

ISSN 0253-2778

中国科学技术大学学报

第 21 卷 第 3 期

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol. 21 No. 3

3

1991

中国科学技术大学学报

第21卷 第3期 (总第74期)

目 录

无序结构的 Voronoi 网络	王树禾(1)
3-己烯-1-醇及其酯类的合成和香气研究	尤田耙 张美芳 叶明福(7)
非晶 SnO ₂ 的晶化	陈祖耀 张 酣 钱逸泰 范成高(13)
旋转电场中带电费密子的几何相应子	朱栋培 陈银华(18)
模态参数识别的比较研究	张培强 冯文琴 T. C. Huang(22)
关于华南推覆构造的商榷 ...	陈江峰 周泰禧 邢凤鸣 徐 祥 K. A. Foland(30)
新疆地壳的化学成分	黎 彤 李 峰 满发胜 倪守斌(37)
机器人彩色视觉研究	陈岭丽 沈兰荪 王英英 吕松武 尹 宏(47)
线性亏损振动系统的模态分析理论	杨前进 张培强 李川奇(53)
蒸发管内气液两相流动的数值计算	霍 然 范维澄(62)
求解凝固相变热传导问题的简便方法——热阻法	陈则韶(69)
用差分和 Monte Carlo 求解相结合的方法计算有化学反应的活塞流	陈义良 梁国新(77)
与文本无关的话者识别	戴蓓蓓 辛 文 赵问道(84)

研究简报

[Cu(H ₂ O ₂ (en))[SO ₄]络合物晶体的电子吸收光谱	张玉根 李健民(93)
拉格朗日分析在一维杆波研究中的应用	柴华友 唐志平(97)
一种新型的光子相关仪设计.....	周佩玲 彭 虎 姚 昆 郭光灿(101)
长石分析与古陶产地的初步研究	王昌燧 刘方新 姚昆仑 程庭柱
	张秉伦 张敬国 严文明(108)
关于酉群上的插值问题.....	吴汉臣(114)

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol. 21 No. 3 (Sum No. 74)

CONTENTS

The Voronoi Networks of Disordered Structures *Wang Shuhe* (1)

Synthesis and Fragrance Study of 3-Hexen-1-ol and Its Esters
..... *You Tianpa, Zhang Meifang, Yie Mingfu* (7)

Crystallization of Noncrystalline SnO₂ *Chen Zuyao, Zhang Han, Qian Yitai, Fan Chenggao* (13)

The Geometric Phase of Charged Fermion in Rotating Electric Field
..... *Zhu Dongpei, Chen Yinhua* (18)

A Comparative Study of Identification of Modal Parameters
..... *Zhang Peiqiang, Feng Wenqin, T. C. Huang* (22)

A Discussion on Mesozoic Overthrust in South China
..... *Chen Jiangfeng, Zhou Taizi, Xing Fengming, Xu Xiang, K. A. Foland* (30)

The Chemical Composition of the Continental Crust in Xinjiang Region, Northwestern China
..... *Li Tong, Li Feng, Man Fasheng, Ni Shoubin* (37)

Study on Robot Color Vision
..... *Chen Lingli, Shen Lansun, Wan Yingying, Lu Songwu, Yin Hong* (47)

Modal Theory of Linear Defective Vibration System
..... *Yang Qianjin, Zhang Peiqiang, Li Chuangqi* (53)

Numerical Investigation of the Vapour—Liquid Flow in a Vaporization Pipe
..... *Huo Ran, Fan Weicheng* (62)

A Simple Heat—Resistance Method for the Solution to Heat Conduction Undergoing Solidification
..... *Chen Zeshao* (69)

Calculation of Plug Flows With Chemical Reaction Using Algorithm of Combined With Difference and Monte Carlo Method *Chen Yiliang, Liang Guoxin* (77)

The Text—Independent Speaker Recognition *Dai Beiqian, Xin Wen, Zhao Wendao* (84)

Research Notes

- The Electronic Absorption Spectrum of $[Cu(H_2O)_2(en)][SO_4]$ Complex Crystal
..... Zhang Yugeng, Li Jidamin (93)
- Application of Lagrangian Analysis in the Study of Wave Propagation Along One—Dimensional
Stress Bars Chai Huayou, Tang Zhiping (97)
- Design of a New Photon Digital Correlator
..... Zhou Peiling, Peng Hu, Yao Kum, Guo Guangcan (101)
- A Preliminary Research on Feldspar and the Production Place of Ancient Pottery
..... Wang Changsui, Liu Fangxin, Yao Kumlun, Cheng Tingzhu,
Zhang Binglun, Zhang Jingguo, Yan Wenming (108)
- Interpolation Proplem of Unitary Group Wu Hanchen (114)

CONTENTS

(1) 1981年10月15日出版
1. 张育刚、李继民：《 $[Cu(H_2O)_2(en)][SO_4]$ 配合物晶体的电子吸收光谱》
2. 柴怀佑、唐志平：《拉格朗日分析在波沿一维应力棒传播的研究》
3. 周培岭、彭虎、姚昆、郭光灿：《一种新的光子数字相关器》
4. 王畅水、刘芳欣、姚昆、程廷柱、张兵论、张景国、严文明：《关于古陶瓷产地初步研究》
5. 吴汉臣：《酉阵酉群的插值问题》

无序结构的 Voronoi 网络

王树禾

(数学系)

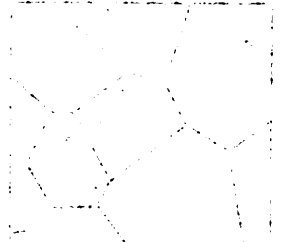
摘 要

本文给出了二维与三维无序结构的数学模型,建立细胞核的充分必要条件和判定细胞核及构作细胞的有效算法,用数学方法有效地解决了二维与三维 Voronoi 网络的构作问题。

关键词: 无序结构,细胞核, Voronoi 网络。

中图法分类号: O157.5

AMS Subject Classifications(1980): O5C



1 引言

自然界的物质结构大多数是无序系统,例如金属表面处理、塑料泡沫的形成、生物细胞的繁殖等组成的系统都是无序的。在冶金、化工、生物、地质、物理等众多领域,经常遇到无序结构问题,它们在结构上的共同点使得我们考虑应当建立统一的数学模型。近年来,由于涉及无序结构的高技术需要和计算机技术对无序结构研究的介入,使得这一问题的研讨异常活跃。无序结构的研究可以追溯到十七世纪,牛顿和虎克等著名科学家就曾研究过这类问题,肥皂泡就是他们感兴趣的精彩而典型的一种无序结构模型。本文对细胞、细胞核和 Voronoi 网络给出数学定义,对二维与三维情形,分别建立细胞核的充分必要条件及其判定的有效算法,并设计了二维与三维 Voronoi 网络构作的有效算法。目前国内外对 Voronoi 网络的数学研究尚未深入开展,尤其三维情形,未见到令人满意的研究成果报道。

2 二维 Voronoi 网络

每个细胞核都以相同的速度向各个方向均匀生长,直至细胞间互相接触而停止,形成细胞边界,当所有细胞都生长完毕达到平衡时,即形成了所谓 Voronoi 网络.

定义 1 平面上任取定 n 个点 v_1, v_2, \dots, v_n , 记 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, 以 V 为顶集, 以直线段为边构成的完全图 K . 叫做平面几何完全图, $S(v_i)$ 是以 v_i 为中心的平面几何完全图 K 的生成星, 若 $S(v_i)$ 的任一边所在的直线两侧皆有顶点, 则称 $S(v_i)$ 为正星; 否则, $S(v_i)$ 称为偏星.

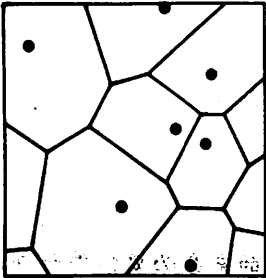


图 1

定义 2 由平面几何完全图 K 的生成星 $S(v_i)$ 的一些边之中垂线围成的仅内含 V 中一个顶点 v_i 且面积最小的凸多边形叫做细胞, 点 v_i 叫做细胞核, 这时细胞记成 $C(v_i)$; 由全体细胞组成的图叫做 Voronoi 网络(见图 1, 图 1 中的“黑点”表示细胞核). 若细胞集合为空集, 则相应的 Voronoi 网络称为空 Voronoi 网络.

定理 1 v_i 是细胞核的充分必要条件是 $S(v_i)$ 是正星.

证 若 $S(v_i)$ 是偏星, 则 $\exists v_j \in V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \exists v_i \neq v_j$, 且直线 $v_i v_j$ 的一侧无 V 中的点; 取 v_i 为坐标原点, $v_i v_j$ 所在的直线为 x 轴, 再取 y 轴的方向, 使第三第四象限内无 V 中的点, 最后定 x 轴的方向, 使构成右手平面直角坐标系 xoy ; 于是, 对每个 $k \neq i, 1 \leq k \leq n$, 线段 $v_i v_k$ 中垂线和 x 轴之

$$d_k \geq \frac{|v_i v_k|}{2}, \text{ 令}$$

$$d_i = \min_{i \in I_i} \left\{ \frac{|v_i v_k|}{2} \right\}, \quad I_i = \{1, 2, \dots, n\} - \{i\}$$

显然, x 轴及射线 $x = d_i > 0, y \leq 0; x = -d_i, y \leq 0$ 围成的带形中无 $v_i v_k (k \in I_i)$ 的中垂线上的点, 所以 $v_i v_k (k \in I_i)$ 的中垂线族 $\{l_k\}$ 不能围成内含 v_i 的凸多边形, 即 v_i 不是细胞核(见图 2).

反之, 若 $S(v_i)$ 是正星, 往证 v_i 是细胞核. 事实上, 做与 v_i 距离足够大的直线 l , 使得 l 的一侧无 V 中的点, 平移 l 使之与 v_i 距离缩小, 一定存在一个时刻, 此时首次发现 V 中的点与 l 接触, 设这第一批落在 l 上的点在 l 上以正向排列为 v_1, v_2, \dots, v_m , 这里我们照例取“当沿 l 行走时, 左侧有 V 中的点”的方向为 V 的正向, $m \geq 1$, 由于 $S(v_i)$ 是正星, 以 v_1 为中心按顺时针转动 l , 转过角 $\alpha_1 > 0$ 得直线 l_1, l 扫过的区域内无 V 中的点, 而 l_1 上有 $v_2 \in V, v_2 \in l_1, v_2 \neq v_1$; 不妨设 v_2 是依 l_1 的正向看 l_1 上第一个属于 V 的点; 以 v_2 为中心顺时针转动 l_1 , 转过角 $\alpha_2 > 0$ 得直线 l_2, l_1 扫过的区域内无 V 中的点, l_2 上第一个 V 中的点是 $v_3, v_3 \neq v_1, v_3 \in l_2$, 依此类推, 这种转动至少发生两次; 又 $|V| < +\infty$, 所以存在有限条直线 $l, l_1, l_2, \dots, l_k (k \geq 2)$ 及每个直线上分别有一个点 $v_1, v_2, \dots, v_{(k+1)} = v_m$, 这些点为顶点的凸多边形内含 v_i .

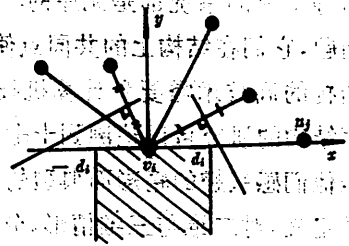


图 2

不妨设 $v_i v_1$ 的方向由 v_i 向右, 作 $v_i v_1$ 的中垂线 l_1 , 垂足为 O_1 ; 不妨设沿顺时针方向绕 v_i 转动 $v_i v_1$ 时, 依次与 $v_i v_1, v_i v_2, \dots, v_i v_{(k+1)}$ 相遇; 以 O_1 为中心沿顺时针把 l_1 旋转一个角度 $\alpha_1 > 0$,

使得 l_1' 变成 l_2' , $l_2' \perp v_1v_2$, 再把 l_2' 平移使其过 v_1v_2 的中点 O_2 , 显然 $\alpha_1' = \angle v_1v_1v_2$; 再以 O_2 为中心, 顺时针转动 l_2' 一个角度 $\alpha_2' > 0$, 使 l_2' 变成 l_3' , $l_3' \perp v_1v_3$, 把 l_3' 平移使其过 v_1v_3 的中点 O_3 , 同样有 $\alpha_2' = \angle v_2v_1v_3$; 依此类推, 当我们如此作出 v_1v_j 的中垂线之后 ($j=1, 2, \dots, k+1$), 把 l_{j+1}' 顺时针转动角度 $\alpha_{j+1}' > 0$, $\alpha_{j+1}' = \angle v_{(j+1)v_1v_j}$, 平移 l_{j+1}' 过 $v_1v_{j+1} = v_1v_{j+1}$ 的中点 O_j , 共旋转了 $\sum_{i=1}^{k+1} \alpha_i' = 2\pi$, 故各中垂线围成内含 v_1 的凸多边形 K , 下称 K 为基础多边形.

逐个考查每条线段 $v_i v_j (v_i, v_j \in V)$ 的中垂线, 与 K 相交且剖分 K 时, 保留内含 v_i 的部分做为新的基础多边形. 于是被中垂线剖分所得的最小基础多边形仅内含 V 的一个点 v_i , 且面积最小, 即为细胞 $C(v_i)$, 证毕.

定理 1 的证明中给出了当 $S(v_i)$ 为正星时, 构造 $C(v_i)$ 的有效算法, 其时间复杂度为 $O(|V|)$.

推论 1 对于给定的 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, Voronoi 网络是存在唯一的.

下面我们给出判定 $S(v_i)$ 是否为正星, (等价于 v_i 是否为细胞核) 的有效算法.

算法 1

设 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \forall v_i \in V, n \geq 4, v_i = (x_i, y_i), v^{(j)} = (x^{(j)}, y^{(j)})$.

(1) 把 $V - \{v_i, v_k\}$ 中的顶编码为 $v^{(1)}, v^{(2)}, \dots, v^{(n-2)}$, 令

$$\varphi(x, y) = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix}$$

$k \leftarrow 1 (i \neq 1); k \leftarrow 2 (i = 1)$.

(2) 若 $\varphi(x^{(1)}, y^{(1)}) \geq 0 (\leq 0), \varphi(x^{(2)}, y^{(2)}) \geq 0 (\leq 0), \dots, \varphi(x^{(n-2)}, y^{(n-2)}) \geq 0 (\leq 0)$, 止, v_i 不是细胞核.

(3) 若 $\varphi(x^{(1)}, y^{(1)}) \geq 0 (\leq 0), \varphi(x^{(2)}, y^{(2)}) \geq 0 (\leq 0), \dots, \varphi(x^{(l)}, y^{(l)}) \geq 0 (\leq 0)$, 而 $\varphi(x^{(l+1)}, y^{(l+1)}) < 0 (> 0), \sum_{j=1}^l \varphi(x^{(j)}, y^{(j)}) \neq 0, 1 < l+1 \leq n-2$, 转(4).

(4) $k+1 \leq n, k+1 \neq i$ 时, $k \leftarrow k+1; k+2 \leq n, k+1 = i$ 时, $k \leftarrow k+2$, 转(1).

(5) 若 $i \neq n, k = n$ 时, 止, v_i 为细胞核, 若 $i = n, k = n-1$ 时, 止, v_i 为细胞核.

算法 1 的时间复杂度为 $O(|V|^2)$.

3. 三维 Voronoi 网络

定义 3 空间中任意取定 n 个点 v_1, v_2, \dots, v_n , 记 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, 以 V 为顶集, 以直线为边, 构成的完全图叫做空间几何完全图, $S(v_i)$ 是以 v_i 为中心空间几何完全图的生成星, 若过 v_i 的任何平面两侧皆有 V 中的点, 则称 $S(v_i)$ 为正星; 否则, 称 $S(v_i)$ 为偏星.

定义 4 由空间几何完全图生成星 $S(v_i)$ 的边的中垂面围成的仅内含 V 的一个点 v_i 的体积最小的凸多面体叫做三维细胞, 记成 $C(v_i)$, v_i 叫做细胞核; 以全体三维细胞组成的网络叫做三维 Voronoi 网络.

推论 2 $S(v_i)$ 为正星当且仅当过 V 中每组不在同一直线上的三个点 v_i, v_j, v_k 的平面两侧皆有 V 中的点.

定理 2 三维细胞 $C(v_i)$ 存在的充分必要条件是 $S(v_i)$ 为正星.

证 若 $S(v_i)$ 是偏星, 则存在平面 $\pi, v_i \in \pi, \pi$ 的一侧无 V 中的点, 作射线 $v_i \infty$, 使 $v_i \infty \perp \pi$, 且 $v_i \infty$ 所在的 π 的一侧内无 V 的点, 于是每个线段 $v_i v_k$ 的中垂面皆不与 $v_i \infty$ 相交, 这里 $k \in \{1, 2, \dots, n\} - \{i\}$; 又平面与射线皆闭集, 故 $v_i \infty$ 与各中垂面的距离的最小值 $d_0 > 0$, 以 v_i 为中心, 以 d_0 为半径在 π 上做圆 $\odot v_i$, 以 $\odot v_i$ 为上底, 以 $v_i \infty$ 为轴做高为 ∞ 的柱体 \mathcal{Z} , 则 \mathcal{Z} 内部无中垂面上的点, 故 $v_i v_k$ 的中垂面 ($k \in \{1, 2, \dots, n\} - \{i\}$) 不能围成内含 v_i 的凸多面体, $C(v_i)$ 不存在.

反之, 若 $S(v_i)$ 为正星, 但不存在 $C(v_i)$, 如果我们能证明这时“存在射线 $v_i \infty, v_i \infty$ 上无中垂面上的点”, 则过 v_i 作平面 π , 使 $v_i \infty \perp \pi$, 由于 $S(v_i)$ 为正星, 故 π 含 $v_i \infty$ 的一侧有 V 中的点 $v_m, 1 \leq m \leq n$, 于是 $v_i v_m$ 的中垂面与 $v_i \infty$ 相交, 此与 $v_i \infty$ 不与任何中垂面相交矛盾, 这样即证出定理 2 成立.

下面我们证明命题: “若不存在细胞 $C(v_i)$, 则存在射线 $v_i \infty, \forall k \in \{1, 2, \dots, n\} - \{i\}, v_i \infty$ 上无 $v_i v_k$ 中垂面上的点”.

用数学归纳法证明. 若仅有两个中垂面, 这两个中垂面相交时, v_i 不在交线上, 这时, 取 $v_i \infty$ 为与交线平行的射线即可. 若这两个中垂面平行, 取 $v_i \infty$ 与中垂面平行即可. 假设对于有 $k (k \geq 2)$ 个中垂面的情形, 命题已真, 往证有 $k+1$ 中垂面的情形, 命题亦真.

对有 $k+1$ 个中垂面的情形, 任意删除一个中垂面, 对于剩下的 k 个中垂面, 由归纳法假设, 存在射线 $v_i \infty, v_i \infty$ 上无这 k 个中垂面上的点, 过 v_i 分别做这 k 个中垂面的平行平面.

(1) 若上述各平行于中垂面的平面当中构成一个最小二面角 \mathcal{A} , \mathcal{A} 内部无 $k+1$ 个中垂面上的点, 因各中垂面上皆不含 v_i , 把 π 复位后, 从 \mathcal{A} 的棱上可取射线 $v_i \infty$, 它上面不会有 $k+1$ 个中垂面上的点.

(2) 若无上述 \mathcal{A} , 由归纳法假设, 有射线 $v_i \infty_1, v_i \infty_1$ 上无剩下的 k 个中垂面上的点, 于是存在一个由上述平行平面构成的含有 $v_i \infty_1$ 的以 v_i 为顶的最小多面角 \mathcal{B} , \mathcal{B} 上 (包括侧面) 无剩下的 k 个中垂面上的点, 把 π 复位:

(2.1) π 不过 \mathcal{B} 上的点, 这时取 $v_i \infty_1$ 为 $v_i \infty$.

(2.2) π 过 \mathcal{B} 上一点 P :

(2.2.1) π 与 \mathcal{B} 的某个侧面 π' 不相交, 因中垂面不过 v_i , 取 π' 上的一射线 $v_i \infty_2$ 即为 $v_i \infty$.

