 可得

$$K_m = I_m - I_m^{m-1} (I_{m-1} - h_{mt} L_{m-1})^{-1} I_m^{m-1} (I_m - \frac{h_{mt}}{2} L_m) \quad (18)$$

定义 $E_m = \text{span}\{\varphi_s, -\varphi_{n_x-s}, s \leq N\}$, $\hat{E}_{ms} = \text{span}\{\varphi_s, -\varphi_{n_x-s}\}, s < N$, 并取 $\varphi_s, -\varphi_{n_x-s}$ 为 \hat{E}_{ms} 的基, 取 $\varphi_s, -\varphi_{n_x-s}, s = 1, 2, \dots, N$ 为 E_m 的基.

定理 1 当取限制算子 I_m^{m-1} 为 (4) 式, 插值算子 I_m^{m-1} 为 (6) 式, 则 \hat{E}_{ms} 为校正算子 K_m 的不变子空间, K_m 相似于由最高为 2×2 阶矩阵 \hat{K}_{ms} 组成的块对角矩阵, 这里

$$\begin{cases} \hat{K}_{ms} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{d_0} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, (s < N) \\ K_{mN} = 1 \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= (1 + 2\tau_m \xi)(1 - \xi), a_{12} = (1 + 2\tau_m \xi)\xi \\ a_{21} &= [1 + 2\tau_m(1 - \xi)](1 - \xi), a_{22} = [1 + 2\tau_m(1 - \xi)]\xi \\ d_0 &= 1 + 4\tau_m \xi(1 - \xi) \end{aligned} \quad (20)$$

且有 $\rho(\hat{K}_{ms}) = 1, \rho(K_m) = 1$

$$\begin{aligned} \text{证: } K_m \varphi_s &= \left[1 - \frac{1 + 8h_{mt} N^2 \xi}{1 + 16h_{mt} N^2 \xi (1 - \xi)} \right] \varphi_s - \frac{1 + 8h_{mt} N^2 \xi}{1 + 16h_{mt} N^2 \xi (1 - \xi)} (-\varphi_{n_x-s}) \\ &= \left(1 - \frac{a_{11}}{d_0} \right) \varphi_s - \frac{a_{12}}{d_0} (-\varphi_{n_x-s}) \end{aligned}$$

注意到 $\lambda_{m, s} = -16N^2 \sin^2 \frac{2(2N-s)}{4N} = -16N^2(1-\xi)$, $K_m(-\varphi_{m, s}) = -\varphi_{m, s} - \frac{1+8h_m N^2(1-\xi)}{1+16h_m N^2 \xi(1-\xi)} [(1-\xi)\varphi_s + \xi(-\varphi_{m, s})] = -\frac{a_{21}}{d_0} \varphi_s + (1 - \frac{a_{22}}{d_0})(-\varphi_{m, s})$. 所以 (19) 式成立. 矩阵 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 的特征多项式为 $\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0$, 计算得它的特征值为 $0, d_0$, 由此得 $\hat{K}_{m, s}$ 的特征值为 $1, 0 (s < N)$, 又 $\hat{K}_{m, N} = 1$ 得 $\rho(K_m) = \max_{s \leq N} \rho(\hat{K}_{m, s}) = 1, (s \leq N)$.

定理 2 当取限制算子 I_m^{-1} 为 (5) 式, 插值算子 I_m^{-1} 为 (6) 式, 则 \hat{E}_m 也为校正算子 K_m 的不变子空间, K_m 相似于由最高为 2×2 阶矩阵 $\hat{K}_{m, s}$ 组成的块对角矩阵, 这里

$$\begin{cases} \hat{K}_{m, s} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{d_0} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, s < N \\ \hat{K}_{m, N} = 1 \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= (1 + 2\tau_m \xi)(1 - \xi)^2, a_{12} = (1 + 2\tau_m \xi)\xi(1 - \xi) \\ a_{21} &= [1 + 2\tau_m(1 - \xi)]\xi(1 - \xi), a_{22} = [1 + 2\tau_m(1 - \xi)]\xi^2 \\ d_0 &= 1 + 4\tau_m \xi(1 - \xi) \end{aligned} \quad (22)$$

且有 $\rho(\hat{K}_{m, s}) = 1, \rho(K_m) = 1$

证明和定理 1 类似, 从略.

在定理 1、2 中皆得到 $\rho(K_m) = 1$, 这说明粗网格校正方法是不能单独作为求解方法的. 但是 $\hat{K}_{m, s} (s < N)$ 中第一行系数有一个 ξ 因子, 对低频来说 ξ 是一个较小的数, 这说明校正算子 K_m 对误差中的低频分量有较好的缩减效果且频率越低效果越佳.

4 二重网格方法算子和收敛因子

易证 \hat{E}_m 也是光滑迭代算子 S_m^* 的不变子空间, 且 S_m^* 相似于由最高为 2×2 阶对角矩阵 $\hat{S}_{m, s}$ 组成的块对角矩阵, 由于 $\hat{S}_{m, s}$ 本身就是对角矩阵所以在 \hat{E}_m 中 S_m^* 和矩阵表示实际上是一个对角矩阵. 这里

$$\begin{cases} \hat{S}_{m, s} = \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix}, s < N \\ \hat{S}_{m, N} = [1 - \omega_m(1 + \tau_m)] \\ d_1 = 1 - \omega_m(1 + 2\tau_m \xi), d_2 = 1 - \omega_m[1 + 2\tau_m(1 - \xi)] \end{cases} \quad (23)$$

二重网格方法算子 M_m 可表示为

$$M_m = S_m^* K_m S_m^* \quad (24)$$

子空间 $\hat{E}_m (s \leq N)$ 在 K_m 和 S_m^* 下的不变性隐含了在 M_m 下的不变性, 由此可得 M_m 在 \hat{E}_m 中的矩阵表示 $\hat{M}_{m, s}$ 为

$$\hat{M}_{m, s} = \hat{S}_{m, s}^* \hat{K}_{m, s} \hat{S}_{m, s} \quad (25)$$

由于 $\hat{S}_{m, s}^* \hat{K}_{m, s} \hat{S}_{m, s}$ 和 $\hat{S}_{m, s}^* \hat{S}_{m, s} \hat{K}_{m, s}$ 有相同的特征值, $\hat{S}_{m, s}$ 为对角矩阵, 记 $u = v_1 + v_2$, 则 $\hat{S}_{m, s}^* \hat{S}_{m, s} = \hat{S}_{m, s}$.

$$\begin{aligned} \rho(\hat{M}_{m, s}) &= \rho(\hat{S}_{m, s}^* \hat{K}_{m, s}) \\ \rho(M_m) &= \max_{0 < s \leq N} \rho(\hat{M}_{m, s}) = \max_{0 < s \leq N} \rho(\hat{S}_{m, s}^* \hat{K}_{m, s}) \end{aligned} \quad (26)$$

二重网格算子 M_m 的谱半径 $\rho(M_m)$ 即二重网格方法的收敛因子, 它只和 $\nu_1 + \nu_2$ 有关, 可简记为 $\rho_m(\nu)$.

定理 3 取插值算子 I_m^{-1} 如(6)式, 则有

$$\begin{cases} \hat{S}_{m,s}^v \hat{K}_{m,s} = \frac{1}{d_0} \begin{pmatrix} d_1^* & 0 \\ 0 & d_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (d_0 - a_{11} & -a_{12}) \\ -a_{21} & d_0 - a_{22} \end{pmatrix} \quad (s < N) \\ \hat{S}_{m,N}^v \hat{K}_{m,N} = [1 - \omega_m(1 + \tau_m)]^v \end{cases} \quad (27)$$

这里记 $b = -d_1^*(d_0 - a_{11}) + d_2^*(d_0 - a_{22})$, $c = d_1^*d_2^*[(d_0 - a_{11})(d_0 - a_{22}) - a_{12}a_{21}]$

$$\rho_{m,s} = \begin{cases} \frac{1}{2d_0} (|b| + \sqrt{b^2 - 4c}) \quad (s < N) \\ [1 - \omega_m(1 + \tau_m)]^v \quad (s = N) \end{cases} \quad (28)$$

则

$$\rho_m(\nu) = \rho(M_m) = \max_{0 < s \leq N} \rho_{m,s} \geq [1 - \omega_m(1 + \tau_m)]^v$$

①当限制算子 I_m^{-1} 取(4)式时, $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ 同定理 1, 这时 $c=0$.

②当限制算子 I_m^{-1} 取(5)式时, $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ 同定理 2, 这时恒成立 $b^2 - 4c \geq 0$.

证. 这里只证明②中的 $b^2 - 4c \geq 0$, 其他结论通过适当计算不难得出. 注意到 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$, 所以 $c = d_0d_1^*d_2^*(d_0 - a_{11} - a_{22})$, 这时

$b^2 - 4c = [d_1^*(d_0 - a_{11}) - d_2^*(d_0 - a_{22})]^2 + 4d_1^*d_2^*a_{11}a_{22}$, 注意到 $a_{11} > 0, a_{22} > 0$, 所以当 ν 为偶数或 $d_1d_2 \geq 0$ 时 $b^2 - 4c \geq 0$, 当 ν 为奇数且 $d_1d_2 < 0$ 时 $d_0 - a_{11} - a_{22} = 2\xi(1 - \xi)(1 + \tau_m) > 0, d_0 > 0$ 所以 $c = d_1^*d_2^*d_0(d_0 - a_{11} - a_{22}) < 0, b^2 - 4c > 0$.

取 $\omega_m = \frac{1}{1 + 1.5\tau_m}$, 表 2、表 3 分别对定理 3 的①, ②给出了 $\tau_m, \nu, \rho_m(\nu)$ 的关系.

表 2

τ_m	ω_m	$\rho(1)$	$\rho(2)$	$\rho(3)$	$\rho(4)$
.25000E-01	.96386E+00	.12048E-01	.14874E-03	.38078E-05	.10849E-06
.50000E-01	.93023E+00	.23256E-01	.56722E-03	.28029E-04	.15488E-05
.10000E+00	.86957E+00	.43478E-01	.20705E-02	.19136E-03	.19942E-04
.20000E+00	.76923E+00	.76923E-01	.69952E-02	.11459E-02	.21444E-03
.40000E+00	.62500E+00	.12500E-00	.20870E-01	.55840E-02	.17375E-02
.80000E+00	.45455E+00	.18182E+00	.52350E-01	.20608E-01	.96152E-02
.16000E+01	.29412E+00	.23529E+00	.10728E+00	.55700E-01	.34827E-01
.32000E+01	.17241E+00	.27586E+00	.18085E+00	.11285E+00	.85668E-01
.64000E+01	.94340E-01	.30189E+00	.25970E+00	.18211E+00	.15615E+00
.12800E+02	.49505E-01	.31683E+00	.33159E+00	.25019E+00	.23118E+00

表 3

τ_m	ω_m	$\rho(1)$	$\rho(2)$	$\rho(3)$	$\rho(4)$
.25000E-01	.96386E+00	.12050E-01	.25811E-03	.68748E-05	.19728E-06
.50000E-01	.93023E+00	.23269E-01	.97016E-03	.50017E-04	.27760E-05
.10000E+00	.86957E+00	.43563E-01	.34484E-02	.33414E-03	.34805E-04
.20000E+00	.76923E+00	.77408E-01	.11131E-01	.19266E-02	.35756E-03
.40000E+00	.62500E+00	.12723E+00	.30973E-01	.88530E-02	.27024E-02
.80000E+00	.45455E+00	.18955E+00	.70973E-01	.30230E-01	.13675E-01
.16000E+01	.29412E+00	.25515E+00	.13202E+00	.75111E-01	.45080E-01
.32000E+01	.17241E+00	.31476E+00	.20411E+00	.14112E+00	.10218E+00
.64000E+01	.94340E-01	.36367E+00	.27398E+00	.21485E+00	.17513E+00
.12800E+02	.49505E-01	.40133E+00	.33320E+00	.28325E+00	.24848E+00

当取 $P_1=3, l=5, T=0.1, \nu=2$, 这时最大的是 $\tau_5=0.4$, 由表 2 可查得二重网格的收敛因子最差的为 $\rho(2)\approx 0.02$, 它是相当小的, 即此方法的收敛速度是相当快的.

参 考 文 献

- [1] 蒋长锦, 中国科学技术大学学报, 21(1991), 78~86.
- [2] Stiben K and Trottenberg U, Lecture Notes in Math., No. 960, Springer-Verlag, Berlin 1982; 1~176.
- [3] Hackbusch W, Multi-grid Methods and Applications, Springer-Verlag, Berlin, 1985; 80~10.
- [4] Brand A, Lecture Notes in Math., No. 960, Springer-Verlag, Berlin, 1982; 220~312.
- [5] 北京大学、吉林大学、南京大学计算数学教研室, 计算方法, 人民教育出版社, 北京 1962; 461~483.

A Multigrid Method for Solutions of One-Dimensional Parabolic Partial Differential Equations and Model Problem Analysis

Jiang Changjin

(Department of Mathematics)

Abstract

In this paper, a new multigrid method for solutions of one-dimensional partial differential equations is developed. For the model equation, the smoothing factor is analysed, the invariant subspaces structured and the matrixes representing the correction and two-grid operators, respectively, are obtained. The spectral radius, the convergent factor of two grid method is deduced, thus solving the convergence problem of the two grid method.

Key words: smoothing factor, invariant subspaces, coarse-grid-correction operator, convergence factor.

非晶硅 PIN 太阳能电池在强光照射下的光电转换现象

马玉蓉 周 强 吴志强

(物 理 系)

摘 要

用两种不同波长、不同功率的单色光作为激发光源,研究非晶硅 PIN 太阳能电池的光电特性,测试并计算了有关数据,发现在高功率强光照射下, PIN 太阳电池光电转换呈现一种异常的现象,对此作了理论解释。

关键词: 非晶硅, 太阳能电池, 光电转换。

中图法分类号: O472.3

1 引言

由于氢化非晶硅具有良好的光电导性质,在可见光范围内具有较高的吸收系数,和其它结构的太阳能电池(如 MIS 肖特基势垒)相比较具有许多优点,利用 P 层和 i 层的体结构,可以避免金属和非金属(a-Si:H)之间的介面状态对电池性能的影响,它的制备重复性好,性能稳定,材料便宜,工艺简便,可以进行大面积的工业化生产,已成为非晶太阳能电池的主要发展方向。

我们用短脉冲高功率激光研究它的光电转换特性时发现,当辐照光功率增加到一定程度时,光电池的输出电压反而减小,通过反复实验证实这种异常现象的存在并给予理论上解释。

2 实验

本实验所用样品,是用等离子体辉光放电法制备的,由 p-SiC:i-Si:H, n-Si:H 以及透明电极组成,其结构如图 1 所示。

根据文献[1]给出的PIN和NIP的收集率和量子效率与波长之间的关系曲线,我们选对在收集率和量子效率峰值附近对应的波长632.8nm的He-Ne激光作为稳态辐照光源,用以测量光伏特性,选取波长为532nm的脉冲激光作为瞬态辐射光源,研究瞬态光伏特性,测试装置如图2所示.图中1—辐照光源,脉冲宽度为10ns,脉冲功率可变,脉冲上升和下降沿均为3ns;2—待测太阳能电池;3—接收装置为VP-5530B(500MC)存储示波器.

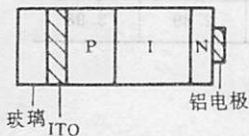
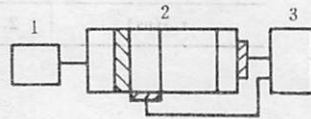


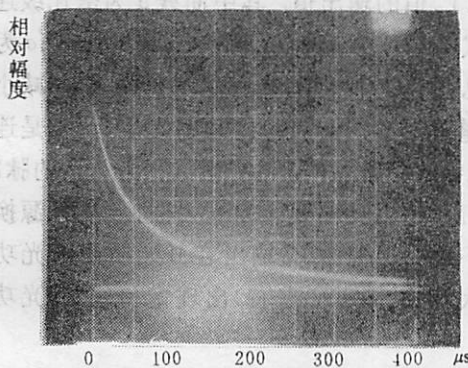
图1 PIN 电池结构

图2 瞬态光伏特性测试装置
1 光源 2 待测电池 3 接收装置

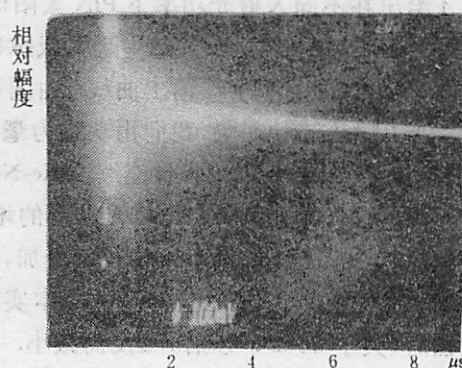
3 实验结果与讨论

我们分别研究了非晶硅PIN太阳能电池在稳态光激发下和瞬态光激发下的输出特性.

用He-Ne激光辐照样片,当照射功率在5—25mW范围内变化时,电池的 $I-V$ 特性呈现正常的变化规律, V_{oc} 随着激发光功率的增加而增加.



(a)



(b)

图3 PIN 电池瞬时光伏波形

然而当使用千瓦级脉冲激光激发样品时,发现电池输出的一种异常现象.

当一个单脉冲激光照射到样品上,电池输出电压的瞬时波形由快速存储示波器记录如图3所示,(a)为全波形,(b)为上升前沿的展开波形.在瞬态过程中,光生载流子的响应时间 τ ,可以用下式求出[2]:

$$\tau_r^{-1} = - \frac{1}{V_{\max}} \frac{dV}{dt} \Big|_{t=t_{\max}} \quad (1)$$

光生载流子的有效寿命 τ_{eff} 的计算公式为

$$\tau_{\text{eff}} = \left(\frac{KT}{e} \right) \left(\frac{dV}{dt} \right)^{-1} \quad (2)$$

式中, e 为电子电荷, K 为玻尔兹曼常数, T 为绝对温度, 取 $T=295\text{K}$. τ_{eff} 与扩散长度成正比, 同时也代表太阳能电池光生载流子收集率的高低. 根据以上公式计算出在不同光功率下样品的 τ_r 和 τ_{eff} 值列于下表.

光功率(kW)	30	110	240	340	650
τ_r (μs)	50	50	50	50	50
τ_{eff} (μs)	2.00	2.09	2.10	2.89	3.98

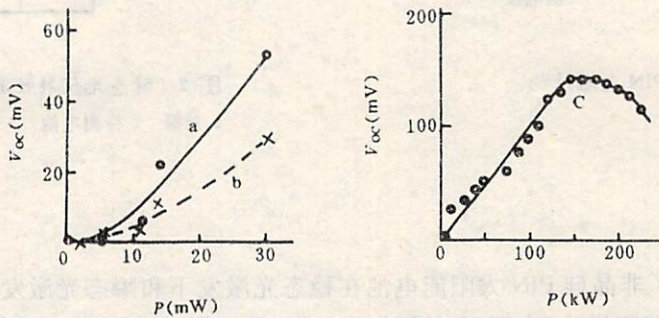


图 4 V_{oc} 随入射光功率的变化关系

图 4 给出在不同入射光功率下 PIN 太阳电池 V_{oc} 值的输出值. 其中曲线 a 为毫瓦级连续的 He-Ne 激光辐照时的输出曲线; b 为毫瓦级脉冲式 He-Ne 激光辐照下的 V_{oc} 输出曲线; c 为千瓦量级的脉冲激光辐照时的 V_{oc} 输出曲线. 由图可见, 曲线 c 中随着光强的增加出现 V_{oc} 减小的异常现象. 为了确认这种现象, 我们用功率为毫瓦量级的 He-Ne 激光作辐射光源, 无论是连续辐照, 还是以脉冲方式(用斩波器将连续的 He-Ne 光源进行斩波, 使之变为脉宽为 1ms 的脉冲光)照射, PIN 太阳电池的 V_{oc} 输出均随光功率的增加而增大, 见曲线 a 和 b. 但将入射光源换成千瓦量级的脉冲激光时, 光功率从零开始增加, PIN 太阳电池的 V_{oc} 输出在开始阶段随光功率的增加而增大, 当光功率增加到一定值时(本实验大约在 150kW 左右)出现饱和现象, 光功率再继续增加时(大于 200kW 以后) V_{oc} 反而减小.

根据 Stutzman^[3] 给出的公式, 在光强为 I , 光照时间为 t 的情况下, 自旋态密度 N_s 以及光电导 σ_{ph} 有如下变化关系:

$$N_s(t) - N_s(0) = K_N I^{2/3} \cdot t^{1/3} \quad (3)$$

$$\sigma_{ph} = e\mu n = (e\mu/\tau_s) \cdot [G/N_s(t)] \quad (4)$$

其中, K_N 为比例常数, G 为光生载流子数, τ_s 为电子被悬键态所复合的几率, μ 为电子迁移率, e 为电子电荷, n 为自由电子数. 由 Smith 的载流子模型^[4,5,6], 对收集率长度 l_{co} 有

$$l_{co}/d = \frac{\mu}{r} \cdot \frac{U_{bi}}{d^2} \cdot \frac{1}{N_s(t)} \quad (5)$$

式中, d 为 PIN 电池 i 层度, U_{bi} 为内建电场, $\frac{\mu}{r}$ 可视为常数. 由公式(3)(4)(5)可以看出, 随着光

强 I 的增加,自旋态密度 N_s 增大,光电导 σ_m 和收集率长度 l_{co} 减小,可以估算出,对毫瓦量级的 He-Ne 光斩波后(脉宽 1ms),与千瓦级的脉冲激光(脉宽为 10ns)的 N_s 比值为

$$\frac{\Delta N_s(t)_{\lambda=632.8}}{\Delta N_s(t)_{\lambda=532.0}} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{2/3} \cdot \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^{1/3} = \left(\frac{10^{-2}}{10^5}\right)^{2/3} \cdot \left(\frac{10^{-3}}{10^{-8}}\right)^{1/3} = 10^{-3}$$

可见,后者产生的悬键态密度 $\Delta N_s(t)$ 要比前者高出三个量级以上,这表明后者产生的载流子复合中心要远多于前者(大约一千倍以上)。由于在强光照射下产生大量的悬键态,它们对光生载流子起到复合中心的作用,以致有效光生载流子数目不再与光子流密度成正比。而受复合中心的控制,也就是说,对光生伏特起主要作用的不仅与光生载流子数目有关,而且与复合中心数目的增减密切相关,两种过程的竞争,导致光生伏特在强光照射下出现上述异常现象。图4中曲线c的前半部, V_{oc} 随入射光强增加而增大,同时复合中心也随光强的增加而增加;当光强达到一定值以后,光生载流子与复合中心的产生达到平衡,此时光电池的输出不再随光强的增加而增大, V_{oc} 达到饱和;当光强进一步增加时,复合作用显著增强,导致光生伏特减小,这就是所观察到的异常输出现象的可能起因。

应该指出,所引用的公式(3)是针对光强范围在 50—700mW 而提出的,而我们所用的光强单次脉冲为千瓦量级,因此悬键产生的动力学过程会是不一样的,这一点需要做更深入的研究。

4 结论

- 1) 非晶硅 PIN 太阳能电池的输出,在辐照光强一定的范围内,输出随光强的增加而增大;
- 2) 光电池的光生载流子寿命随辐照光强的增加而增加,但响应时间不变;
- 3) 在强光照射下,光生伏特出现随入射光功率增加而减小的异常现象,这是由于入射的强光产生大量悬键态起到复合中心的作用所致。

参 考 文 献

- [1] Tawada Y, Koudo M, Okamoto H and Hamakawa Y, *Solar Energy Materials*, 6(1982),299.
- [2] Harzion Z, *Solar Energy Materials*, 12(1985),299.
- [3] Stutzman M, Jackson W B and Tsai C C, *Appl. Phys. Lett*, 45(1984), 1075.
- [4] Smith Z E, Wagner S and Faughan B.W, *Appl. Phys. Lett*, 46(1985),1078.
- [5] Smith Z E, Wagner S, in proc. of the MRS Conf. on Materials in Appl. Session of Amorphous Silicon Technology, San Francisco, 1985.
- [6] Smith Z E, Wagner S, *J. Non-cryst. Sol.* 77/78, (1985),1461

Photo-electrical Conversion Properties in Amorphous Silicon PIN Solar Cells at Strong Illumination

Ma Yurong Zhou Qiang Wu Zhiqiang

(Department of Physics)

Abstract

In this paper, are represented the results of the studies on photo-electrical properties of amorphous silicon PIN solar cells excited by monochromatic light sources of different wavelengths and intensities. Some of the characteristic parameters have been measured and calculated. We find that under higher intensity illumination, an abnormal photo-electrical conversion in amorphous PIN solar cells appears. A tentative interpretation is given.