(2.2.2) π 与 \mathcal{B} 的每个侧面皆相交, 则与 \mathcal{B} 各侧面平行的中垂面与 π 围成一个内含 v_i 的凸多面体, 这时显然有细胞 $C(v_i)$ 存在, 与命题中假设 $C(v_i)$ 不存在相违, 故命题成立, 证毕.

对于三维细胞核, 我们亦有有效的判定算法.

算法 2

设 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, n \geq 5, \forall v_i \in V, V$ 中全体点不共线.

(1) 令

$$\mathcal{S} = (V - \{v_1\}) \times (V - \{v_1\})$$

$$\psi(x, y, z) = \begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x' & y' & z' & 1 \\ x'' & y'' & z'' & 1 \end{vmatrix}$$

$v' = (x', y', z'), v'' = (x'', y'', z''), v_i = (x_i, y_i, z_i)$.

(2) 令 $S' = \{ \langle v', v'' \rangle \mid \langle v', v'' \rangle \in S, v' \neq v'', \langle v', v'' \rangle = \langle v'', v' \rangle \}$, 对 S' 中的元素编码为 $S_1, S_2, \dots, \frac{S(n-1)(n-2)}{2}$.

(3) $\langle v', v'' \rangle \leftarrow S_1, k \leftarrow 1$,

(3.1) 若

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_i & y_i & z_i \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} = 0, \text{转(4);}$$

若 $\Delta \neq 0$, 在 V 中 $\phi(x, y, z)$ 常正(负), 止, v_i 不是细胞核;

(3.2) 若 $\Delta \neq 0, \phi(x, y, z)$ 在 V 上变号, 转(4).

(4) $k < \frac{(n-1)(n-2)}{2}, k \leftarrow k+1$, 转(3).

(5) $k = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$, 止, v_i 是细胞核.

算法2的时间复杂变为 $O(|V|^3)$.

若 v_i 为细胞核, 我们可用下面算法构造细胞 $C(v_i)$.

算法3

设 $S(v_i)$ 为正星.

(1) 取 $d_0 = \max_{v_j \in V, v_j \neq v_i} \{d(v_i, v_j)\}$, 设 $d(v_i, v_{i_1}) = d_0$, 过 v_i 作 $v_i v_{i_1}$ 的垂面 π .

(2) 在 π 上取过 v_{i_1} 的直线 l , 以 l 为轴转动 π 至首次发现 $v_{i_2} \in \pi$, 且 $v_{i_2} \in \pi, v_{i_2} \neq v_{i_1}$; 以直线 $v_{i_1} v_{i_2}$ 为轴线转动 π , 至首先发现 $v_{i_3} \in \pi, v_{i_3} \in V$, 且 $v_{i_3} \notin \{v_{i_1}, v_{i_2}\}$.

(3) 在 π 上取面积最大的以 V 中顶为顶点的凸多边形 K .

(4) 以 K 的每边为轴转动 π 得到若干平面, 每个平面上有第一个不在 K 上的 V 中之顶. 在每个平面上找到以 V 中顶为顶点的面积最大的凸多边形. 如此以往, 得到内含 v_i 的凸多面体 Σ .

(5) 做 Σ 各顶与 v_i 连线的中垂面, 围得一个内含 v_i 的基础多面体 Σ' .

(6) 逐次做 $S(v_i)$ 各边中垂面, 与 Σ' 相交且剖分 Σ' 时, 留取内含 v_i 的部分, 即得 $C(v_i)$.

算法3的时间复杂度为 $O(|V|)$.

本文写作过程中, 得到中国科学技术大学计算中心傅廷亮同志的许多帮助, 在此谨致谢忱.

参 考 文 献

- [1] Weaire D, Fu T L, *Journal of Theology*, 32(1988), No. 3, 271—283.
- [2] Weaire D, Kermode J P, *Philosophical Magazine*, B48(1988), No. 3, 245—259.

The Voronoi Networks of Disordered Structures

Wang Shuhe

(Department of Mathematics)

Abstract

Offered in this paper is a mathematical model of 2—dimensional and 3—dimensional disordered structures, the necessary and sufficient condition of a cell nucleus, and the efficient algorithms to judge the cell nucleus and to construct cells, to efficiently solve the structure problems of 2—dimensional and 3—dimensional Voronoi networks.

Key words: disordered structure, cell nucleus, Voronoi network.

3-己烯-1-醇及其酯类的合成和香气研究

尤田耙 张美芳 叶明福

(中国科学技术大学)

(合肥香料厂)

摘要

介绍了叶醇(*cis*-3-己烯-1-醇)及其异构体的实用合成路线. 由顺反混合(或全反式)3-己烯-1-醇制备了一系列羧酸酯, 研究了这些化合物的结构与香气的关系, 从中发现一些有实用价值的新香料.

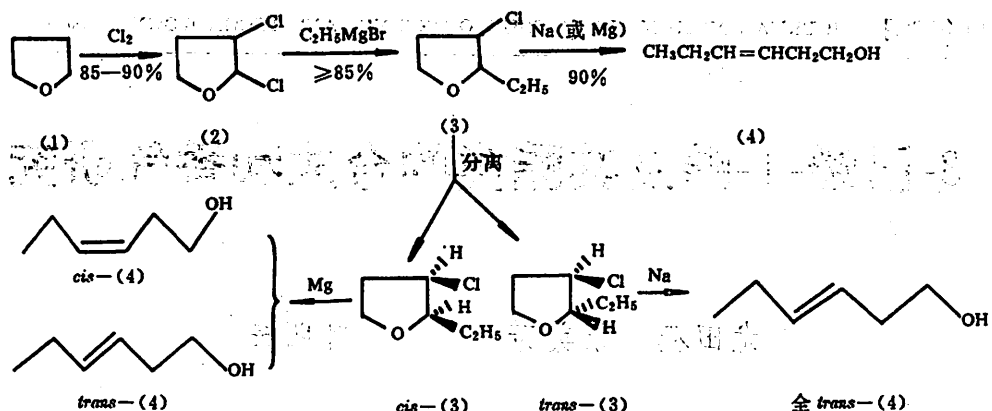
关键词: 3-己烯-1-醇, 羧酸酯, 合成, 香气研究.

中图分类号: O623.412

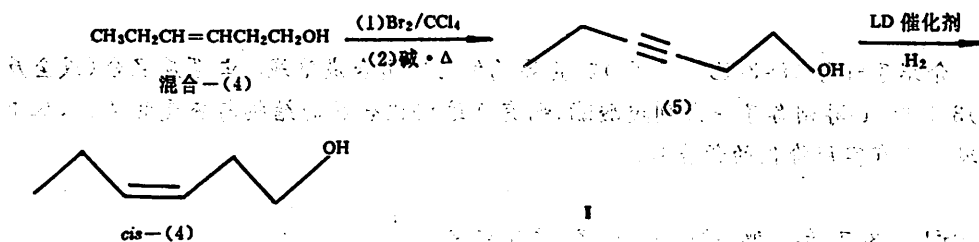
1 引言

3-己烯-1-醇及其羧酸酯是一类具有浓郁青香气的物质, 其中尤以 *cis*-3-己烯-1-醇最重要. 据报道全世界 40 多种著名香精配方中含有叶醇的成分. 通常只要加入 0.5% 或更少叶醇便有显著的青香气味^[1]. 国外已研究出多种合成路线并投入批量生产^[2,3]. 我国对这类自然香型高级香料的需要也日益增长, 但至今仍然全靠进口, 因此研究这类化合物的实用合成路线, 开拓有应用前途的新品种便成为紧迫而有重要意义的工作.

我们在分析了现有各种合成路线优缺点的基础上, 结合我国的原料供应情况和技术条件, 采用国产四氢呋喃为原料, 按 Normant 方法^[4]合成了顺反混合 3-己烯-1-醇(见 I). 按上述路线合成的化合物(3)是顺反异构体的混合物. 若不加分离, 可直接开环得到 *trans* 与 *cis* 混合的 3-己烯-1-醇, 然而 *cis* 异构体的含量较低. 若将(3)先分离, 则反式-(3)开环得到全反式 3-己烯-1-醇(4); 而顺式-(3)用镁开环^[5], 得到的也是 *trans* 与 *cis* 混合的 3-己烯-1-醇, 但其中 *cis* 异构体可达 80% 以上. 鉴于国外进口的叶醇要求含 90% 以上 *cis* 异构体, 我们进一步将混合 3-己



烯-1-醇转变成 3-己炔-1-醇，然后顺式加氢得到含 95% *cis* 异构体的合格商业叶醇：



cis-3-己烯-1-醇的羧酸酯国外已有研究报道^[6]。事实上叶醇作香料时大部分是制成乙酸酯使用的。但 *trans*-3-己烯-1-醇或混合 3-己烯-1-醇的羧酸酯至今未见研究报道。鉴于混合 3-己烯-1-醇的合成路线比 *cis*-3-己烯-1-醇短，成本也低得多，其酯类的直接利用有重要的经济意义，因此我们系统研究了混合醇及反式醇的酯化反应及所得羧酸酯的香气性质，从中发现多种有应用前景的新香料。

2 实验部分

各步反应的主要产物都经 ¹H NMR 谱确定，产物纯度用 GC(气相色谱)分析。评香结果由合肥香料厂提供。

2.1 顺反混合 3-己烯-1-醇的合成

化合物(2)~(4)的合成步骤已有报道^[4]，但未见波谱数据，故列出它们的 NMR 谱，如下：

(i) 2,3-二氯四氢呋喃(2) NMR, δ_{H} : 1.9—2.5(1H, m); 2.5—3.2(1H, m); 4.1—4.8(3H, m); 6.2(1H, s)。

(ii) 2-乙基-3-氯四氢呋喃(3)

NMR, δ_{H} : 0.95(3H, t); 1.6(2H, q); 2.0—2.6(2H, m); 3.5—4.1(3H, m); 4.2—4.5(1H,

q).

(iii) 顺、反混合 3-己烯-1-醇(4)

NMR, δ_{H} : 0.95(3H, t); 1.7—2.4(4H, m); 2.5(1H, s); 3.5(2H, t); 5.0—5.6(2H, m).IR(液膜) cm^{-1} : 3312($\nu_{\text{O-H}}$); 950($\delta_{\text{C=C-H}}$ 面外, 反式) 688($\delta_{\text{C=C-H}}$ 面外, 顺式)

2.2 3-己炔-1-醇的合成

放置 3-己烯-1-醇的反应器用冰盐水冷却, 在不断搅拌下滴加溴的四氯化碳溶液, 直到橙红色不再消褪. 蒸去 CCl_4 , 加入过量(1.5eq)的固体氢氧化钾和适量乙二醇, 加热至 140—150 $^{\circ}\text{C}$, 搅拌 6h, 反应混合物用水洗数次, 干燥, 减压蒸馏得 3-己炔-1-醇无色液体, b. p. 54—56 $^{\circ}\text{C}$ /6mm, 产率 42%.

NMR, δ_{H} : 1.1(3H, t); 1.7—2.5(4H, m); 3.5(1H, s); 3.3—3.8(2H, q)IR(液膜) cm^{-1} : 3328($\nu_{\text{O-H}}$), 2270($\nu_{\text{C-C}}$).2.3 *cis*-3-己烯-1-醇的合成

在反应容器中分别加入 lindlar 催化剂, 少量喹啉和适量干燥乙醚(催化剂与喹啉的重量比约为 5:1). 先用氢气饱和, 然后加入 6 倍于催化剂重量的 3-己炔-1-醇, 在不断搅拌下继续通入氢气约 6h. 反应混合物过滤, 回收催化剂. 滤液顺次用稀盐酸和水洗涤, 干燥, 蒸去溶剂, 然后减压蒸馏得 *cis*-3-己烯-1-醇无色液体. b. p. 55—57 $^{\circ}\text{C}$ /9mm, 产率 93—95%.

NMR, δ_{H} : 0.95(3H, t); 1.7—2.5(4H, m); 3.15(1H, s); 3.5(2H, t); 5.0—5.7(2H, m).IR(液膜) cm^{-1} : 3300($\nu_{\text{O-H}}$); 3008($\nu_{\text{C=C-H}}$); 1632($\nu_{\text{C=C}}$); 688($\delta_{\text{C=C-H}}$ 面外, 顺式).

GC 纯度 > 99%.

2.4 乙酸混合叶醇酯的合成

顺反混合 3-己烯-1-醇直接与过量冰醋酸(1.2eq)混合, 加入少量酸催化, 回流反应约 5h, 蒸除溶剂和过量的乙酸, 残留物用碳酸钠水溶液和水洗涤、干燥, 减压蒸馏收集 48—50 $^{\circ}\text{C}$ /5mm 馏份, 产率 87%.

NMR, δ_{H} : 1.0(3H, t); 2.0(3H, s); 1.8—2.6(4H, m); 4.0(2H, t); 5.0—5.7(2H, m).IR(液膜) cm^{-1} : 1725($\nu_{\text{C=O}}$); 1115($\nu_{\text{C-O}}$); GC 纯度, 99%.

香气: 新鲜水果, 香蕉味.

2.5 丙酸反式叶醇酯的合成

步骤与 2.4 相似, 得无色液体丙酸反式叶醇酯 b. p. 65—67 $^{\circ}\text{C}$ /5mm, 产率 85%.NMR, δ_{H} : 0.95(3H, t); 1.1(3H, t); 1.6—2.5(6H, m); 4.0(2H, t); 5.0—5.8(2H, m).IR(液膜) cm^{-1} : 1725($\nu_{\text{C=O}}$); 1180($\nu_{\text{C-O}}$);

GC 纯度: 97%.

香气: 新鲜水果, 甜青味.

2.6 丁酸反式叶醇酯的合成

步骤与 2.4 相同, 产率 82%, b. p. 66—68 $^{\circ}\text{C}$ /4mm.NMR, δ_{H} : 0.95(3H, t); 0.98(3H, t); 1.3—2.5(8H, m); 4.0(2H, t); 5.0—5.8(2H, m).IR(液膜) cm^{-1} : 1725($\nu_{\text{C=O}}$); 1170($\nu_{\text{C-O}}$);

GC 纯度: 98%.

香气: 新鲜水果, 奶油青微带白兰地味.

2.7 苯甲酸反式叶醇酯的合成

步骤同 2.4, 由于苯甲酸的酯化速度较一般脂肪酸为慢, 故反应时间应适当延长. 产率 83%, b. p. 122°C/5mm.

NMR, δ_{H} : 0.98(3H, t); 1.7—2.7(4H, m); 4.28(2H, t); 5.2—5.7(2H, m); 7.2—7.6(3H, m); 7.9—8.2(2H, m).

IR(液膜) cm^{-1} : 1712($\nu_{\text{C=O}}$); 1623($\nu_{\text{C=C}}$); 1100($\nu_{\text{C-O}}$);

GC 纯度: 99%.

香气: 深青, 长效.

2.8 3-丁酮酸反式叶醇酯的合成

乙酰乙酸乙酯直接与稍微过量的反式叶醇混合, 加少量无机酸催化, 加热至 100°C, 搅拌约 8h, 直至分出的乙醇达到计算量. 反应混合物直接减压蒸馏, 第一馏份 b. p. 43—44°C/5mm (未反应的反式叶醇). 第二馏份为 3-丁酮酸反式叶醇酯, b. p. 95—98°C/4mm, 产率 64%.

NMR, δ_{H} : 0.95(3H, t); 2.15(3H, s); 1.7—2.6(4H, m);

酮式 3.3 >(2H, s); 5.0—5.7(2H, m).

烯醇式 4.9

IR(液膜) cm^{-1} : 1710(酮 $\nu_{\text{C=O}}$); 1725(酯 $\nu_{\text{C=O}}$); 1140($\nu_{\text{C-O}}$);

香气: 花青微带无花果气味.

3 结果与讨论

3.1 3-己烯-1-醇合成过程的立体化学及其对产物香气的影响

由四氢呋喃合成的 3-己烯-1-醇是 *cis* 和 *trans* 两种异构体的混合物. *cis* 异构体具有草青香气, 清凉而柔和, 适合直接用作香料. 而 *trans* 异构体则具有浓烈的树叶青微带油味, 故直接作香料不如 *cis* 异构体受欢迎. 按 I 所示的合成路线, 三步反应的产物理论上都有立体异构体, 这些立体异构体的含量比例对最终产物中 *cis* 和 *trans* 两种异构体的含量有直接的影响, 因此对产品的香气性质至关重要.

第一步反应的产物 2,3-二氯四氢呋喃, 由 ^1H NMR 谱知道, 2-位上的质子信号是单峰, 表明它与 3-位上的质子没有偶合, 应当处于反式, 即两个氯原子也处于反式. 这表明氯代反应通常得到反式 2,3-二氯四氢呋喃.

第二步由反式 2,3-二氯四氢呋喃在 2-位上接一个乙基, 理论上应当得到顺式为主的 2-乙基-3-氯四氢呋喃. 我们的研究结果表明, 通常情况下确实顺式产物占优势(55.3%), 反式占 44.7%. 但若反应太激烈或乙醚用量太少, 产物中的反式异构体可能变成主要产物. 可以高达 60% 以上.

第三步开环反应, 反式 2-乙基-3-氯四氢呋喃开环得到 *trans*-3-己烯-1-醇. 而顺式 2-乙基-3-氯四氢呋喃开环总是得到 *cis* 与 *trans* 两种异构体的混合物. 文献[4]指出, 两种异构体的含量比例与开环反应使用的金属有关, 用金属镁开环比用钠开环得到 *cis* 异构体含量要高. 我们的研究结果还表明, 反应温度对产物中两种异构体的含量比例也有较大影响, 实验结果如下

(都用金属钠开环):

反应温度(°C)	0	20	50
<i>cis</i> 异构体含量(%)	65	50	35

* 表中数据系采用标准样品对照红外谱测定法估算的。*trans*与*cis*异构体有不同的特征吸收峰
cis 异构体... δ_{C-H} 面外 688cm^{-1}
trans 异构体... δ_{C-H} 面外 950cm^{-1} .

结果表明,为了提高最终产物中*cis*-3-己烯-1-醇的比例,第二、三两步反应宜在较低温度下进行,并注意控制反应不要过于激烈。

3.2 3-己烯-1-醇的羧酸酯的结构对香气的影响

3-己烯-1-醇两种立体异构体的香气有明显的差别,但制成相应的羧酸酯后,香气非常接近。鉴于混合3-己烯-1-醇的制备比*cis*-3-己烯-1-醇容易得多,成本也低得多。故用混合3-己烯-1-醇代替*cis*-3-己烯-1-醇制成羧酸酯,具有很好的实用性。

酯中羧酸部分的结构对酯的香气也有影响。研究表明,六个碳原子以下的饱和羧酸的3-己烯-1-醇酯都具有宜人的水果清香气,但碳链长度不同,香气的韵味也有差别。不饱和羧酸的酯,如苯甲酸和丙烯酸酯的3-己烯-1-醇的气味与其它酯有较大的差别。

参考文献

- [1] Bornand, *Parfumerie, Cosmetique, Savons*, 5(1962), 105.
- [2] 侯孝助等, 广州化工, 1983, No. 2, 31.
- [3] 侯孝助等, 广州化工, 1983, No. 3, 37.
- [4] Normant, *Ind. Parfum.*, 3(1948), 136.
- [5] 葛羽等, 有机化学, 4(1987), 291~293.
- [6] Paul Bedoukian, *American Perfumer and Cosmetics*, 31(1963), 78.

Synthesis and Fragrance Study of 3-Hexen-1-ol and Its Esters

You Tianpa Zhang Meifang

(University of Science and Technology of China)

Yie Mingfu

(Hefei Perfumery)

Abstract

A practical synthesis approach of leaf alcohol (*cis*-3-hexen-1-ol) is finished. A series of esters from a mixture of *cis* and *trans* 3-hexen-1-ol are prepared. The correlation between fragrance and their molecular structures are studied. And from this, some useful new perfumes have been found.

Key words: 3-hexen-1-ol, ester, synthesis, fragrance study.

Crystallization of Noncrystalline SnO₂*

Chen Zuyao Zhang Han Qian Yitai

(Department of Applied Chemistry)

Fan Chenggao

(Center of Structure and Element Analysis)

Abstract

Crystallization of noncrystalline SnO₂ prepared by chemical method is studied at different temperatures and under various irradiation conditions. It is found that noncrystalline SnO₂ is stable below 200°C and is crystallized gradually over 200°C. Needle-like SnO₂ crystal and whisker could be grown from noncrystalline SnO₂ under irradiation of electron beam and ⁶⁰Co γ-ray.

Key words: noncrystalline SnO₂; crystallization; radiation.

SnO₂, with rutile structure and *D*_{4h} space group, has been widely studied because of its interesting *n*-type semiconducting property which is the reason why SnO₂ become excellent gas sensor material for determination and alarming of inflammable, explosive and harmful gases. Thus the preparation of various forms SnO₂ and their properties have been paid close attention to. It is necessary to point out that the investigation of ultrafines including noncrystalline and noncrystalline SnO₂ material for gas sensors have become more and more significant^[1]. It is obvious that the working temperature of gas sensitive element made of noncrystalline SnO₂ material is lower than that polycrystalline SnO₂ material at the same sensitivity^[2]. However, the working stability and reproducibility of the former need

* Received September 14, 1990.

* This project has been subsidized by Laboratory of Internal Friction & Defects in Solid, of Institute of Solid State Physics and the University of Science & Technology of China, Academia Sinica, Hefei, China.

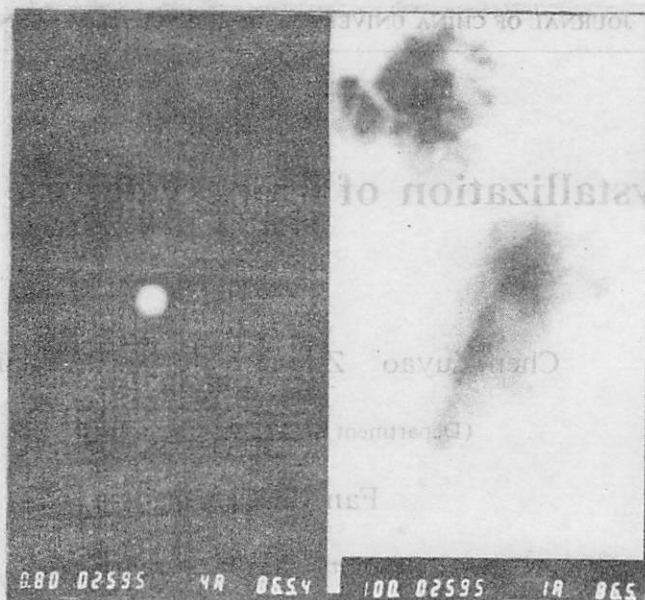


Fig. 1 Electron diffraction pattern and TEM micrograph $\times 10^5$ of primary SnO_2 product

further study. In this paper the stability to thermal and irradiation treatment of noncrystalline SnO_2 was studied with electron radiation in H-800 Analytical Electron Microscope. Although irradiation effect of noncrystalline substances has been widely investigated in recent years^[3], a few inorganic compounds or materials have.

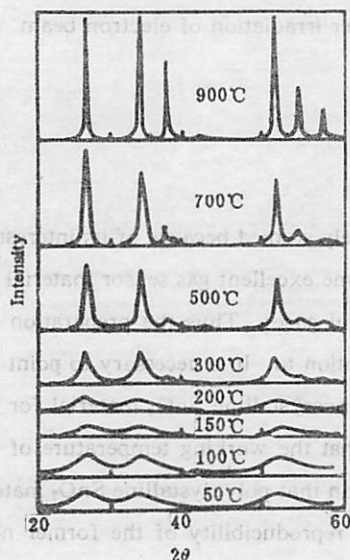


Fig. 2 X-ray diffraction patterns of samples heated at different temperatures

Noncrystalline SnO_2 was prepared by hydrolysis of A. R. SnCl_4 , and chemical method of low-temperature plasma from the system of anhydrous SnCl_4 and pure oxygen^[4], respectively. Morphology observation and electron diffraction was performed with H-800 Analytical Microscope and X-ray diffraction patterns were taken with a Japan Rigaku D/MAX-rA X-ray diffractometer using monochromate high-intensity Cu K_α radiation ($\lambda = 1.5418 \text{ \AA}$). The X-ray diffraction pattern (Fig. 1(50°C)) and electron diffraction pattern (Fig. 2(50°C)) show that the SnO_2 synthesized by hydrolysis or chemical method of low-temperature plasma exhibits an amorphous state. Their average diameter is less than 100 \AA when the heat-treatment temperature is lower than 250°C .

The primary product SnO_2 was heated in a furnace for 10 hrs at 100°C , 150°C , 200°C , 300°C , 500°C , 700°C and 900°C respectively, then cooled down naturally. The X-

ray powder patterns of the samples obtained were shown in Fig. 2, which demonstrates that noncrystalline is stable below 200°C, the diffraction lines become sharper over 200°C, the diffraction lines become sharper over 200°C and the grain size grows up slowly. And finally the SnO₂ is completely crystallized at 700°C. Same result was also obtained from the analysis of the electron diffraction patterns of above SnO₂ samples.



Fig. 3 Electron diffraction pattern (a), TEM micrograph $\times 60 \times 10^4$ (b) and TEM micrograph $\times 2 \times 10^5$ (c) of the sample under electron beam radiation

Noncrystalline SnO₂ was irradiated under strong electron radiation (accelerating voltage 80kV) for 10 minutes, and γ -ray from 6×10^4 currie ⁶⁰Co resource for several hundred hours (miximum dosage) respectively. From the TEM micrograph after 10 minutes electron radiation (Fig. 3(b)) it is clear that the needle-like crystal can be grown up from noncrystalline SnO₂ while electron diffraction spots on Fig. 3(a) exhibit obvious directionality. It is interesting that the needle-like crystal was grown in orientational way, the reason of which needs further investigation. For the sample irradiated by γ -ray, sputtering phenomenon of noncrystalline SnO₂, as observed from TEM, would be decreased, and amorphous SnO₂ could be crystallized with accumulated dose. Fig. 4 is TEM micrograph and electron diffraction of the sample where accumulated dose reached 236 mega-rad. It can be seen that tin oxide whiskers are grown from amorphous SnO₂ bulk material. In this way we may prepare SnO₂ nanon-size ultrafine material for special purpose.

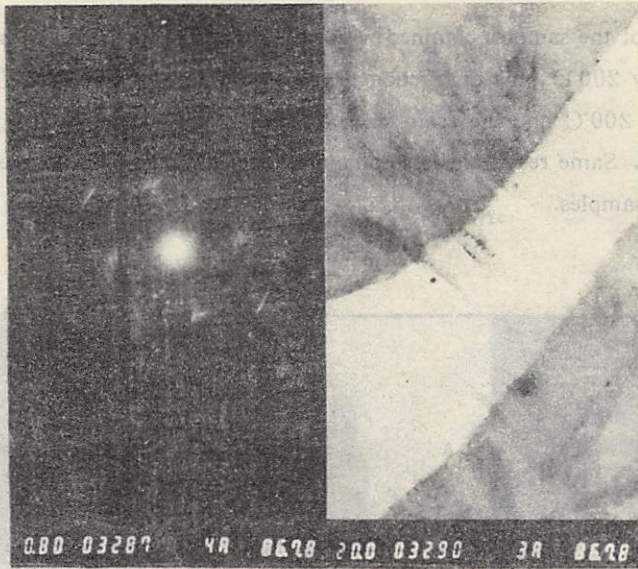


Fig. 4 TEM micrograph 2×10^4 (a) and electron diffraction pattern (b) of the sample at accumulated dose 236 mega-rad

The authors would like to thank professor Zhang Manwei at Department of Applied Chemistry of USTC for his valuable supports and helpful discussion.

References

- [1] Yoshida T *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **54**(1983), 640.
- [2] Ogawa H *et al.*, *J. Electrochem. Soc.*, **128**(1982), 2020.
- [3] Russell K C, *Progress in Material Science*, **28**(1984).
- [4] Chen Zuyao *et al.*, *J. of the Chinese Silicate Society*, **14** (1986), No. 3, 326.

非晶 SnO₂ 的晶化

陈祖耀 张 酣 钱逸泰

(应用化学系)

范成高

(结构成分分析中心)

摘 要

研究用化学制备的 SnO₂ 在各种不同温度和辐照条件下的晶化。实验表明,非晶 SnO₂ 在 200℃ 下是稳定的,高于 200℃ 开始逐步晶化,在电子和 γ 射线辐照下会生长出 SnO₂ 针状晶体或晶簇。

关键词: 非晶 SnO₂, 晶化, 辐照。

中图法分类号: O615.41

晶体 $Qn2$ 晶非 旋转电场中带电费密子的几何相因子

高知群

朱栋培

陈银华

朱培培

(中国科学院物理所)

(中国科学院)

(近代物理系)

姜 健

摘要 本文讨论了相对论带电费密子(自旋 $1/2$) 在均匀旋转电场中的运动, 求得了相应的 Dirac 方程的精确解, 还讨论了环境周期变化后的相因子. 在缓变场和高能极限下得到一个纯几何的不可积相因子—Berry 相因子. 这个相因子可以通过实验进行检验.

本文讨论了相对论带电费密子(自旋 $1/2$) 在均匀旋转电场中的运动, 求得了相应的 Dirac 方程的精确解, 还讨论了环境周期变化后的相因子. 在缓变场和高能极限下得到一个纯几何的不可积相因子—Berry 相因子. 这个相因子可以通过实验进行检验.

关键词: 几何相因子, 费密子, 旋转电场.

中图法分类号: O431

1984 年 Berry 相因子的发现^[1]显示了量子力学内涵的丰富. 这个相因子在经典力学里有它的对应^[2], 而对理解量子反常、规范理论等又提供了不少启迪^[3], 因此这个相因子在一个方面把物理学的几个领域串联了起来, 并且在物理学和现代数学的结合上提供了一个好的例子.

Berry 相因子是一个不可积的拓扑相因子, 概念有点抽象, 但却有着不少实验的证实. 除了光波在光纤中的传播外^[4], 其余实验大多涉及磁矩在磁场中的非相对论运动^[5,6,7]. 本文讨论相对论带电旋量粒子在均匀旋转电场中的运动, 求出了相应 Dirac 方程的精确解, 讨论了波函数相因子的变化, 发现这也是显示 Berry 相因子的一个场所. 不过得到拓扑相因子的条件除了通常的绝热近似外, 还必须要高能条件, 即费密子的静止质量可以忽略, 只有此时, 几何相因子才干干净净地完整地显露出来.

考虑一个质量为 μ 、电荷为 e 、自旋 $\frac{1}{2}$ 的相对论粒子(例如电子)以动量 q 沿 z 轴方向运动. 空间有一均匀电场, 其振幅恒定, 但绕着 z 轴匀速旋转. 可以用一个矢势 $A(t)$ 描写这个外电场

$$A(t) = A_0 m(t)$$

$$m(t) = (\sin\theta \cos\Phi, \sin\theta \sin\Phi, \cos\theta) \quad (1)$$

$$\Phi = \omega t$$

这里 ω 、 θ 、 A_0 均为常数. m 显然是一个旋转的单位矢量. 与此相应的电场表达式为

$$\varepsilon = -\partial_t A = -\omega k \times A = \omega A_0 (\sin\theta \sin\Phi, -\sin\theta \cos\Phi, 0) \quad (2)$$

于是在动量空间里, 相应的 Dirac 方程为 ($t=c=1$)

$$i\partial_t \psi = H\psi$$

$$H = (q - eA) \cdot \alpha + \mu\beta$$

$$q = (0, 0, q)$$

q 可以取成此形是因为粒子动量为好量子数. 注意到

$$(q - eA)^2 = q^2 + e^2 A_0^2 - 2eA_0 q \cos\theta \quad (4)$$

是个常数, 因此 $q - eA$ 仍是一个恒长的旋转矢量

$$q - eA = pn(t)$$

$$p = [q^2 + e^2 A_0^2 - 2eA_0 q \cos\theta]^{1/2}$$

$$n(t) = (\sin\theta \cos\Phi, \sin\theta \sin\Phi, \cos\theta)$$

$$\varphi = \Phi = \omega t, \sin\theta = -eA_0 \sin\theta / (q^2 + e^2 A_0^2 - 2eA_0 q \cos\theta)^{1/2}$$

$$\cos\theta = (q - eA_0 \cos\theta) / (q^2 + e^2 A_0^2 - 2eA_0 q \cos\theta)^{1/2}$$

把这些代回方程(3), 便有

$$i\partial_t \Phi = (pn(t) \cdot \alpha + \mu\beta)\Phi \quad (6)$$

或者在 Dirac—Pauli 表象下,

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

σ 为 Pauli 矩阵, 则方程取下面的形式

$$\begin{cases} i\partial_t \Phi = H\Phi \\ H = \begin{pmatrix} \mu & \sigma \cdot np \\ \sigma \cdot np & -\mu \end{pmatrix} \end{cases} \quad (8)$$

这等价于一个粒子以恒定振幅的动量作回旋运动的方程, 它可以精确求解. 解的一般形式为

$$\Phi = \sum_{a=\pm} \sum_{r=\pm} B_{ar} \Phi_{ar} \quad (9)$$

其中 B_{ar} 为组合系数, Φ_{ar} 为四个独立解, 形式为

$$\begin{cases}
 \Phi_{ar} = N e^{-i\eta_{ar}t - \frac{1}{2}i\varphi} \left[\frac{1}{p^2} \sigma \cdot p (\eta_{ar} - \mu + \frac{1}{2} \omega \sigma_3) \rho_{ar} \right] \\
 \rho_{ar} = \begin{pmatrix} C_{ar}/R_{ar} \\ D_{ar} e^{i\varphi}/R_{ar} \end{pmatrix} \\
 C_{ar} = r(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}} + \eta_{ar} \cos^2 \theta / E + \sin^2 \theta / \gamma - \omega \cos^2 \theta / 2E \\
 D_{ar} = \sin \theta \cos \theta (\eta_{ar} / E + \omega / 2E - 1 / \gamma) \\
 R_{ar} = (C_{ar}^2 + D_{ar}^2)^{1/2} \\
 E = (P^2 + \mu^2)^{1/2} = (\mu^2 + q^2 + e^2 A_0^2 - 2e A_0 q \cos \theta)^{1/2} \\
 \beta = p / E, \gamma = 1 / (1 - \beta^2)^{1/2} \\
 \eta_{ar} = aE [1 - r(\omega / E)(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{1/2} + (\omega / 2E)^{1/2}]^{1/2} \\
 a = \pm, r = \pm
 \end{cases} \quad (10)$$

这里 a 为能量符号, 即 a 取正或负代表正能解或负能解, 而 r 则为自旋投影指标. 不难验证, 当 $\omega=0$ 即电势不旋转时, 上面的解就回到通常自由 Dirac 方程的定态解. 特别在质量 μ 可以忽略时,

$$\rho_{ar} = \begin{pmatrix} r[(1 + \arccos \theta) / 2]^{1/2} \\ a \sin \theta e^{i\varphi} / [2(1 + \arccos \theta)]^{1/2} \end{pmatrix}$$

是标准的二分量子量.

现在来讨论波函数中相因子的变化. 我们感兴趣的是当环境变化一定周期后波函数的行为. 由于 Φ_{ar} 中施量部分对 $\varphi = \omega t$ 是周期为 2π 的函数, 即当环境回归原状时它也回到起始状态, 因此经过一个时间周期 T ($\omega T = 2\pi$) 后, 波函数 Φ_{ar} 获得一个整体相因子 $\exp[-i\eta_{ar}T - \frac{1}{2}i\varphi(T)]$, 可以把它改写为

$$\exp[-i\eta_{ar}T - \frac{1}{2}i\varphi(T)] = \exp(-iaET) \cdot \exp[i\gamma_{ar}(T)] \quad (11)$$

则第一个因子为通常的动力学相因子, 而在附加的相因子中的相角为

$$\begin{aligned}
 \gamma_{ar}(T) &= aET - \eta_{ar}T - \frac{1}{2}\varphi(T) \\
 &= aET(1 - [1 - r(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{1/2} \omega / E + (\omega / 2E)^2]^{1/2}) - \frac{1}{2}\omega T
 \end{aligned} \quad (12)$$

在绝热近似, 即缓变场 $\omega/E \ll 1$ 的情况下, 我们有

$$\gamma_{ar} = \frac{1}{2}\omega T [ar(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{1/2} - 1] \quad (13)$$

由于现在 β 依赖于能动量, 所以这相角看起来不是纯几何的. 在低能情形 ($q \rightarrow 0$),

$$\beta = 1 / [1 + (\mu / eA_0)^2]^{1/2} \quad (14)$$

我们得到相角为

$$\gamma_{ar} \xrightarrow{q \rightarrow 0} \frac{1}{2}\omega T [ar[(\mu / eA_0)^2 + \cos^2 \theta]^{1/2} / [1 + (\mu / eA_0)^2]^{1/2} - 1] \quad (15)$$

而在高能或极端相对论极限下, $\beta \rightarrow 1$, 亦即粒子的静止质量可以忽略, 此时或者粒子运动特快

(q 很大) 或者外场极大 (A_0 大), 那么相应的相角变为

$$\gamma_{\alpha}(T) \xrightarrow{\mu \rightarrow 0} \frac{1}{2} \omega T (\arccos \theta - 1)$$

$$= \begin{cases} -\omega T \sin^2 \theta / 2, & a = r = \pm \\ \omega T \cos^2 \theta / 2, & a = -r = \pm \end{cases} \quad (16)$$

我们看到, 这就是标准的 Berry 相因子中的相角了. 例如对于正能、自旋正投影的粒子, $\gamma_{++} = -\frac{1}{2} \Omega$, 而 $\Omega = 2\pi \sin^2 \frac{\theta}{2}$ 正是等效动量 $p = \hbar n$ 旋转一周所扫出的立体角——一个纯几何的相角.

这样, 当带电费密子在均匀的旋转外电场中作相对论运动时, 在环境经过一个周期回复原状时, 除了动力学相因子外, 粒子还获得一个附加的整体相因子. 粒子飞行得越快, 这个附加的相角变得越大; 而到极端情形 (质量可忽略) 这个相角变为纯几何的, 一个拓扑性的不可积相因子完完整整地显露了出来. 这当然不奇怪, 因为在此极端情形下, 绝热条件满足得最好, 而且这时零质量费密子的回旋运动与光子在光纤中的运动十分类似了.

参 考 文 献

[1] Berry M V, *Proc. Roy. Soc. (London)*, **A392**(1984), 45.
 [2] Hannay J H, *Journal of Physics*, **A18**(1985), 221.
 [3] Jackiw R, *Com. Atom. Mole. Phys.* **21**(1988), 71.
 [4] Tomita A and Chao R, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 937.
 [5] Tycko R, *Phys. Rev. Lett.* **58**(1987), 2281.
 [6] Bitter T and Dubbers D, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 251.
 [7] Richardson D J et al., *Phys. Rev. Lett.*, **61**(1988), 2031.

The Geometric Phase of Charged Fermion in Rotating Electric Field

Zhu Dongpei Chen Yinhua

(Department of Modern Physics)

Abstract

The motion of a relativistic charged fermion (spin 1/2) in a rotating electric field is discussed. The exact solution of the relevant Dirac equation is obtained. The phase picked up by particle after the environment undergoes a periodic evolution is studied. For a slow changing applied field and in the high energy limit a geometric phase is obtained—Berry phase, which can be measured experimentally.

Key words: geometrical phase factor, fermion, rotating electric field.

A Comparative Study of Identification of Modal Parameters

Zhang Peiqiang

(Univ. of Science and Technology of China)

Feng Wenqin

(Wuhan Institute of Water Transpotation and Engineering)

T. C. Huang

(Univ. of Wisconsin-Madison of USA)

Abstract

Various cases of computer-simulated time domain response are constructed to simulate the real experimental response with high damping, close modes or repeated roots. The multi-excitation time domain method (METDM) is performed on all these computer-simulated responses. Around 500 simulated computations are done; 96 of them are chosen to show the significant power of the METDM in identification of modal parameters with high damping, close modes or repeated roots. It is clear that the technique of exciting multiply and processing all data simultaneously is much more powerful than the single excitation technique.

Key words: experimental modal anlysis, parameters identification, time domain.