Key words: Amorphous silicon, Solar cell, Photo-electrical conversion.

Zn/MnO₂ 固态电池

王文楼 林枫凉 刘皖育 俞文海

(近代化学系)

(材料科学与工程系)

摘要

利用 Zn-蒙脱石作为固体电解质, 组装成 Zn/Zn-蒙脱石/MnO₂ 固态电池, 研究了不同温度处理的电解 MnO₂ 对电池性能的影响, 发现以 γ 和 β 相共存的 MnO₂ 具有较高的放电容量. 电池的极化性能研究表明电解质的电阻所引起的欧姆极化是电池极化的主要因素. 本文还初步探讨了离子在蒙脱石中的迁移机制对电池性能的影响, 提出水合离子迁移的概念.

关键词: 固态电池, 极化, Zn-蒙脱石, 快离子导体.

中图法分类号: O646.21

1 引言

粘土矿物蒙脱石具有较高的传输离子的能力, 因其室温电导率高, 离子迁移活化能低^[1,2], 可作为多种电池的电解质材料^[3,4].

本文报导 Zn-蒙脱石作为固体电解质在 Zn/MnO₂ 固态电池方面的应用及固态电池的性能.

2 实验与结果

2.1 Zn-蒙脱石的电性能测试

通过离子交换法, 将天然蒙脱石(钙基)改性为 Zn-蒙脱石. 用 ZL5 型 LCR 智能测试仪测量石墨/Zn-mont./石墨电池的交流阻抗谱. 由等效电路分

析, Zn-蒙脱石的 σ_{dc} 为 $8.3 \times 10^{-4} \text{ S} \cdot \text{cm}^{-1}$ (20°C). 在固定 100KHz 频率下, Zn-蒙脱石的 $\log \sigma T$

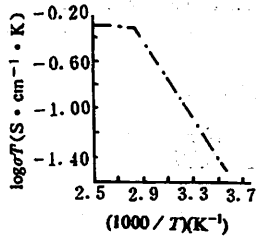


图 1 Zn-蒙脱石的电导率与温度关系曲线

$\sim \frac{1}{T}$ 关系见图 1. 曲线在 82°C 发生转折. 由斜率计算出离子导电活化能分别为 0.33eV 和 0.05eV . 用锌片做可逆电极, 直流极化法测得 Zn-蒙脱石的 σ_{dc} 为 $2.4 \times 10^{-4} \text{ S} \cdot \text{cm}^{-1}$ (20°C).

2.2 MnO₂ 热处理及阴极制备

将电解 MnO_2 (electrolytic manganese dioxide) 在 110°C 、 230°C 、 350°C 、 450°C 下处理 4h. EMD 的晶体结构主要是 γ 型, 随着温度提高, γ 相和 β 相之比逐渐减小, 到 450°C 时, 已是较纯的 β 相.

实验电池所用的阴极是 EMD、Zn-蒙脱石和石墨的混合物.

在 3.6T/cm^2 压力下, 把锌片、Zn-蒙脱石和阴极一次压成 $\phi 13 \times 2 \sim 3\text{mm}$ 的片状电池, 重约 0.6g . 把电池封入有机玻璃夹具中, 用石墨片集流. 电池的结构与 [3] 相似.

2.3 电池性能的测量

电池的开路电压为 $1.40 \sim 1.80\text{V}$. 图 2 是实验电池的恒阻放电曲线. 以 $100\text{k}\Omega$ 负载, 到截止电压 1.00V 时, 电池可连续工作 45 天. 平均电流密度为 $10.4\mu\text{A/cm}^2$, 电池容量 14.7mAh , 比能量 33.2Wh/kg . 以 $20\text{k}\Omega$ 负载, 平均电流密度 $48.5\mu\text{A/cm}^2$, 截止到 1.00V 时已放出 12.4mAh . 而以 $1\text{M}\Omega$ 负载, 电池连续放电 350 天后, 电压仍在 1.46V . 图 3 展示了由热处理后的 EMD 所组装成的电池放电曲线. 热处理温度 $\leq 230^\circ\text{C}$ 时, 电池的容量变化不大. 热处理温度较高时, 电池的容量明显下降. 450°C 处理的 EMD, 基本上失去了电化学活性, 电池的放电性能很差.

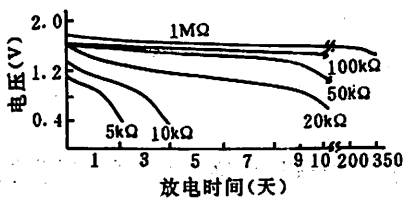


图 2 Zn/Zn-mont./MnO₂ 电池放电曲线

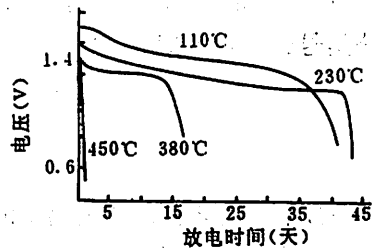


图 3 Zn/Zn-mont./MnO₂ 电池放电曲线 (110kΩ 负载)

2.4 电池的极化性能

电池极化性能测量采用三电极体系. $\phi 0.5\text{mm}$ 的锌丝做参比电极. 图 4 中的 a 曲线是电池的 $I-V$ 曲线. 电池的 $I-V$ 性能表明电池内部存在着较严重的极化, 曲线 a' 是扣除内阻欧姆降后的情况. 电池的极化性能与电极的表面状态和环境温度有关. 图 4 中的 b、c、d 曲线是 Zn(Hg)/Zn-mont./MnO₂ 电池分别在 16°C 、 27°C 、 50°C 下的 $I-V$ 曲线. 锌电极表面汞齐化后, 电池的极化性能大大改善, 温度提高使极化现象明显减弱.

电池的阴、阳极极化曲线见图 5A (在 16°C 时) 图中 a 为阳极极化曲线, b 为阴极极化曲线, 扣除欧姆极化的贡献, 电极的极化曲线分别为 a' 和 b'. 图 5B 是阳极汞齐后, b、c、d 曲线分别在 16°C 、 27°C 、 50°C 时的阴、阳极极化曲线, a 为 Zn/MnO₂ 16°C 时的阴、阳极极化曲线.

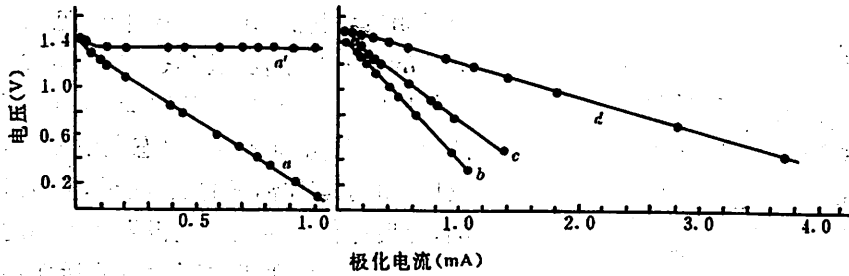


图 4 Zn/MnO₂ 固态电池 I-V 曲线

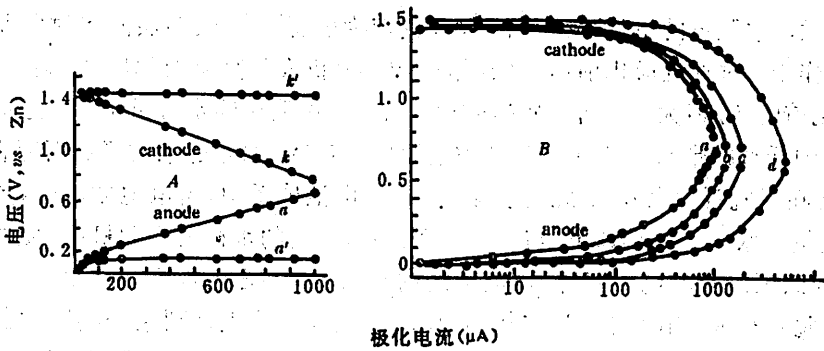


图 5 Zn/MnO₂ 固态电池阴、阳极极化曲线

3 讨论

3.1 Zn-蒙脱石的电性能

对于性能好的电池,阳极起导电离子源的作用,电解质只起传导导电离子的作用,用 I 对 V 作图应为一曲线。当极化电流 $\geq 100\mu\text{A}$ 时,图 4 的 $I-V$ 关系符合 $I \propto V$ 规律,说明在电池放电过程中,Zn-蒙脱石中的导电离子是 Zn^{2+} 。由电池的内阻计算 Zn-蒙脱石的 $\sigma_{a.c.}$,为 $1.9 \times 10^{-4} \text{Scm}^{-1}$ (16°C),活化能为 0.34eV ,与交、直流电导率测量结果较为吻合,表明 Zn-蒙脱石是室温下电导率较高的 Zn^{2+} 导体材料。

在 Zn-蒙脱石的 $\log \sigma T \sim \frac{1}{T}$ 图上明显出现转折,暗示着蒙脱石的导电机理发生了变化。在室温下,蒙脱石中的层间水是高度取向的^[6],这种水具有一定的刚性, Zn^{2+} 在这样的层间环境中迁移阻力较大(活化能力为 0.33eV),随着温度的升高,层间水的取向性减弱,可流动的液态水^[7]的成分逐渐增多,当增加到一定的程度时,蒙脱石层间就可能成为液态电解质体系,此时离子迁移的活化能较小(0.05eV)。

3.2 影响电池容量的因素

电池的放电容量是表征电池性能优劣的一项关键指标,放电电流大小是影响电池容量的因素之一。究其原因这是由于电池内部的极化所引起。电池的极化现象随放电电流增大而变得严重,使容量下降。这在图 4 和图 2 上有明显的表现。

电池的放电容量对 EMD 含量不十分敏感,其原因之一可能与电池反应机理有关.从放电

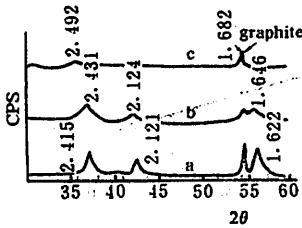


图 6 MnO₂ 阴极放电前后的 XRD 图

a. 放电前; b. 放电 13mAh; c. 放电 20mAh

前后阴极材料的 XRD 分析可知(见图 6),放电后, MnO₂ 的晶格发生膨胀,与 Li/MnO₂ 固态电池的反应结果一致^[8]. 表明 Zn/MnO₂ 固态电池的反应机理与 Li/MnO₂ 固态电池相似,是插入反应. 由于客体离子的插入受其扩散过程的影响,使反应仅发生在距电极界面很小的一段范围区域内^[5],而阴极内部大量的活性物质并没有被利用,所以会出现活性物质(EMD)含量多,电池容量没有增加. 其因之二可能与蒙脱石中

离子迁移方式有关. 蒙脱石的电导率对层间水含量较为敏感^[2,9],表明层间水对蒙脱石的导电过程起着重要作用. 对直流极化前后的蒙脱石 XRD 分析表明直流极化后的 d_{001} 值(与负极接触的面)比极化前的 d_{001} 值大. 对同一样品来说, d_{001} 增大说明层间水含量增多. 这些多余的水可能是由 Zn²⁺ 的迁移携带来的. 即当 Zn²⁺ 被还原后,与 Zn²⁺ 络合的水被释放而留在蒙脱石中(沉积的锌主要在蒙脱石片上). 由此可以设想,在一电池体系中,当电池放电时,蒙脱石中的 Zn²⁺ 携带一定量的水分子移动; Zn²⁺ 与 MnO₂ 反应后,移动的水被留在阴极中,使电解质中的含水量下降,导致蒙脱石的电导率降低,电池的内阻增大. 在电池放了一定电量的电以后,对同一样品的蒙脱石来说,内阻增大基本相同,反映在电池性能就是到某一共同的截止电压时,电池所放出的电量相近,而与阴极活性物质含量多寡关系不大. 同理推测,蒙脱石中的含水量增大时,电池的放电容量也会增大. 实验结果的确如此. 蒙脱石含水量从约 15% 增大到约 25% 时,电池容量增加近二倍.

迁移到阴极中的水对提高电池容量也有一定的贡献. XRD 数据说明,水分子并没有进入其晶格内部,这些水可能留在 MnO₂ 颗粒的外表面,起到湿润作用. 为后续离子向阴极更内部扩散提供了通道,扩大了反应区域,使电池的容量增加.

电池容量除与上述因素有关以外,热处理的条件对电池的容量影响也较大. 文献^[8]报道了热处理对 Li/MnO₂ 固态电池的影响,230℃ 的热处理条件最佳. 而我们的实验结果与之有所不同,热处理温度控制在 ≤ 230℃ 时,对电池的容量影响不大. 这可能与材料的来源有关. 热处理的目的就是要使 MnO₂ 的晶格相发生变化. 实验所用的 EMD 是以 γ 相为主,γ、β 相共存的 MnO₂. 从晶格相角度分析,两者基本一致. 即 γ、β 两相共存时, MnO₂ 的活性高,而单纯的 β 相存在时活性很差.

8.3 极化性能

电极极化对电池的性能影响较大,引起极化的因素较多如电化学极化、浓差极化和欧姆极化等. 了解极化性质对改善电池性能具有指导意义. 从图 4 可见,当极化电流 $I > 100\mu A$ 时,电池的 $R-I$ 关系符合欧姆规则,由此算出电池的内阻为 1220Ω. 电池的欧姆极化行为随环境温度的升高而降低(见图 4 b、c、d 曲线). 意味着电池的内阻主要来源是电解质的电阻. 与 3.1 讨论相符. 如果不考虑电池内阻的欧姆极化,在 $I > 100\mu A$ 时,极化没有明显增加,端电压比开路电压低 140mV(图 4a). 可能的原因是在此区段里,极化以欧姆极化为主,其它类型的极化相对于欧姆极化要小得多,因而信号被淹没. 当 $I < 100\mu A$ 时,欧姆极化较小,它们的信号能够

表现出来。

电池的阴、阳极极化曲线(图 5B)与 $\text{Cu}_{1-x}/\text{Cu}_2\text{Se}$, Se ($x = \text{Rb}, \text{Cu}_{16}\text{I}_{17}\text{Cl}_{13}$)^[10] 固态电池极化曲线相似, 扣除欧姆极化后, 在阴极没有观察到其它类型的极化现象。其因可能与上面的讨论有关, 即大的欧姆极化掩盖了其它极化的信号。同样在不考虑欧姆极化的情况下(下文中如不指明均为非欧姆极化), 阳极极化与电池的极化现象相似, 在 $I > 100\mu\text{A}$ 时, 阳极的电位向正方向位移约 140mV。由此可见, 电池的极化主要来自阳极。经汞齐化后, 阳极的极化曲线并没有改变, 仅是电位的位移减小至约 70mV。温度提高, 位移幅度又进一步减小至约 20mV。汞齐的作用可能与改观电极/电解质界面状态有关。汞齐是一半固态的金属, 它的存在增强了界面接触(经解剖后发现部分汞齐进入蒙脱石中), 使离子迁越界面性能提高, 因而使极化减弱。温度提高, 可降低电化学极化, 又可加速离子的扩散, 也应使极化进一步减弱。

4. 结论

综合上述实验结果和讨论, 可以得到如下结论:

- (1) Zn-mont₂ 是种较好的 Zn²⁺ 导体材料, Zn²⁺ 在蒙脱石层间迁移可能是以水化离子形式移动, 与蒙脱石类液态导电行为^[2]吻合。
- (2) 电池内阻是影响电池放电性能的主要因素, 使电解质薄膜化是降低内阻的一个方向。控制蒙脱石中适当的含水量是改善电池性能的重要环节。在阳极不发生腐蚀的条件下, 适当提高层间含水量, 不仅可以提高电解质的电导率, 降低电池内阻, 而且可以提高电池的放电容量。

青岛大学惠腾恩副教授对本文的部分内容给予了有益的讨论, 八八届陈莉同学参与了热处理方面的工作, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Zhu Bin, Wang Dazhi, Yu Wenhai, *Solid State Ionics*, **36**(1989), 15.
- [2] Wang Wenlou, Lin Fengliang, *Solid State Ionics*, **40/41**(1990), 125.
- [3] 王文楼、林枫凉, *硅酸盐学报*, **18**(1990), 385.
- [4] 朱斌等, *中国科学技术大学学报*, **17**(1987)261.
- [5] Yu Wenhai *et al.*, *Solid State Communi.*, **61**(1987), 271.
- [6] Woessner D E and Snowden B S, *J. Colloid and Interface Sci.*, **30**(1969), 54.
- [7] Woessner D E and Snowden B S, *J. Chem. Phys.*, **50**(1969), 1516.
- [8] Kanda M *et al.*, *J. Appl. Electrochem.*, **12**(1982), 599.
- [9] Fan Yuqin, *Solid State Ionics*, **28-30**(1988), 1596.

Zn/MnO₂ Solid State Battery

Wang Wenlou Lin Fengliang

Liu Wanyu Yu Wenhai

(Dept. of Modern Chemistry)

(Dept. of Mat. Sci. and Eng.)

Abstract

Zn/Zn-montmorillonite/MnO₂ solid state battery is assembled by using Zn-montmorillonite (mont.) as solid state electrolyte. The influences of heat treatment of MnO₂ and moisture contents in Zn-mont. on discharge capacities of batteries are studied. An assumption is put forward of hydrated Zn²⁺ ion migrating in the interlayer of Zn-Mont. Research is done on the polarization property of the battery, the polarization of the battery mainly lies in the ohmic polarization resulting from its internal resistance. The calculated result of the conductivity and the active energy based on *I-V* curves of the battery and their changes in accordance with the temperatures are close to that of Zn-mont. observed through the experiment. This indicates that Zn-mont. is primarily Zn²⁺ ion conductor.

Key words: solid state battery, Zn-montmorillonite, MnO₂, polarization, Zn²⁺ ion conductor.

萃取浮选光度法测定微量钼的研究及应用

朱玉瑞 任杰 江万权 金谷

(应用化学系)

摘 要

研究了用甲苯萃取浮选 $\text{Mo(V)}-\text{SCN}^--\text{K}\phi$ 三元络合物的各种条件。在硫酸介质中, 紫红色络合物最大吸收波长位于 585nm, 摩尔吸光系数为 $2.8 \times 10^5 \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ 。钼量在 0—10 $\mu\text{g}/25\text{ml}$ 范围内符合比耳定律。大量常见元素均不干扰, 40 倍的钨(VI)亦不干扰钼的测定, 方法已应用于钨矿中微量钼的测定, 其结果令人满意。

关键词: 萃取浮选光度法, 钼, 结晶紫, 三元络合物。

中图法分类号: O652.3

1 前言

钼的光度法测定, 一般灵敏度较低或共存离子干扰无法消除, 不能满足测定痕量成分的要求^[1-3]。而溶剂萃取浮选光度法能有效地测定痕量金属离子, 并得到十分广泛的应用。我们曾报道应用萃取浮选光度法测定超导薄膜中的微量铋^[4]。本文应用甲苯浮选 $\text{Mo(V)}-\text{SCN}^--\text{K}\phi$ 三元络合物, 建立了一个高灵敏度的测钼体系。应用本法测定钨矿石中的钼, 结果良好。与其它测钼光度法相比, 本法具有灵敏度高、稳定、简单快速的优点。

2 实验部分

2.1 仪器与试剂

(1)721 型分光光度计

(2) 钼标准溶液: 准确称取纯 MoO_3 0.7502g, 溶于 15ml 10% NaOH 溶液中, 用水稀释至 25ml. 加入 $2\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ H_2SO_4 溶液 12ml. 定量转入 500ml 容量瓶中, 用水稀释至刻度, 摇匀. 此贮备液每毫升含 Mo 1.0mg. 用时稀释为每 ml 含 Mo $1.0\mu\text{g}$ 的工作液.

(3) 结晶紫($\text{K}\phi$)溶液, $2 \times 10^{-4}\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ 水溶液.

其余试剂均为分析纯, 常规方法配制, 水为二次蒸馏水.

2.2 实验方法

于 60ml 分液漏斗中, 加入钼标准 $5\mu\text{g}$, $3\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ H_2SO_4 溶液 2ml, $4\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ NH_4SCN 溶液 1.5ml, 5% 抗坏血酸溶液 1ml, 10% 硫脲溶液 2ml, 摇匀, 放置 20min. 用水稀释至 15ml, 加入 $2 \times 10^{-4}\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ 结晶紫溶液 6ml, 甲苯 5ml. 振荡 2min, 静置分层后, 弃去水相. 用 10ml $0.2\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ H_2SO_4 溶液(含 2.0ml 10% 硫脲溶液)洗涤有机相二次, 再用 8ml $0.2\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ H_2SO_4 溶液洗涤一次, 每次洗涤时振荡 40s. 小心地弃去水相, 然后加入无水乙醇 5ml, 移入 25ml 容量瓶中, 用无水乙醇定容, 摇匀. 以试剂浮选液为参比, 用 10mm 比色皿在 585nm 处测量吸光度.

3 样品分析

3.1 样品处理

准确称取 0.5000g 矿样, 置于放有 4—5g 氢氧化钠的定量滤纸上, 小心包好后, 放入底部垫有炭粉的瓷坩埚内, 于 600°C 熔融 15min, 取出稍冷, 用热水浸取, 过滤并制成 100ml 试样溶液.

3.2 样品测定

于 60ml 分液漏斗中加入 5.0ml 样品溶液, 1ml 40% 柠檬酸, 用 (1+1) H_2SO_4 调溶液至中性, 然后按一般实验方法操作, 由相应工作曲线求出钼的含量. 测定结果见表 1.

表 1 钼矿样中钼含量的测定

标样编号	测得值(%)	平均值(%)	变异导数(%)	标样给定值(%)
79-7A	0.0076, 0.0080, 0.0082, 0.0076, 0.0078, 0.0080, 0.0078	0.0079	2.8	0.008
79-7B	0.0021, 0.0020, 0.0019, 0.0021, 0.0022, 0.0023, 0.0020	0.0021	6.4	0.0023

4 结果与讨论

4.1 吸收光谱

萃取浮选后, 紫红色 $\text{Mo(V)}-\text{SCN}^- - \text{K}\phi$ 三元络合物最大吸收峰位于 585nm, 对应的试剂参比溶液吸收很低, 见图 1. 图中的 $1-5 \times 10^{-5}\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}\text{Mo(V)} + 2 \times 10^{-4}\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}\text{K}\phi + 0.4\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}\text{SCN}^-$; $2-2 \times 10^{-4}\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}\text{K}\phi + 0.4\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}\text{SCN}^-$

4.2 萃取酸度

按一般实验方法操作, 仅改变溶液酸度. 试验表明: 萃取体系中 H_2SO_4 溶液浓度在 $0.3-0.6\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ 范围时, 络合物的吸光度最大且稳定不变(见图 2), 实验选用 $0.4\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ 硫酸浓度(体系中加入 $3\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ H_2SO_4 溶液 2ml).

4.3 碱性染料选择及结晶紫用量影响

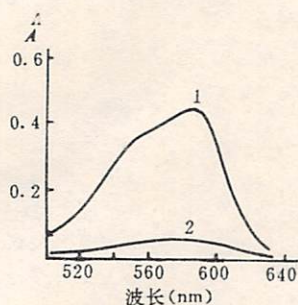
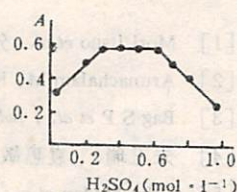


图1 吸收光谱

应用结晶紫、甲基紫、孔雀绿等不同碱性染料分别与 $\text{Mo(V)}-\text{SCN}^-$ 络离子缔合时,仅结晶紫体系具有较高的灵敏度和很低的试剂吸收,实验选用结晶紫.

试验表明:络合物吸光度随结晶紫用量的增加而增大.当 $2 \times 10^{-4} \text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ 结晶紫用量在 5—10ml 时,吸光度最大且不变,实验选用 6ml.

图2 萃取酸度影响 Mo(V)

4.4 浮选物洗涤

萃取浮选光度法的关键是洗涤除

去共浮物以降低空白值,这也是体系具有高灵敏度的保证.试验表明: $5 \mu\text{g}$ 洗涤液采用稀 H_2SO_4 溶液最好,浓度选用 $0.2 \text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$.