1 Introduction

In theory, excitation at a single location should provide all necessary data to define all the modal

parameters of a structure. In practice, however, any given exciter location will be near or at the nodes of some important structural modes; therefore either these modes will not appear in the response or their modal participation factor will be too small to be identified. In particular, it is difficult to identify closely spaced modes, repeated roots or modes with high damping using a single exciter location. The trend in experimental modal analysis of large structures is to get a set of response data from multiple-exciter locations and use all these data simultaneously. The main advantage of this technique is that it yields a set of globally consistent and more accurate modal parameters. This technique also shows significant power in identification of modal parameters with high modal density, repeated roots and high damping.

The purpose of this paper is to investigate how powerful this technique is in identifying modal parameters with high modal density, repeated roots or high damping. Our method of identifying the modal parameters, referred to as multi-excitation time domain method (METDM), is based on the polyreference method^[1,2] combined with some other modal parameter identification techniques. In this paper computer-simulated unit impulse responses with known modal parameters as input data were processed for different numbers of exciters and for various noise levels to simulate actual experiments.

Identification results show that the multi-excitation technique is better able to handle modal analysis problems with high modal density, repeated roots or high damping.

In order to distinguish between the computational and physical modes, an "overall modal confidence factor"^[3] (OAMCF) is used in our method.

2 Construction of the Simulated Unit Impulse Response Function

The formula for constructing the computer-simulated unit impulse response function is

$$h_{ij}(n) = \sum_{k=1}^n \frac{\psi_{ik}\psi_{jk}}{\rho_k} \exp \lambda_k (n-1) \Delta t + \frac{\psi_{ik}^* \psi_{jk}^*}{\rho_k^*} \exp \lambda_k^* (n-1) \Delta t$$

where i is the measurement position

j is the exciter position

n is the number of sampling time interval

ψ_k is the k th mode shape

$$\lambda_k = \zeta_k \omega_{nk} + i \omega_{nk} \sqrt{1 - \zeta_k^2}$$

ω_{nk} is the k th undamped natural frequency

ζ_k is the k th modal damping factor

ρ_k is a parameter of the k th mode

Δt is sampling time interval

* indicates complex conjugate

The first five mode shapes of a shell obtained from time domain modal analysis of a circular cylindrical shell with a slot^[4] were chosen to construct our computer-simulated responses.

For simplicity, in forming these unit impulse response functions the five damped nature frequencies were assigned as 10 Hz, 20 Hz, 30 Hz, 40 Hz and 50 Hz, the five damping factors were assigned equally as 0.01000, the five complex p 's were assigned as (0.01, 1), (0.02, 2), (0.03, 3), (0.04, 4) and (0.05, 5), and the sampling time interval $\Delta t = 0.004$ second. These are our basic sets of modal parameters. Some of the values were changed later according to our needs in each study. The response level of each mode is determined by the factor ψ_{jk}/ρ_k , which is related with exciter position.

In order to simulate an actual experiment, different cases of noise level, calculated on a rms percentage of the noise to the signal, were superimposed onto the unit impulse responses.

The OAMCF is defined as the percentage of qualified stations to the total measurement stations (including the assumed stations). In our study, there are three different standards of the qualified station, and OAMCF is correspondingly divided into three different levels. In the first level of OAMCF, the qualified stations are those whose MCF values are from 0.96 to 1.050 in amplitude and within 10° of 0.0° in phase. Similarly, for the second level of OAMCF, the MCF values of qualified stations are from 0.90 to 1.100 in amplitude and within 15° of 0.0° in phase, and for the third level of OAMCF are from 0.60 to 1.5 in amplitude and within 46° of 0.0° in phase.

3 Study of Identification of Modal Parameters for Three Different Conditions

The modal frequency and damping factor are obtained from the eigenvalue $a_k + ib_k$ of the system matrix of the tested structure by the following formulas:

$$\exp(-\zeta_k \omega_{dk} + i\omega_{dk})\Delta t = a_k + ib_k$$

$$\zeta_k = \frac{-1}{2\omega_{dk}\Delta t} \ln(a_k^2 + b_k^2)$$

$$\omega_{dk} = \frac{1}{\Delta t} \tan^{-1}(b_k/a_k)$$

where $a_k + ib_k$ is the k th eigenvalue of the system matrix,

ω_{dk} is the damped nature frequency of the k th mode.

3.1 Study of High Damping Factor ζ

In this study, we keep our basic parameter sets, except ζ , in forming our unit impulse response. The ten cases chosen for ζ are shown in Table 1. For each ζ two kinds of excitation, POE (position of exciter) at 1 and at 1 and 2, are performed with RNS (ratio of noise to signal) equal to 0.05. A total of 20 simulations were made. The identified results for RNS=0.05 are given in Fig. 1.

Table 1 Input data of cases of ten damping for a five distinct frequency set (10.00, 20.00, 30.00, 40.00, 50.00 Hz) for each case of ζ

10 cases of ζ										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RNS	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
ζ	0.00000	0.00200	0.00500	0.01000	0.05000	0.10000	0.20000	0.50000	0.80000	0.90000

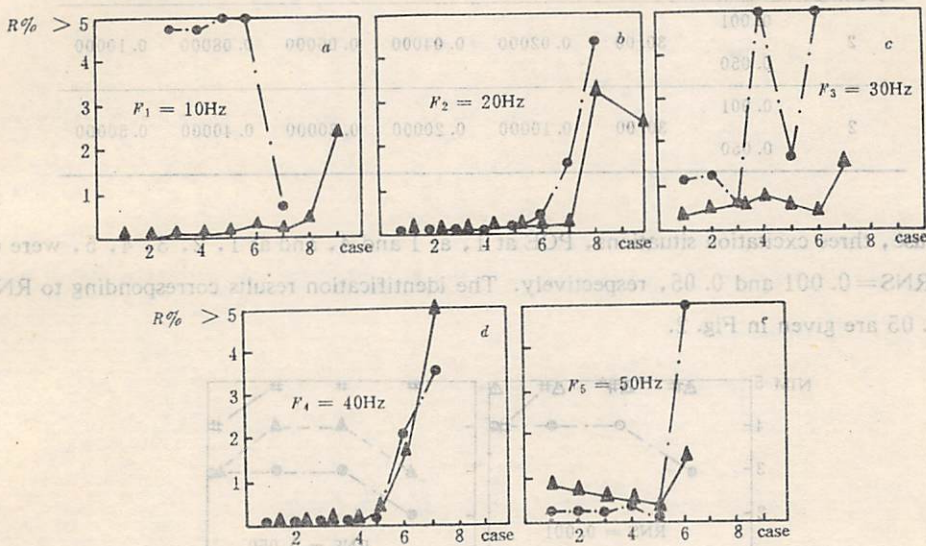


Fig. 1 Identified results of ten cases of damping for a 5 distinct frequency set, RNS=0.05

R%: relative error of natural frequency

No sign represents the mode can't be identified

In the case of RNS=0.05 the results of both frequency and damping factor for POE at 1 and 2 are better than for POE at 1. As ζ increased to 0.80000 and 0.90000, no modal parameter is identified for POE at 1, but some of the modes are identified for POE at 1 and 2. For example, in this case, the maximum frequency error for all five modes is less than 2% for POE at 1 and 2, but 14.1% for POE at 1 when $\zeta \leq 0.1$. From Fig. 1. It can also be seen that the unidentified modes start from the mode with higher frequency and higher damping factor.

3.2 Study of Close Modes

There are two kinds of close modes used in this study. The case 1 close modes was constructed by setting all of the five frequencies equal to 30 Hz and changing the values of the five modal damping factors ζ to form 4 different cases. Five ζ 's in each of the four cases are shown in Table 2.

Table 2 Input data for case 1 close modes

case	RNS	F (Hz)	ζ of different modes				
			1	2	3	4	5
1	0.001	30.00	0.00100	0.00500	0.00800	0.01000	0.01500
	0.050						
2	0.001	30.00	0.01000	0.02000	0.03000	0.04000	0.05000
	0.050						
2	0.001	30.00	0.02000	0.04000	0.06000	0.08000	0.10000
	0.050						
2	0.001	30.00	0.10000	0.20000	0.30000	0.40000	0.50000
	0.050						

For each case, three excitation situations, POE at 1, at 1 and 4, and at 1, 2, 3, 4, 5, were considered with RNS=0.001 and 0.05, respectively. The identification results corresponding to RNS=0.001 and 0.05 are given in Fig. 2.

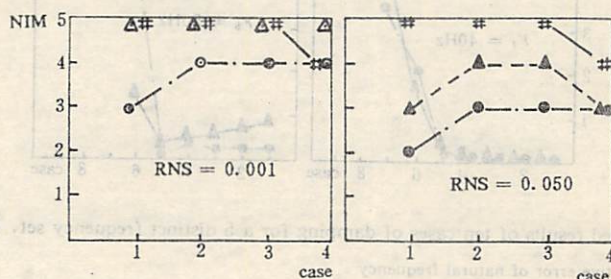


Fig. 2 Identified results of case 1 close modes for RNS=0.001, 0.050

It is obvious that the identification accuracy of the close modes improves and the number of the identified modes increases as the number of exciters increases. For the case of RNS=0.05, identified maximum frequency error for all five close modes in 4 cases is less than 6.6% for POE at 1, 2, 3, 4, 5, but there are one to three modes among the five modes in 4 cases unidentified for POE at 1.

For the case 2 close modes, we keep our basic modal parameter sets except for the frequency and damping of the 4th mode. We change the frequency from 40 Hz to 30.01 Hz, 30.05 Hz and 30.10 Hz, respectively, in order to form 3 cases of close modes at frequency 30 Hz. For each case of the three close modes we change the value of damping factor ζ seven times, so there are totally 21 different situations. The values of the frequency and damping factor in this simulation computation are given in Table 3.

Table 3 Input data for case 2 close modes

$$(F_3=30.000 \text{ Hz}, F_4=F_3+\Delta F, \Delta F=0.010, 0.050, 0.100 \text{ Hz})$$

		each ΔF for each case of ζ													
		7 Cases of													
		1		2		3		4		5		6		7	
RNS		0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05
ζ_3		0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000	0.01000
ζ_4		0.00100	0.00500	0.01000	0.05000	0.10000	0.20000	0.50000							

For each situation, we consider two kinds of POE, POE at 1 and at 1, 2, 3, 4, with RNS=0.001 and 0.05, respectively. The identified results of the close modes, with respect to RNS=0.001, are given in Fig. 3.

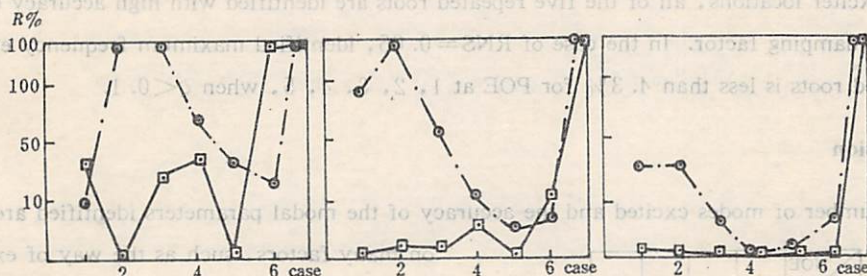


Fig. 3 Identified results of case 2 close modes for RNS=0.001

It is shown that the identification accuracy of close modes, specifically for identification of natural frequency, improves in most cases as the number of exciters increases. The conclusion is similar to the case 1 close modes.

3.3 Study of Repeated Roots

In order to further test the identification capability of the multi-excitation technique, 4 cases of 5 repeated roots are studied. In forming the computer-simulated responses with repeated roots, we set all of the five frequencies equally to 30 Hz and changed the damping factor ζ to form 4 different cases. The values of frequencies and damping factor are shown in Table 4. For each case, three different POE, at 1, at 1, 2 and at 1, 2, 3, 4, 5, respectively, are considered with RNS=0.00 and 0.05. The identified results are shown in Fig. 4, with respect to RNS=0.00 and 0.05, respectively.

Table 4 Input data for 4 case of 5 repeated roots

		case							
		1		2		3		4	
RNS		0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05
$F(\text{Hz})$		30.00		30.00		30.00		30.00	
ζ		0.00100		0.01000		0.10000		0.50000	

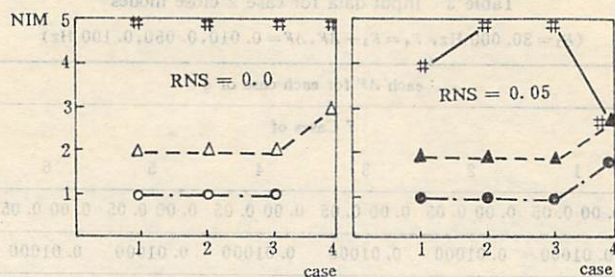


Fig. 4 Identified results of 5 repeated for RNS=0.0, 0.05

In the case of single excitation, only one mode can be identified for most cases; sometimes, no mode was identified at all. In the case of 2 exciter locations, more repeated roots are extracted. In the case of 5 exciter locations, all of the five repeated roots are identified with high accuracy both in frequency and damping factor. In the case of RNS=0.05, identified maximum frequency error for the five repeated roots is less than 4.3% for POE at 1, 2, 3, 4, 5, when $\zeta < 0.1$.

4 Conclusion

The number of modes excited and the accuracy of the modal parameters identified are dependent

NOE \ RNS	1	2	3	4
0	○	△	□	#
0.001	●	△	□	#
0.050	●	▲	□	#

NOE; the number of exciters

NIM; the number of identified modes

on many factors, such as the way of exciting, the position and the number of exciters, etc.

According to our study, it is clear that increasing the number of exciters is effective in improving the accuracy of identification of modal parameters for systems with high modal density, repeated roots or high damping. The more excitation positions we take, the more information we get, the greater the number of modes that can be identified and the

greater the accuracy of the results obtained.

References

- [1] Vold H, Kundrat J, Rocklin G T, and Russell R, "A Multi-Input Modal Estimation Algorithm for Mini-Computers", SAE paper, Number 820194, 1982.
- [2] Vold H, and Rocklin G T, Proceedings of the First International Modal Analysis Conference, Orlando, Florida, September, 1982; 542-548.
- [3] Pappa R S and Ibrahim R., Shock and Vibration Bulletin, 51(1981), Part 3, 43-72.
- [4] Feng W Q, Zhang P Q and Huang T C, Shock and Vibration Bulletin, 55(1985), Part 3, 67-79.

模态参数识别的比较研究

张培强

冯文琴

T. C. Huang

(中国科技大学)

(武汉水运工程学院)

(美国威斯康辛大学)

摘 要

用计算机仿真试验来模拟系统在大阻尼、密集模态以及重根等各种不同情况下的响应历程,并对 500 个例子进行了时间域模拟识别计算,给出了其中 96 例子的识别结果.由结果可见:使用多输入且处理同时得到的所有数据比仅用单输入的识别技术有更强的识别能力和更高的精度.

关键词: 实验模态分析,参数识别,时间域

中图法分类号: O323

在工程实际中,模态分析是研究系统固有特性的重要手段.模态分析的结果可以用于结构的动力设计、结构的振动控制、结构的故障诊断等.模态分析的方法有很多,如实验模态分析、有限元模态分析、系统辨识模态分析等.本文主要介绍系统辨识模态分析中的时间域方法,并对 500 个例子进行了识别计算,给出了其中 96 例子的识别结果.由结果可见:使用多输入且处理同时得到的所有数据比仅用单输入的识别技术有更强的识别能力和更高的精度.

在工程实际中,模态分析是研究系统固有特性的重要手段.模态分析的结果可以用于结构的动力设计、结构的振动控制、结构的故障诊断等.模态分析的方法有很多,如实验模态分析、有限元模态分析、系统辨识模态分析等.本文主要介绍系统辨识模态分析中的时间域方法,并对 500 个例子进行了识别计算,给出了其中 96 例子的识别结果.由结果可见:使用多输入且处理同时得到的所有数据比仅用单输入的识别技术有更强的识别能力和更高的精度.

在工程实际中,模态分析是研究系统固有特性的重要手段.模态分析的结果可以用于结构的动力设计、结构的振动控制、结构的故障诊断等.模态分析的方法有很多,如实验模态分析、有限元模态分析、系统辨识模态分析等.本文主要介绍系统辨识模态分析中的时间域方法,并对 500 个例子进行了识别计算,给出了其中 96 例子的识别结果.由结果可见:使用多输入且处理同时得到的所有数据比仅用单输入的识别技术有更强的识别能力和更高的精度.

在工程实际中,模态分析是研究系统固有特性的重要手段.模态分析的结果可以用于结构的动力设计、结构的振动控制、结构的故障诊断等.模态分析的方法有很多,如实验模态分析、有限元模态分析、系统辨识模态分析等.本文主要介绍系统辨识模态分析中的时间域方法,并对 500 个例子进行了识别计算,给出了其中 96 例子的识别结果.由结果可见:使用多输入且处理同时得到的所有数据比仅用单输入的识别技术有更强的识别能力和更高的精度.

在工程实际中,模态分析是研究系统固有特性的重要手段.模态分析的结果可以用于结构的动力设计、结构的振动控制、结构的故障诊断等.模态分析的方法有很多,如实验模态分析、有限元模态分析、系统辨识模态分析等.本文主要介绍系统辨识模态分析中的时间域方法,并对 500 个例子进行了识别计算,给出了其中 96 例子的识别结果.由结果可见:使用多输入且处理同时得到的所有数据比仅用单输入的识别技术有更强的识别能力和更高的精度.

关于华南推覆构造的商榷

陈江峰 周泰禧 邢凤鸣 徐祥

(中国科学技术大学)

(安徽省地质科学研究所)

K. A. Foland

(美国俄亥俄州州立大学)

摘 要

根据前寒武纪花岗岩以及青白口纪火山岩与上(板)溪群之间的侵入接触关系,确定上溪群形成年龄为中元古代。皖南与赣东北蛇绿岩套的 Sm-Nd 定年结果为约 1.0Ga。因此华南地块于中生代推覆到扬子地块上的模式不符合基本的地质事实。现有资料支持华夏和扬子两地块在晚元古代碰撞拼合的解释。

关键词: 大地构造学, 蛇绿岩, 板溪群, 皖南, 赣东北。

中图分类号: P548

1 引言

中国南部的大地构造是一个长期争论的问题。传统上把位于扬子地块南缘附近的元古界板溪群看作为扬子地块的基底, 华南则为加里东褶皱带。Grabau 于 1928 年首先提出了华夏古陆的概念。水涛^[1]引用了这个概念, 认为华夏和扬子两古陆在晚前寒武纪碰撞。碰撞后江西、湖南、广东和广西的广大地区形成一残余洋盆, 此洋盆由东北向西南逐渐关闭, 最后在广西运动(上、下古生代之间)和东吴运动(上、下二叠世之间)时完全封闭。而近年提出的华南造山带模式, 或“推覆构造模式”^[2]则认为华南是可以与阿伯拉契亚南部相比的造山带, 它由印支运动生成, 印支运动使华南地块和扬子地块之间的洋盆消失, 并认为过去解释为扬子地块基底的板溪群浅变质岩系乃是蛇绿混杂岩, 它于中生代时推覆到扬子地块之上。这一新的观点引起

了国内外地质界的广泛兴趣和热烈讨论。在讨论中一致认为“板溪混杂岩”的年龄和缝合年龄乃是“华南推覆构造”能否成立的关键。现就安徽南部和邻区的地质观察图1和皖南、赣东北蛇绿岩的年龄和地球化特征,提出我们的认识。我们认为现有证据不支持“推覆构造”观点。

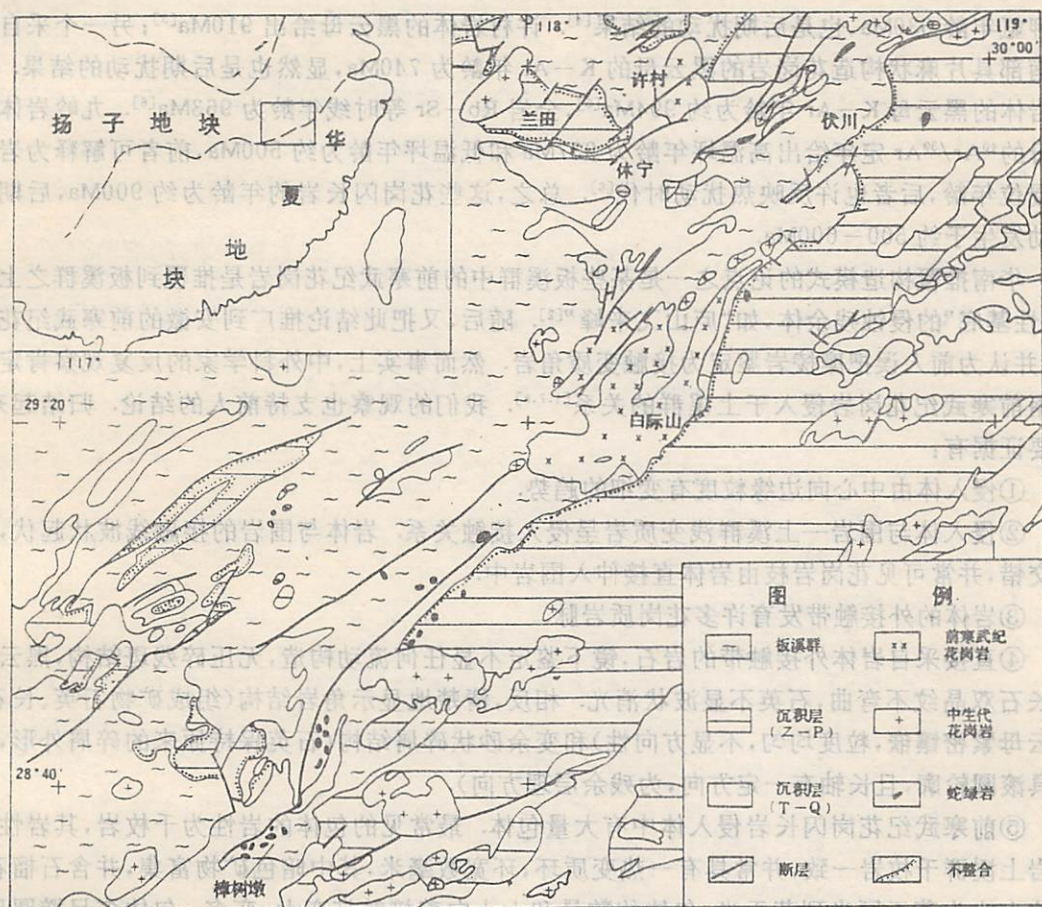


图1 皖南赣东北扬子地块南缘地质简图

2 板溪群的沉积年龄

皖南与板溪群相当的地层称为上溪群,分布在祁门、黟县、休宁、歙县、屯溪一带。上溪群为板岩—千枚岩系,属于杂陆屑复理式建造^[3]。我们虽然经过努力,但没有得到Rb—Sr和Sm—Nd的等时线,其主要原因之一就是沉积时碎屑和胶结物以及全岩之间没有达到同位素平衡,而且后期迭加的地质作用(如动力变质等)也使浅变质岩的同位素记录受到了扰动。尽管如此,已有的地质证据已足以确定皖南上溪群的相对年代。

2.1 板溪群与前寒武纪花岗岩的侵入接触关系

在安徽南部和江西北部上(板)溪群中,有十余个前寒武纪的花岗闪长岩体侵入,如江西

的九岭岩体,皖南的歙县、许村、休宁等以及皖浙边界的莲花山、白际山岩体等。这些岩体中已有许多经过了同位素地质年龄测定。如歙县岩体的两个锆石样品在一致图解上给出上交点年龄约为 930Ma,此年龄可解释为形成年龄。该岩体的全岩 Rb—Sr 等时线年龄为 769 ± 77 Ma。这么大的误差表明 Rb—Sr 同位素体系受过后期扰动,也许是受动力变质影响。该岩体的黑云母钾氩年龄 630Ma,也是后期扰动的结果^[4]。许村岩体的黑云母给出 910Ma^[5];另一个采自岩体南部具片麻状构造花岗岩的黑云母的 K—Ar 年龄为 740Ma,显然也是后期扰动的结果。休宁岩体的黑云母 K—Ar 年龄为约 994Ma^[5],全岩 Rb—Sr 等时线年龄为 963Ma^[6]。九岭岩体黑云母的 $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ 定年给出高温坪年龄为 937Ma 和低温坪年龄为约 500Ma,前者可解释为岩体的侵位年龄,后者也许反映热扰动时代^[6]。总之,这些花岗闪长岩的年龄为约 900Ma,后期热扰动发生于约 500—600Ma。

华南推覆构造模式的论点之一是某些板溪群中的前寒武纪花岗岩是推覆到板溪群之上的“刚性基底”的侵蚀残余体,如“庐山飞来峰”^[2]。随后,又把此结论推广到安徽的前寒武纪花岗岩,并认为前人误把糜棱岩鉴定为接触变质角岩。然而事实上,中外科学家的反复观察肯定了皖南前寒武纪花岗岩侵入于上溪群的关系^[4,7,8]。我们的观察也支持前人的结论。归结起来,主要证据有:

①侵入体由中心向边缘粒度有变细的趋势。

②侵入体与围岩—上溪群浅变质岩呈侵入接触关系。岩体与围岩的接触线波状起伏,犬牙交错,并常可见花岗岩枝由岩体直接伸入围岩中。

③岩体的外接触带发育许多花岗质岩脉。

④直接采自岩体外接触带的岩石,镜下鉴定不显任何流动构造,无压碎残斑结构,黑云母和长石双晶纹不弯曲,石英不显波状消光。相反,清楚地显示角岩结构(组成矿物石英、长石、黑云母紧密镶嵌,粒度均匀,不显方向性)和变余砂状碎屑结构(石英保持原来的碎屑外形,部分具滚圆轮廓,且长轴有一定方向,为残余层理方向)。

⑤前寒武纪花岗闪长岩侵入体中有大量包体。最常见的包体的岩性为千枚岩,其岩性与围岩上溪群千枚岩一致,并常具有一热变质环,环宽数毫米,其中暗色矿物富集,并含石榴石。包体大小为若干厘米到若干米,包体的数量和大小向着接触带变大、变多。包体多呈椭圆形,无定向分布。包裹它们的花岗闪长岩体也不具有明显的片麻状构造。

因此这些前寒武纪花岗闪长岩体侵入于上溪群中的关系是明确的,鉴于此,上溪群至少老于 9 亿年。

此外众多地质证据证明,震旦系沉积岩不整合覆盖在前寒武纪花岗闪长岩体之上^[4,5,7]。因此,“华南推覆构造模式”提出的关于前寒武纪花岗岩体都是飞来峰的论断,至少在皖南地区与地质观察不符。

2.2 板溪群岩层成捕虏体被青白口纪火山岩捕获

皖南青白口系地层由下而上由邓家组和铺岭组组成,前者主要是粗碎屑岩,后者为轻度变质的安山质凝灰岩和安山岩^[3]。

我们多处发现铺岭组火山岩中含有上溪群浅变质岩的包体,包体大小不一,小的几厘米,大的几十厘米,均保持完好的千枚状构造。这种关系显然表明上溪群浅变质岩比青白口系铺岭组老,而且证明这种上下顺序早在青白口纪时已经确立,所以上溪群不可能是中生代才从南

方推覆过来的。此外,这样的关系在兰田盆地中也可以看到,因此,把兰田盆地解释为构造窗也是不妥当的。

初步的同位素年龄测定结果表明,铺岭组年龄为约 936Ma^[9],因此,上溪群的年龄应比它老。

综合以上地质观察,我们认为上溪群地质年龄不是晚前寒武纪到晚古生代,更不是中生代时从华夏地块推过来的^[2],而属于中元古代,是扬子地块的基底。

3 缝合带的构造年龄

华南推覆构造模式^[1]断言华南和扬子地块之间的碰撞缝合发生在中生代,但并没有提供确切的年代资料,只引用了一个蛇绿岩的年代为二迭纪至三迭纪,但没有列出具体数据。事实上该蛇绿岩不是华南与扬子两地块的界线,而是华南和印支地块之间的界线。

为了确定构造缝合年龄,蛇绿岩的年龄测定结果是十分重要的。皖南和赣东北二蛇绿岩带构造侵位于上(板)溪群浅变质岩中。上(板)溪群岩石呈面型分布,而蛇绿岩则集中分布于构造带,因而是缝合带的标志。

皖南的伏川蛇绿岩位于歙县东南,蛇绿岩构造侵位到板溪群变质岩和元古代花岗岩中,走向北东,长约 90km,由变质的方辉橄榄岩、堆晶辉长岩、细碧岩和角闪岩组成。在 AFM 图中,方辉橄榄岩和辉长岩落在堆晶岩区,火山岩则表现出拉斑玄武岩的演化趋势。火山岩的主元素和微量元素丰度与洋中脊玄武岩不同,而与岛弧火山岩相似,如 $K_2O(0.1-3.03\%)$, $Rb(19-118ppm)$, $Th(2-13.3ppm)$ 高, $Cr(24-196ppm)$, K/Rb 比(210-375)低。其它地球化学和微量元素标志也指示伏川的火山岩与岛弧火山岩相似^[10]。

樟树墩蛇绿岩位于弋阳东南,出露于板溪群底部。蛇绿岩由基性、超基性岩、玄武岩和透镜状硅质岩组成。蛇绿岩富集轻稀土。在 AFM 图解中,蛇绿岩套岩石构成拉斑玄武岩演化趋势。在 Pearce 图解中,基性火山岩落在低钾拉斑玄武岩区,因此该蛇绿岩也形成于岛弧环境^[11]。

由来自赣东北茅桥、樟树墩和西湾等三个地点的四块岩石样品的全岩 Sm-Nd 测定得到等时线年龄为 $930 \pm 33Ma$ ^[11]。考虑到不同地点岩石的初始同位素比值可能有微小变化,Chen *et al.*^[12]用一块粗粒辉长岩(AW-351)的全岩和两个单矿物辉石和长石得到矿物等时线年龄为 $1034 \pm 24Ma$,其平均标准权重偏差(MSWD)仅为 0.5,表明等时线质量极好,即表明各样品形成时代相同,有相同的钽同位素初始比值,Sm-Nd 同位素体系自岩石形成以来一直保持封闭。因此,此年龄结果可靠,代表岩石形成年龄。显然,赣东北蛇绿岩岩石形成于约 1.0Ga 以前。

由皖南伏川岩体辉长岩的三个单矿物和一个细碧岩样品构成的 Sm-Nd 等时线得到的年龄为 $1024 \pm 30Ma$ ^[13],但其全岩点显然落在等时线之外,表明钽同位素初始比值的不均一性。Chen *et al.*^[12]用伏川蛇绿岩中粗粒辉长岩的全岩,单矿物辉石和长石得到矿物等时线年龄为约 $935 \pm 10Ma$,其 MSWD 值为 17.4,表明样品具有初始比值不均一性,与周新民等^[13]的观察结果一致。尽管如此,二者测定的结果相近,所以认为伏川蛇绿岩形成年龄为约 1.0Ga 是可信的。

这些年龄代表洋壳形成时代,并不一定直接代表缝合年龄,但为华南和扬子两地块间的缝

合时代提供了重要制约。初始比值(ϵ_{Nd} 为约+4和+2^[12])与洋中脊玄武岩(MORB)很不相同,而与岛弧成因相符。

根据板块构造理论,现代洋壳年龄均不大于2亿年,可以设想晚元古代的板块活动与现代板块活动间没有本质不同。固然,蛇绿岩年龄可能比大陆碰撞时代早,但在我们所讨论的扬子地块和华南地块的情况下,若采用推覆假说,从洋壳生成到大陆碰撞的间隔长达8亿年,很难用现代板场理论解释。因此,我们认为最简洁的解释是,这些蛇绿岩的仰冲标志着古老岛弧向扬子陆块拼贴以及扬子和华夏地块之间的碰撞过程的开始。

4 结束语

综上所述,本文所提出的由地质准则确定的上(板)溪群岩石的沉积年龄以及由Sm-Nd矿物等时线确定的皖南和赣东北蛇绿岩套的同位素年龄,都不支持对中国东南部地质构造进行再解释的“推覆构造模式”^[2]。

近来“推覆构造”模式已经把浙、皖、赣、湘等地区扬子板块和华夏板块碰撞的时代提前到早古生代,认为只有桂西才有三迭纪缝合带^[14]。这样,实测蛇绿岩带年代与假设的碰撞“推覆”时间之间的差距缩小了若干亿年。但仍不能解释本文提到的上(板)溪群的年龄和地质意义以及其它地质证据。

我们并不笼统地否定推覆构造,华夏和扬子地块上都有推覆构造存在。争论的焦点是扬子和华夏两地块是在中生代碰撞推覆,以及上(板)溪群整体是否是一个推覆于扬子沉积盖层之上的“蛇绿混杂岩”。对此,本文引用的和其它证据认为,回答是否定的。

在研究的现阶段,板溪群的年龄尚未最终解决,事实上,已认识到板溪群中可以划分出不同年龄的亚单元。缝合时代也有待于进一步论证。但是,现有的证据有利于扬子和华夏两地块在晚前寒武纪碰撞对接的模型^[15]。归结起来,扬子南缘(皖南、赣东北地区)的蛇绿岩形成于约10亿年前,并伴生同源同期的火山岩(铺岭组,井潭组和浙西北双溪坞群);上(板)溪群年龄为中元古代,前寒武纪花岗闪长岩侵入于其中;前寒武纪侵入体分为两带,位于皖南和赣东北的花岗闪长岩的年龄为约9亿年,而位于此带以南,如皖浙边界的莲花山、白际山岩体等的年龄为约8亿年,由微量元素判据判断,前者形成于岛弧环境,后者形成于板内环境;扬子南缘的中生代花岗岩均为S型花岗岩,同位素证据表明它们可能是相当于上溪群物源区的物质重熔的产物,以及浙江的江山—绍兴断裂的碰撞对接性质^[4]。根据这些证据,我们认为在皖南和赣东北,扬子和华夏两板块的碰撞拼合发生在中—晚元古代,在约8亿年前结束这一过程。

参 考 文 献

- [1] 水涛,中国科学, B 辑, 1987, No. 4, 414-422.
- [2] Hsu K J, Sun shu et al., *Geology*, 16(1988), 418-421.
- [3] 安徽省地质矿产局,安徽省区域地质志,地质出版社,北京,1987.
- [4] 邢凤鸣,徐祥等,岩石学报,1989, No. 4, 34-44.
- [5] 贵阳地球化学研究所,华南花岗岩类的地球化学,科学出版社,北京,1979.
- [6] 胡世玲,刘鸿允等,地质科学,1989, No. 1, 16-25.

- [7] 南京大学地质系, 华南不同时代花岗岩及其与成矿的关系, 江苏科技出版社, 南京, 1989.
- [8] Gupta S, *Geology*, 17(1989), 669-671.
- [9] 江西省地质矿产局, 江西省地质志, 地质出版社, 北京, 1984.
- [10] 邢凤鸣, 岩石矿物学杂志, 9 (1990), No. 1, 1-12.
- [11] 徐备, 乔广生, 南京大学学报, 1989, No. 3, 108-114.
- [12] Chen Jiangfeng, Foland K A, *et al.*, Magmatism along the southeast margin of the Yangtze Block: Implications for the tectonics of south China, *Geology*, in press.
- [13] 周新民, 邹海波等, 科学通报, 1989, No. 16, 1243-1245.
- [14] 许靖华, 地球科学进展, 1989, No. 1, 22-27.
- [15] 邢凤鸣, 陈江峰等, 江南古陆东南缘晚元古代大陆增生史, 地质学报, 待刊.

(State Institute of Geological Sciences)

K. A. Foland

(The Ohio State University, USA)

Abstract

Proterozoic granulites aged about 900 Ma from southern Anhui and northeastern Jiangxi provinces is intruded into Banxi group low grade metamorphic rocks. The Banxi group rocks are found in the Fuling formation (Qingbaikou series) volcanics as xenoliths. Therefore, the Banxi group is older than 900 Ma. Based on the Sm-Nd mineral isochron, it is found that Fuchuan ophiolite from southern Anhui is about 985 Ma old and Zhangshubing ophiolite from northeastern Jiangxi about 1034 Ma old. Proterozoic ophiolite and Banxi rocks cannot be explained by a Mesozoic collision. Geologic observations and Sm-Nd isotopic dates presented in this paper and by others do not support the south China overthrust model. The data offered here favor that the collision between the Yangtze and Cathaysia blocks happened in the late Proterozoic era.

Key words: tectonics, ophiolite, Banxi group, southern Anhui, northeastern Jiangxi.

A Discussion on Mesozoic Overthrust in South China

Chen Jiangfeng Zhou Taixi

(*University of Science and Technology of China*)

Xing Fengming Xu Xiang

(*Anhui Institute of Geological Sciences*)

K. A. Foland

(*The Ohio State University, USA*)

Abstract

Precambrian granodiorite aged about 900 Ma from southern Anhui and northeastern Jiangxi provinces is intruded into Banxi group low grade metamorphic rocks. The Banxi group rocks are found in the Puling formation (Qingbeikou series) volcanics as xenoliths. Therefore, the Banxi group is older than 900 Ma. Based on the Sm-Nd mineral isochron, it is found that Fuchuan ophiolite from southern Anhui is about 935 Ma old and Zhangshudung ophiolite from northeastern Jiangxi about 1034 Ma old. Proterozoic ophiolite and Banxi rocks cannot be explained by a mesozoic collision. Geologic observations and Sm-Nd isotopic dates presented in this paper and by others do not support the south China overthrust model. The data offered here favor that the collision between the Yangtze and Cathaysia blocks happened in the late Proterozoic era.

Key words: tectonics, ophiolite, Banxi group, southern Anhui, northeastern Jiangxi.

新疆地壳的化学成分

黎彤 李峰 满发胜 倪守斌

(地球和空间科学系)

摘要

根据新疆地区的地理学、地质学、地球物理学和地球化学调查资料,详细研究了新疆地区的大陆地壳模型。新疆地区有五个大地构造单元,它们是阿尔泰褶皱系、准噶尔褶皱系、天山褶皱系、塔里木地台和西昆仑褶皱系。在地壳模型和岩石化学资料基础上,计算和研究了新疆地壳的平均化学成分和主要元素丰度。

关键词: 新疆地区, 大陆地壳模型, 平均化学成分, 化学元素丰度。

中图分类号: P591.1

计算新疆地壳的化学成分,包括计算新疆的区域地壳元素丰度值(即新疆克拉克值),是开展新疆大陆地壳化学研究的一项基础工作。查明新疆地壳的化学组成,化学区域,化学结构和化学演化,以及化学元素(尤其是成矿元素)在新疆地壳中的时空分布规律,不但可以为新疆地区的找矿勘探,成矿预测,资源开发,环境调查等工作提供地壳化学背景资料和科学依据,而且还可以为进一步研究新疆的岩石圈化学奠定基础,这是研究新疆板块构造不可缺少的一个重要方面。

新疆土地辽阔,占全国面积的六分之一。它地质条件复杂,矿产资源丰富,是研究我国区域地壳化学的典范地区。我们认为,地壳化学背景和大地化学背景,同大地构造背景一样,都是控制区域成矿规律的基本因素。我国大地构造研究已有多年历史,并已形成具有我国特色的多种学派。然而,我国地壳化学和大地化学研究才刚起步,极需大力加强这方面的研究,才能赶上大地构造方面的水平,并与之并驾齐驱。

新疆大陆地壳化学的研究,应建基于新疆地区的区域地质学、区域地球物理探测和区域地球化学的综合研究上。这方面研究的必要基础资料尚有待进一步积累和系统整理。本文就目

前已的资料,进行初步探讨.借此谈谈我们的初步设想和学术思路.通过交流,共同促进这方面的深入研究.

1 大地构造单元和地壳结构层

1.1 大地构造单元的划分

新疆的大地构造单元,不同的学术观点有不同的划分法,并采用不同的术语.例如,多旋迴学说将新疆大地构造划分为塔里木地台,以及天山、准噶尔、阿尔泰和西昆仑等地槽褶皱系^[1];地洼学说将新疆大地构造划分为北疆地洼区、南疆地洼区和昆仑地槽区^[2].近年来运用板块学说对北疆大地构造进行了新的划分,确定了一些缝合线和俯冲带的存在.但对南疆大地构造的详细划分尚未开始.由于原有资料所限,本文暂采用多旋迴学说的划分法.见图 1 由北往南,新疆的大地构造单元依次为:

1. 阿尔泰褶皱系 为古生代褶皱系,花岗岩很发育,形成巨大的花岗岩带.