4.5 络合物的稳定性

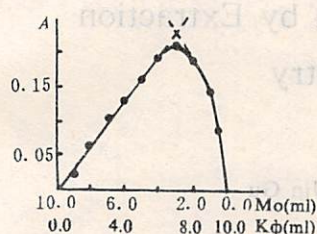


图3 连续变化法测络合比

$[\text{Mo}] = [\text{K}\phi] = 1.0 \times 10^{-5} \text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$

$\text{Mo(V)}-\text{SCN}^--\text{K}\phi$ 三元络合物,经萃取浮选,溶于无水乙醇后,吸光度至少在 48h 内稳定不变.

4.6 络合物组成比

应用连续变化法测定了络合物中 $\text{Mo(V)} : \text{K}\phi$ 为 1 : 2,结果见图 3.

4.7 遵守比耳定律范围

实验结果表明:给定条件下,钼的浓度在 $0-10 \mu\text{g}/25\text{ml}$ 范围内符合比耳定律.并由工作曲线

计算出摩尔吸光系数为 $2.8 \times 10^5 \text{l} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$,桑德尔灵敏度 $S = 0.34 \text{ng} \cdot \text{cm}^{-2}$ (图 4).

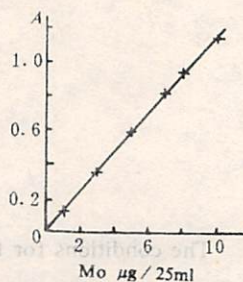


图4 工作曲线

4.8 共存离子的影响

对 20 余种离子进行实验,结果表明:大量下列离子(毫克级):

NH_4^+ 、 Na^+ 、 K^+ 、 Ca^{2+} 、 F^- 、 Cl^- 、 SO_4^{2-} 、 NO_3^- 、 Mg^{2+} 、 Ba^{2+} 、 Sr^{2+} 、 Zn^{2+} 、

Pb^{2+} 、 Mn^{2+} 、 Al^{3+} 、 Ni^{2+} 、 Sb^{2+} 、 Cr(VI) 不干扰 $5 \mu\text{g Mo(V)}$ 的测定.下列微量离子(μg):

W^{6+} (200)、 V^{5+} (200)、 Fe^{3+} (400)、 Cu^{2+} (400) 不干扰 $5 \mu\text{g Mo(V)}$ 的测定.

几种测钼萃取浮选光度法的比较见表 2.

表2 几种方法比较

络合物	萃取浮选剂	实验条件	测定波长符合比耳定律 (nm)	范围($\mu\text{g}/\text{ml}$)	灵敏度($10^4 \text{l} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$)	参考文献
$\text{Mo}-\text{SCN}^-$ -乙基还原酸钾	异戊醇	4-7MHCl 介质	470	1.2-13.8	6.0	[2]
$\text{Mo}-2$ -硫代连苯三酚	异戊醇	1.2MHCl 介质	525	0.5-10	2.0	[3]
$\text{Mo}-\text{SCN}^-$	CHCl_3	乙醇溶液	465	0-5	0.7	[5]
$\text{Mo}-\text{SCN}^-$ -异丙嗪	CHCl_3	酸性介质	465	0.5-5	1.6	[6]
$\text{Mo}-4$ -羟基-氧杂萘邻酮基硫醇	CHCl_3	1MHCl 介质	560	0.5-12	1.2	[7]
$\text{Mo}-\text{SCN}^-$ -结晶紫	甲苯	0.4MH ₂ SO ₄ 介质	585	0-0.4	28	本法

参 考 文 献

- [1] Mori Itsuo *et al.*, 分析化学(日), 29 (1980), No. 9, 638-640.
[2] Arunachalam M, Kumarm M, *Talanta*, 21(1974), 355.
[3] Bag S P *et al.*, *Indian J. Chem.*, 21A (1982), No. 2, 153-154.
[4] 朱玉瑞、袁惠敏、金谷、中国科技大学学报 20 (1990), No. 3, 315.
[5] Usha Madan *et al.* *Indian J. Chem.*, 21A (1982), No. 3, 326-327.
[6] Ąrudniewske A. *et al.*, *Fresenius' s Z. Anal. Chem.*, 315 (1983), 315.
[7] Bag S P *et al.*, *J. Indian Chem. Soc.* 58 (1981), No. 9, 910-903.

Determination of Trace Molybdenum by Extraction Flotation Spectrophotometry

Zhu Yurui Ren Jie Jiang Wanquan Jin Gu

(Department of Applied Chemistry)

Abstract

The conditions for the methyl benzene extraction flotation of the thiocyanate complex of molybdenum with crystal violet are studied. In sulfuric solution medium, absorption maximum of the dark-violet red complex is 585nm, and the molar absorptivity is $2.8 \times 10^5 \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$. Beer's law is obeyed in the range Mo 0—10 μg /25ml. Common elements and 40 times W(VI) don't interfere with the determination of molybdenum. The recommended method is successfully used for determination of molybdenum in wolframite.

Key-words: molybdenum, extraction flotation-spectrophotometry, crystal violet, ternary complex.

$T(d,n)^4\text{He}$ 反应的中子能谱的测量和模拟计算

邢士林

(近代物理系)

摘 要

本文描述用飞行时间谱仪对 $T(d,n)^4\text{He}$ 反应的 α 关联中子能谱和角分布的测量, 以及介绍对这些中子能谱的蒙特卡罗模拟. 在计算中考虑了氩在氩-钛靶的多次散射. 对发射中子谱的和关联中子平均能量的计算结果分别与 Pavlik 等人的计算结果和我们的实验结果很好地符合.

关键词: 飞行时间谱仪, 中子能谱, 模拟计算

中图分类号: O571.53, O571.54, O242.1

1 引言

用 $T(d,n)^4\text{He}$ 反应产生十几 MeV 的中子有用的初始粒子加速能量低、反应产额高、反应中子能量单色性好, 并能利用伴随粒子作精确测量等优点, 因而它在科研、教学和生产中有广泛的用途. 在 $T(d,n)^4\text{He}$ 反应中, 中子和 ^4He (即 α 粒子) 是同时产生的, 因此对伴随的 α 粒子和中子的关联测量可避免由非关联事例引起的本底. 根据飞行时间来确定中子能量是中子能量测量中最直接的方法. 在 $T(d,n)^4\text{He}$ 中子源中, 通过对在靶附近的 α 粒子的定时信号的测量, 给出反应中子飞行的起始参考时间, 并由此计算得中子的能量. 雷巴可夫等人对快中子能谱测量作了评述^[1]. 应用飞行时间法测量快中子能谱国内较早的工作见文献^[2]. 白希祥等人对伴随粒子型快中子飞行时间谱仪作了研究^[3]. 我们研制了一台简易的伴随粒子型中子飞行时间谱仪, 并用它测量了 $T(d,n)^4\text{He}$ 中子的能谱和角分布以及测试比较了采用 (n, r) 分辨后对关联中子的能量分辨的改善和能谱信噪比的提高.

由于中子飞行距离的限制和探测器的原因, 用伴随粒子飞行时间谱仪精确测定中子的能

量有一定的困难. 为了很好地分析实验数据, 需要知道中子随发射角的能量分布、平均能量和能量分散. 利用 Monte-Carlo 模拟计算可以得到这些结果. A. Parlik 等人对在固体氘靶中、 $T(d, n)^4\text{He}$ 反应的中子在不同发射角的能谱、平均能量和能量分散等做了 Monte-Carlo 计算^[4]. 冯正永对 $T(d, n)^4\text{He}$ 反应的 α 关联中子束作过计算^[5]. 本工作比文献[4]增加了实验内容, 比文献[5]增加了对靶中氘的多次散射这一重要过程的模拟计算.

由中子的飞行时间确定中子能量可按下列式

$$E_n = E_0 \left[\left(1 - \frac{L^2}{T^2 c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right] \quad (1)$$

式中, E_n 和 E_0 分别为中子的动能和静止能量, L 和 T 分别是中子飞行的距离和时间, c 是光在真空中的速度. 若中子能量、飞行距离和飞行时间分别用兆电子伏、米和毫秒作单位, 则(1)式成为:

$$E_n = 939.573 \left[\left(1 - 11.1265 \frac{L^2}{T^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right] \quad (2)$$

对 $T(d, n)^4\text{He}$ 反应: ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H}_2 \rightarrow {}^4_2\text{He} + n + 17.588\text{MeV}$. 参考 Fowler 等人的非相对论计算^[6], 可得到中子的能量 E_n (MeV) 和发射角以及 ${}^4\text{He}$ 的发射角 ϕ 在实验室系有如下关系

$$E_n = 0.00045736 E_i [\cos\theta + (1742.4 - \sin^2\theta)^{\frac{1}{2}}]^2 \quad (3)$$

$$\sin\theta = \{0.2520 E_n / [E_i (1 - E_n/E_i)]\}^{-\frac{1}{2}} \sin\phi \quad (4)$$

式中, $E_i = E_n + 17.588$, E_i 为入射氘的动能 (MeV).

当我们选取 ${}^4\text{He}$ 的发射角 ϕ 为 135° 时, 由(3)和(4)式可以算得在一些氘动能 E_i 时反应中子能量 E_n 和发射角 θ 的对应值, 如表 1 所示.

表 1 关联中子的能量、发射角与入射氘动能的对应

E_i (MeV)	θ (度)	E_n (MeV)
0.05	41.628	14.4289
0.06	41.311	14.4698
0.07	41.020	14.5082
0.08	40.750	14.5445
0.09	40.490	14.5792
0.10	40.260	14.6123
0.11	40.030	14.6444
0.12	39.810	14.6754
0.13	39.610	14.7054
0.14	39.410	14.7347
0.15	39.220	14.7632

14MeV 中子的相对论效应是很小的. 从对 E_i 为 0.10MeV 时、一些 θ 角度的中子能量用非相对论计算的结果^[6]和用相对论计算的结果^[7]的比较中发现, 后者比前者偏小约 0.15%.

2 实验装置和测量结果

用 200 千伏高压倍加器将氘束加速到 150keV, 轰击活性直径为 10mm、厚度不小于

0.5mg/cm²的氚靶产生中子. 实验装置示意和飞行时间谱的测试框图如图1. α 探测器由直径为20mm、厚约0.1mm的塑料闪烁体和56AVP型光电倍增管及其分压电路等组成. 闪烁体前面贴有一张厚为1 μ m的铝箔,用以吸收散射氦核和低能 β 粒子. 闪烁体后的有机玻璃光导与真空度约为0.1mPa(帕)的靶管密封连接,管内距靶65mm处有一直径10mm的准直孔. 中子探测器由直径46mm、厚50mm的液体闪烁体和56AVP型(或GDB50-L型)光电倍增管及其分压电路等组成. 中子探测器在用56AVP光倍增管时,其分压电路基本与 α 探测器的相同. 用“ δ ”光源测试系统调试了光电倍增管的分压电路并选择光电倍增管,对56AVP型和GDB-50L型光电倍增管分别测得其时间分辨小于300PS和200PS^[8].

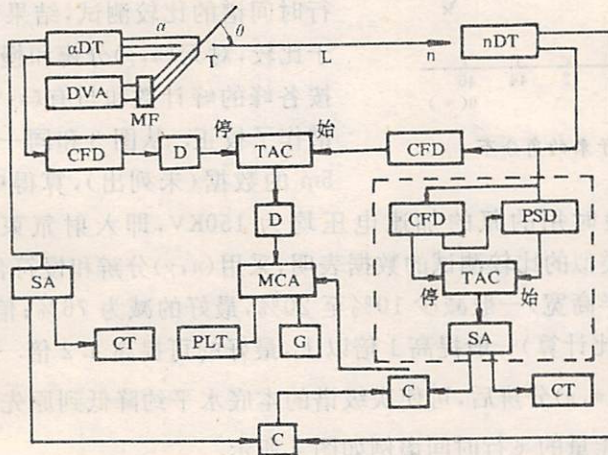


图1 实验装置示意和中子飞行时间谱测试框图

a—阳极; d—打拿极; n—中子; T—靶; DVA—高压倍加器; MF—磁偏转; α DT— α 探测器;
 nDT—中子探测器; CFD—定时甄别器; TAC—时幅变换器; D—延时器; MCA—多道分析器,
 C—符合单元; PSD—脉冲形状甄别器; CT—定标器; G—描图仪; PLT—打印机; SA—单道分析器

由于中子探测器能同时记录中子和 γ 射线事例,因而中子和 γ 射线的分辨(简称 (n, γ) 分辨)是必要的. (n, γ) 分辨由图1中虚线框内的电路实现. 我们对由这个电路组成的系统进行过 (n, γ) 分辨的测试^[9]. α 探测器与入射 α 束成135°,闪烁体距靶约9cm,中子探测器可据实验需要而移动. 中子(或 α)探测器的阳极信号经定时甄别器后成了可比较时间差的信号. 为减小偶然计数,使从中子探测器来的信号作为时幅度转换器(TAC)的起始信号,从 α 探测器来的信号经延时后作为TAC的停止信号. 反映这两个信号时间差的TAC输出信号在多道分析器(MCA)上得中子飞行时间谱. 为减小确定中子能量的误差,采用如下方法:比较同一 θ 方向上、不同L处的中子飞行时间谱中峰位的变化(这两次测量中除L外其余都不变),用L的变化量 ΔL 和时间谱中峰位的变化量 ΔT 分别替代(2)式中的L和T,算出中子平均能量. 在有多种能量的中子时,必须逐一按其对应的峰位变化计算. 用伴随粒子测量关联中子束应在满足反应动力学要求的角度上测量,但由于 α 探测器的立体角以及氦的能量损失和方向改变等造成关联角分布. 为得到中子飞行时间谱的好的信噪比,中子探测器应位于关联中子角分布的峰值附近的 θ 值上,并与靶保持适当的距离(如L为2至4m).

实验测得的关联中子束的角分布如图2所示. 图中测试II的峰值位置比测试I的约小1°,这是由于前者的入射 α 束能量稍高于后者. 由图2可见,实验的关联中子束角分布的半高

宽约为 6° , 峰值位于 41.7° 附近 (实验时的初始氦束能量约为 0.15MeV). 由于氦在靶中多次散射而损失能量, 0.15MeV 的初始氦束在厚氦钛靶中的氦平均能量为 0.10MeV ^[10]. 因而上述角分布峰位基本符合如表 1 的或文献^[7]的理论值.

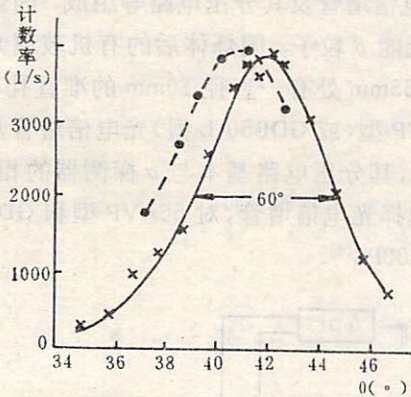


图 2 关联中子束的角分布

当图 1 中的多道分析器不在符合状态工作时, (n, γ) 分辨和慢道符合均不起作用. 我们做了 (n, γ) 分辨和慢道符合有和无这两个中子飞行时间谱的比较测试, 结果如图 3. 图中, 为便于比较, 对无 (n, γ) 分辨和慢符合的谱的纵坐标按各峰的峰计数和与有 (n, γ) 分辨和慢符合的谱作了校正. 从图 3 和同一次测量中的 $L=2.5\text{m}$ 的数据 (未列出), 算得中子的平均能量为

14.70MeV . 本文中实验时用的氦的加速电压均为 150KV , 即入射氦束的初始能量为 0.15MeV . 图 3 的和其他类似的比较测试的数据表明, 采用 (n, γ) 分辨和慢符合后, 中子飞行时间谱的时间分辨 (谱峰的半高宽) 一般减少 10% 至 20% , 最好的减为 76% ; 信噪比 (以各谱峰计数和与每道平均本底之比计算) 一般提高 1 倍以上, 最好的可提高 4.2 倍. 据文献^[3]的报道, 对次级中子测量中采用 (n, γ) 分辨后, 可使次级谱的本底水平约降低到原先的 $\frac{1}{6}$. 一个采用 (n, γ) 分辨的用以确定中子能量的飞行时间谱例如图 4 所示.

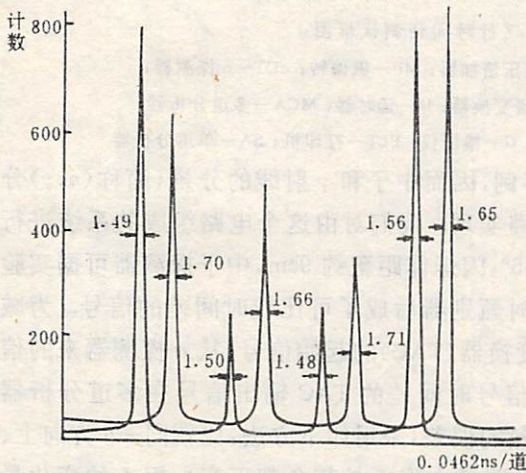


图 3 (n, γ) 分辨和慢符合有、无时关联中子飞行时间谱的比较 $L=4.0\text{mm}$, $Q=41.2^\circ$

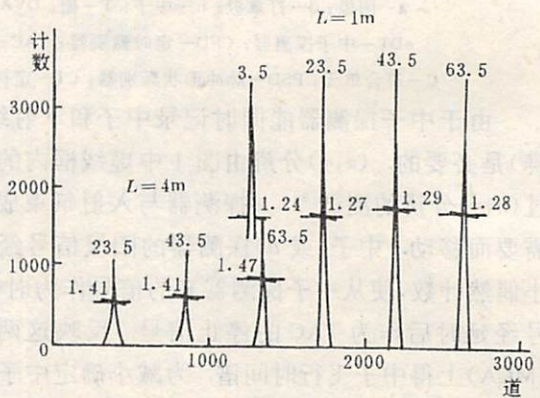


图 4 中子飞行时间谱

图中谱峰顶标了 L 值和 α 探头的信号被 D 延迟的时间 (ns); 谱峰半高处标了时间分辨 (ns). 由图 4 可算得中子的平均能量为 14.63MeV 和谱仪的能量分辨率在 L 为 4m 和 1m 时分别为 3.7% 和 13% . 这能量分辨率 $\Delta E/E$ 是按下式计算的

$$\frac{\Delta E}{E} = 2 \left[\left(\frac{\Delta t}{T} \right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

式中, Δt 和 ΔL 分别是飞行时间谱的时间分辨和飞行距离 L 的测量误差 (本实验中, $\Delta L \approx 1\text{mm}$).

3 Monte-Carlo 模拟计算

3.1 物理过程和计算设计

入射至靶上的氦初始能量为 150keV. 入射氦束的通量均匀分布于直径为 10mm 的圆靶面. 当氦核的能量降低到 20keV 时, T(d,n)⁴He 反应截面已小到可忽略不计^[10]. 在我们的计算中, 氦核能量的下限取为 30keV. 由于在氦靶中经反应掉的氦粒子同入射氦粒子的数量相比微不足道, 因而可视为在整个靶内计算的整个连续分布的能量区间上氦的通量分布是均匀的. 考虑到靶表面氦的浓度有一个过渡层, 计算中设置了一个能量损失的死层(我们取它为 10keV). 入射氦经厚靶凡参与反应(包括多次散射)的, 全部损失其能量.

由于氦核在靶中的多次散射, 与氦核发生反应的氦核不一定运动在初始的入射氦束方向上. 多次散射的散射角服从以均值为零、方差 θ^2 以下式表示的取正值的半高斯分布^[11].

$$\theta^2 = \frac{2\pi z^2 e^4}{E^2} n^0 Z^2 X \ln \left[\frac{\bar{E} a_0}{zZ^{1/3} e^2} \right] \quad (6)$$

式中, \bar{E} 为粒子的平均动能 (MeV), z 为粒子的电荷数; X 为粒子穿过物质层的厚度 (cm); Z 和 n^0 分别为物质的原子序数和原子密度 (cm^{-3}).

在氦靶内氦束散射的情形下, 多次散射角的方差 θ^2 的表达式由 (6) 式变为下式^[4]

$$\theta^2 = \frac{3.585}{E_i^2} X \lg(596.1 \bar{E}_i) \quad (7)$$

式中, \bar{E}_i 为厚度是 X 的物质层内氦的平均能量 (MeV); 氦的散射角选取在 $(0, 3\sqrt{\theta^2})$. 作用点的位置由靶层厚度和氦的散射角决定. 设氦核在靶中的能量为 E , 靶层厚度 X (mg/cm^2) 可按下式求得^[10]

$$X = \int_{E_s}^{E_o} \frac{1}{dE/dX} dE \quad (8)$$

式中, $\frac{dE}{dX}$ 为能量为 E 时的氦的能量损失率 ($\text{keV}/(\text{mg}/\text{cm}^2)$); E_o 和 E_s 分别代表氦的对 X 厚度靶层的入射和出射时的能量 (keV). (7) 和 (8) 式中 X 的单位换算可借助于靶的密度; 氦靶的密度可由文献 [10] 的公式计算.

我们借助坐标系转动、矩阵运算^[12]对探测器接收事例作出解析的判选. 在几何判选中, 对于实验中采用的厚靶(密度大于 $0.5\text{mg}/\text{cm}^2$), 其几何厚度在 10^{-4}cm 量级, 因而被设定为零.

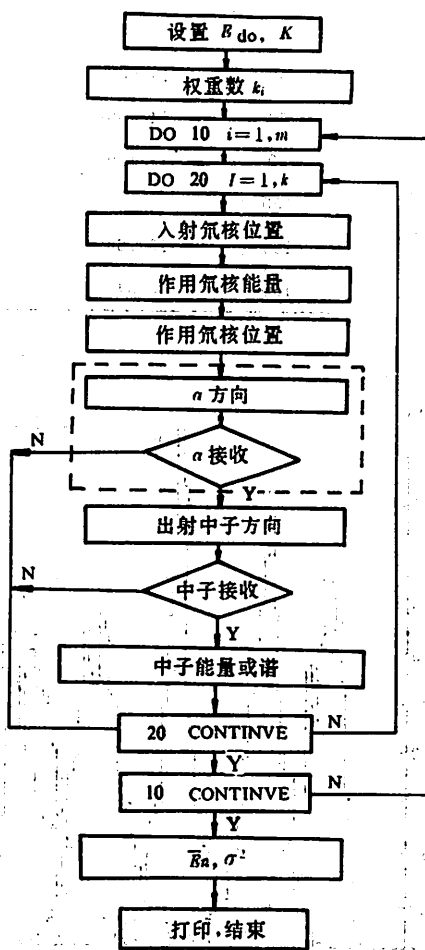


图 5 关联中子能谱计算程序框图

3.2 计算程序框图

综合前面的分析,可得(关联)中子能谱的 Monte-Carlo 计算程序框图(图 5)。图中, K 为计算样本数; $k_i = \omega_i K$, ω_i 为氦核能量为 E_i 时的权重(与反应截面相应); \bar{E}_i 和 σ^2 分别为中子的平均能量及其方差。虚线框内程序是为 α 关联所需而设。

3.3 计算结果和讨论

我们计算得没有 α 关联时 $T(d,n)^4He$ 的中子相对于入射氦束的不同角度上的能谱及其平均能量、标准偏差 σ 分别见图 6 和表 2。我们的计算结果与文献[4]的计算结果很相近。我们取中子接收面的直径为 46mm、距靶距离 300mm。

表 2 $T(d,n)^4He$ 的不同角度的中子的平均能量及其标准偏差的计算值

θ (度)	\bar{E}_i (MeV)		σ (MeV)	
	本工作	Ref. 4	本工作	Ref. 4
0	14.776	14.723	0.115	0.118
30	14.682	14.637	0.113	0.108
60	14.430	14.392	0.109	0.082
90	14.119		0.091	
100		13.953		0.056
120	13.768	13.746	0.087	0.063
150	13.542	13.517	0.093	0.080

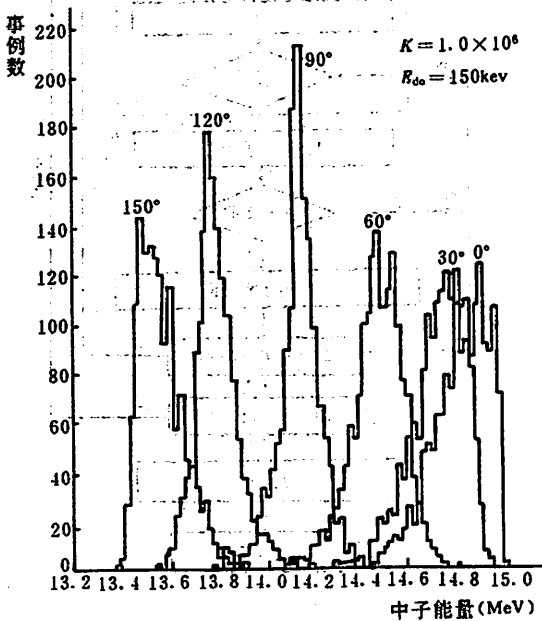


图 6 模拟计算的 $T(d,n)^4He$ 反应中子在 $0^\circ-150^\circ$ 的中子能谱

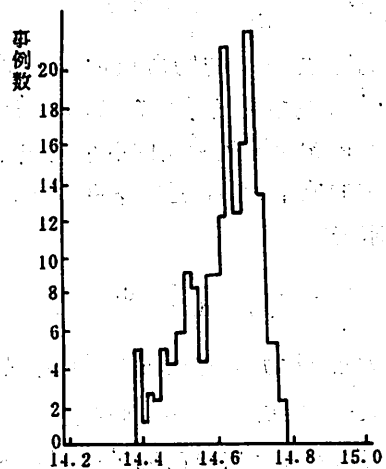


图 7 计算的 $\theta=41.2^\circ$ 的关联中子能谱

(样本数: 4×10^6)

我们计算得 α 关联时 $T(d,n)^4He$ 的中子能谱如图 7,在这计算中,取入射氦的初动能为

150keV;中子接收面直径为46mm,其中心位于 θ 为 41.2° 、距靶400mm处; α 粒子接收面直径为20mm,其中心位于 ϕ 为 135° 、距靶90mm处;这两接收面均正对于靶;这些几何条件可与实验条件相符。模拟计算在上述条件下的关联中子的平均能量为14.614MeV,其标准偏差为0.093MeV,且算得参与这些反应的氘的平均能量 \bar{E}_d 为105.8keV。中子平均能量的计算结果与我们的实验结果在误差范围内很好地符合。

本工作得到王忠民、范扬眉、刘忠廉、杜准江同志的支持和帮助。在此向他们表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] B. B. 雷巴可夫等著,中科院原子核科学委员会编译,快中子能谱测量,科学出版社,1961:64.
- [2] 中国科学院原子能研究所编辑,射线物理测量方法,原子能出版社,1975:110.
- [3] 白希祥等,伴随粒子型快中子飞行时间谱仪,原子能科学技术,1977,第1期,p.20.
- [4] Pavlik A and Winkler G, *INDC(AUS)-011/LI*,1986.
- [5] 冯正永,中国科学技术大学学报,16(1986),No. 2,186.
- [6] Fowler J L et al., *Rev. Mod. Phys.*, 28(1956),103.
- [7] Liskiew H et al., *Nuclear Data Tables*, 11(1973), 569.
- [8] 邢士林,中国科技大学学报,15(1985). No. 4,495.
- [9] 邢士林,中国科学技术大学学报,16(1986),No. 2,192.
- [10] 马鸿昌等,加速器单能中子源常用数据手册,中国科学院原子能研究所,1976年.
- [11] Fermi E, *Nuclear Physics*, University of Chicago Press, Chicago, 1950,37.
- [12] M. E. 洛斯著,万乙译,角动量理论,上海科学技术出版社,1963:48.