2. 准噶尔褶皱系 包括准噶尔拗陷、西准噶尔优地槽褶皱带和东准噶尔优地槽褶皱带.准噶尔拗陷为中、新生代盆地,其中的古尔班通古特沙漠面积达 4.88 万 km².东西准噶尔褶皱带均为古生带形成的褶皱系.超基性岩较发育.

3. 天山褶皱系 包括北天山优地槽褶皱系、天山中间隆起带、南天山冒地槽褶皱系,北天山优地槽褶皱系.吐哈、伊犁山间拗陷和乌鲁木齐山前拗陷.天山褶皱系为塔里木地台北缘的古生代褶皱系.天山中间隆起带有太古代片麻岩出露.南天山有早元古代片岩,北天山有中元古代片岩.沿中天山北缘深断裂南侧是岩浆活动最剧烈的地区,形成中酸性侵入岩带.基性超基性岩主要集中在北天山的北侧,以及南天山的西段.

4. 塔里木地台 以中部隆起、北部台拗和南部台拗为主体.周边有库鲁克塔格断隆,柯坪断隆,铁克里克断隆,以及库车和昆仑山的山前拗陷.地台的基底形成于吕梁期和晋宁期.中生代地台成为大型内陆盆地.塔克拉玛干沙漠面积达到 33.76 万 km².

5. 西昆仑褶皱系 包括北昆仑冒地槽褶皱带、西昆仑中间起隆带和南昆仑褶皱带,中间隆起带的太古一元古界以各种片麻岩和片岩为主.南、北昆仑褶皱带属古生代褶皱系.有许多海西期侵入的花岗岩基.

总起来看,新疆的地势是“三山两盆”,一般的海拔高度为:阿尔泰山脉 3000m,天山山脉 5000m,昆仑山脉 5000m 以上;准噶尔盆地 200~1000m,塔里木盆地 778~1300m^[3].全新疆的平均海拔高度约为 2600m.

表 1 列出新疆各大地构造单元的面积,地壳厚度和体积.统计结果说明,五个构造单元的总面积为 158.6 万 km²,占全国面积的 16.5%;其地壳厚度平均为 48.1km,比中国陆壳的平均厚度(47.2km)厚 0.9km;其地壳体积为 76.4×10⁶km³,为中国陆壳总体积的 16.9%.塔里木地台具有最大的面积和地壳体积.西昆仑褶皱系则具有最大的地壳平均厚度.

表1 新疆各构造单元的地壳体积

构造单元	面积		地壳厚度 km	地壳体积 $\times 10^6 \text{km}^3$
	$\times 10^4 \text{km}^2$	%		
阿尔泰褶皱系	6.4	4	45.8	3.0
准噶尔褶皱系	25.1	16	44.3	11.1
天山褶皱系	50.8	3	46.7	23.7
塔里木地台	63.6	40	47.9	30.8
西昆仑褶皱系	12.7	8	61.2	7.8
新疆合计	158.6	100	48.1*	76.4
中国陆壳	960.0		47.2	451.0
新疆/中国	16.5%		101.9%	16.9%

* 地壳厚度的平均值,用各大地构造单元的面积加权求出。

1.2 地壳结构层的划分

新疆地壳的结构层,根据地球物理资料一般可划分为三层:1)沉积层(是沉积岩和变质岩构造层的简称);2)硅铝层(又称花岗质岩层);3)硅镁层(又称玄武质岩层)。这三层的主要地球物理特征如下^[4]:

	纵波速 km/s	横波速 km/s	压强 kb	岩石密度 g/cm ³
沉积层	4.3~5.2	2.6~2.9	0~4	2.24~2.64
硅铝层	5.3~7.1	3.3~4.0	4~8	2.64~2.82
硅镁层	6.0~8.0	3.7~4.2	8~10	2.91~3.27

新疆地壳平均厚度为 48.1km。其中沉积层厚 11km,硅铝层 23km,硅镁层厚 14.1km。在新疆地壳内,各大地构造单元的三个地壳结构层的厚度分布如表 2 所示。天山槽壳(天山槽壳褶皱地壳的简称)具有最大的沉积层和硅镁层厚度,西昆仑槽壳具有最大的硅铝层厚度。

表2 新疆地壳结构层的厚度分布 (km)

结构层	阿尔泰 槽壳	准噶尔 槽壳	天山 槽壳	塔里木 台壳	西昆仑 槽壳	平均
沉积层	12.3	11.9	12.5	9.3	10.8	11.0
硅铝层	18.6	18.0	18.0	24.7	40.8	23.0
硅镁层	14.9	14.4	15.2	13.9	9.6	14.1
合计	45.8	44.3	46.7	47.9	61.2	48.1

2 各类岩石的分布

实践经验告诉我们,任何一个地区的地壳化学成分或大地化学成分,基本上取决于该地壳内或该大地构造单元内的岩石种类及其分布比例. 同类岩石的化学成分地区性差异,对该地壳或该大地构造单元的平均化学成分只产生不大的,非决定性的影响.

在新疆地区约 160 万 km² 的范围内,火成岩的出露面积约占 11%;其余 89% 为沉积岩和变质岩.

2.1 火成岩

新疆地区出露的火成岩,绝大部分是侵入岩,喷出岩很少. 但在古生代优地槽的地层中,常有各种火山岩夹层. 在侵入岩的出露面积中,花岗岩类占 85.2%. 中酸性岩共占 95.1%,基性和超基性岩只占 4.9%. 详见表 3. 喷出地表的火山岩,主要是基性喷出岩.

表 3 新疆侵入岩的出露面积(km²)

构造单元	花岗岩类	闪长岩类	辉长岩类	橄辉岩类	正长岩类	合计
阿尔泰褶皱系	23220	730	180	110	—	24240
准噶尔褶皱系	13900	930	330	1850	—	17010
天山褶皱系	84350	13360	3010	2470	1420	104610
塔里木地台	6770	770	250	—	150	7940
西昆仑褶皱系	27390	—	280	470	670	28810
合计	155630	15790	4050	4900	2240	182610
面积%	85.2	8.7	2.2	2.7	1.2	100.0

2.2 沉积岩和变质岩

沉积岩是新疆分布最广泛的岩类,它与区域浅变质岩可以归属于下列三类:1)砂岩类,包括各种沉积碎屑岩、硅质岩和石英岩;2)页岩类,包括各种泥质岩以及板岩和千枚岩;3)碳酸盐类,包括各种石灰岩、白云岩和大理岩.

区域深变质岩类以各种片岩和片麻岩为主,此外还有混合岩等.

上述四类岩层在新疆各大地构造单元内的厚度分布如表 4 所示.

表 4 新疆的沉积-变质层厚度分布 (km)

构造单元	砂岩类	页岩类	碳酸盐类	深变质岩类*	合计
阿尔泰褶皱系	4.6	3.3	1.0	3.4	12.3
准噶尔褶皱系	4.7	7.2	—	—	11.9
天山褶皱系	3.5	2.9	3.8	2.3	12.5
塔里木地台	3.1	3.2	3.0	—	9.3
西昆仑褶皱系	2.5	1.3	1.7	5.0	10.8
平均	3.5	3.6	2.6	1.3	11.0
%	31.8	32.7	23.6	11.9	100.0

* 深变质岩类的厚度按出露的最小厚度统计.

3 新疆地壳的质量模型及其化学成分

3.1 基本参数

新疆地壳内各类岩石的平均密度为 2.721g/cm^3 , 由此求得新疆地壳的总质量为 2079Gg , 或接近于 $2.1 \times 10^{17}\text{T}$.

新疆各槽壳和台壳的质量分布如表 5 所示.

表 5 新疆各槽壳和台壳的质量分布

地壳类型	体积 $\times 10^5\text{km}^2$	平均密度 g/cm^3	质量	
			Gg*	%
阿尔泰槽壳	3.0	2.752	81	3.9
准噶尔槽壳	11.1	2.685	298	14.3
天山槽壳	23.7	2.754	653	31.4
西昆仑槽壳	7.8	2.726	213	10.3
槽壳合计	45.6	2.730	1245	59.9
塔里木台壳	30.8	2.708	834	40.1
新疆地壳总计	76.4	2.721	2079	100.0

* $1\text{Gg}(\text{地克 Geogramme}) = 1 \times 10^{20}\text{g} = 10^{14}\text{T}$

表 5 说明, 新疆地壳以槽壳为主, 槽壳和台壳的质量比值为 3 : 2.

新疆地壳各结构层的质量分布列于表 6. 沉积层的平均密度为 2.457g/cm^3 , 硅铝层为 2.708g/cm^3 , 硅镁层为 2.915g/cm^3 .

表 6 新疆地壳各结构层的质量 (Gg)

结构层	阿尔泰 槽壳	准噶尔 槽壳	天山 槽壳	塔里木 台壳	西昆仑 槽壳	合计	
						Gg	%
沉积层	19.9	67.3	161.9	141.8	36.6	427.5	20.6
硅铝层	33.2	125.5	267.1	432.0	140.8	998.6	48.0
硅镁层	27.9	105.2	224.0	260.2	35.6	652.9	31.4
合计	81.0	298.0	653.0	834.0	213.0	2079.0	100.0

表 6 说明, 新疆地壳以硅铝层的质量最大. 上陆壳(含沉积层和硅铝层)与下陆壳(硅镁层)的质量比值为 2.2 : 1.

3.2 地壳模型

根据上述大量统计资料, 可以作出新疆的地壳模型图. 作图时, 各大地构造单元的平均高度和莫霍界面(moho)的平均深度, 均以海平面为准, 以便反映地壳上界的山脉与盆地相间的地势特点, 以及地壳下界的慢隆或慢陷的概貌. (见图 1)

新疆地壳下界莫霍界面的平均深度, 位于海平面下 45.5km 深处. 由于图 1 是以一级构造单元为单位的简化模型, 实际情况较之复杂得多. 例如, 据地震和重力探测资料得知, 塔里木

地台内部的地壳厚度可变薄至 39km, 壳下出现长椭圆形的幔隆区。

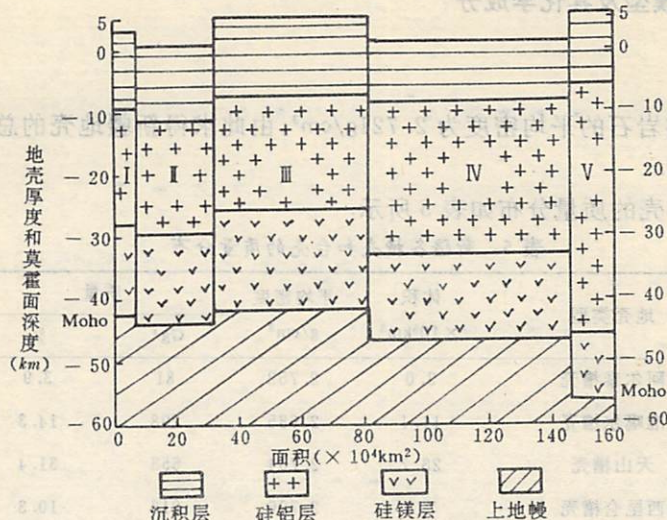


图1 新疆地壳模型

I 阿尔泰槽壳, II 准噶尔槽壳, III 天山槽壳, IV 塔里木台壳, V 西昆仑槽壳

又如, 在每个一级构造单元内, 其质量分配也是不均匀的。例如在天山褶皱系内:

	质量%
北天山优地槽褶皱带	32.06
北山优地槽褶皱带	26.49
南天山冒地槽褶皱带	21.03
吐哈山间拗	9.13
天山中间隆起带	6.04
伊犁山间拗陷	2.95
乌鲁木齐山前拗陷	2.30
合计	100.00

由此可知, 在计算各大地构造单元的地壳平均化学成分时, 逐级运用质量加权平均法的重要性。

3.3 区域地壳化学成分

根据地壳模型和岩石化学资料, 采用区域地壳质量加权平均法, 可求得新疆地壳的平均化学成分。

表7 列出新疆地壳及其区域地壳的平均化学成分, 并附中国陆壳的平均化学成分, 以供对比。表7说明:

(1) 在新疆的槽壳中, 西昆仑槽壳具有最高的 SiO_2 、 Na_2O 和 K_2O 含量; 天山槽壳具有最高的 MgO 和 CaO 含量; 准噶尔槽壳具有最高的 Fe_2O_3 和 FeO 含量。

(2) 槽壳平均值与台壳相比较, 槽壳以 Al_2O_3 、 Fe_2O_3 、 FeO 、 MgO 和 Na_2O 含量较高, CaO 、 CO_2 和 K_2O 含量较低为特征。

(3) 在中国陆壳的化学背景上, 新疆地壳的 SiO_2 、 K_2O 、 P_2O_5 和 H_2O^+ 含量偏低, 而 TiO_2 、 Fe_2O_3 、 FeO 、 MnO 、 MgO 和 CaO 含量偏高。从总体来看, 新疆地壳的平均化学成分是偏基性的。

表7 新疆地壳的平均化学成分 (wt%)

成分	槽壳					塔里木	新疆地壳	中国
	阿尔泰	准噶尔	天山	西昆仑	平均*	台壳	平均*	陆壳 ^①
SiO ₂	55.94	56.07	53.15	48.89	54.97	55.02	54.99	57.77
TiO ₂	1.43	1.48	1.43	0.97	1.36	1.31	1.34	1.10
Al ₂ O ₃	14.40	14.66	13.91	14.80	14.27	14.07	14.19	14.22
Fe ₂ O ₃	3.26	3.50	3.30	2.72	3.25	3.00	3.15	2.90
FeO	5.63	5.67	5.61	4.38	5.42	5.12	5.30	3.92
MnO	0.14	0.14	0.14	0.13	0.14	0.13	0.14	0.10
MgO	4.65	4.41	4.82	3.80	5.55	3.93	4.30	3.57
CaO	6.77	6.56	8.53	6.02	7.53	8.28	7.93	6.04
Na ₂ O	3.26	3.06	3.06	3.42	3.13	3.06	3.10	3.19
K ₂ O	1.96	2.00	1.82	2.38	1.97	2.10	2.02	2.82
P ₂ O ₅	0.27	0.30	0.27	0.22	0.28	0.26	0.27	0.44
CO ₂	0.81	0.50	2.43	1.12	1.65	2.45	1.97	2.02
H ₂ O ⁺	1.25	1.44	1.30	1.01	1.28	1.10	1.21	1.91
总和	99.77	99.79	99.77	99.86	99.80	99.83	99.81	100.00

* 平均值用区域地壳质量加权平均法求出。

① 引自文献[5]

新疆地壳主要元素含量

4 新疆地区的大地化学背景

为了避免深部岩石化学成分(尤其是下陆壳化学成分)的不肯定性,同时为了更便于实际应用,可根据出露岩石的质量比例,求出沉积层或沉积-变质结构层的平均化学成分,作为本地区的大地化学背景。计算结果如表8所示。

从表8可以看出,新疆的大地化学背景具有下列特征:

(1) 在新疆地壳的沉积层中,准噶尔槽壳沉积层的SiO₂、TiO₂、Al₂O₃、Fe₂O₃、P₂O₅和H₂O⁺含量最高;西昆仑槽壳沉积层的FeO、MnO和MgO含量最高;天山槽壳沉积层以含CaO和CO₂最高为特征;阿尔泰槽壳沉积层则以含Na₂O和K₂O最高为特征。

(2) 槽壳沉积层平均值与台壳沉积层相比较,前者以SiO₂、Al₂O₃、FeO、MgO、Na₂O和K₂O含量较高,CaO和CO₂含量较低为特征。

(3) 在新疆地壳自身的化学背景上,其沉积层的CaO、CO₂、K₂O和H₂O⁺含量偏高,而TiO₂、Al₂O₃、FeO、MgO和Na₂O含量偏低。同时,沉积层具有Fe₂O₃>FeO和K₂O>Na₂O的重要特征。无论槽壳或台壳的沉积层均普遍呈现这个特征。但是在新疆地壳的化学成分中,则呈现相反的情况,即FeO>Fe₂O₃和Na₂O>K₂O。

表 8 新疆地壳的沉积平均化学成分 (wt%)

成分	槽壳沉积层					塔里木台 壳沉积层	新疆地壳 沉积层平均*	新疆地壳
	阿尔泰	准噶尔	天山	西昆仑	平均*			
SiO ₂	65.44	66.94	54.05	58.35	57.98	50.04	55.25	54.99
TiO ₂	0.38	0.49	0.39	0.45	0.42	0.36	0.40	1.34
Al ₂ O ₃	12.67	13.64	10.72	11.81	11.58	9.55	10.88	14.19
Fe ₂ O ₃	2.42	3.39	2.57	3.09	2.79	2.49	2.69	3.15
FeO	2.32	2.13	2.24	2.96	2.32	1.60	2.07	5.30
MnO	0.10	0.07	0.10	0.12	0.09	0.08	0.09	0.14
MgO	3.16	1.96	3.85	5.70	3.68	2.23	3.18	4.30
CaO	4.45	3.27	11.59	6.99	8.83	15.96	11.28	7.83
Na ₂ O	2.75	1.85	1.97	2.25	2.05	1.24	1.77	3.10
K ₂ O	2.97	3.25	2.38	2.39	2.59	2.24	2.47	2.02
P ₂ O ₅	0.14	0.25	0.16	0.13	0.17	0.20	0.18	0.27
CO ₂	1.96	0.71	8.51	4.09	5.90	12.32	8.11	1.97
H ₂ O ⁺	1.20	2.01	1.40	1.64	1.54	1.62	1.57	1.21
总和	99.96	99.96	99.93	99.97	99.94	99.93	99.94	99.81

* 平均值用区域地壳沉积层质量加权平均法求出。

5 新疆地壳的主要元素丰度

根据表 7 和表 8 求得的新疆地壳及其沉积层的化学元素丰度列于表 9, 表中附中国陆壳的主要元素丰度值, 以兹比较。

新疆地壳沉积层的主要元素丰度(a 栏), 代表新疆地区的主要元素的大地化学背景。从丰度系数(a/b 栏)可以看出, 在新疆地壳的化学背景上, 沉积层的 Ca、K、C 和 H 是高富集元素; Al、Fe、Mg、Na、Ti、P 和 Mn 为贫化元素。其中以 C 元素的特别富集和 Ti 元素的明显贫化为特征。

新疆地壳的 12 种主要元素丰度值(b 栏), 共占其地壳质量的 53.71%。其余 46.20% 的地壳质量为氧和其它元素所占有。其中氧元素呈二价负离子(O²⁻)存在于硅酸盐和其它含氧盐的化合物中, 约占地壳质量的 45%, 或占地壳体积的 94~95%。因此, 其余几十种微量元素仅占地壳质量的 1% 左右。这些微量元素的丰度值, 应是今后计算和研究的重点对象。尤其是对成矿作用有重要意义的元素和对环境有害的元素, 更应优先进行计算。

从丰度系数(b/c 栏)中可以看出, 在中国陆壳的化学背景上, 新疆地壳的 Fe、Ca、Mg、Ti、和 Mn 为富集元素; K、H 和 P 为贫化元素。其余元素的丰度系数接近于 1, 如 Si、Al、Na 和 C 等。

表9 新疆地壳的主要元素丰度 (ppm)

元素	新疆地壳			丰度系数	
	新疆地壳 沉积层(a)	新疆地壳 (b)	中国陆壳 (c)	a/b	b/c
Si	2.58×10^5	2.57×10^5	2.70×10^5	1.00	0.96
Al	5.8×10^4	7.5×10^4	7.4×10^4	0.77	1.01
Fe	3.5×10^4	6.3×10^4	5.1×10^4	0.56	1.24
Ca	8.1×10^4	5.6×10^4	4.3×10^4	1.45	1.30
Mg	1.9×10^4	2.6×10^4	2.2×10^4	0.73	1.18
Na	1.3×10^4	2.3×10^4	2.4×10^4	0.57	0.96
K	2.1×10^4	1.7×10^4	2.3×10^4	1.24	0.74
Ti	2.4×10^3	8.0×10^3	6.6×10^3	0.30	1.21
C	2.2×10^4	5.4×10^3	5.5×10^3	4.07	0.98
H	1.8×10^3	1.4×10^3	2.1×10^3	1.29	0.67
P	7.9×10^2	1.2×10^3	1.9×10^3	0.66	0.63
Mn	7.0×10^2	1.1×10^3	7.8×10^2	0.64	1.41

最后需要指出的是,本文对新疆地壳化学成分的初步探讨,仅仅是研究新疆大陆地壳化学和大地化学的开端.许多问题尚有待于深入研究.就以化学成分的计算而论,计算结果也只限于主要成分,还未涉及许多微量元素的成分.主要成分的计算结果,由于资料不足,也只能看作是目前的近似值.随着问题的深入研究,以及更多资料的积累和整理,必然会有大量微量元素成分的补充,部分主要成分也可能被修正.这是我们殷切盼望的.