The Measurements and Simulations of the Spectra of Neutrons Produced via the $T(d,n)^4\text{He}$ Reaction

Xing Shilin

(Department of Modern Physics)

Abstract

The measurements with the time-of-flight spectrometer both the energy spectra and the angular distribution of the neutrons which are produced via the $T(d,n)^4\text{He}$ reaction and also related to α particles are described, and the Monte-Carlo simulations of the energy spectra of these neutrons are presented. In the calculation the multiscattering of the deuterons in the T-Ti target had been concerned. Our calculating results of the emitting neutron spectra and the average energy of related neutrons are respectively in good agreement with the calculating results of Pavlik *et al.* and our experimental result.

Key words: time-of-flight spectrometer, neutron spectrum, simulation.

CCD 光谱仪诊断低温微波等离子体

刘金英 项志遛

(近代物理系)

王春林 彭定坤 孟广耀

(材料科学与工程系)

摘 要

用智能化 CCD 光谱仪进行微波(2450MHz)激发的低温等离子体的发射光谱诊断,测量了不同放电功率、流量和压强下的 H_{α} , H_{β} , H_{γ} 谱线的强度,结果与双探针法一致.

关键词: CCD 光谱仪, 诊断, 微波等离子体

中图法分类号: O536

1 引言

人们针对低温等离子体的内部基本过程开展了诸如诊断、检测等工作. 光谱法是一种较早而又有效的手段之一. 其原理是分析由受激发的等离子体中的分子、原子、自由量等等基团的跃迁所形成的光发射,称为等离子体发射光谱法(Optical Emission Spectroscopy, OES). 通过对发射谱线、谱带的频率、强度,甚至包括位移、精细分裂等的分析,或再辅助以其它仪器测试,如质谱等,可以得知低温等离子体内部受激发(或光活性)物种的种类、分布、密度、状态等,进而推导出电子能量、温度等方面的有关信息^[1].

光谱诊断常用的光探测器一般是光电倍增管,二极管阵列,硅靶阵列. 本实验采用的是近些年世界上发展起来的一种新型半导体器件——CCD光阵列(Charge Coupled Devices). 用自行研制的智能化 CCD 光谱仪诊断微波氢放电低温等离子体,研究在 400~900nm 波长范围的

光发射特征及其随外部放电条件变化行为的规律. 旨在为诊断低温氢放电这一常用的沉积/刻蚀等离子体提供一种可行的手段.

2 实验

实验中微波等离子体的发生系统及详细运行行为另文发表^[2]. 图 1 示意低温等离子体光谱诊断系统工作结构.

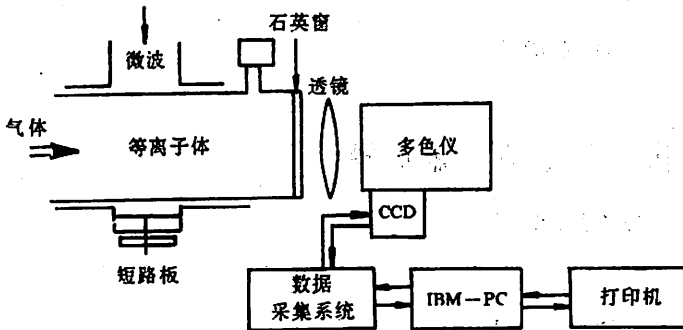


图 1 微波等离子体光谱诊断方框图

等离子体形成后, 调整光路, 使光经透镜聚焦后进入多色仪, 分光后的光信号由 CCD 光探测器接收转换成串行的电压信号送入数据采集系统, 由 IBM-PC 机处理给出结果. 实验中可根据光信号强弱选择曝光时间, 从 400~900nm 波长范围内的各种发射光谱均可测量. 本文仅给出归一处理后各种谱线的相对光强. 工作介质是经钼管式纯化器纯

化后的氢气, 纯度达 99.9999%, 改变等离子体外部放电条件, 功率 50~600W; 压强 2.0~20.0 Torr; 流量 2.5~39.0 SCCCM, 获得三十组光谱数据. 为了检验光谱仪器的稳定性, 对其中三组数据复测一次, 所得结果不变. 另外在停机 12 小时后, 重新运转机器, 放电参数不变情况下, 停机前后测量结果一致.

3 结果与讨论

3.1 氢低温微波等离子体的典型发散光谱

图 2 是实验中测得的典型的氢放电微波低温等离子体的发射光谱. 这三条清晰的谱线分别为 H_α , H_β , H_γ , 是电子从 $n=3$, $n=4$, $n=5$ 各能级跃迁到 $n=2$ 能级时的光发射^[3].

3.2 放电功率对谱线强度的影响

图 3 表明, 只要能形成稳定放电, 包括满足 Paschen 定律, 即在一定的压力下对每一介质有一最低放电功率, 各谱线强度随放电功率单调增强. 从探针测量^[4]知道, 功率的增加显著提高了电子密度, 而电子能量则有稍许增加. 从

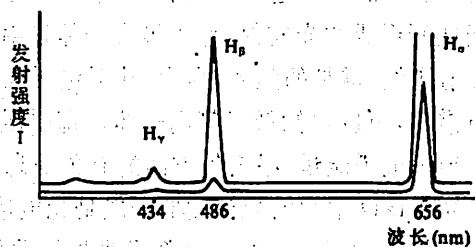


图 2 氢光谱

等离子体的一般微观过程来看, 功率的增加使得激发态物种的密度增加, 也就是处于激发态的氢原子的密度增加, 激发态原子的形成是由于电子碰撞激发所致, 其碰撞过程是. H



巴尔末线的发射强度与电子密度成正比的变化在很多实验中得到证实^[5,6]。而电子密度取决于功率。

3.3 充气压强对谱线强度的影响

从图 4 可见,压力的上升,使得发射强度下降,正如双探针法揭示的那样,压力的上升使得电子能量和电子密度下降,这是由于电子得到电场加速的平均自由程缩短了,电子能量的降低使之不能有效的激发、电离其它粒子。同时碰撞机率的增加对激发、电离不但没有明显贡献,反倒使复合过程加剧,电子数量减少。从图 4 可见,压力的上升显然对能量较高的激发过程影响更大些。

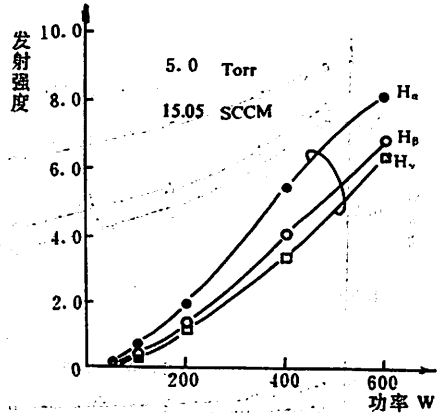


图 3 发射强度与放电功率的关系

值得注意的是,当把发射强度对压强 p 进行约合时,即求受激发辐射粒子数与总粒子数之比(标以 i),将 i 的倒数 $1/i$ 对压强作图,发现 $1/i \sim p$ 之间有很好的直线关系,如图 5 所示。这与用双探针法测量氢放电的电离度类似,由于光谱法更为客观(不与等离子体接触),较为精确。因此这两种方法的一致性也进一步证实了双探针的可靠性。

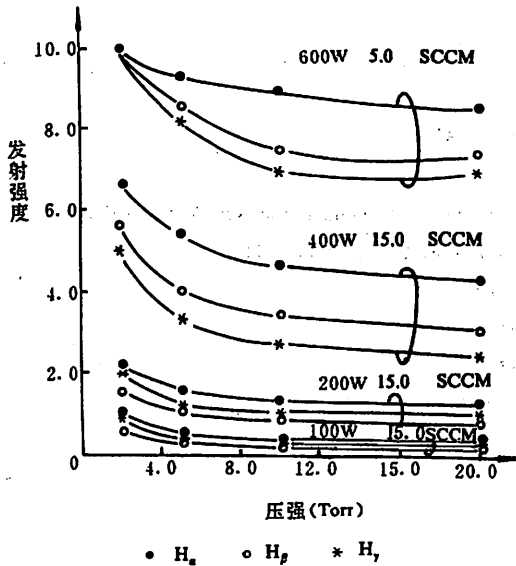


图 4 充气压强对发射强度的影响

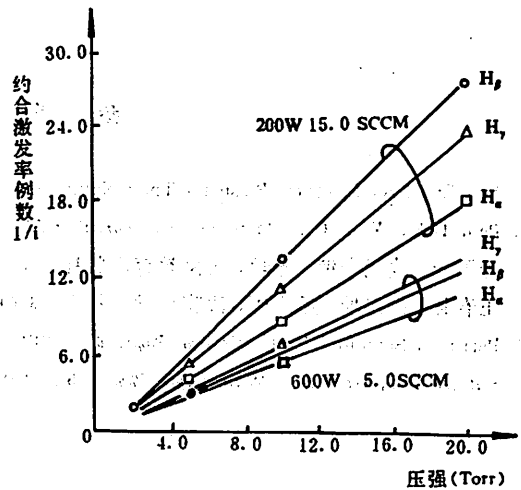


图 5 约合激发率与充气压强的关系

3.4 气体流量对谱线强度的影响

图 6 表明,流量的增加使等离子体的发射谱线强度变弱. 双探针的研究也揭示了这种变化行为. 其原因是由于流速的增大,粒子平均滞留时间与过程驰豫时间的尺度接近而形成的一种扰动,这种扰动使高能粒子,激发态物种的能量降低.

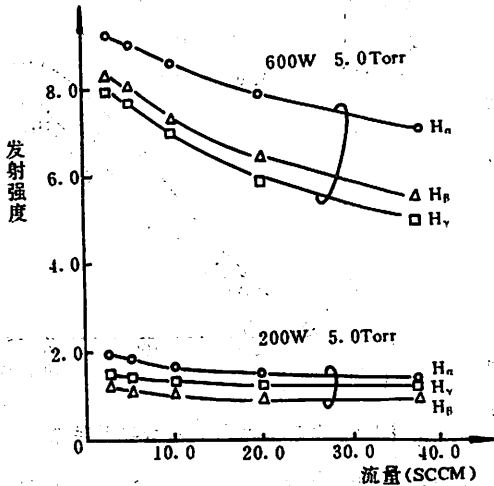


图 6 气体流量对发射强度的影响

4 结语

从以上测量结果看出,谱线强度随放电功率的升高单调增强,随流量和压强的增加而减弱,所揭示的结果与双探针研究非常一致. 由于光谱方法不接触等离子体,所以对等离子体毫无干扰,是一种完全客观的诊断手段. 采用智能型 CCD 光谱仪对低温微波等离子体发射光谱进行诊断,操作简便,数据处理迅速准确. 由于低温等离子体化学过程中许多碎片电子能级跃迁波长都在该 CCD 光电

器件工作范围内,因此,该 CCD 系统可望在进一步的等离子体化学过程中发挥更大的诊断检测作用.

参 考 文 献

- [1] Von Engel A, *Electrical Plasmas, Their Nature and Uses*, Francis Ltd, London and New York, 1983.
- [2] Peng D K, Wang C L, Meng G. Y., *Journal de Physique, Colloque*, C5 (1989), 667.
- [3] 母国光、战元令编, *光学*, 人民教育出版社, 北京, 1978: 584
- [4] 王春林、彭定坤、孟广耀, *薄膜科学与技术*, 3 (1990) 19
- [5] Perrin J, Schmitt J P M, *Chemical Phys.* 67 (1982), 167.
- [6] Kampaš F J, Griffith R W, *J. Appl. Phys.*, 52 (1981), 1285.

Microwave-excited Low Temperature Plasma Spectroscopic Diagnostic Using Computerized CCD Spectrometer

Liu Jinying Xiang Zhilin

(*Department of Modern Physics*)

Wang Chunlin Peng Dingkun Meng Guangyao

(*Department of Material Science and Engineering*)

Abstract

This paper reports the application of the computerized CCD spectrometer in microwave excited low temperature plasma spectroscopic diagnostic. H_{α} , H_{β} and H_{γ} emission spectrum lines in different discharge power, different hydrogen flow and pressure are measured. The results of the measured spectrum are in accord with those measured using double probes.

Key words: CCD spectrometer, diagnostic, microwave plasma.

TL/ESR 辐照响应曲线的非线性拟合

陈金波 周常曦 郑惠南 夏利东 黄培华

(地球和空间科学系)

金嗣昭

(结构成分分析中心)

摘 要

本文对 TL/ESR 辐照响应曲线进行了非线性拟合,得到令人满意的结果,并对非线性拟合作了一些讨论.

关键词: 非线性拟合, 累积辐照剂量(AD), 饱和强度.

中图法分类号: O482.532

1 前言

电子自旋共振(ESR)测年是八十年代迅速发展起来的技术,它的测年范围从千年到几百万年,应用范围较广.在对样品测年时其中重要的一项是样品的累积辐照剂量(AD)的处理.过去的处理方法:一是在测点线性相关较好时,采用线性拟合;二是在测点出现饱和迹象时,利用 $-\ln(1-I/I_{max})$ 与附加辐照剂量的曲线来确定.这两种方法都存在着一一些问题,使得到的累积辐照剂量 AD 带有较大的偏差.为了解决上面两种方法的问题,人们引入了非线性拟合来确定 AD 值. R. Grün, *et al*^[1]. 在这方面进行了研究,得到了 AD 及其误差.本文在此基础上,对非线性拟合及其 AD 的误差作了进一步的研究,得到了更为合理的结果.国际上在电子自旋共振和热释光(TL)测年方面应用非线性拟合刚刚开始,国内目前还无专文讨论,现将我们在这方面做的一些初步研究总结于后.

2 原理

大部分样品的辐照响应曲线为指数曲线,如下式

$$I = I_{\max}(1 - e^{-a(D-AD)}) \quad (1)$$

式中 I 为 ESR 信号强度值, I_{\max} 为饱和强度值, D 为附加辐照剂量, AD 为累积辐照剂量, 其中 I_{\max} , a , AD 为待定值.

当 $a(D-AD)$ 较小时, 上式可以进行一级近似

$$I = aI_{\max}(D - AD) \quad (2)$$

(2) 式为线性拟合的理论依据, 当 AD 较大时, 即使 D 较小也不一定满足线性拟合的条件, 从而带入较大偏差, 虽然各测点线性相关系数很高, 但偏差却可能很大, 在这里线性相关系数就不能做拟合精度的标志, 这就是线性拟合的局限性.

(1) 式移项变换可得:

$$-\ln(1 - I/I_{\max}) = a(D - AD) \quad (3)$$

此即引言中提到的第二种方法的理论依据. 由于其中的 I_{\max} 的准确度一般不高, 从而使得 AD 带有较大的偏差, 而且计算 AD 的误差也比较困难.

非线性拟合同时使 I_{\max} , a , AD 三个参量得到确定, 避免了上述两种方法存在的问题. 根据最小二乘法, 令 $Q = \sum_{i=1}^N \{I_i - I_{\max}(1 - e^{-a(D_i - AD)})\}^2$

$$\text{则有} \quad \begin{cases} \partial Q / \partial a = 0 \\ \partial Q / \partial I_{\max} = 0 \\ \partial Q / \partial AD = 0 \end{cases} \quad (4)$$

通过解上面非线性方程组得出 a , I_{\max} , AD . 对于 AD 的误差, 在文献[1]中采用轮流去掉一组数据中的一点, 然后拟合出 a_i , $I_{\max i}$, AD_i 去掉第 i 点, 共有 N 个测点, 于是有

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \left(\sum_{i=1}^N AD_i \right) / N \\ \Delta AD &= \left\{ \sum_{i=1}^N (AD_i - \overline{AD})^2 / N \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (5)$$

可以看出这种方法将 AD_i 的权重看为相同, 从而使误差估计偏大, 这是不合理的. 本文在此考虑了去掉各点拟合结果的权重差异, 用轮流去掉一组数据中的一点拟合出的 a_i , $I_{\max i}$, AD_i 决定的曲线与所有数据点的方差 SSQ_i 倒数为 AD_i 的权重, 于是有

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \sum_{i=1}^N (AD_i / SSQ_i) / \sum_{i=1}^N (1 / SSQ_i) \\ \Delta AD &= \left\{ \left(\sum_{i=1}^N (AD_i - \overline{AD})^2 / SSQ_i^2 \right) / \sum_{i=1}^N (1 / SSQ_i^2) \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (6)$$

3 计算结果

由于计算非线性拟合叠代求解时容易发散而得不到解, 这个问题可以用松弛法来解决, 但

叠代次数势必大大增加,所以我们编制的程序不采用松弛法,而是先采用线性拟合得出一个 AD 的初值,并通过解方程得出 I_{\max} , α 的初值,使得初值离解尽可能近,加快收敛速度,并且避免了发散问题.我们在配有 68020 加速板的 PC 机上做非线性拟合仅用 10 分钟左右.

通过计算,发现非线性拟合得到的 AD 值要比线性拟合得到的小 20%,这主要是拟合模式的差异所引起的,同时非线性拟合方差也比线性拟合的小,说明非线性拟合得出的曲线与数据符合的更好,得到的 AD 更为可信.

对于 AD 的误差计算表明,采用本文的方法计算所得 AD 的误差一般小于 10%,如果测点分布较合理的话则可能小于 3%,而 Grün 的方法得到的 AD 的相对误差一般会达 20%,有的甚至达 70%,现将两种方法的计算结果作一比较(见表 1).

表 1 四种样品的电子自旋共振测量数据及其非线性拟合的结果

Dose(Gy)	ESR Intensity (a. u)			
	1	2	3	4
0	16.6	11.8	62.5	127.0
35	21.5	19.4	/	128.0
50	24.0	24.1	/	130.5
100	31.0	35.0	/	137.0
200	47.5	58.0	65.5	141.0
500	90.0	128.0	74.5	156.0
1000	155.5	223.0	90.0	184.0
2000	/	/	111.0	/
5000	/	/	142.0	/
9000	/	/	178.0	/
10000	/	/	184.5	/
SSQ ^{*1}	0.9043	4.121	62.90	11.74
ρ	0.00026(±4%)	0.00036(±7%)	0.000177(±9%)	0.00029(±49%)
I_{\max}	618.2(±3%)	731.9(±9%)	207.7(±3%)	397.8(±12%)
AD	-101.1(±1%)	-42.6(±4%)	-2070(±7%)	-1626(±11%)
SSQ ^{*2}	1.152	632.4	85.71	44120
α	0.00026(±10)	0.00031(±10)	0.00018(±33%)	0.00056(±294%)
I_{\max}	618.5(±9%)	1451(±291%)	207.4(±8%)	363.7(±72%)
AD	-101.1(±2%)	-44.1(±18%)	-2051(±24%)	-1460(±70%)
SSQ ^{*3}	1.120	6.761	80.81	16.63
α	0.00026	0.00036	0.000177	0.00025
I_{\max}	622.2	711.6	207.2	384.3
AD	-101.3	-42.6	-2055	-1640

* 1: 采用本文的方法得到的计算结果,

* 2: 采用文献[1]的方法得到的计算结果,

* 3: 用所有点进行非线性拟合得到的结果.

4 结果分析

如何提高 AD 的精度,通过计算发现有如下几点:

首先测点一般不要少于七个,否则得到的 AD 误差较大,而且还会有较大的偏差. 另外测点分布要合理,这一点很重要. 附加辐照剂量从零到坪区附近最好均匀合理分布,否则拟合出的结果会有较大的偏差. 为了说明测点分布的重要性,我们对表 1 中样品 4 的测点做如下处理:去掉最后一点作非线性拟合(相当于测点的跨度变小),得到相应的 AD, a, I_{max} ,画出其曲线(见图 1),同时用所有测点拟合出相应的曲线(见图 2). 通过比较可以看出,两者的差异很大,图 1 中由于去掉最后一点,导致拟合出的曲线远远偏离最后一点,从而使得到的累积辐照剂量有很大的偏差,说明测点分布的合理与否对非线性拟合的结果有很大影响. 我们建议最好是:先对样品粗略地进行测量,运用非线性拟合得到其大概的饱和强度值,然后根据得到的饱和强度来安排测点的附加辐照剂量,以达到数据的优化,得到较合理的 AD 值及其误差. 此外还要提高实验测量的精度,压制 ESR 信号中的噪声成分和减少测量中的人为误差,完善实验方法,这在 AD 值较大即曲线比较平坦时尤其重要.

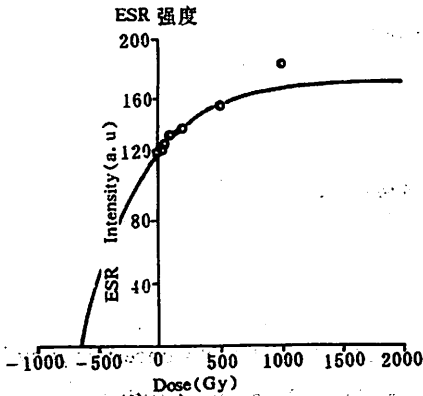


图 1 去掉最后一点拟合出的
的辐照响应曲线 ($AD = -647\text{Gy}$)

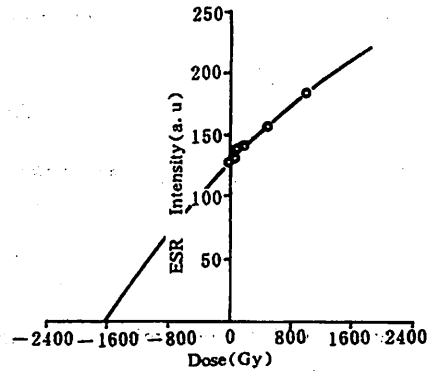


图 2 用所有点拟合出辐照响应曲线
($AD = -1640\text{Gy}$)

在运用非线性拟合时,我们发现对于一定的收敛精度,非线性拟合存在着多解性,即选择不同的初始值时会拟合出不同的结果,其结果的差异与收敛精度成反比,理论上可以通过提高收敛精度来消除其多解性. 实际中提高收敛精度虽可以解决多解性的问题,但却使非线性拟合的叠代收敛时间大大加长,所以在选择收敛精度时应权衡考虑上面的问题.

参 考 文 献

- [1] Grün R, Macdonald P D M, *Appl. Radiat. Isot.*, 40(1989), No. 10-12, 1077-1080.
- [2] 黄培华等,科学通报, 6(1986), No. 6, 453-455.
- [3] Huang Pei-Hua *et al.*, 1985, *ESR Dating and Dosimetry* (Ionics, Tokyo), 321-324.
- [4] 金嗣昭等,中国科学技术大学学报,17(1987), No. 4, 501-506.
- [5] 梁任又等,波谱学报,4(1987), No. 2, 256-273.
- [6] 黄培华等,核技术,11(1988), No. 11, 44-45.
- [7] 梁任又等,核技术,11(1988), No. 11, 49-55.
- [8] 彭子成等,地理研究,17(1988), No. 4, 78-82.

- [9] Huang Pei-hua *et al.*, *Chinese Journal of Oceanology and Limnology*, 7(1989), No. 1, 79-88.
[10] Huang Pei-hua *et al.*, *Appl. Radiat. and Isot.*, 40(1989), No. 10-12, 1119-1122.
[11] Peng Zi-Cheng *et al.*, *Appl. Radiat. and Isot.*, 40(1989), No. 10-12, 1127-1132.
[12] 黄培华, 金嗣昭, 文物保护与考古科学, 1(1989), No. 2, 43-51.

Further Study on Non-linear Fitting of TL/ESR Dose Response Curve and AD's Uncertainty

Chen Jinbo Zhou CHangxi Zheng Huinan Xia Lidong Huang PeiHua

(Dept. of Earth and Space Science)

Jin Sizhao

(Center of Structure and Element Analysis)

Abstract

The paper deal with the determination of Accumulated Dose(AD) and AD's uncertainty by Non-linear fitting, get satisfactory results, and discuss the characteristics of Non-linear fitting.

Key words: Non-linear fitting, Accumulated dose, Saturation intensity

用 P11 柱一步纯化色氨酸阻遏蛋白质*

崔 涛 肖 杰

(生物系)

摘 要

利用携带有克隆色氨酸阻遏蛋白基因的 pJPR2 质粒的大肠杆菌菌株,经过细菌培养、扩增及一系列生化方法,得到色氨酸阻遏蛋白的粗品,然后利用磷酸纤维素 P11 柱分离纯化得到单一的色氨酸阻遏蛋白,经 SDS 聚丙烯酰胺凝胶电泳鉴定和 pRK9 质粒中 *trpP/O* 片段保护实验证明,分离到的色氨酸阻遏蛋白是纯的,并具有生物活性. 该方法和思维的建立,为研究核酸结合蛋白质的结构与功能提供了基础.

关键词: 色氨酸阻遏蛋白,磷酸纤维素 P11,质粒 pRK9

中图法分类号: Q-331

1 前 言

蛋白质和特异 DNA 序列相互作用的分子基础研究,是目前分子生物学领域的一个重要课题^[1]. 而细菌大肠杆菌色氨酸(*trp*)阻遏蛋白与其操纵基因相互作用一直是一个典型的模式. 最近晶体学的研究已取得很大的进展^[2,3]. 但色氨酸阻遏蛋白与操纵基因复合物在溶液中的三维结构还有许多工作要做. 在这类研究中,快速、简便地获得大量的阻遏蛋白是非常重要的. 本文报道了利用高效表达色氨酸阻遏蛋白基因(*trpR*)的重组质粒,经扩增培养,然后用磷酸纤维素 P11 柱一步即可得到纯化的色氨酸阻遏蛋白的方法,具有普遍意义.

色氨酸阻遏蛋白的等电点为 5.9,由两个亚基非共价结合而成,每个亚基分子量为 12.5kd. *trpR* 基因编码的是一个拟阻遏蛋白(aporepressor),这个蛋白在结合 L-色氨酸后,其三维空间构象发生改变而具有与操纵基因结合活性.

* 1991年1月8日收到.

• 中国科学院青年基金资助.

2 材料与方法

2.1 材料

(1) 菌种 *E. coli* JM101 SRT4, 携带有质粒 pJPR2, 其结构见图 1. 由美国 Stanford 大学 C. Yanofsky 教授赠给.

(2) pRK9 质粒, 该质粒上克隆有 100 个碱基对核苷酸片段, 包含有 *trp* 操纵基因. 结构见图 2.

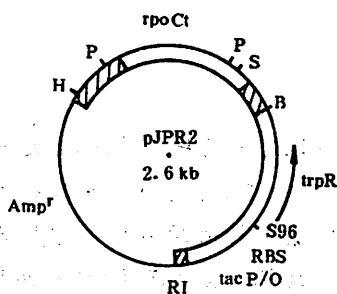


图 1 pJPR2 结构图

图中 H 为 HindIII, P 为 PstI, S 为 SalI, B 为 BamHI, RI 为 EcoRI, S96 为 Sau96I, P/O 为启动区和操纵基因, rpoCt 表示转录终止子, RBS 是核糖体结合位点.

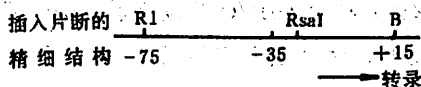
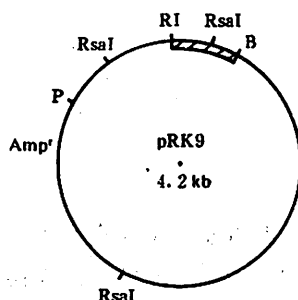


图 2 pRK9 质粒结构图

在质粒 pBR322 的限制性内切酶 EcoRI 和 BamHI 位点之间克隆一段含色氨酸启动区和操纵基因 (*trp* P/O) 的序列, 整个质粒有三个 RsaI 位点, 其中一个在 *trp* P/O 区, 其它符号意义同图 1.

(3) 限制性内切酶 EcoRI, RsaI, HindIII, λ DNA; 异丙基- β -D-硫代半乳糖苷 (IPTG) 等均购自华美生物工程公司.

(4) 磷酸纤维素 P11 (Whatman 公司).

(5) P11 缓冲液: 10mM 磷酸缓冲液 pH7.6, 0.1mM EDTA, 0.1M NaCl.

(6) 结合缓冲液: 6mM Tris-HCl pH 7.5, 6mM 巯基乙醇, 6mM MgCl₂, 50mM NaCl, 1mM L-色氨酸, 1 μ g/ μ l 牛血清白蛋白.

其它试剂均为分析纯.

2.2 方法

(1) 色氨酸阻遏蛋白的粗品获得

参照文献[4], 接种 JM101 SRT4 单菌落于 10ml 营养培养基 (LB) 中. 培养基中含 50 μ g/ml 氨基青霉素. 37 $^{\circ}$ C 振荡培养过夜, 转接至 1000ml 的 0.1% 酵母抽提物, 0.1% 蛋白胨, 200 μ g/ml 氨基青霉素的基本培养基, 37 $^{\circ}$ C 培养 4 小时. 加入 IPTG, 使之在培养液中达终浓度 0.1M, 37 $^{\circ}$ C

诱导培养过夜(约 10 小时)。4℃、6000rpm×10 分钟离心收集菌体。100ml 0.1M tris-HCl pH7.6 缓冲液悬浮菌体沉淀,超声破碎细胞(JY5881 型超声粉碎机,功率 120W,总定时 30 分,振荡 30",间隙 20")。4℃,10000rpm×30 分钟离心沉淀核酸和变性蛋白质。取上清后加入研细的硫酸铵至 45% 的饱和度,冰浴搅拌 30 分钟,8000rpm×30 分钟离心获得色氨酸阻遏蛋白质的粗品。用 5ml P11 缓冲液溶解,对 500 ml 相同缓冲液透析,3 小时换一次缓冲液,透析 12 小时。

(2) 柱分离色氨酸阻遏蛋白质。

处理好的 P11 磷酸纤维素装入 2×20cm 柱中,用 P11 缓冲液平衡至上下柱的电导率相等。1ml(约 100mg)阻遏蛋白粗品加至柱上,流速 20ml/小时,预洗 50ml 后,非线性 NaCl 梯度洗脱:0.15M NaCl,80ml P11 缓冲液对 0.75M NaCl,160ml P11 缓冲液。

(3) SDS 聚丙烯酰胺凝胶电泳鉴定

按文献[5]改进,柱层析后的样品经透析冷冻干燥,取 30 μ l 样品(50 μ g)上样。分离胶浓度为 12.5%,浓缩胶 3.7%,恒流 30mA,电泳 4 小时。0.1%考马斯亮蓝 R250 染色 1 小时,7% 乙酸脱色。

(4) 活性鉴定

2 μ l 色氨酸阻遏蛋白溶液(约 10 μ g),加入 18 μ l 结合缓冲液和 0.68 μ g pRK9 质粒(按文献[6]方法制备),在室温保温 30 分钟,加入 0.5 单位 RsaI 酶,37℃保温一小时,酶解反应结果用 1%

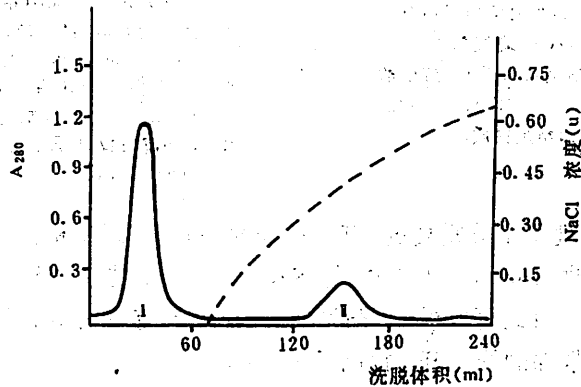


图 3 色氨酸阻遏蛋白质 P11 析图

峰 I 为杂蛋白; 峰 II 为色氨酸阻遏蛋白质

的琼脂糖凝胶电泳检测。

3 结果与讨论

色氨酸阻遏蛋白的 P11 柱层析分离见图 3, P11 是一个阳离子交换树脂,但也具有亲和层析功能。经硫酸铵沉淀后获得的细菌蛋白质大多数在 pH7.6 缓冲液下带负电荷,故不能被柱吸附(峰 I)。色氨酸阻遏蛋白质虽然也带负电荷,但它和 P11 柱结合是通过亲和作用完成的。其它阻遏蛋白质如乳糖操纵子中的阻遏蛋白质也有相同的性质^[7]。因此在我们的实验条件

下, 0.3M NaCl 浓度时可洗脱出单一的色氨酸阻遏蛋白质峰(峰 I)。每升液体培养菌可获 15-20mg 纯蛋白质。

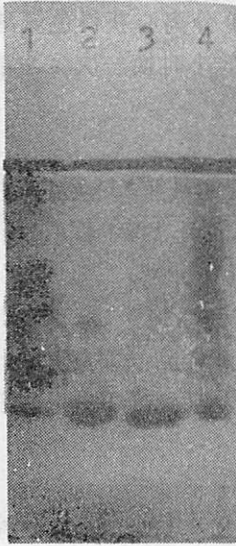


图 4 SDS 聚丙烯酰胺凝胶电泳图

1. 标准蛋白质(从上至下):牛血清白蛋白(66.2kd), 卵清蛋白酶(45.0kd), 碳酸酐酶(31.0kd), 大豆胰蛋白酶抑制剂(21.5kd), 溶菌酶(14.0kd); 2. 粗细胞色素 C(12.5kd); 3. 纯化的色氨酸阻遏蛋白质; 4. 细菌粗蛋白质。



图 5 活性鉴定的 1% 琼脂糖凝胶电泳图

1. λ DNA 用 HindIII 酶解标准物, 从上至下片段大小为(kb): 23, 13, 9, 41, 6, 55, 4, 36, 2, 32, 2, 02, 0.56 和 0.12 片段未显出; 2. 加色氨酸阻遏蛋白后 RsaI 酶解质粒 pRK9, 有 2487bp 和 1598bp 片段; 3. 未加色氨酸阻遏蛋白的 RsaI 酶解质粒, 片段大小为 1927bp, 1598bp 以及 560bp(未显出)。

另外, P11 柱的预处理是十分重要的, 有了良好的柱系统, 即使稍微变化 P11 缓冲液成分, 例如加入 15% 的甘油, 改用 0.15M-0.75M 的 NaCl 线性梯度洗脱, 仍可得到纯化的色氨酸阻遏蛋白质(结果未给出)。由此可以看出, 凸型 NaCl 梯度具有较为缓和的盐浓度变化能力, 可以把在线性梯度洗脱时紧邻的峰拉开, 提高了分辨率。

在 SDS 聚丙烯酰胺凝胶电泳上, 比较标准蛋白、粗蛋白以及 P11 柱洗脱峰 I, 可以说明所获的色氨酸阻遏蛋白质是纯一单带, 分子量接近 12.5kd(图 4)。

活性鉴定是通过 pRK9 酶切保护实验进行的, pRK9 质粒有 3 个 RsaI 酶切位点。酶解后可得三个片段: 1927 bp, 1598bp, 560bp。如果色氨酸阻遏蛋白与 pRK9 质粒上 *trp* P/O 部位结合时, 就覆盖了一个 RsaI 位点, 再用 RsaI 酶解时, 只能获得两个片段: 1598bp, 2487bp(图 5)。

在细胞内, 与特异 DNA 序列结合的蛋白质含量一般很少, 提纯非常困难, 为直接研究这类蛋白质与核酸的相互作用带来障碍。利用高效表达 *trpR* 基因的菌株, 并能用 P11 柱进一步纯化蛋白质的工作, 是一个很好的范例。在我们实验室建立的这个方法, 能在简单条件下迅速获得样品, 为核酸结合蛋白质研究的更快发展提供了基础。

参 考 文 献

- [1] 崔涛等,生命的化学,2(1990),1-4.
- [2] Zhang R G *et al.*, *Nature*, 327 (1987), 591-597.
- [3] Otwinowski Z *et al.*, *Nature*, 335(1988), 321-329.
- [4] Paluh J L, *et al.*, *Nucl. Acids. Res.* 14(1986), 7851-7856.
- [5] Joachimiak A *et al.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 80 (1983), 668-672.
- [6] Maniatis T, *et al.*, *Molecular Cloning--A Lab. Manual*, Cold Spring Harbour Lab., 1982, 88-91.
- [7] Moldare K., *et al.*, *Methods in Enzymology*, XXI, Part D, (1972), 483.

One-step Method of the Trp Repressor Purification by Cellulose Phosphate P11

Cui Tao Xiao Jie

(Department of Biology)

Abstract

We have purified the a homogeneous trp aporepressor from an overproducing strain of *E. coli* carrying a plamid containing trpR positioned between the strongly regulated tac promoter and the rpoC transcription terminator. P11 cellulose chromatography is used in conjunction with a gel electrophoresis assay in which the repressor, when bound to the trp operator, protects an Rsa I restriction site from endonuclease cleavage. This method provides a simple way for studying the molecular basis of specific interaction between proteins and DNA.

Key wards: Trp repressor, cellulose phosphate P11, plamid pRK9.

脑电正弦调制光的反馈研究

张作生 刘萍 林琦

(电子技术基础部)

摘要

一种新的脑电生物反馈方法—脑电正弦调制光生物反馈,与传统的脑电生物反馈相比,具有直接用外部反馈环路提供客观刺激,无须受试者心理介入的优点.

用本文研制的脑电正弦光的生物反馈系统对脑电 α 频率的正弦调制光特性进行了研究,并对实验结果作了分析.

关键词: 正弦调制光,脑电,生物反馈.

中图法分类号: R318.04

1 前言

脑电生物反馈是将人们平时自身无法觉察的脑电状态信息检测出来,再用某种形式(视觉,听觉)反馈给受试者以影响脑系统状态.

脑电生物反馈的研究不仅为了解脑功能活动提供了窗口,也为临床治疗脑功能疾病提供了新的途径^[1].

α 节律可作为一个人意识水平的客观指标,表示安静、清醒、不作定向思考情况下的精神状态,它是人自发脑电的最基本的波形.由于 α 波在脑电中的特殊地位,国际上近十年来广泛开展的脑电生物反馈的研究主要在 α 频段进行.作者所研制成的国内第一套微机化脑电生物反馈系统也是着重于 α 频段的实验研究^[1,2].以往的脑电反馈都是把脑电的状态信息反馈给受试者,通过受试者的心理训练和控制来实现脑电的反馈控制.这种脑电反馈方法的特点是需要受试者有意识的心理活动参与.它虽然在许多情况下,不失为治疗某些脑功能疾病的有效方法,但在某些情况下,如儿童及精神疾病的患者,受试者难以通过控制自己的心理活动实现对脑电的控制,因此就难以达到反馈控制的目的.为此,必须探讨一种无须受试者心理过程

参与的脑电反馈实现方法.

1975年,Donker^[3]提出用正弦调制光(SML(sine wave modulated light))来研究脑电的诱发响应.他认为SML作为刺激信号,由于频率单纯,平均光强恒定,在脑系统的研究中更具有科学性.

Townsend等^[4,5]采用了SML作为刺激信号以研究网状结构与大脑皮层之间的传递特性.

Tweed等^[6]研究了SML的诱发脑电响应,证明了SML刺激有稳定脑电 α 节律作用;Morrell等^[7]研究了偏头痛患者与健康人的SML视觉诱发电位的差异.

AML是指由受试者脑电 α 波控制的正弦调制光.在AML生物反馈系统中,频率由受试者 α 波决定的AML通过目镜又作用受试者.这种闭环的生物反馈系统无须心理活动的介入.

1980年,Tnouve^[8,9]等进行AML的实验研究,主要研究的问题是AML与受试者 α 波的关系.

本文将介绍作者研制的具有微机化、智能化特点的SML-AML系统,着重研究AML对 α 波的稳定和增强作用,为AML反馈的应用提供实验依据.

2 系统结构

SML-AML系统由多功能刺激控制器、换能器、脑电信号采集以及系统控制部分组成.系统框图如图1所示:

系统控制部分产生的定时信号作为频率控制信号送到刺激波形控制器,在事先预置的一定刺激状态下,刺激控制器产生一定的刺激波形送到换能器对人进行视觉或听觉的刺激.同时通过电极把记录到的脑电信号经过滤波放大后送到系统控制部分进行采样和存贮.

采用PC/XT作为主机来进行系统控制、数据采集、存取和处理.

该系统可以分别控制SML的各种因素,如刺激方式(单眼、双眼、同相、反相共4种组合)、平均光强、刺激波形(正弦、三角波、方波等8种波形)、调制度、初始相位(0—360°)等,换能器采用刺激目镜和立体声耳机可进行视觉和听觉的反馈.

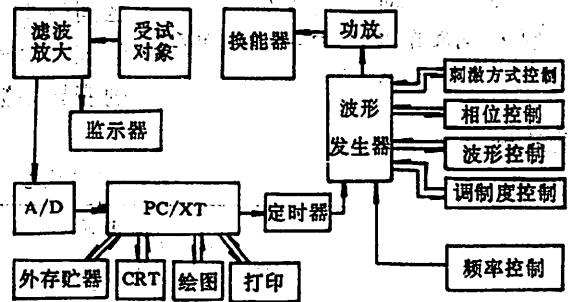


图1 SML-AML系统框图

3 实验方法

受试者是20名自愿接受试验的研究生、大学生、工人,他们均无神经系统病史,常规脑电正常,年龄在18—25岁之间.

实验在屏蔽室内进行.受试者舒适地坐在沙发上,并保持闭眼、安静、清醒、放松状态.然后戴上刺激目镜,并保持恒定的刺激光强,以清除平均光强的变化对实验结果的影响.

一个脑电采集电极安置于右枕区 O_2 , 另一个电极置于右侧耳垂 A_2 作为无关电极, 另外在前额置一个参考电极与地相接, 这个电极主要是接系统的地线, 使人体的零电位与系统的零电位相等, 以减少 50Hz 交流电干扰。

把脑电记录的两个电极安放在 O_2 及 A_2 是因为枕部的脑电信号中 α 波幅最大, 节律最完整, 其次 O_2 及 A_2 上记录的脑电信号受肌电的影响最小。

选择双眼同相刺激的刺激方式, 调制度选择 20%, 实验的数据处理在 PC 机上进行。

4 结 果

记录 10 个受试者的脑电样本, 算出平均 α 峰值做为 SML 刺激频率。刺激前, 记录 20 个受试者的脑电样本, 作为对照组。在刺激期间以及在刺激后各记 20 个脑电样本。这三种状态的典型脑电, 如图 2 所示。

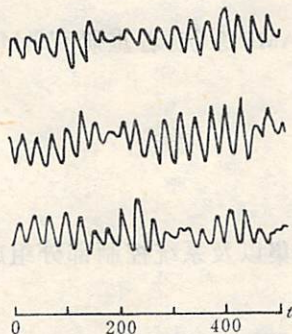


图 2 刺激前、中、后的三种脑电状态
(从下到上)

对这三组样本进行谱变换, 求出样本的主峰值, 并求出其均值 (Mean)、方差 (S. D)、变异系数 (Var), 及在 95% 的置信度, 算出的 α 峰值的置信区间 (C. V), 如表 1 所示。

由表可见, 刺激存在时, 变异系数最小, α 波的置信区间最小。因此 α 主峰频率最为稳定, 刺激撤除后的那组统计值较刺激存在时差些, 而刺激前的那组具有最大的变异系数和最大的置信区间, 可见刺激前的频率稳定性最差。

性最差。

表 1 三种状态下样本的主峰值

	刺激前	刺激时	刺激后
Mean	11.525	12.125	11.613
S. D	0.693	0.385	0.529
Var	0.480	0.148	0.279
C. V	0.055	0.035	0.045

对表 1 中的实验数据采用 t 检验, 刺激时 $t_s = 7.901$, 刺激后 $t_a = 4.682$, $t_{0.05} = 1.686$, $t_s > t_{0.05}$, $t_a > t_{0.05}$, 可见刺激时及刺激后与刺激前相比, 存在显著性差异。因此, SML 对受试者的 α 频率的稳定作用达到显著水平。由此推出, α 频率的正弦调制光刺激时受试者 α 频率有稳定作用。

如果以三组受试者的脑电样本进行脑电 α 成分所占总能量的比例的计算, 可以算出刺激前为 33.99%, 刺激时为 37.85%, 刺激后为 37.93%, 表明刺激时及刺激后 α 频段所占脑电总能量的百分比都比刺激前有显著的提高, 可见 α 频率的 SML 刺激可以增强 α 节律。

5 AML 脑电反馈控制的研究

在本实验中,我们将受试者的 α 节律主频提取出来,反馈到多功能刺激器,以此控制正弦调制光的频率,对受试者进行视觉刺激,研究在外加反馈回路后脑电的变化.

闭环正反馈之前和之后的脑电记录如图 3 所示.

从图中看到反馈之前脑电记录的 α 幅频较小,而反馈之后, α 幅度大大增加了.

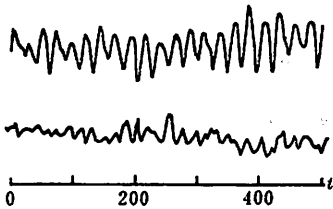


图 3 反馈刺激前及反馈过程中的脑电记录
(从下到上)

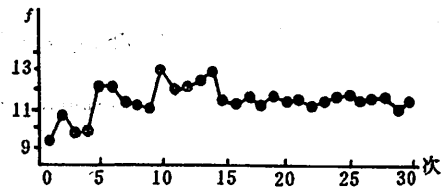


图 4 AML 反馈实验样本 α 频率的变化

图 4 是 30 次 α 频率正反馈过程 α 主频的变化曲线. 由图可见,在正反馈的过程中,主频越来越集中,逐渐趋于稳定.

对 20 个样本的脑电总能量及 α 频段能量的计算,表明 AML 反馈后脑电的平均总能量提高到 144.22%, α 频段能量提高 127.26%.