参 考 文 献

- [1] 任纪舜等,中国在地构造及其演化,科学出版社,1985.
- [2] 陈国达等,地洼学说讲义,长沙大地构造研究所,1985.
- [3] 焦北辰等,中国自然地理图集,地图出版社,1984.
- [4] 国家地震局,中国地壳上地幔地球物理探测成果,地震出版社,1986.
- [5] 黎彤,倪守斌,地球和地壳的化学元素丰度,地质出版社,1990.

The Chemical Composition of the Continental Crust in Xinjiang Region, Northwestern China

Li Tong Li Feng Man Fasheng Ni Shoubin

(Department of Earth and Space Sciences)

Abstract

Based on the data from geographical, geological, geophysical and geochemical survey in Xinjiang region, northwestern China, the model of the continental crust in this region is studied in detail. There are five tectonic units in this region, i. e. Altay fold system, Jungar fold system, Tianshan fold system, Tarim Platform, and western Kunlun fold system. With the crustal model and the petrochemical data, the average chemical composition and the abundance of major elements in Xinjiang crust are calculated and explored.

Key words: Xinjiang region, model of continental crust, average chemical composition, abundance of chemical elements

- [1] 新疆维吾尔自治区地质矿产局地质研究所编, 新疆维吾尔自治区地质志, 地质出版社, 1987.
- [2] 新疆维吾尔自治区地质矿产局地质研究所编, 新疆维吾尔自治区地质志, 地质出版社, 1987.
- [3] 新疆维吾尔自治区地质矿产局地质研究所编, 新疆维吾尔自治区地质志, 地质出版社, 1987.
- [4] 新疆维吾尔自治区地质矿产局地质研究所编, 新疆维吾尔自治区地质志, 地质出版社, 1987.

Study on Robot Colour Vision *

Chen Lingli

(Department of Precision Machinery and Precision Instrumentation)

Shen Lansun

(Department of Radio and Electronics)

Wang Yingying Lüongwu Yin Hong

(Department of Precision Machinery and Precision Instrumentation)

Abstract

A new method of colour identification suitable for intelligent robots is proposed in this paper. A colour-identification system based on this is described, in the mean time the preliminary experimental results are presented. In this method, the advanced CCD is adopted, and the integral of the chromatic power spectrum of a coloured body is used. The experimental results are most satisfactory.

Key words: robot colour vision; colour-identification; chromatic power spectrum.

1 Introduction

During the last decade, quick development has taken place in the field of industrial robots and robotics. As one of the most important aspects of advanced robotic technology, robotic vision has been

Received September 13, 1990.

* This project is supported by the National Science Foundation of China.

an active research area which attracts many researchers all over the world. The object of robotic vision is not only to acquire the three-dimensional information of a spacial body, but also to obtain its colour information.

Meanwhile, with the development of modern industry, the colour quality monitoring of the products has played an important role in such industrial fields as textile-printing, paper-making, painting, glass, rubber etc..

Up to now, the existent instruments for colour measurement can be classified in principle as two groups; the spectrophotometers and photoelectric colorimeters. The photoelectric colorimeters work by superimposing filters in front of the receivers. Therefore, the accuracy of the instruments depends upon the matching accuracy of the filters, where it is difficult to make high resolution. Hence, the accuracy and stability of the instruments are not quite favourable. The other type of instruments, the spectrophotometer, measures the spectrum distribution of the measured body and provides the colour parameters through calculations. Because of its high accuracy and stability, it gains many applications. However, it is not a universally suitable and widely acceptable instrument for robotic vision system, for the problem of size, portability, speed etc.. Therefore, it is the objective of the present work to develop a vision system, which can after improvement, quickly and precisely, realize the colour identification and can also acquire the spatial information of the body such as shape, size and position.

2 Principles of the Method

When we talk of colour, generally use the traditional method to determine colour parameters through the calculations of the CIE tristimulus value, which has the shortcomings such as large calculation and low resolution.

Our method is that the surface colour is judged by the spectral power distribution of the measured body.

It is noted that the colour of a body is related to the physical composition of the light.^[1] When a beam of light is incident upon the surface of the body, the spectral composition of the reflective or transmissive light will change. Namely, it depends on the following factors:

The first factor is the spectral composition of the light from the source, which is represented by the relative spectral power distribution $S(\lambda)$.

The second factor is the modulation to the incident light by the body to be measured, which is represented by the modulating function $\varphi(\lambda)$.

Therefore, the spectral composition of the reflective or transmissive light becomes $S(\lambda)\varphi(\lambda)$. If the spectral response characteristic of a receiver is $\beta(\lambda)$, then the light signal received by the receiver is $U(\lambda) = S(\lambda)\varphi(\lambda)\beta(\lambda) = R(\lambda)\varphi(\lambda)$, where $R(\lambda) = S(\lambda)\beta(\lambda)$. Here $R(\lambda)$ and $U(\lambda)$ can be measured, then we can get the values $\varphi(\lambda)$ at all wavelengths. The colour identification can also be realized through the processing the distribution of $\varphi(\lambda)$.

If we pursue further, we are naturally led to the consideration of the chromatic spectrum. In

general, a surface is white when it possesses a high reflection factor at all wavelengths over the spectrum. When the reflection factor at all wavelengths is reduced, the surface appears grey. And when one part of the spectrum is absorbed more than another, the tint of the surface will change. If we measure the spectral quality of the light reflected from different coloured surfaces, we find that red surface reflects highly at the long-wave end, but the reflecting power falls off in the region 600nm and remains small over the rest of the spectrum. A yellow surface usually absorbs heavily at the short-wave end up to about 480nm, but reflects well from 600nm onwards, a green surface reflects maximally between 480nm and 560nm, and absorbs highly at either end of the spectrum; a blue surface reflects well in the short-wave region up to 530nm and absorbs elsewhere. (See Fig. 1.)

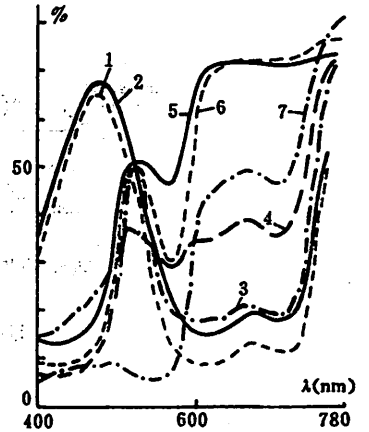


Fig. 1 Chromatic spectrum curve
 1-blue; 2-weak blue; 3-green
 4-yellow-green; 5-yellow
 6-orange-red; 7-red-purple

Fig. 2 shows the CCD's spectral response characteristic curve $R(\lambda)$ measured by our experimental device. It contains the spectral power distribution $S(\lambda)$ of the light source.

Therefore, when the reflection light of a coloured surface is received by CCD, its spectral response characteristic will be $U(\lambda) = \varphi(\lambda)R(\lambda)$. And the average output of the CCD is the integral:

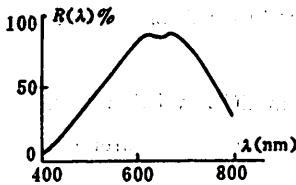


Fig. 2 CCD's spectral response characteristic curve $R(\lambda)$

$$\int_{400}^{780} U(\lambda)d\lambda = \int_{400}^{780} \varphi(\lambda)R(\lambda)d\lambda$$

But the integral and the colourity have very good corresponding relationship. Thus according to this integral, the colour identification is realized. When measuring in a practical situation, we can get the colour information by careful calibration and suitable checks.

Furthermore, CCD has shown many other advantages over other semiconductor candidates, e. g. the high resolution, high dynamic range, and high signal-noise ratio^[2]. All of these show that the new method and device are particularly suitable for intelligent robot.

3. Structure of the Measuring Device

The block diagram of the device is shown in Fig. 3. The device is composed of optical part, electrical part and computer. The light from the source is split into two beams by the beam splitter, one for measurement and the other for compensating the fluctuation of the source by the photocell. When the focused beam is normally incident on the surface of the sample, the reflective light is focused and incident on the CCD. After a signal is received and A/D conversion is completed, the output from

CCD is sent to Apple II microcomputer, and the result is then given after the process.

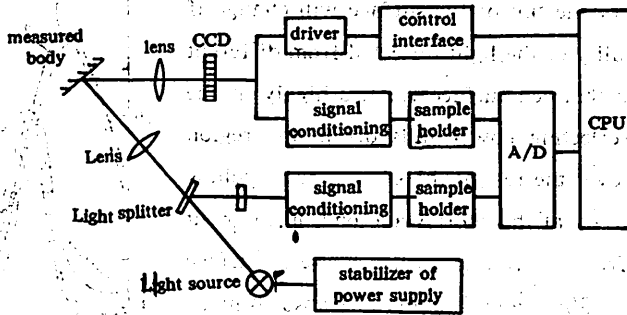


Fig. 3 Structure of the device

Some more illustrations are given as follows:

(a) Optical part: Much attention should be paid to the decrease of background noise, the increase of the dynamic range and the signal-to-noise ratio.

(b) Electrical and interfacing part: The CCD sensor has 2592 sensing elements and is driven by a two-phase clock. The normal driving frequency is 1 MHz. The interface supplies the clock, starting signal and sampling signal for the driving circuit and the signal conditioning circuit. To realize the cycle interval sampling, the starting signal required by CCD should be exactly synchronous with the first sampling signal. [3]

(c) Software part: As mentioned above, the output frequency from CCD is 1MHz. Therefore, high speed data sampling is required. The A/D converter we use can't meet the requirement. Here, we use the method of cycle interval sampling.

4 Measured Results and Discussion

(1) We measured the spectral response curve of the whole device. Here, we only refer the measuring channel, not including the compensating channel. The result is shown in Fig. 2.

(2) We measured thirty four types of chromatic spectrum curves $\varphi(\lambda)$, using spectrometer. And the measured data are made smooth-processing by a micro-computer. Several typical chromatic spectrum curves among them are shown in Fig. 1. The every chromatic spectrum $\varphi(\lambda)$ is separately multiplied by $R(\lambda)$, and the integral of $\varphi(\lambda)R(\lambda)$ is calculated. From the integral, the relationship curve of the colourity and chromatic spectrum integral are obtained. This is shown as the solid line in Fig. 4.

(3) The various colours are measured by our experimental device. The output from CCD is the practically measured integral of $U(\lambda)$. The relationship curve between the practically measured inte-

grals and the colourities is shown as the dashed line in Fig. 4.

From Fig. 4, we see that the practical measurement curve and the theoretical calculation curve are in very good agreement.

From these results, it can be concluded that different colours have different integrals, and according to the corresponding relationship, the coloureds can be identified. Therefore as long as the integral of the whole chromatic power spectrum of the coloured surface is measured, its colour is determined. the measured data of the several typical colours are shown in Table 1.

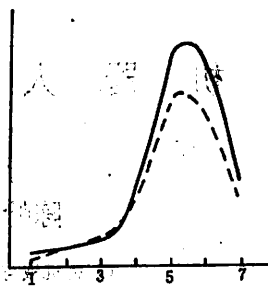


Fig. 4 Comparison between the practically measured curve and the theoretically calculated curve
 —theoretically calculated curve
 --practically measured curve

Table 1: Measured results

sample number	colour	CCD output (V)	calculated value of integral (%)
1	blue	1.8231	18.0314
2	weak blue	1.9493	20.2210
3	green	1.9705	21.3253
4	yellow-green	2.3562	29.3938
5	yellow	3.1949	43.8101
6	orange-red	3.1035	43.6668
7	red-purple	2.1896	27.4648

5 Conclusions

Through practical measuring, it proves that our method is practical. After further improvements, our method can meet requirements for robot colour visual system, and may be applied to the colour quality monitoring and measuring of the chromatic spectrum in many industrial fields, such as textile printing, painting, glass, rubber etc. [4].

References

[1] Wright W D, The Measurement of Colour, London, Hilger & Watts Ltd., 1958:25-179
 [2] Melen R and Buss D, Technology and Applications, IEEE Press, 1976:129-224
 [3] Chen Keming, Journal of Semiconductor Photoelectricity, 5(1984),1-4.
 [4] Hao Hongzhi, Instrument Technique and Sensor, 4(1990),3-5.

线性亏损振动系统的模态分析理论

杨前进 张培强 李川奇

(精密机械与精密仪器系) (近代力学系) (精密机械与精密仪器系)

摘 要

在线性振动系统中系统矩阵不可能对角化的情况下,提出了所谓的线性亏损系统的模态分析理论.引入系统矩阵的概念,对一般线性振动系统给出了系统自由响应、强迫响应和传递函数的显式计算公式,并指出复模态理论是亏损系统模态分析理论的特例.

关键词: 线性振动系统, 亏损系统, 模态分析理论.

中图法分类号: O321

1 引言

对于一个具有一般粘性阻尼, n 阶自由度的线性振动系统, 它的运动方程用状态空间方程可以表达为

$$\{\dot{y}\} = A\{y\} + B\{f(t)\} \quad (1)$$

$$\{x\} = C\{y\} \quad (2)$$

其中 $\{x\}$ 是系统在外部激励力 $\{f(t)\}$ 作用下的位移响应, $\{y\}$ 为引入的状态向量系, 矩阵 A 称为系统矩阵, B 矩阵称为控制矩阵, C 矩阵称为直接传输矩阵. 假设系统矩阵 A 的特征向量矩阵为 Ψ , 则

$$\Psi^{-1}A\Psi = \Lambda \quad (3)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} [\lambda] & \\ & [\lambda^*] \end{bmatrix}, [\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \dots & \\ & & \lambda_n \end{bmatrix}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} [\psi] & [\psi^*] \\ [\psi][\lambda] & [\psi^*][\lambda^*] \end{bmatrix}, [\psi] = [\{\psi_1\}, \{\psi_2\}, \dots, \{\psi_n\}]$$

$\lambda_1, \dots, \lambda_n, \lambda_1^*, \dots, \lambda_n^*$ 是 A 的特征值, $[\psi]$ 称为系统的模态矩阵. 作线性变换, $\{y\} = \Psi\{u\}$, 则方程 (1) 可以写成

$$\{\dot{u}\} = A\{u\} + \Psi^{-1}B\{f(t)\} \quad (4)$$

方程 (4) 实际上是 $2n$ 个一阶微分方程, 也就是说方程实现了解耦, 这样求解系统的响应就变成十分容易的事情.

复模态理论是建立在方程 (3) 的基础上^[1,2], 即矩阵 A 相似于一对角阵. 根据线性代数的知识可知方程 (3) 成立的充要条件是系统矩阵有完备的特征向量系. 但事实上, 并不是所有矩阵都具有完备的特征向量系, 譬如重特征根的出现就有可能使得矩阵没有完备的特征向量系, 这样的矩阵称为特征亏损的矩阵. 对于这样的系统, 复模态理论是不适用了. 我们把这样的系统称之为亏损系统, 即系统矩阵具有非完备特征向量的系统.

关于这种线性亏损振动系统, 国内外涉及的文献为数不多. 文献[3]、[4]引用了拟内积的概念, 对亏损振动系统进行了讨论, 主要对如何判断一个系统是否是亏损进行了研究. 文献[5]、[6]对于这种振动系统引入了所谓的广义模态理论, 根据系统的系统矩阵及其伴随矩阵的广义模态之间的部分双正交关系, 导出亏损系统的传递函数和脉冲响应函数表达式.

本文在 Jordan 形矩阵的基础上, 引入了系统结构矩阵的概念, 定义了亏损系统的模态矩阵和模态参与因子矩阵, 给出系统自由响应和一般激励下的响应的显式计算公式和系统传递函数的表达式, 给出了与复模态理论相对应的亏损系统的模态理论. 并研究了与复模态理论的关系, 指出复模态理论只是亏损系统模态理论的一个特例, 最后用一个算例对所介绍的理论进行了验证.

2 系统矩阵的 Jordan 标准形和结构矩阵

考虑一个亏损的系统, 假设对原有的坐标系作一个线性变换, 即令

$$\{\dot{y}(t)\} = P\{u(t)\} \quad (5)$$

则方程 (1) 变成

$$\{\dot{u}(t)\} = P^{-1}AP\{u(t)\} + P^{-1}B\{f(t)\} \quad (6)$$

如果矩阵 A 有完备的特征向量系, 选择合适的 P 矩阵就可以使得 $P^{-1}AP$ 为一对角阵, 如果 A 没有完备的特征向量系, 但总可以找到合适的矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为一 Jordan 形矩阵^[7,8]

$$P^{-1}AP = A' \quad (7)$$

其中

$$A' = \begin{bmatrix} J_1(\lambda_1) & & & & \\ & \dots & & & \\ & & J_1(\lambda_n) & & \\ & & & \dots & \\ & & & & J_1(\lambda_n^*) \\ & & & & \dots \\ & & & & & J_1(\lambda_1^*) \end{bmatrix}, J_1(\lambda_i) = \begin{bmatrix} \lambda_i & 1 & & & \\ & \lambda_i & 1 & & \\ & & \dots & & \\ & & & \lambda_i & 1 \\ & & & & \lambda_i \end{bmatrix}_{m_i \times m_i}$$

其中★表示复共轭, λ_i 是矩阵 A 的特征值, m_i 是对应于特征值 λ_i 的重数, P 是由矩阵 A 的特征向量和广义特征向量所决定的变换矩阵, A' 矩阵就是矩阵 A 的 Jordan 标准形.