6 讨论

上面的实验表明,不论是 α 频率的 SML 刺激,还是直接从受试者 α 频段控制的闭环 AML 反馈,对 α 波都具稳定主频率和增强 α 频段的幅度和能量的作用,而且这种作用在撤除刺激和反馈之后可以继续保持下来.

某些脑疾病患者、脑外伤患者常伴有 α 成分降低或消失的症状.此外,神经衰弱、失眠症患者以及长期处于忧虑或精神紧张的情况下的人也有同类症状.脑电生物反馈系统对伴有 α 波降低或消失症状的患者进行提升 α 波成分的生物反馈训练,有助于此类疾病的治疗,并可用于运动员赛前的心理训练.这种方法行之有效,但需要受试者的心理活动介入.而我们上面所提的二种方法,无须受试者的心理训练,它与传统的脑电反馈方法互为补充,有可能使脑电反馈的研究和应用提到一个新的高度.

参 考 文 献

- [1] 张作生,生物科学参考资料,科学出版社,25(1988),79-98.
- [2] 张作生、陈为民,生物物理学报,3(1987),No. 2, 155-160.
- [3] Donker D N J, *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.*, 39(1975),561-574.
- [4] Townsend R E, *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.*, 34(1973),97-99.

- [5] Townsend R E , *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.* ,38(1975), 101-112.
- [6] Vander Tweed *et al.* , *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.* ,18(1975),587-598.
- [7] Morrell L K, *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.* ,21(1966),552-561.
- [8] Tsuyoshi Inouye *et al.* , *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.* ,49(1980),135-142.
- [9] Inouye T *et al.* , *Electroenceph. Clin. Neurophysiol.* ,42(1977),139-152.

A Study of Sine Wave Modulated Light EEG Biofeedback

Zhang Zuosheng Liu Ping Lin Qi

(Department of Electronic Technology Fundamental)

Abstract

This paper introduces a new EEG (electroencephalogram) biofeedback method—sine wave modulated light (SML) EEG feedback. In contrast to the traditional EEG feedback method, SML has the advantage of providing objective stimulus directly through an outer feedback loop and thus not needing mental involvement of the subject.

A EEG SML biofeedback system is developed and some EEG alpha rhythm SML feedback experiments are conducted. Analysis of experiment results is presented, too.

Key words: electroencephalogram, sine wave modulated light, biofeedback.

超声传播时间、幅度及混凝土缺陷检测

卢结成 庄镇泉

(电子技术基础部)

摘 要

本文介绍了一种测量超声波传播时间及幅度的计算机程序。该程序是通过检测接收波的首波起点,实现声时和首波幅度的快速、准确测量。由测试结果,基本能够判断混凝土内部的缺陷。应用该程序在PC-AT机上对混凝土试块上16个测试点声时、首波幅度进行计算,并求出它们的最大值、最小值和平均值,总共花时几秒钟。

关键词: 超声波传播时间,首波幅度,混凝土缺陷

中图分类号: TB551

1 引言

目前在结构混凝土的无损探伤中,超声脉冲法^[1]是一种主要的检测方法。通过检测超声波在被测介质中的传播时间、接收的超声波幅度以及对接收信号波形进行谱分析,就能够判断被测介质的质量和缺陷。其中,声时和首波幅度通常可用普通的超声测试仪定量测出。但这种测试设备设计周期长、价格昂贵、操作调试繁琐费时,而且功能有限。因此,我们设计了一种快速检测程序,已在PC-AT(XT)及其兼容机上调试通过。本程序占用存贮量少,计算速度快,检测10个测试点,从数据输入至检测结果输出,可在几秒钟内完成。根据检测结果,能够基本判断出被测介质中是否有缺陷。经过大量实验证明,应用本程序测量的结果是令人满意的,与CTS-25、JC-2等型号超声仪测出的数值基本一致。

2 检测原理

超声换能器发射的超声波,经混凝土构件传播后,由另一只换能器接收下来,再经放大滤

波、采样和 A/D 转换电路将其转换成数字信号,送入计算机进行分析处理. 然而送入计算机内存的只是被测信号的数字化编码序列,一切分析计算都只能从编码序列出发. 图 1 表示由

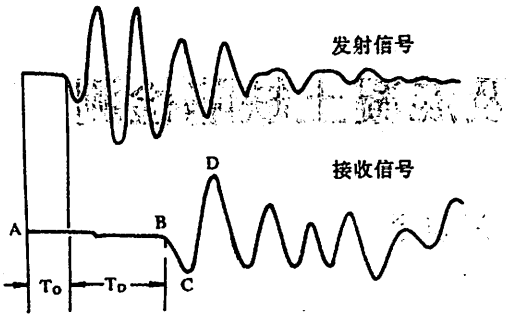


图 1 发射、接收信号波形

发射信号序列和接收信号序列绘制的波形. 图中, T_d 为超声波在被测介质中的传播时间, T_0 为测试电路的总延时, C 点为首波峰值点.

由图 1 可见,从第一个采样点 A 到首波起点 B 之间的采样波形近乎一条直线,如果这是一条水平直线,那么在这段时间内,各点的电平量化值相等,编写计算声时的程序十分简单. 但是,在这条直线上的某些点总会迭加随机的噪声电平,计算声时的程序必须克服这些随机起伏点的影响,才能准确找到首波起点. 我们

通过大量实验,进行了两种检测方法的探讨.

方法 1 单向循环比较法

调节脉冲源的发射功率或前置放大器的增益,使接收到的被测信号中,噪声的变化范围不超过 4 个电平量化单位,首波幅度不低于 6 个电平量化单位(这种选择并非对任何情况都适用,应针对具体测试对象,程控设定). 在这种条件下,检测程序可以在直线 AB 上任一点开始,向右进行循环比较,当检测到 5 个相邻的递减的电平量化值,就找到了首波的起点. 设用数组 $B(I)$ 存放电平量化值,其中 I 为时间量化单位(采样周期数). 当(1)式满足时,可用(2)式计算声时.

$$B(I) > B(I + 1) > B(I + 2) > \dots > B(I + nN) \quad (1)$$

$$T = T_s \times J \quad (J = I + 1) \quad (2)$$

在(1)式中, N 的取值必须满足

$$N_1 < N < N_2$$

使得

$$B(I + N_1) < B(I + N) < B(I + N_2)$$

$B(I + N_1)$ 为最大噪声电平, $B(I + N_2)$ 为首波峰值,即为图 1 中的 C 点值. 如果 $N < N_1$, 比较的采样点太少,可能将迭加有噪声电平的采样点误判为首波起点;若 $N > N_2$, 则循环比较的采样点将超过首波起点,程序继续向右比较,可能将图 1 中的 D 点误判为首波起点. 在(2)式中, T_s 为采样周期. 顺便指出,如果接收信号与图 1 所示波形相位相反,只须将(1)式中的大于号改为小于号;或将采样数据倒相;尔后运用(1)式.

当程序检测到首波起点以后,继续向右比较各相邻码值(电平量化值),只要出现相邻各点码值递增的情况,就找到了首波峰值点 C . 测量首波幅度的另一种方法是,求图 1 中 A 点到 D 点之间编码的最小值得到. 但首先要估计 D 点对应的采样周期数.

方法 2 双向循环比较法

首先采用向右循环比较采样码,或求 A 、 D 之间编码最小值的方法,检测首波峰点 C ,得到首波幅度,然后从峰点向左递增比较,检测首波起点 B ,其工作原理示于图 2. 由于检测首波峰点的方法较多,而从峰点向左比较又能很快找到首波起点,所以这种方法的检测速度比方

法 1 快。

必须指出,使用本程序检测大结构样品时,由于接收信号小,信噪比低;在数据采集之前,应对接收的首波信号加以放大,对噪声加以滤波,提高信噪比。

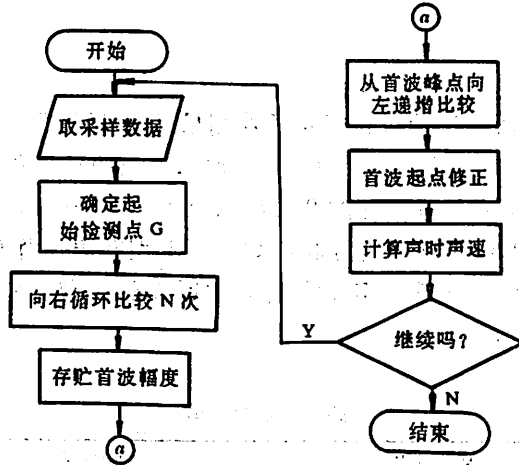


图 2 声时、首波幅度检测流程图

3 声时调零与加速检测

3.1 声时调零

在计算式 $T = T_0 \times J$ 中, J 为第一个采样点到首波起点之间的采样周期数,声时 T 包括图 1 中 T_0 和 T_0 两部分,即 T 包含了测量电路的总延时 T_0 。 T_0 是超声波通过换能器传输电缆的延时,以及放大电路、采样转换电路等所有延时之和。 如何从 T 中消除 T_0 ? 即怎样进行声时调零呢? 可以有两种解决方法。

3.1.1 利用标准超声仪调零

在用超声仪进行定量测试之前,都要进行调零。 使用标准棒调零,或将发、收两个换能器短接,调节游标,使屏幕上的数字显示声时为零。 在用计算机进行声时的定量测试之前,也可借助于这种方法。 先用超声仪调零,同时将接收信号从超声仪背面的输出口接至计算机,此时计算机测出的声时主要是计算机输入电缆及机器内采样转换电路的延时,这是一个恒定的数值,只要在程序中减去这一恒定值就行了。

3.1.2 直接调零

从图 1 可以看出,在相同的测试条件下,测试电路的总延时是一个恒定量,即接收信号中的 T_0 和发射信号中的 T_0 相等。 因此,只要将发射信号和接收信号都取入计算机,然后将二者计算的声时相减,就消除了接收信号中的 T_0 。 本程序中采用的是直接调零法。

3.2 提高检测速度的方法

在图 2 所示程序流程图中,程序是从 $I = G$ 的采样点开始循环比较的。 这是因为如果从第一个采样点开始比较,每当 $B(I) < B(J)$, $(I < J)$ 时,都要将 I 加 1,并令 $J = I + 1$,然后重新比较 $B(I)$ 与 $B(J)$ 。 这样,当噪声电平起伏频繁时,需要很多次循环比较,才能最终找到首波起点,

计算时间很长. 实际上, 程序可以从第一个采样点与首波起点之间的任一点开始比较. 本程序可以自动确定起始检测点 G , 使程序从 G 点开始检测, 就能够大大减少循环次数, 提高检测速度.

4 应用举例及讨论

应用本程序对各种混凝土试块进行了穿透性测量^[2], 测试结果与用 CTS-25 型超声仪测读的数据基本一致. 现以 500# 混凝土, 尺寸为 15 厘米边长的柱状孔洞立方试块为例, 讨论如下. 在试块的两个相对表面各选择对应的 9 个测试点 $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{33}$, 以黄油为耦合剂, 换能器频率为 100kHz, 采样信号及同步触发信号取自 CTS-25 型超声仪背面的输出口, 采样转换电路选用中国科技大学四系快电子学实验室研制的瞬态记录仪, 采样频率分别为 5MHz 和 2.5MHz, 测试结果列于表 1.

表 1 检测结果

测试点位置	5MHz 采样		2.5MHz 采样		超声仪测时值
	声时 (μs)	首波幅度	声时 (μs)	首波幅度	
a_{11}	32.4	0.65	32.8	0.74	32.6
a_{12}	34.4	0.33	34.2	0.31	33.9
a_{13}	31.6	0.66	32.0	0.64	32.3
a_{21}	32.0	0.76	32.4	0.71	32.5
a_{22}	34.0	0.37	35.3	0.34	35.1
a_{23}	31.4	0.73	32.0	0.69	31.6
a_{31}	32.6	0.78	32.8	0.74	31.8
a_{32}	35.2	0.31	34.8	0.34	34.1
a_{33}	32.4	0.86	32.8	0.81	32.0

从表 1 可看出, a_{12}, a_{22}, a_{32} 三点的声时值较大, 首波幅度小. a_{12}, a_{22}, a_{32} 是位于试块中间的三个点, 而试块中间正好有一直径为 5 厘米的圆柱形孔洞. 从采样频率看, 由于计算机检测的是时间的离散值, 采样频率越高, 两个比较的相邻采样点的时间差越小, 声时检测精度越高. 但按 (1) 式检测声时, 采样频率不宜太高, 否则采样数据中出现多个相邻点码值相同的情况, 用 (2) 式计算声时误差较大. 为了选择合适的采样频率 (对确定的换能器频率), 我们对多种采样频率的检测结果进行了对比, 将其中与超声仪测量值较接近的两组数据 (5MHz 和 2.5MHz 采样) 列在表 1 中. 此表主要用来说明: 虽然测时精度随采样频率变化而变化, 但缺陷部位的检测参数却有相同的变化规律, 即声时增长, 首波幅度减小. 这与参考文献 [2] 讨论的情况完全一致.

表 1 中, 超声仪的声时测量值是在 CTS-25 的显示屏上通过移动游标至首波起点处测得的, 凭眼睛观察游标位置, 它不一定正好位于首波起点, 所以超声仪的测量值是相对准确的, 不宜将其与计算机检测结果作误差比较. 我们认为, 本程序通过准确检测首波起点获得声时, 因

而检测结果比超声仪的测量值更准确。

必须指出,超声波在混凝土中的传播过程比较复杂,影响检测结果的因素很多,其中主要是换能器频率及其性能、测试距离、换能器与测试点的耦合程度以及采样频率等。实验发现,接收波的首波起点是在较小的时间范围内随机变化的,对同一测试点,用相同的测试条件测试多次,每次结果都不完全相同,但声时值的变化幅度较小,一般在 $0.5\mu\text{s}$ 以下。而实际检测时,当内部缺陷的几何尺寸大于声波波长时,经过缺陷传播的超声声时的变化幅度远大于 $0.5\mu\text{s}$ 。鉴于上述原因,我们认为,对不同采样频率的测试结果进行误差比较,意义也不大,况且实际检测时,一般总是用事先调试好的某种采样频率进行采集。

设计高质量的声时及首波幅度检测程序,是用超声法实现结构混凝土自动化、智能化检测的重要基础。声时和首波幅度能够较好地反映内部缺陷,且计算速度比谱分析快,有利于实时检测,因此研究开发更加实用的检测程序,建立声时、首波幅度与对应缺陷的定量关系,是我们今后努力的目标之一。

参 考 文 献

- [1] Chung H W and Law K S, Design Concrete International, Designa Construction, 5 (1983), No. 10, 42-49.
 [2] 罗骥先,混凝土非破损测试技术资料选编,中国建筑科学研究院结构所,北京,1984,58:64.

Detection of Ultrasonic Transit Time, Amplitude and Flaw in Concrete

Lu Jiecheng Zhuang Zhenquan

(Department of Electronic Technology)

Abstract

A computer program to detect the ultrasound transit time and the first ultrasonic amplitude is introduced in this paper. This program can be speedily and accurately realized to measure the ultrasound time and the first ultrasonic amplitude through detecting the first point of ultrasonic waves. Some flaws of the internal concrete can be fundamentally judged according to the measured results. With this program in computer PC-AT, in all it will only take several seconds to calculate the ultrasonic time, amplitude, and their maximum, minimum and average values at 16 point of the tested concrete.

Key words: ultrasonic transit time, the first ultrasonic amplitude, concrete flaw.

利用热镜防止汽车挡风玻璃结霜的理论研究

张寅平 葛新石 周 创 高举文 梁新刚

(工程热物理系)

摘 要

对汽车挡风玻璃在夜间结霜的问题做了传热分析,提出采用热镜防止其结霜的方法.文中依据沈阳、北京、合肥、重庆、福州五城市1987年的气象资料,计算了普通车窗和热镜车窗的结霜情况.结果表明:采用 $\epsilon \leq 0.2$ 的热镜玻璃后,北方及华东地区经常出现的汽车挡风玻璃结霜问题可完全得到解决.

关键词: 传热,热辐射,发射率,热镜.

中图分类号: TK124

1 引言

冬夜,车窗结霜是常见的现象.由于霜层挡住了司机的视线,而霜层与玻璃间的结合又相当牢固,故除霜是不可避免的一项工作.车窗结霜的原因可简述如下:高层大气的当量黑体温度低于地面气温,对地面上的物体构成了一个辐射热汇.车窗因向天空辐射散热而温度下降.当车窗温度降至环境空气的露点时,车窗就开始结露;若车窗温度不仅低于露点,而且低于 0°C ,窗上就会结霜.

为防止汽车挡风玻璃结霜,现行的方法大致有两种:一种是在玻璃的内表面布置电加热丝(很多轿车采用的就是该方法),但是,这种方法工艺较复杂,成本较高,若大规模地用于公共汽车、长途客车、卡车等的挡风玻璃上,就我国目前的经济状况而言,恐难以实现;另一种是夜间停车之后在车窗上加一辐射屏障(如厚纸板),以阻挡车窗向天空的直接辐射,这种方法既麻烦,又不美观,也不是切实可行的好方法.

近年来,热镜作为一种新颖的节能材料发展很快,在美国和西欧一些国家已开始商品化.

所谓热镜,是在透明底衬(玻璃、有机玻璃或塑料薄膜等)上覆盖一层特殊膜(半导体或其与纯金属的结合体)。这种特殊膜对包含太阳辐射能的光谱区(特别是可见光谱区)具有很高的透过率,但对于长波热辐射则具有很高的反射率。

本文提出了一种采用热镜防止汽车挡风玻璃结霜的方法,该方法在国内文献中尚未见报道。

2 理论分析

2.1 大气层辐射

有关大气层辐射的特性,文献[1-4]中都有扼要的介绍。地球大气层外的宇宙空间的温度接近于绝对零度,大气层象地球的一层辐射屏障,阻碍了地面物体向宇宙空间直接散热。在 8-13μm 波段内,大气层中水蒸汽及 CO₂ 的吸收能力很弱,致使在该波段内大气层具有很高的透明度,气象学中称这个波段为“大气窗户”。图 1 示意地给出了大气辐射的光谱。

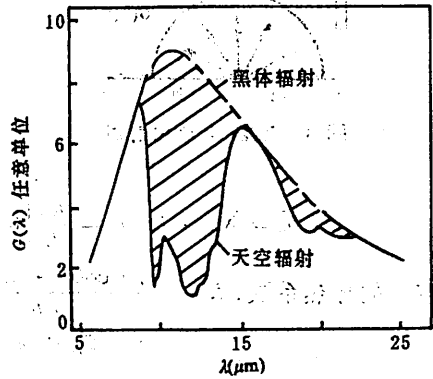


图 1 大气辐射光谱图

大气层对地面的投射辐射 $G = \int_0^{\infty} G(\lambda) d\lambda$, 其中 $G(\lambda)$ 为光谱辐射功率。另一方面,运用有效天空温度的概念,也可表示成 $G = \sigma T_{sky}^4$ [5]。显然,若地面上温度为 T_s 的物体是黑体,其单位面积向天空的最大净辐射换热量为 $\sigma(T_s^4 - T_{sky}^4)$, 即图 1 中阴影区面积。实测结果表明,大气层对地面的投射辐射或有效天空温度与云量及大气温度有关。文献[4]对我国 82 个气象台站长期的气象观测资料进行了统计分析,归纳出了一个与实测数据符合较好的关系式:

$$T_{sky} = [0.9T_b^4 - (0.32 - 0.026 \sqrt{e_s})(0.30 + 0.70S)T_s^4]^{1/4} [K] \quad (1)$$

式中: T_b —地表温度[K]; T_s —地面 1.5~2.0m 高处的气温[K]; e_s —以毫巴表示的水蒸汽气压; S —日照百分率(%), 等于实际日照时数与可能日照时数的百分比,是一个与云量密切相关的量。显然, e_s 愈小, S 愈大, T_{sky} 愈低,地面上物体向天空的的散热愈强。

2.2 汽车挡风玻璃换热分析

设车内壁面积为 A_w , 挡风玻璃面积为 A_g , 挡风玻璃与铅垂线的夹角为 θ_0 。考虑到本问题中各换热体温度均低于 300K, 其发射的能量集中在 $\lambda \geq 8\mu m$ 的波长范围内, 而玻璃在 $\lambda \geq 8\mu m$

的波长范围内的透过率 $\tau = 0$, 因此玻璃可当作不透明的灰体。汽车挡风玻璃与周围环境的换热关系见图 2。

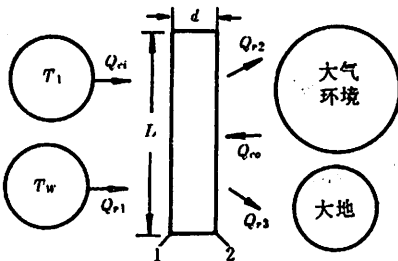


图 2 汽车挡风玻璃与周围环境的换热关系图

对玻璃而言,其能量平衡方程式为:

$$\begin{cases} Q_{r1} + Q_{r2} = Q_e \\ Q_e = Q_{r2} + Q_{co} + Q_{r3} \end{cases} \quad (2)$$

其中 Q_e 为车内空气对玻璃内表面的对流换热量(车内空气温度为 T_i); Q_{r1} 为车的内壁对玻璃内表面的净辐射换热量(车内壁温度为 T_w); Q_{r2} , Q_{r3} 分别为玻璃外表面对天空和大地的净辐射换热, Q_{co} 为环境对玻璃外表面的对流换热量, Q_e 为通过玻璃的导热热量。(2)式中各项可分别表示如下:

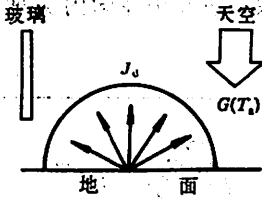


图 3 天空、大地辐射图

$$Q_{e1} = \bar{h} A_g (T_i - T_f) \quad (3)$$

其中,

$$\bar{h} = \bar{N}_{uL} \cdot K_a / L = \frac{K_a}{L} \left\{ 0.68 + \frac{0.670 Re_L^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/5}} \right\}^{[5]}$$

K_a 为空气的导热系数; $Re_L = \frac{g \cdot \cos\theta_0 \cdot \Delta T \cdot L^3}{\alpha \beta}$

$$Q_{r1} = \epsilon_1 \cdot A_g \cdot \sigma (T_w^4 - T_f^4) \quad (4)$$

$$Q_e = K_g \cdot A_g \cdot \frac{T_1 - T_2}{d}, \quad K_g \text{ 为玻璃的导热系数} \quad (5)$$

$$Q_{co} = \bar{h}' \cdot A_g \cdot (T_2 - T_a) \quad (6)$$

其中, $\bar{h}' = (K_g/L) \cdot 0.83 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr^{1/3[6]}$, $Re_L = \frac{V \cdot L}{\nu}$, V 为风速.

$$Q_{r2} = \frac{\sigma (T_2^4 - T_{SKY}^4)}{(1 - \epsilon_2)/(\epsilon_2 A_g) + 1/(A_g F_{g,SKY})} \quad (7)$$

注意到玻璃、天空、大地三者之间的几何关系,可求得玻璃对天空及对大地的视角系数 $F_{g,SKY}$ 和 $F_{g,D}$ 分别为

$$\begin{cases} F_{g,SKY} = \frac{1}{2} (1 + \sin^2\theta_0) \\ F_{g,D} = 1 - F_{g,SKY} = \frac{1}{2} (1 - \sin^2\theta_0) \end{cases} \quad (8)$$

参考图 3,对大地而言,有效辐射

$$J_D = (1 - \epsilon_D) \cdot \sigma \cdot T_{SKY}^4 + \epsilon_D \cdot \sigma T_D^4 \quad (9)$$

式中 ϵ_D 为地面的发射率,于是得到

$$Q_{r3} = F_{g,D} \cdot A_g \cdot (\epsilon_D \sigma T_D^4 - J_D) \quad (10)$$

3 计算结果及玻璃结霜防霜讨论

3.1 计算结果

从上节的分析可以看出,影响汽车挡风玻璃外表面温度 T_2 的因素主要有: $T_a, \epsilon_a, S, V, \theta_0$ 及 ϵ_2, T_w 、地表温度 T_D 及 ϵ_D . 考虑到实际情况,我们取 $T_w = T_i = T_a$. 对于地表温度,我们分析了一九八七年沈阳、北京、福州、重庆的气象资料,取 $T_D = T_a - 2$,这是较为合理的保守取法.

计算中,我们假设一个初始的 T_2 ,记为 T_2^* ,代入式(6)、(7)、(10)中可求出相应的 Q_{co}, Q_{r2} ,

Q_{r3} , 由此及式(2)、(3)、(4)、(5)可求出相应的 T_1^* (T_w^*) 的值. 若 $|T_1^* - T_1|$ 的值小于 0.1°C , 则假定的 T_2^* 即真实值, 否则令 $T_2^{(K+1)} = T_2^{(K)} + \alpha(T_1 - T_1^{(K)})$ ($K=0, 1, \dots, \alpha=0.8$), 重复上述步骤, 直至迭代收敛.

图 4 显示了 $V=1\text{m/s}$ 时 ΔT ($T_1 - T_2$) 随 $\theta_0, T_a, \epsilon_2$ 及空气相对湿度 φ 的关系. 从图 4 可以看出: (1) ϵ_2 对 ΔT 影响很大, 利用 ϵ 较小的热镜涂层可以有效地提高汽车挡风玻璃的温度; (2) 在其它条件不变时, 空气相对湿度 φ 与 T_a 对 ΔT 的影响很小; (3) 当 ϵ_2, φ, T_a 一定时, 汽车挡风玻璃向天空的张角 θ_0 愈大, ΔT 值愈大.

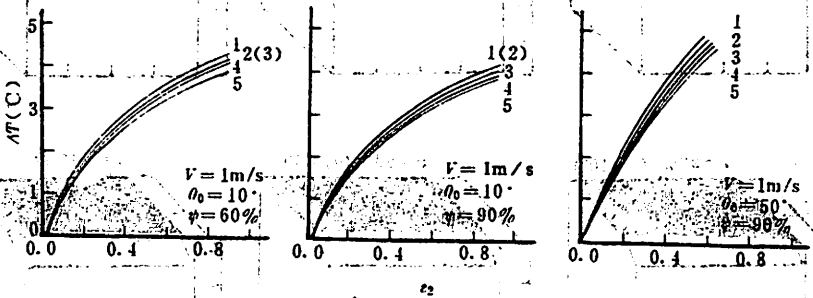


图 4 $\Delta T \sim \theta_0, T_a, \epsilon_2, \varphi$ 关系图

1 $T_a = 5^\circ\text{C}$, 2 $T_a = 0^\circ\text{C}$, 3 $T_a = -5^\circ\text{C}$, 4 $T_a = 0^\circ\text{C}$, 5 $T_a = 5^\circ\text{C}$

图 5 表示了风速对 ΔT 的影响. 随着 V 的增加, 对流换热逐渐占主导地位, 玻璃温度也就渐趋于环境温度. 因此, 在无风或微风的寒夜, 汽车挡风玻璃才较易结霜.

图 6 说明了 ΔT 随日照百分率 S 的变化趋势. 显然, $S=1$ 即无云的天气 ΔT 最大. 但即使 $S=0.1$, 对于 ϵ 较大的玻璃表面, ΔT 也不小, 可达到 2.6°C 以上.

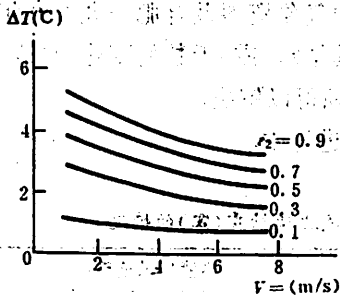


图 5 V 对 ΔT 的影响

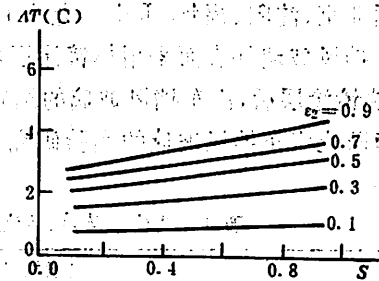


图 6 S 对 ΔT 的影响

3.2 结、防霜(露)分析

玻璃表面结露、霜的条件前面已作了分析, 现简述如下:

结露条件: $0 < T_2 \leq T_d$

结霜条件: $T_2 \leq T_i$, 且 $T_2 \leq 0$

图 7 展示了不同气温 T_a 及相对湿度 φ 下玻璃外表面发射率 ϵ_2 与紧贴玻璃表面的空气的相对湿度 φ_s 的关系. 图中黑影区为结霜区, 纹影区为结露区, 从图中可以看出, 对普通汽车挡风玻璃 ($\epsilon=0.88$), 当相对湿度 $\varphi \geq 80\%$ 时, 气温在 $-15^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C}$ 范围内, 其表面都要结霜, 而当其外表面镀有热镜膜后, 由于 ϵ 较低, 结霜的状况将明显改善; 当 $\epsilon \leq 0.2$ (国外 $\epsilon < 0.1$ 的热镜

涂层已商品化)时,在 $-15\text{C} \leq T_a \leq 5\text{C}$ 范围内,即使 $\varphi=90\%$,玻璃表面也不会结霜。

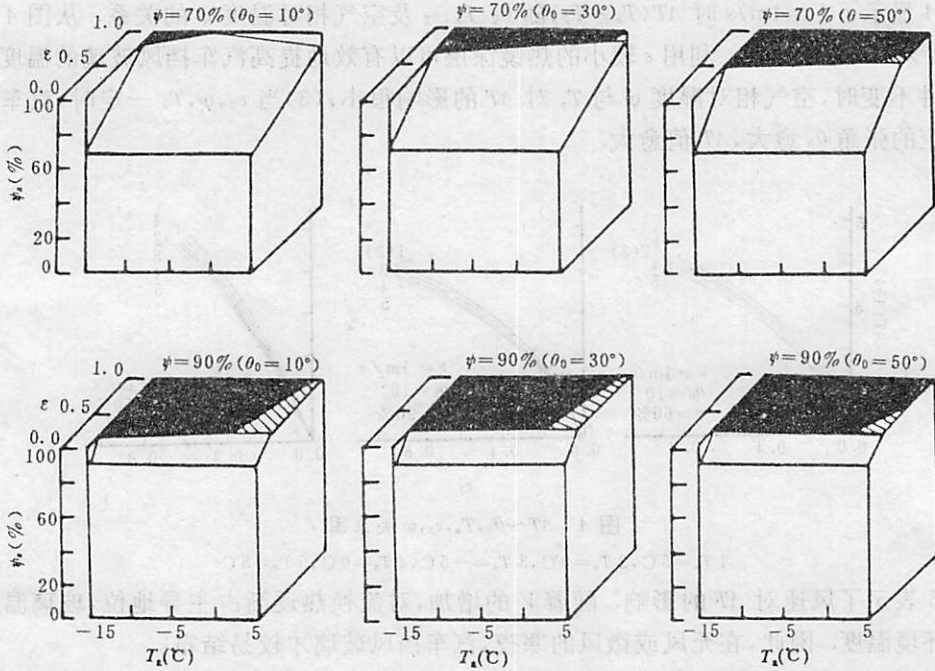


图 7 不同倾角 θ_0 下 φ_s 与 ε_2, φ 的关系

根据北京、沈阳、福州、重庆一九八七年的气象资料及合肥一九八九年的气象资料,我们算得了汽车挡风玻璃外表面采用热镜涂层后,其结霜(露)天数的变化,见表 1. 可以看出,采用 $\varepsilon \leq 0.2$ 的热镜涂层后,汽车挡风玻璃的结霜问题得以解决。

利用热镜防止汽车挡风玻璃的实验研究正在进行中。

表 1 热镜涂层前、后汽车挡风玻璃结霜(露)的情况

城 市	普通挡风玻璃		热镜挡风玻璃 ($\varepsilon \leq 0.2$)	
	结 露(天)	结 霜(天)	结 露(天)	结 霜(天)
沈 阳	0	25	0	0
北 京	1	19	0	0
合 肥	17	17	0	0
重 庆	19	3	0	0
福 州	12	4	0	0

参 考 文 献

- [1] 葛新石, 自然杂志, 4(1981), No. 8, 593.
- [2] 葛新石、孙孝兰, 太阳能学报, 3(1982), No. 2, 128.
- [3] Grangvist C G and Jortsberg A H, *J. Appl. Phys.*, 52(1981), No. 6, 4205.
- [4] 刘森元、黄远锋, 太阳能学报, 4(1983), No. 1, 63.
- [5] Incropera F P and Dewitt D P 著[美], 葛新石、王义方、郭宽良译, 传热的基本原理, 安徽教育出版社, 合肥, 1985, 241.
- [6] 葛新石等, 太阳能工程, 学术期刊出版社, 北京, 1988, 101.

Application of Heat Mirror for Prevention of Frost Formation on Windscreens of Cars

Zhang Yinping Ge Xinshi Zhou Chuang

Gao Juwen Liang Xingang

(Department of Engineering Thermophysics)

Abstract

This paper analyzes the problem of frost formation on windscreens of cars based on heat transfer theory and puts forward a new method—using heat mirrors to prevent windscreens from frost formation. Based on the meteorological data of Shengyang, Beijing, Hefei, Chongqing, Fuzhou, the probability of frost formation is analyzed for common windscreens and for those with heat mirror coatings. The results show that the trouble of frost formation on common window glasses of cars often occurring in the northern and eastern regions of China can be solved thoroughly by using heat mirror glasses ($\epsilon \leq 0.2$).

Key words: heat transfer, thermal radiation, emittance, heat mirror.

室内火灾时通风状况对燃烧速率的影响

霍然 姜冯辉 向明

(工程热物理系)

摘 要

在小尺寸实验箱内综合研究了燃料的质量燃烧速率 m 随通风因子 $A\sqrt{H}$ 和通风口位置高度 h 的变化. 发现因 h 的不同可改变烟气层对火焰的作用, 并引起箱内外气体交换速率和散热状况变化, 从而出现不同的燃烧现象. 对 m 极大值的变化特点作了讨论.

关键词: 室内火灾, 通风影响, 通风因子, 通风口位置高度.

中图法分类号: TU998.12

1 引言

室内发生火灾后, 通风状况对火灾的发展有着重要影响. 国内外对此已进行过一些研究, 发现侧壁通风口的作用效果可用通风因子 $A\sqrt{H}$ 描述^[1,2] (式中 A 和 H 分别为通风口的面积和自身高度); 随着 $A\sqrt{H}$ 变化室内燃烧存在通风控制和燃料控制两个阶段^[3]; 由于壁面限制, 燃料的质量燃烧速率 (即由于燃烧而造成的燃料的质量损失速率) m 可比该燃料在敞开环境中的燃烧速率 (又称自由燃烧速率) m_f 大得多^[1,4]. 我们曾发现通风口的位置高度 h 对室内燃烧状况亦有显著影响, 并讨论了在 $A\sqrt{H}$ 不大的情况下室内温度随 h 的变化^[5]. 本文采用正方体的实验箱, 扩大了 $A\sqrt{H}$ 的范围, 直接测定了 m 与 $A\sqrt{H}$ 和 h 的关系, 发现了一些新现象, 并对出现这些现象的原因作了分析.

2 实验装置

图1为实验安排示意图. 燃烧箱为一正方体, 边长 L 为 0.5m, 用来模拟失火房间. 在箱体

的一侧设有上下贯通的开口,其位置居中,宽度等于边长的三分之一. 开口上部和下部分别装有可调档板 D_1 和 D_2 , 改变 D_1 和 D_2 的位置就可构成不同大小和不同位置高度的通风口. 实验中用工业酒精作燃料, 倒入一圆形燃烧盘内作池火燃烧, 盘的直径 d 为 100mm, 实验时将其放在秤重架长杆的一端, 然后伸到箱体底中心的上方. 这种秤重方式造成燃烧盘上表面高出箱底面约 50mm. 燃料的质量变化用自动天平测量, 然后按燃烧时间进行平均, 从而求出燃料的质量燃烧速率 m .

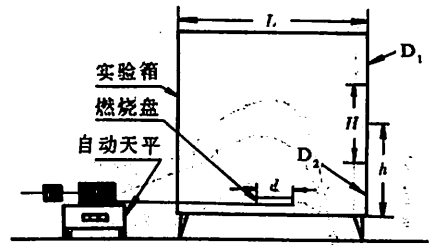


图 1 实验系统示意图

3 结果与讨论

3.1 $A\sqrt{H}$ 与 h 对燃烧状况的影响

室内燃烧是一种受限空间中的燃烧. 通常室内存在可燃物, 而燃烧所用的空气需要由外界供给. 实验箱的侧壁通风口为新鲜空气流入及烟气流出的通道. 显然热烟气从通风口上半部流出, 冷空气从通风口下半部流入, 两者之间存在一压力中性面.

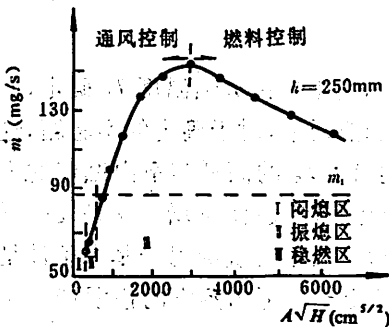


图 2 m 与 $A\sqrt{H}$ 的关系

图 2 给出了中部通风口 ($h=L/2$) 时 m 随 $A\sqrt{H}$ 变化的曲线, 其下方的虚线表示同一燃烧盘的 m_f , 以供比较. 下面结合实验中出现的火焰现象进行讨论.

当 $A\sqrt{H}$ 很小时, 点火后箱内先出现一阵较猛烈的火焰, 而后火焰急剧熄灭. 这是室内氧气迅速消耗又得不到及时补充造成的闷熄. $A\sqrt{H}$ 增大到一定值后, 着火不久火焰迅速缩小, 但尚能保存下来. 微弱的小火焰经常占不满燃烧盘, 在燃料表面来回游动, 其体积呈现忽大忽小的振荡. 随着室内温度的升高, 火焰振荡幅度逐渐加大, 最终经过一次较强的振荡使火焰缩得过小以至无法维持. 这称为振荡熄灭. 在这两个熄灭阶段, m 较小, 都低于该燃烧盘的 m_f . $A\sqrt{H}$ 再增加一定值后, 火焰虽仍发生振荡, 但火焰的振幅增大到一定程度就基本不变了, 即不再发生熄灭. 随着 $A\sqrt{H}$ 继续增大, 室内出现强烈的火焰, m 迅速升高. 在 $A\sqrt{H} \cong 3000 \text{cm}^2/\text{s}$ 附近达到极大值, 以后便缓慢降低了.

一般认为, 当燃烧速率达到极大值时, 燃料与空气基本实现了化学当量比混合, 这在通风因子为某一适当值时出现, 当通风因子小于此值时室内燃烧由通风控制, 大于此值时室内燃烧由燃料控制.

当 h 不同时, 所得到的 $m-A\sqrt{H}$ 曲线具有较大差别. 图 3 给出了三种典型情形. 它们的变化趋势相似, 但数值差别却很大. 当通风口较低时, 在 $A\sqrt{H}$ 尚很小的情况下便进入稳定燃烧阶段, 但其 m 的极大值并非很大. 而通风口较高时, 只有当 $A\sqrt{H}$ 具有-定的大小才可出现稳定燃烧状态, 但随着 $A\sqrt{H}$ 的增大, m 上升十分迅速. 这种情况下 m 达到的极大值比通风口

偏低时大得多。

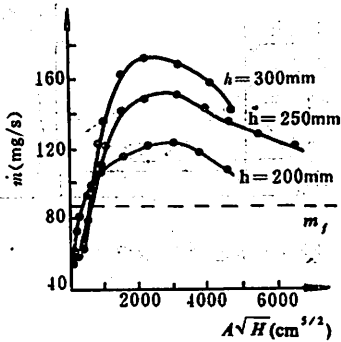


图3 h 不同时 \dot{m} 随 $A\sqrt{H}$ 的变化

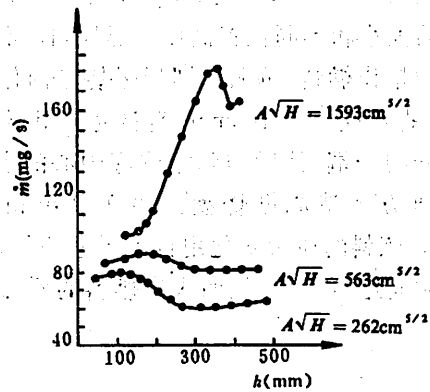


图4 三种不同的 $A\sqrt{H}$ 时 \dot{m} 随 h 变化

图4中的三条曲线是按 \dot{m} 随 h 变化作出的。可以看出,随着 h 的升高 \dot{m} 具有先增大后减小再回升的特点,在 $A\sqrt{H}$ 较大时, \dot{m} 的数值变化较大。这表明 h 的改变对室内燃烧也具有重要影响。

3.2 $A\sqrt{H}$ 与 h 对 T_m 影响的讨论

一般说来,燃料的质量燃烧速率可用下式表示

$$\dot{m} = \frac{Q_F + Q_E - Q_L}{L_v}$$

式中, L_v 是燃料的蒸发潜热; Q_F 为火焰供给燃料表面的热通量,它主要由火焰温度 T_F 确定,而 T_F 是与燃料种类有关的参数; Q_E 是由其它途径供给液面的附加热通量,对于确定的实验箱,这一项主要由室内平均温度 T_m 体现; Q_L 是燃料表面的热损失速率, T_m 的高低与室内燃烧的强弱是相互影响的, T_m 越高表明由环境供给液面的热量越多,于是 \dot{m} 越大;而 \dot{m} 增大又是发生强烈燃烧并导致 T_m 升高的必要条件之一。有了充足的可燃蒸汽后,发生燃烧的另一基本条件是新鲜空气的供应, $A\sqrt{H}$ 和 h 的不同可对空气流入速率及新鲜空气与可燃蒸汽的掺混产生重要影响。

另外 T_m 还与实验箱的散热特性相互影响。可认为在准稳态燃烧阶段,箱体热损失包括壁面导热损失、对流损失及穿过通风口向外的辐射热损失, T_m 越高这三种损失越大。而 $A\sqrt{H}$ 和 h 的不同也可引起箱体的散热发生变化。

当 $A\sqrt{H}$ 很小时,进入的空气严重受限,火焰体积不大。若通风口接近箱底,箱内形成很厚的烟气层,其下表面可接触燃烧盘的表面,大部分火焰浸没在烟气中,这便造成燃料与氧气混合不好,燃烧速率很低。随着 h 的升高,烟气层逐渐离开燃烧盘,新鲜空气与可燃蒸汽的混合得到改善, \dot{m} 开始增大,当烟气层高到不影响火焰面时 \dot{m} 达到其一极大值。 h 继续升高后,烟气层变薄了,而烟气层是箱内主要的蓄热区,这便引起 T_m 有所降低。同时通风口中心离燃烧盘的距离相对增加了,空气进入箱内必须向下流动一段距离才能与可燃蒸汽混合。在两者的共同作用下燃烧速率降低。 h 再升高时,燃烧速率回升,这表明影响箱内燃烧的另一因素开始发挥作用,即应当考虑箱内外气体的交换速率。燃烧产生的热烟气在浮力作用下上升,到达顶蓬附近时已有一定动量。经顶蓬阻挡,它们改变方向后可较快流到箱外。实验发现,通风口

位置较高时,烟气流速度比相同大小的通风口位于下半部时快得多.而烟气流得快必然引起空气流入加快,这样又较好地补充了燃烧所需的新鲜空气,致使 \dot{m} 又略有增大.

当 $A\sqrt{H}$ 取中等值时,进入的空气量加大,室内燃烧增强,这种情况下的 \dot{m} 要比前一种情形时的大.火焰的体积亦有所增大,通风口位置只有多升高一些才可使烟气层不浸没火焰,即 \dot{m} 达到极大值时的 h 较大.曲线的其它部分与前一情形类似,表明影响室内燃烧的因素尚未发生大的改变.

当 $A\sqrt{H}$ 较大时,经过通风口供入的空气已相当充足,如果火焰不受烟气层影响,室内可出现较猛烈的燃烧,但大部分情况下,火焰要受到烟气层的影响.随着 h 的升高,这种影响逐渐减弱,燃烧强度迅速增大, T_m 急剧升高, \dot{m} 出现陡增.在通风口中心位置超过箱体总高的 $2/3$ 后,烟气层才完全脱离火焰面,使 \dot{m} 达到相当大的值. h 再升高,烟气层减薄的影响虽然存在,但由于箱体高度有限,这种影响尚未发挥作用,气体流动加快的影响又出现了,这造成了曲线后部出现小的弯曲.

3.3 \dot{m} 随 h 改变时其极大值的变化特点

图5综合画出了不同 $A\sqrt{H}$ 时的 $\dot{m}-h$ 曲线,附加点划线以下为熄灭区,在此不考虑.可见对应于每一 $A\sqrt{H}$,随着 h 的增大, \dot{m} 都出现一极大值,而当 $A\sqrt{H} \cong 1539\text{cm}^{5/2}$ (相当于 $H=200\text{mm}$) 时所得的极大值最大. $A\sqrt{H}$ 再加大时,此极大值反而降低,到通风口全部敞开 ($A\sqrt{H}=6203\text{cm}^{5/2}$) 时,它降到只与 $A\sqrt{H}=1034\text{cm}^{5/2}$ (相当于 $H=150\text{mm}$) 时的差不多.这表明当 $A\sqrt{H}$ 较大时影响室内燃烧的因素发生了变化.

燃料的质量燃烧速率最大值是在 $A\sqrt{H}$ 和 h 恰当配合时出现的.为了使箱内燃烧最强烈,必须供给足够的空气,这就要求 $A\sqrt{H}$ 有一定的大小.但 $A\sqrt{H}$ 大了又意味着通风口面积大,这不仅会造成烟气层减薄,而且会使穿过通风口向外的辐射热损失增加,通风口距火焰面越近,这种热损失越大. h 过低会造成烟气层浸没火焰,过高则造成烟气层减薄,它的合适高度与火焰高度有关.观测发现在本实验中燃烧最强烈时火焰高度约为 300mm ,当 $A\sqrt{H}=1539\text{cm}^{5/2}$ 、 $h=340\text{mm}$ 左右时,造成的条件既有利于空气供给和蓄热,又不致造成烟气浸没火焰,从而使 \dot{m} 达到最大值.

当通风口过大时,箱内向外的辐射热损失大大增加,箱内上部只能存在一层较薄的烟气顶蓬射流,而且还会让过多的冷空气流入,这些都会引起 T_m 降低并由此影响 \dot{m} .这说明当 $A\sqrt{H}$ 超过一定值后,通风已不是影响室内燃烧的主要方面,室内燃烧进入燃料控制阶段.

3.4 室内燃烧阶段的分布

$A\sqrt{H}$ 与 h 的配合形式不同可出现差别很大的燃烧状况.在这两者组成的平面内标出不同燃烧状况的分界点,还可清楚地看出室内燃烧的各个阶段的分布特点,见图6.由于通风口几何尺寸的限制,数据点均在虚线框线以内.下部的曲线为熄灭阶段与稳定燃烧阶段的分界线.可注意到在 h 约为 100mm 时维持稳定燃烧的 $A\sqrt{H}$ 最小.经观测分析能够发现,这

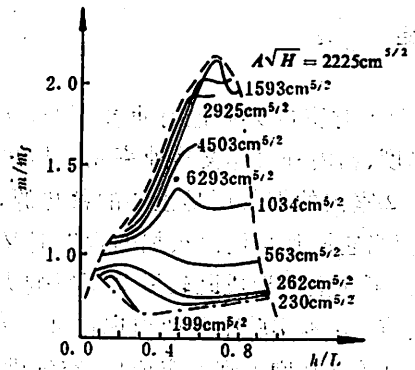


图5 不同 $A\sqrt{H}$ 的 \dot{m}

时小通风口的下边缘刚刚高于燃烧盘表面,新鲜空气从外部流入后很容易与燃料蒸汽掺混,同时烟气层也不会浸没火焰,有利于燃烧进行.这反映出当火焰区根部附近存在小通风口时,容易出现稳定持续的燃烧.

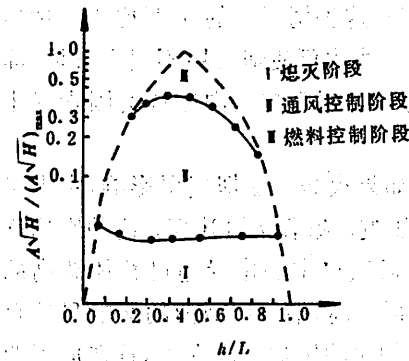


图 6 室内燃烧阶段的分布

稳燃阶段可分为通风控制与燃料控制两个阶段,上部的曲线是这两个阶段的分界线,它是按不同 h 时的 $m-A\sqrt{H}$ 曲线的极大值确定的.此线不对称,当通风口位置偏低时,进入燃料控制阶段的 $A\sqrt{H}$ 略大些.由前可知,通风口面积过大将导致实验箱的散热增多,这造成燃烧速率的极大值并非很大.最大燃烧速率出现在通风口偏上而 $A\sqrt{H}$ 不太大的位置.综合上述两方面可知,如果房间墙壁的下部有小通风口,当地板附近起火时,火焰不易熄灭,但随着 $A\sqrt{H}$ 增大时,室内可出现的燃烧的强烈程度不及通风口偏上情况下的大.

4 结 论

- ① h 对室内火灾也有重要影响. h 不同可改变烟气层厚度、箱内外气体交换速率及散热状况,从而导致燃料的质量燃料速率 m 发生较大改变.
- ② 室内的烟气层是重要的蓄热源,它的厚度大可使室内平均温度 T_m 升高,从而引起 m 增大,但当它厚到可浸没火焰的程度时又会严重影响燃烧,从而导致 m 减小. $A\sqrt{H}$ 和 h 配合适当时,可在室内形成既较厚又不影响火焰的烟气层,还能保证有充足的空气供应,这时 m 达到最大值.在本实验中此值出现在 $A\sqrt{H}=1593\text{cm}^{5/2}$ 、 $h=340\text{mm}$ 左右处.
- ③ $A\sqrt{H}$ 增大到一定值后,空气供应不再是影响室内燃烧的主要因素,过多的冷空气进入反而会使 T_m 降低.同时 $A\sqrt{H}$ 过大可造成烟气层减薄,并使穿过通风口对外的辐射热损失大大增加,这样就造成 m 减小.
- ④ 如果室内的通风口位置偏低,可在 $A\sqrt{H}$ 比较小时就出现稳定燃烧状态,但随着 $A\sqrt{H}$ 的增大, m 的极大值不如通风口略偏高时大.这意味着如果室内壁面的下半部存在小通风口,则地板附近起火,室内容易出现稳定持续燃烧,但通风因子增大后,可达到的燃烧强度不如通风口略偏上时的大.

参 考 文 献

- [1] Drysdale D, An Introduction to Fire Dynamics, John Wiley and Sons Publication, 1987: 305—310.
- [2] Steckler K D, Baum H R, and Quintiere J G, Fire Induced Flows Through Room Openings—Flow Coefficients, 20th Symposium (Int) on Combustion, The Combustion Institute, 1985, 1591—1600.
- [3] Tewarson A, Fully Developed Enclosure Fires of Wood Cribs, 20th Symposium (Int) on Combustion, The Combustion Institute, 1985, 1555—1560.
- [4] Takeda H, Experimental Investigation of Fire Behaviour in A 1/6 Scale Dual Opening Compartment, 21th Symposium (Int) on Combustion, The Combustion Institute, 1987, 137—142.
- [5] 霍然、范维澄, 通风口对室内火灾影响的实验研究, 消防科技, 1991, 第一期, 2—5.

The Influence of Ventilation on Mass Burning Rate in Compartment Fires

Huo Ran Jiāng Fenghui Xiang Ming

(Department of Engineering Thermophysics)

Abstract

The influence of both $A\sqrt{H}$, the ventilation parameter, and h , the vent location height, on the mass burning rate of liquid fuel is investigated in a reduced enclosure. It is found that the later has serious influence to the enclosure fire development too. It can affect the action of the smoke layer on flame, and lead the air supply and heat loss condition to change, so some various combustion phenomena appears. The variation of the maximum burning rate with $A\sqrt{H}$ and h are discussed.

Key words: compartment fire, vent influence, ventilation parameter, vent location height.

中国科学技术大学学报

第 21 卷 1991 年

总 目 录

- 多调合算子组的谱估计..... 陈祖墀(1)
- 碘离子对 T 颗粒乳剂微晶几何性质影响的研究 汪传宝 岳 军 阎天堂 彭必先(10)
- 对偶氮苯重氮氨基偶氮苯磺酸的合成及分析性能的研究
..... 朱玉瑞 江万权 滕思江 魏复盛(17)
- 丙烯腈-甲基丙烯酸多乙氧基甲酯共聚物的合成及性能研究
..... 汪月生 杜定准 胡月青(23)
- 载流磁化等离子体中剪切阿尔芬涡旋 陈银华(29)
- I 型彗尾中非线性扰动波的演化及其验证 李中元 顾顺勇 程宗颐 童 彝(36)
- 高速摄影定量计测中的几个问题 杨 杰 吴月华 植村恒毅(42)
- 心电图计算机辅助诊断中的波形检测和识别方法研究
..... 冯焕清 张更生 张作生 董守珍 薛长海(47)
- 快速查表法在实时检测中的应用 吴耿锋(57)
- 诱发脑电的 ARX 参数模型辨识 张作生 王 锋(62)
- 圆波导的普遍特征方程及求解 黄志洵 曾 诚(70)
- Logistic 回归中的变量选择 白志东, P,R,Krishnaiah 赵林城(137)
- 单束激光势阱中的瑞利粒子..... 韩正甫 郭光灿(146)
- Dressed 原子与多模弱压缩光场的单光子相到作用 吴 强 郭光灿 王延帮(152)
- 流动注射分析系统中的准数及其物理意义..... 曹振景 文 平 张懋森 温路新(159)
- 原白头翁素生物活性中心的研究
..... 伍越环 朱霄远 席 英 刘 雷 吴荣谦 张 超(163)
- 离子束-等离子体中电磁波的受激 Brillouin 背散射 陈银华(171)
- 流动重力模不稳定性..... 王 水(177)
- 无机化合物红外和拉曼光谱振动频率与元素价态电负性关系的一种新的表达式
..... 徐晓龙 刘清亮(183)
- DV-X₀ 计算 MgO:V²⁺ 晶体场谱 杨金龙 夏上达 邓开明(190)
- 光学活性 4(S)-2-甲基-4-甲氧羰基-2-噁唑啉的合成和开环聚合
..... 吴承佩 杨 光 潘才元(198)
- 统计参数估值方法在检测中应用..... 张是勉(205)

- 无序结构的 Voronoi 网络 王树禾(1)
- 3-己烯-1-醇及其酯类的合成和香气研究 尤田耙 张美芳 叶明福(7)
- 非晶 SnO_2 的晶体 陈祖耀 张 酣 钱逸泰 范成高(13)
- 旋转电场中带电费密子的几何相应子 朱栋培 陈银华(18)
- 模态参数识别的比较研究 张培强 冯文琴 T. C. Huang(23)
- 关于华南推覆构造的商榷 陈江峰 周秦禧 邢凤鸣 徐 祥 K. A. Foland(31)
- 新疆地壳的化学成分 黎 彤 李 峰 满发胜 倪守斌(38)
- 机器人彩色视觉研究 陈岭丽 沈兰荪 王英英 吕松武 尹 宏(48)
- 线性亏损振动系统的模态分析理论 杨前进 张培强 李川奇(54)
- 蒸发管内气液两相流动的数值计算 霍 然 范维澄(63)
- 求解凝固相变热传导问题的简便方法——热阻法 陈则韶(70)
- 用差分和 Monte Carlo 求解相结合的方法计算有化学反应的活塞流 陈义良 梁国新(78)
- 与本文无关的话者识别 戴蓓蓓 辛 文 赵问道(85)
- 在拓朴混合映射下轨迹对于时间的异常依赖性 熊金城(387)
- 和推广的 Harry Dym 方程族相联系的一族完全可积的 Hamilton 系统 曾云波 李翊神 陈登远(397)
- 四苯基卟啉二酸 $\text{H}_4\text{TPP}^{2+}$ 的共振 Raman 光谱研究 陈东明 周冬梅 王秀燕 张保忠 何天敬 辛厚文 刘凡镇(411)
- 二氧化硫和烷烃的光化学烟雾形成研究 俞书勤(417)
- 波动薄板游动的展向变形作用和壁面效应 程健宇 庄礼贤 童秉纲(423)
- 扭转高双折射光纤扭转比的测量及光轴的确定 郭 青 钱景仁(428)
- P 元 GMW 序列 朱近康 李世鹏(433)
- 研 究 简 报**
- 刚性常微分方程组初值问题的多重网格解法 蒋长锦(78)
- 重心坐标在几何定理机械化证明中的应用 黄 明(87)
- 智能通用辅助建模工具有研究与开发 彭安评 沈兰荪 曾有江(93)
- 对氨基苯磺酸—过氧化氢发光新体系的研究及应用 吕小虎 陆明刚 杨晓慧 尹 方(98)
- 椭球形 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 微粒子合成研究 任福民 曾桓兴(103)
- $\text{Nd} \cdot (\eta^5\text{-C}_5\text{H}_5)_2 \cdot \text{OC}_4\text{H}_6$ 的晶体结构 石 磊 沈富仁 周锡庚 叶钟文(109)
- 相转移催化剂在合成苯乙哌啶中间体中的应用 张国昇 张懋森(115)
- 木材着火的实验研究 王海晖 王清安 黄立忠(118)
- 流体静高压容器泄漏原因分析及预防措施 苏 昉 车荣钰(124)
- 眩晕病症电脑辅助诊疗系统 刘幸芝 傅廷亮 贺文响 高树村(130)
- 循环码的同构 邢朝平(212)

关于重对数率收敛速度及小参数问题 王岩应 M. V. Gafurov(217)

幂律流体在同心环形空间中流动的稳定性 岳湘安 郝江平(227)

6×1000T 人造金刚石压机的微机控制系统 张国柱 张绍平 张玉斌(234)

曲六面体 Hermite 型等参数单元的讨论 吕文朝(241)

森林覆盖对大气边界层风速的影响 孙德军 尹协远(248)

木材燃烧火焰传播的实验研究 王海晖 王清安 黄 强(254)

高效液相色谱法测定血清中茶碱和速尿 屈 建 宋宇红 林长山 张孝松(260)

[Cu(H₂O₂(en))][SO₄]络合物晶体的电子吸收光谱 张玉根 李健民(94)

拉格朗日分析在一维杆波研究中的应用 柴华友 唐志平(98)

一种新型的光子相关仪设计 周佩玲 彭 虎 姚 昆 郭光灿(102)

长石分析与古陶产地的初步研究 王昌燧 刘方新 姚昆仑 程庭柱
张秉伦 张敬国 严文明(109)

关于酉群上的插值问题 吴汉臣(115)

一维抛物型偏微分析方程的多重网格解法和模型问题分析 蒋长锦(147)

非晶硅 PIN 太阳能电池在强光照射下的光电转换现象 马玉蓉 周 强 吴志强(454)

Zn/MnO₂ 固态电池 王文楼 林枫凉 刘皖育 俞文海(459)

萃取浮选光度法测定微量钼的研究及应用 朱玉端 任 杰 江万权 金 谷(465)

T(d, n)⁴He 反应的中子能谱的测量和模拟计算 邢士林(469)

CCD 光谱仪诊断低温微波等离子体 刘金英 项志遑 王春林 彭定坤 孟广耀(477)

TL/ESR 辐照响应曲线的非线性拟合 陈金波 周常曦 郑惠南 夏利东 黄培华 金嗣昭(482)

用 PII 柱一步纯化色氨酸阻遏蛋白质 崔 涛 肖 杰(487)

脑电子弦调制光的反馈研究 张作生 刘 萍 林 琦(492)

超声传播时间、幅度及混凝土缺陷检测 卢结成 庄镇泉(497)

利用热镜防止汽车挡风玻璃结霜的理论研究 张寅平 葛新石 周 创 高举文 梁新刚(502)

室内火灾时通风状况对燃烧速率的影响 霍 然 姜冯辉 向 明(508)

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol. 21 1991

CONTENTS

Spectrum Estimate for System of Polyharmonic Operators *Chen Zuchi*(1)

The Influence of Iodide on the Geometric Properties of T-Grain Emulsion Microcrystals
..... *Wang Chuanbao, Yue Jun, Yan Tiantang, Peng Bizhan*(10)

Study of the Synthesis and the Analytical Properties of *p*-Azobenzenediazoaminoazobenzene
Sulfonix Acid *Zhu Yunui, Jiang Wanquan, Teng Enjiang, Wei Fusheng*(17)

Synthesis and Properties of Copolymer of Acrylonitrile-Polyethylene Glycol Methacrylate
..... *Wang Yuesheng, Du Dingjun, Hu Yueqing*(23)

Shear Alfvén Vortices in Current-Carrying Magnetized Plasmas *Chen Yinhua*(29)

The Evolution of Non-Linear Waves as Well as the Verification in the Plasma Cometary Tails
..... *Li Zhongyuan, Gu Shanyong, Cheng Zongyi, Peng Yi*(36)

Problems in Quantitative Measurement With High Speed Photography
..... *Yang Jie, Wu Yuehua, T. Ujemura*(42)

Automatic Waveform Detection and Recognition in Computer-Assisted Interpretation of Diagnostic
ECG *Feng Huangjing, Zhang Gengsheng, Zhang Zuosheng, Dong Shouling, Xue Changhai*(47)

Fast Table Look-up Method in Real-Time Detecting *Wu Gengfeng*(57)

On ARX Modeling of Evoked Brain Potential *Zhang Zuosheng, Wang Feng*(62)

The General Characteristic Equation of Circular Waveguides and Its Solution
..... *Huang Zhixun, Zeng Cheng*(70)

Variable Selection in Logistic Regression *Bai Zhidong, P. R. Rishnaian, Zhao Lincheng*(137)

The Rayleigh Particles in Single-Laser Trapping *Han Zhenfu, Guo Guangcan*(146)

The One-photon Interaction Between the Dressed Atom and Weak Multi-mode Squeezed
Light Fields *Wu Qiang, Guo Guangcan, Wang Yanbang*(152)

The Numbers in FIA System and Their Physical Significance
..... *Cao Zhenjing, Wen Ping, Zhang Maosen, Wen Luxin*(159)

Study on the Bilactivity Centre of Protoanemonin

- *Wu Yuehuan, Zhu Zhouyuan, Xi Ying, Liu Lei, Wu Gongqian, Zhang Chao* (163)
- Stimulated Brillouin Backscattering of an Electromagnetic Wave in Ion Beam-plasma System
..... *Chen Yinhua* (171)
- Streaming Gravity Mode Instability *Wang Shui* (177)
- A New Expression of the Relation of Vibration Frequencies of IR and RAMAN Spectrum for
Inorganic Compounds to the Electronegativities of Elements in Valence
..... *Xu Xiaolong, Liu Qingliang* (183)
- DV- X_n Calculations for the Crystal-field Spectra of $MgO:V^{2+}$ Crystal
..... *Yang Jinlong, Xia Shangda, Deng Kaiming* (190)
- Synthesis and Ring-Opening Polymerization of Optically Active 4(S)-2-Methyl-4-Methoxycarbonyl-
2-Oxazoline *Wu Chengpei, Yang Guang, Pan Caiyuan* (198)
- Application of Statistical Parameter Estimation Methods to Measurements *Zhang Shimian* (205)
- The Voronoi Networks of Disordered Structures *Wang Shuhe* (1)
- Synthesis and Fragrance Study of 3-Hexen-1-ol and Its Esters
..... *You Tianpa, Zhang Meifang, Yie Mingfu* (7)
- Crystallization of Noncrystalline SnO_2 *Chen Zuyao, Zhang Han, Qian Yitai, Fan Chenggao* (13)
- The Geometric Phase of Charged Fermion in Rotating Electric Field
..... *Zhu Dongpei, Chen Yinhua* (18)
- A Comparative Study of Identification of Modal Parameters
..... *Zhang Peiqiang, Feng Wenqin, T. C. Huang* (23)
- A Discussion on Mesozoic Overthrust in South China
..... *Chen Jiang feng, Zhou Taizi, Xing Fengming, Xu Xiang, K. A. Foland* (31)
- The Chemical Composition of the Continental Crust in Xinjiang Region, Northwest China
..... *Li Tong, Li Feng, Man Fasheng, Ni Shoubin* (38)
- Study on Robot Color Vision *Chen Lingli, Shen Lansun, Wan Yingying, Lu Songwu, Yin Hong* (48)
- Modal Theory of Linear Defective Vibration System
..... *Yang Quanjin, Zhang Peiqiang, Li Chuanqi* (54)
- Numerical Investigation of the Vapour-Liquid Flow in a Vaporization Pipe
..... *Huo Ran, Fan Weicheng* (63)
- A Simple Heat-Resistance Method for the Solution to Heat conduction Undergoing Solidification
..... *Chen Zeshao* (70)
- Calculation of Plug Flows With Chemical Reaction Using Algorithm of Combined With Difference and
Monte Carlo Method *Chen Yiliang, Liang Guoxin* (78)
- The Text-Independent Speaker Recognition *Dai Beiqian, Xin Wen, Zhao Wendao* (85)
- Erratic Time Dependence of Orbits for a Topologically Mixing Map *Xiong Jincheng* (387)
- The Hierarchy of Completely Integrable Hamiltonian Systems Associated with Generalized Harry Dym
Hierarchy *Zeng Yunbo, Li Yishen, Chen Dengyuan* (397)
- Resonance Raman Studies of Tetraphenylporphine Diacid H_2TPP^{2+}

- *Chen Dongming, Zhou Dongmei, Wang Xiuyan,*
 *Zhang Baozhong, He Tianjing, Xin Houwen, Liu Fanchen* (411)
- Studies of the Formation of Photochemical Aerosols Containing SO_2 and Alkane *Yu Sugui* (417)
- The Effects of Spanwise Deformation and Closeness to the Ground on the Swimming of waving Plates
 *Cheng Jianqu, Zhuang Lixian, Tong Binggang* (423)
- Spin Ratio Measurement of Spun Highly Birefringent Fibers and Their Alignment *Guo Qing, Qian Jingren* (428)
- P-ary GMW Sequences *Zhu Jingkang, Li Shipeng* (433)
- Research Notes**
- A Multigrid Method for Solving Stiff System of Numerical Initial Value Problems in Ordinary
 Differential Equations *Jiang Changjin* (78)
- Applications of the Barycentric Coordinates in Mechanical Proving of the Geometry Theorems
 *Huang Ming* (87)
- Study and Development of Intelligent General Modeling Tool *Peng Anping, Shen Lansun, Cao Youjiang* (93)
- Study of a New Chemiluminescence System of *p*-Aminobenzene Sulfonic Acid-Hydrogen Peroxide
 *Lu Xiaohu, Lu Minggang, Yang Xiaohui, Yin Fang* (98)
- The Synthesis of Ellipsoidal Hematite Microparticles *Ren Fumin, Zheng Huanxing* (103)
- Crystal Structure of $\text{Nd} \cdot (\eta^5\text{-C}_5\text{H}_5)_3\text{OC}_4\text{H}_9$ *Shi Lei, Shen Furen, Zhou Xigeng, Ye Zhouwen* (109)
- Synthesis of Intermediates of Diphenoxylate by Phase-Transfer Catalytic Reaction
 *Zhang Guoshen, Zhang Maosen* (115)
- An Experimental Study on Wood Ignition *Wang Haihui, Wang Qingan, Huang Lizhong* (118)
- Analysis of Hydrostatic High Pressure Vessel Blowout and Its Avoidance *Su Fang, Che Rongzheng* (124)
- System of Computer Assisted Diagnosis and Treatment of Vertigo *Liu Xingzhi, Fu Tingliang, He Wengxiang, Gao Shuchun* (130)
- The Isomorphisms of Cyclis Codes *Xing Chaoping* (212)
- Further Research for Convergence Rates of the L. I. L and the Question of Small Parameter *Wang Qiying, M. V. Gafurov* (217)
- The Flow Stability for Power-law Fluid Through Concentric Annuli *Yue Xiangnan, Hao Jiangping* (227)
- Microprocessor Autoregulator Systems of $6 \times 1000\text{T}$ Pressurizer for Artificial Diamond Makes
 *Zhang Guozhu, Zhang Shaoping, Zhang Yubin* (234)
- Covered Hexahedral Three-Dimensional Hermite's Isoparametric Element *Lu Wencao* (241)
- The Effect of Forest Canopies on Atmospheric Boundary Layer Velocity
 *Sun Dejun, Yin Xieyuan* (248)

- Experimental Study on Flame Spread Over Wood ... Wang Haihui, Wang Qingan, Huang Qiang(254)
- Determination of Theophylline and Furoseimide in Serum by High-performance Liquid
Chromatography Qu Jian, Song Yuhong, Lin Changshan, Zhang Xiaosong(260)
- The Electronic Absorption Spectrum of $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_2(\text{en})][\text{SO}_4]$ Complex Crystal
..... Zhang Yugeng, Li Jianmin(94)
- Application of Lagrangian Analysis in the Study of Wave Propagation Along
One-Dimensional StressBars Chai Huayou, Tang Zhiping(98)
- Design of a New Photon Digital Correlator ... Zhou Peiling, Peng Hu, Yao Kun, Guo Guangcan(102)
- A Preliminary Research on Feldspar and the Production Place of Ancient Pottery
..... Wang Changsui, Liu Fangzhi, Yao Kuntum, Cheng Tingzhu,
..... Zhang Binglun, Zhang Jingguo, Yan Wenming(109)
- Interpolation Problem of Unitary Group Wu Hanchen(115)
- A Multigrid Method for Solutions of One-dimensional Parabolic Partial Differential
Equations and Model Problem Analysis Jiang Changjin(447)
- Photo-electrical Conversion Properties in Amorphous Silicon PIN Solar Cells at Strong
Illumination Ma Yurong, Zhou Qiang, Wu Zhiqiang(454)
- Zn/MnO₂ Solid State Battery Wang Wenlou, Lin Fengliang, Liu WanYu, Yu Wenhai(459)
- Determination of Trace Molybdenum by Extraction Flotation Spectrophotometric
..... Zhu Yurui, Ren Jie, Jiang Wanquan, Jing Gu(465)
- The Measurements and simulations of the Spectra of Neutrons Produced Via the $\text{T}(\text{d}, \text{n})^4\text{He}$
Reaction Xing Shilin(469)
- Microwave-excited Low Temperature Plasma Spectroscopic Diagnostic Using Computerized CCD
Spectrometer Liu Jinying, Xiang Zhilin, Wang Chunlin, Peng Dingkun, Meng Guangguo(477)
- Further Study on Non-linear Fitting of TL/ESR Dose Response Curve and AD's Uncertainty
..... Chen Jinbo, Zhou Changxi, Zheng Huinan, Xia Lidong, Huang Peihua, Jin Sizhao(482)
- One-step method of the Trp Repressor Purification by Cellulose Phosphate P11
..... Cui Tao, Xiao Jie(487)
- A Study of Sine Wave Modulated Light EEG Biofeedback
..... Zhang Zuosheng, Liu Ping, Lin Qi (492)
- Detection of Ultrasonic Transit Time, Amplitude and Flaw in concrete
..... Lu Jiecheng, Zhuang Zhenquan(497)
- Application of Heat Mittor for Prevention of Frost Formation on Windscreens of Cars
..... Zhang Yinping, Ge Xinshi, Zhou Chuang, Gao Juwen, Liang Xingang(502)
- The Influence of Ventilation on Mass Burning Rate in compartment Fires
..... Huo Ran, Jiang Fenghui, Xiang Ming(508)

中華民國二十九年

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

五月二十日

張其成：主任

張其成：主任

張其成

張其成：主任

張其成：主任

張其成：主任

張其成：主任

中華民國二十九年五月二十日

中国科学技术大学学报编委会

主 编：汪克林（代）

副 主 编：（按姓氏笔划排序）

冯克勤 伍小平 刘耀阳

汪克林 张懋森 钱景仁

杨延龄

责任编辑：杨延龄 袁克林

英文编辑：崔海建

中国科学技术大学学报

Zhongguo Kexue Jishu Daxue Xuebao

（季刊，1965年创刊）

第21卷第4期（总第75期）1991年12月出版

Journal Of China University of

Science And Technology

（Quarterly, Started in 1965）

Vol. 21 No. 4 (Sum. 75) Dec. 1991

编 辑：《中国科学技术大学学报》编辑部
安徽省合肥市金寨路96号（邮政编码230026）

印 刷：中国科学技术大学印刷厂

国内总发行：合肥市邮局

订 购 处：全国各地邮局

国外总发行：中国国际图书贸易总公司
（中国国际书店，北京399信箱）

Edited by: Editorial Board of Journal of China
University Of Science and Technology
96 Jinzhai Rd., Hefei 230026, Anhui, China
Printed by: Printing House of University of Science and
Technology of China
Distributed by: China International Book Trading Coporation
(P. O. Box 399 Beijing, China)

国内统一刊号：CN34—1054

邮政代号：26—31

国外代号：Q527

定价：3.80元