如果令

$$J = \begin{bmatrix} J_1(\lambda_1) - \lambda_1 I & & \\ & \dots & \\ & & J_r(\lambda_r) - \lambda_r I \end{bmatrix} \tag{8}$$

则

$$J' = \begin{bmatrix} J & \\ & J \end{bmatrix}, [\lambda'] = \begin{bmatrix} \lambda_1 I_{m_1 \times m_1} & & \\ & \dots & \\ & & \lambda_r I_{m_r \times m_r} \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} [\lambda'] \\ [\lambda' \star] \end{bmatrix}$$

这时

$$A' = A' + J' \tag{9}$$

其中 A' 是一个对角阵, J' 是 Jordan 标准形矩阵与一个对角阵 A' 的差矩阵, 也即, J' 反映了一个亏损系统和一个非亏损系统区别. 同时从方程(9)可以看出 J' 矩阵和矩阵 A' 一起决定了系统矩阵的 Jordan 标准形, 因此我们称矩阵 J 为系统的结构矩阵. 很明显, 对于一个非亏损的系统, 有

$$J = 0 \tag{10}$$

3 一般线性亏损振动系统的自由响应

在方程(1)中, 令 $\{f(t)\} = 0$, 考虑系统的自由响应. 方程(1)可写成

$$\{\dot{y}\} = A\{y\} \tag{11}$$

作线性变换

$$\{y\} = P\{u(t)\} \tag{12}$$

代入(11)式可得

$$\{\dot{u}(t)\} = P^{-1}AP\{u(t)\} = A'\{u(t)\} \tag{13}$$

令

$$\{u(t)\} = \begin{bmatrix} \{u_1(t)\}_{m_1 \times 1} \\ \dots \\ \{u_r(t)\}_{m_r \times 1} \\ \dots \\ \{u_{2l}(t)\}_{m_l \times 1} \end{bmatrix}$$

代入方程(13)式可得

$$\begin{bmatrix} \{ \dot{u}_1(t) \}_{m_1 \times 1} \\ \dots \\ \{ \dot{u}_i(t) \}_{m_i \times 1} \\ \{ \dot{u}_{i+1}(t) \}_{m_{i+1} \times 1} \\ \dots \\ \{ \dot{u}_{2l}(t) \}_{m_{2l} \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1(\lambda_1) \{ u_1(t) \}_{m_1 \times 1} \\ \dots \\ J_i(\lambda_i) \{ u_i(t) \}_{m_i \times 1} \\ \dots \\ J_i(\lambda_i^*) \{ u_{i+1}(t) \}_{m_{i+1} \times 1} \\ \dots \\ J_l(\lambda_l^*) \{ u_{2l}(t) \}_{m_{2l} \times 1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

即

$$\{ \dot{u}_i(t) \} = J_i(\lambda_i) \{ u_i(t) \} \quad (15)$$

$$\{ \dot{u}_{i+1}(t) \} = J_i(\lambda_i^*) \{ u_{i+1}(t) \} \quad (16)$$

$i = 1, 2, \dots, l$

从上两式可以看出, Jordan 标准形的引入, 使得方程获得了部分解耦. 由此可解得

$$\{ u_i \} = \begin{bmatrix} u_i^1 \\ u_i^2 \\ \dots \\ u_i^{m_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_i t} & te^{\lambda_i t} & \frac{t^2}{2} e^{\lambda_i t} & \dots & \frac{t^{m_i-1}}{(m_i-1)!} e^{\lambda_i t} \\ & e^{\lambda_i t} & te^{\lambda_i t} & \dots & \frac{t^{m_i-2}}{(m_i-2)!} e^{\lambda_i t} \\ & & \dots & \dots & \dots \\ & & & \dots & \dots \\ & & & & e^{\lambda_i t} \end{bmatrix} \{ u_i(0) \} \quad (17)$$

其中 $\{ u_i(0) \}$ 是初始条件. 令

$$R_i(t) = \begin{bmatrix} e^{\lambda_i t} & te^{\lambda_i t} & \frac{t^2}{2} e^{\lambda_i t} & \dots & \frac{t^{m_i-1}}{(m_i-1)!} e^{\lambda_i t} \\ & e^{\lambda_i t} & te^{\lambda_i t} & \dots & \frac{t^{m_i-2}}{(m_i-2)!} e^{\lambda_i t} \\ & & \dots & \dots & \dots \\ & & & \dots & \dots \\ & & & & e^{\lambda_i t} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_1 & & & & \\ & \dots & & & \\ & & R_i & & \\ & & & \dots & \\ & & & & R_i \end{bmatrix}$$

则可得

$$\{ u(t) \} = R \{ u(0) \} \quad (18)$$

考虑(12)式, 则得

$$\{ y(t) \} = PRP^{-1} \{ y(0) \} = Pe^{A't} P^{-1} \{ y(0) \} + \sum_{r=2}^n PJ^{r-1} \frac{t^{r-1}}{(r-1)!} e^{A't} P^{-1} \{ y(0) \} \quad (19)$$

其中

$$m = \max(m_i), i = 1, 2, \dots, l$$

参数 m 也是由系统的 Jordan 标准形所唯一确定的. 考虑到方程(2), 系统的自由响应则可写

$$\{ x(t) \} = CPe^{A't} P^{-1} \begin{bmatrix} \{ x(0) \} \\ \{ \dot{x}(0) \} \end{bmatrix} + C \sum_{r=2}^n PJ^{r-1} \frac{t^{r-1}}{(r-1)!} e^{A't} P^{-1} \begin{bmatrix} \{ x(0) \} \\ \{ \dot{x}(0) \} \end{bmatrix} \quad (20)$$

如果将矩阵 P 写成下述块矩阵形式:

$$(20) \quad P = \begin{bmatrix} [\psi] & [\psi^*] \\ [\psi] & [\psi^*] \end{bmatrix}$$

其中 $[\psi] = [\{\psi_1\}, \{\psi_2\}, \dots, \{\psi_n\}]$ 是由系统的特征向量和广义特征向量所决定的 $n \times n$ 矩阵. 与复模态理论一样, 我们称 $[\psi]$ 为系统的模态矩阵, 但不同的是, 对于亏损系统, 模态矩阵是由系统矩阵的特征向量和广义特征向量所决定的. 令

$$(21) \quad P \begin{bmatrix} \{u(0)\} \\ \{u^*(0)\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{x(0)\} \\ \{\dot{x}(0)\} \end{bmatrix}$$

则方程(20)可以写成

$$\{x(t)\} = 2\text{Re}([\psi]e^{[A']t}\{u(0)\}) + 2 \sum_{r=2}^n \text{Re} \left(\frac{t^{r-1}}{(r-1)!} [\psi] J^{r-1} e^{[A']t} \{u(0)\} \right) \quad (21)$$

如果系统可以完全解耦, 则 $J=0$, 这时方程(20)可写成

$$(22) \quad \{x(t)\} = C P e^{A't} P^{-1} \begin{bmatrix} \{x(0)\} \\ \{\dot{x}(0)\} \end{bmatrix}$$

并可证明

$$[\varphi] = [\psi], [\varphi'] = [\psi][\lambda], [\lambda'] = [\lambda]$$

这时系统的自由响应可以写成

$$(23) \quad \{x(t)\} = 2\text{Re}([\varphi]e^{[\lambda']t}\{u(0)\})$$

这就退化为复模态理论中系统自由响应的表达式. 从这里可看出(23)式实际就是(21)式的一个特例.

4 亏损振动系统的传递函数矩阵及其在一般激励下的响应

当 $\{f(t)\}$ 不等于零, 假设 P 是使系统矩阵相似于 Jordan 标准形的变换矩阵, 考虑到方程(12), 则(1)式变成

$$(24) \quad \{\dot{u}(t)\} = A' \{u(t)\} + P^{-1} B \{f(t)\}$$

令

$$B' = P^{-1} B$$

则上述方程可写成

$$(25) \quad \{\dot{u}(t)\} = A' \{u(t)\} + B' \{f(t)\}$$

这是一个得到部分解耦的微分方程组. 假设系统的初始条件为零, 则在方程两边作 Laplace 变换可得

$$(26) \quad s\{U(s)\} = A' \{U(s)\} + B' \{F(s)\}$$

其中 $\{U(s)\}$, $\{F(s)\}$ 分别是 $\{u(t)\}$ 和 $\{f(t)\}$ 的 Laplace 变换. 对(26)式进行运算, 得

$$(27) \quad \{U(s)\} = [sI - A']^{-1} B' \{F(s)\}$$

因为

$$(28) \quad \{x(t)\} = C \{y(t)\}, \{y(t)\} = P \{u(t)\}$$

所以

$$\{X(s)\} = C\{Y(s)\}, \{Y(s)\} = P\{U(s)\}$$

代入(27)式,可得

$$\{X(s)\} = CP[sI - A']^{-1}B' \{F(s)\} \tag{28}$$

设系统的传递函数矩阵为 $H(s)$, 则由定义可得

$$H(s) = CP[sI - A']^{-1}B' \tag{29}$$

式中的 $[sI - A']^{-1}$ 可写成

$$[sI - A']^{-1} = \begin{bmatrix} (sI - J_1(\lambda_1))^{-1} & & \\ & \dots & \\ & & (sI - J_l(\lambda_l^*))^{-1} \end{bmatrix} \tag{30}$$

根据 Jordan 矩阵性质,可得

$$(sI - J_i(\lambda_i))^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s - \lambda_i)} & & & & \\ & (-1) \frac{1}{(s - \lambda_i)^2} & & & \\ & & \dots & & \\ & & & (-1)^{m_i-1} \frac{1}{(s - \lambda_i)^{m_i}} & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & \dots & \\ & & & & & & \frac{1}{(s - \lambda_i)} \end{bmatrix} \tag{31}$$

将(31)式代入(30)式,可得

$$H(s) = \sum_{i=1}^m CPJ^{i-1}(-1)^{i-1}[sI - A']^{-1}B' \tag{32}$$

$$= CP[sI - A']^{-1}B' + \sum_{i=2}^m CPJ^{i-1}(-1)^{i-1}[sI - A']^{-1}B'$$

令

$$B' = \begin{bmatrix} L \\ L^* \end{bmatrix} \tag{33}$$

其中

$$L = [\{l_1\}^T, \dots, \{l_m\}^T]^T$$

则方程(32)可以写成

$$H(s) = [\phi][sI - [\lambda]]^{-1}L + [\phi^*][sI - [\lambda^*]]^{-1}L^*$$

$$+ \sum_{i=2}^m ([\phi]J^{i-1}[sI - [\lambda]]^{-1}L + [\phi^*]J^{i-1}(-1)^{i-1}[sI - [\lambda^*]]^{-1}L^*) \tag{34}$$

当系统是完全解耦的系统时,则 $J=0$, 方程(32)可以写成

$$H(s) = CP[sI - A']^{-1}B' \tag{35}$$

这时

$$[\phi] = [\phi], [\phi^*] = [\phi], [\lambda] = [\lambda], [\lambda^*] = [\lambda]$$

因此可得

$$H(s) = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\{\phi_i\}\{l_i\}^T}{(s - \lambda_i)} + \frac{\{\phi_i^*\}\{l_i^*\}^T}{(s - \lambda_i^*)} \right) \tag{36}$$

这就退化为复模态理论的一般线性系统的传递函数. 类似复模态理论, 我们也称方程(33)中的 L 为亏损振动系统的模态参与因子矩阵. 比较方程(36)和方程(34)可知: 亏损振动系统不光取决于系统的特征值, 模态矩阵和模态参与因子矩阵, 而且还取决于系统的结构矩阵. 将(32)式代入(28)式可得

$$\{X(s)\} = \sum_{r=1}^n CPJ^{r-1}(-1)^{r-1}[sI - A']^{-r}B'\{F(s)\} \quad (37)$$

对(37)式进行逆 Laplace 变换, 得

$$\begin{aligned} \{x(t)\} &= CP \int_0^t e^{A't} B' \{f(t-\zeta)\} d\zeta + \sum_{r=2}^n CPJ^{r-1}(-1)^{r-1} \int_0^t \frac{t^{r-1} e^{A't}}{(r-1)!} B' \{f(t-\zeta)\} d\zeta \\ &= 2\text{Re}([\varphi] \int_0^t e^{[A]t} L \{f(t-\zeta)\} d\zeta \\ &\quad + 2\text{Re}([\varphi] \sum_{r=2}^n J^{r-1}(-1)^{r-1} \int_0^t \frac{t^{r-1} e^{[A]t}}{(r-1)!} L \{f(t-\zeta)\} d\zeta \end{aligned} \quad (38)$$

方程(38)就是系统在任意激励 $f(t)$ 下的响应. 考虑系统的初始条件时, 则根据(21)和(38)两式可得系统的完整解是

$$\begin{aligned} \{x(t)\} &= 2\text{Re}([\varphi] e^{[A]t} \{u(0)\}) + 2\text{Re} \left(\sum_{r=2}^n \frac{t^{r-1}}{(r-1)!} [\varphi] J^{r-1} e^{[A]t} \{u(0)\} \right) \\ &\quad + 2\text{Re}([\varphi] \int_0^t e^{[A]t} L \{f(t-\zeta)\} d\zeta) \\ &\quad + 2\text{Re}([\varphi] \sum_{r=2}^n J^{r-1}(-1)^{r-1} \int_0^t \frac{t^{r-1} e^{[A]t}}{(r-1)!} L \{f(t-\zeta)\} d\zeta) \end{aligned} \quad (39)$$

同理, 当系统是完全解耦时, $J=0$, 方程(39)可以写成

$$\{x(t)\} = 2\text{Re}([\varphi] e^{[A]t} \{u(0)\}) + 2\text{Re}([\varphi] \int_0^t e^{[A]t} L \{f(t-\zeta)\} d\zeta) \quad (40)$$

这就得到与复模态理论一致的结论.

5 计算示例

为验证本文给出的公式的正确性, 我们利用文献[4]给出的如下振动系统进行验证.

下面给定的系统矩阵为 $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -3 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$. 计算可知 $\lambda_{1,2} = -6 \pm j\sqrt{14}$ 都是系统的两重根, 并都是亏损的特征值, 还可以计算出下述变换矩阵使得系统矩阵相似于 Jordan 形

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{-2+j\sqrt{14}}{6} & \frac{-11+j19\sqrt{14}}{150} & \frac{-2-j\sqrt{14}}{6} & \frac{-11+j19\sqrt{14}}{150} \\ -6+j\sqrt{14} & -5+j\sqrt{14} & -6-j\sqrt{14} & -5-j\sqrt{14} \\ \frac{-1-j4\sqrt{14}}{3} & \frac{-5-j2\sqrt{14}}{3} & \frac{-1+j4\sqrt{14}}{3} & \frac{-5+j2\sqrt{14}}{3} \end{bmatrix}$$

假设系统的初始条件为 $x_1(0) = 0.5, x_2(0) = -1.0, \dot{x}_1(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0$, 利用方程(20)我们可

得系统的自由响应是

$$\begin{aligned} \{x(t)\} &= CPe^{N'}P^{-1} \begin{bmatrix} \{x(0)\} \\ \{x(0)\} \end{bmatrix} + CPJ' te^{N'}P^{-1} \begin{bmatrix} \{x(0)\} \\ \{x(0)\} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -9.3214 + j3.4935 & 9.8214 - j1.6705 & -9.3214 - j3.4935 & 9.8214 + j1.6705 \\ -0.9286 + j6.9775 & -0.0714 - j4.7773 & -0.9286 - j6.9775 & -0.0714 + j4.7773 \\ 42.8571 - j55.8385 & -42.8571 + j45.1003 & 42.8571 + j55.8385 & -42.8571 - j45.1003 \\ -20.5357 - j45.3390 & 20.5357 + j21.7150 & -20.5357 + j45.3390 & 20.5357 - j21.7150 \end{bmatrix} \\ &\quad + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{(-6+j\sqrt{14})t} & e^{(-6+j\sqrt{14})t} & e^{(-6-j\sqrt{14})t} & e^{(-6-j\sqrt{14})t} \\ 0 & 9.8214 - j1.6704 & 0 & 9.8214 + j1.6704 \\ 0 & 2.2321 - j6.6815 & 0 & 2.2321 + j6.6815 \\ 0 & -52.6786 + j46.7707 & 0 & -52.6786 - j46.7707 \\ 0 & 11.6071 + j48.4411 & 0 & 11.6071 + j48.4411 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{x(0)\} \\ \{x(0)\} \\ \{x(0)\} \\ \{x(0)\} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

同时我们采用 Adms 预测一校正数值积分法^[9]直接利用系统的运动方程对此系统的自由响应进行模拟, 下图分别是两种方法计算结果的比较. 图(a)是 $x_1(t)$, 图(b)是 $x_2(t)$. 曲线 1 是利用上式计算出的结果, 曲线 2 是利用直接数值积分计算出的结果, 由于两种方法得到的结果完全一样, 误差只有 0.01%, 为了更清楚地比较, 曲线 2 做了一向下的平移, 从图中知两种计算结果完全一致.

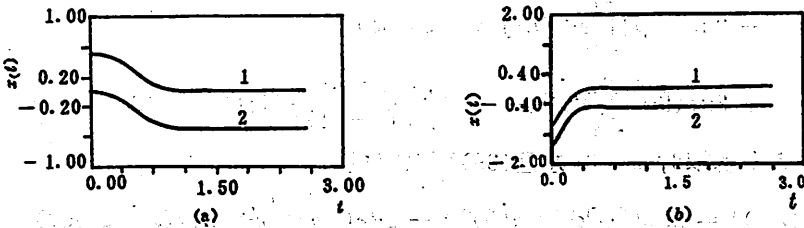


图 1 亏损系统的自由响应

6 结论

本文给出了所谓线性亏损振动系统(系统矩阵不可能对角化的系统)的模态理论, 给出了系统的自由响应、传递函数和任意激励下响应的显式表达式. 从文中可看出系统的动态特性不光取决于系统的模态矩阵、模态参数与因子矩阵和特征值, 还取决于系统的结构矩阵, 复模态理论只是亏损系统模态理论的特例.

参 考 文 献

- [1] 倪金福、张阿舟, 振动与冲击, 1984, 第1期, 15-23.
- [2] L. 米罗维奇, 陈幼明等译, 结构动力学计算方法, 国防工业出版社, 1987, 34-58.
- [3] 陈振藩, 南京航空学院学报, 1985, 第4期, 11-22.
- [4] 陈振藩, 振动工程学报, 1(1988), No. 4, 92-96.
- [5] 时国勤, 诸德超, 力学学报, 21(1988), No. 2, 183-192.
- [6] 时国勤, 线性结构振动亏损系统的动力分析理论与实验, 博士论文, 北京航空学院, 1987, 19-33.
- [7] 谢邦杰, 线性代数, 人民教育出版社, 1978, 241-251.
- [8] 李代高, 矩阵理论及其应用, 重庆大学出版社, 1988, 29-49.
- [9] 邓建中, 计算方法, 西安交通大学出版社, 1985, 279-288.

Modal Theory of Linear Defective Vibration System

Yang Qianjin

Zhang Peiqiang

(Dept. of Prec. Mach. and Instrum.)

(Dept. of Mod. Mech.)

Li Chuanqi

(Dept. of Prec. Mach. and Instrum.)

Abstract

The modal theory is presented for the vibration system whose system matrix can not be transformed to a diagonal matrix, namely the linear defective system. The Jordan matrix is introduced in the vibration analysis, and upon this, the free response, the forced response and the transfer function of the system are presented. The complex modal theory is pointed out as the special case, and the relation is shown clearly. To check the correctness of the theory, a two degrees of freedom vibration system is studied, and the free responses of the system are calculated by the modal theory. The results show a good agreement with the those obtained by direct numerical integration.

Key words: linear vibration system, defective system, modal theory.

蒸发管内气液两相流动的数值计算

霍 然 范维澄

(工程热物理系)

摘 要

双流体模型是最近提出的一种计算两相流的方法,在分别求解两相各自的控制方程时考虑了相间的动量、能量和质量输运。本文使用这一模型并借助大型计算机程序(凤凰程序)对蒸发管内气液两相流进行了计算,得到的结果物理上合理。

关键词: 两相流,蒸发管,数值研究,双流体模型。

中图法分类号: O359.1

1 引言

蒸发管内气液两相流动及其传热在工程实际中有着广泛应用。了解蒸发管内压力、气液两相的体积分数和速度的分布及变化规律,对于分析设备的性能有着重要意义^[1]。

流体力学的基本方程组适用于两相流动,但是比单相流动情况复杂得多。这是由于在两相流中,需要分别对每一相列出它们各自的守恒方程,从而使方程数目增加一倍;还由于两相间存在相互作用,从而使方程耦合更加复杂^[2,3]。随着单相流动数学模拟和计算方法的发展,现在已发展了一些直接对两相流动进行数学模拟的方法,英国斯波尔汀教授提出的双流体模型^[4]便是其中较好的一种。本文使用这种模型,借大型通用计算机程序—PHOENICS(凤凰)程序^[5]计算了蒸发管内气液两相流动。

2 蒸发管内的流动状况与计算假设

蒸发管有垂直放置和水平放置两种基本形式,其区别在于流体流动方向与重力方向是否一致。液体在管道内受热蒸发后,气液两相会沿流动方向出现不同的流动形式。对垂直蒸发

管而言,当温度低于当场压力下的饱和温度 t_s 的单相液体自下而上流入时,液体先被逐渐加热到 t_s ,进而在此温度附近开始沸腾.随着含气量的增大,管内依次出现泡状流、弹状流、环状流、雾状流,最后液相全部消失,成为单相气体流动.由于流动方向与重力方向平行.流体参数在管内分布对称.对水平蒸发管而言,当相同的液体从一端流入并发生气化后,则会由于重力影响而使两相沿管道横截面的分布不对称,上部含气量较大,下部含液量较大.且随着总含气量的增加,管道上壁可出现间或与气相间或与液相接触的状况.含气量进一步增大,出现气液分层流动.

现分别三种情形进行讨论:

- ① 忽略重力和壁面摩擦影响,这是一种理想情形,计算目的在于突出双流体模型的特点;
- ② 管道垂直放置,液体由下向上流,考虑重力和壁面摩擦的影响;
- ③ 管道水平放置,考虑重力和壁面摩擦的影响.

为了便于比较,三种情形都按二维通道流处理, x 为主流方向, y 为横截面方向, z 取单位长度,在计算中不考虑.饱和温度的液体从一端匀速流入.管道前 $1/4$ 部分不加热,而后部按一定速率通过壁面向液体供应热量系,从而导致部分液体蒸发.

3 数学描述

本文采用的双流体模型基于以下几点:

- ① 认为在同一时刻同一空间位置处,两种流体共存,它们共存的定量关系用体积分数表示.设两相的体积分数分别为 R_1 和 R_2 ,其和始终为1,即

$$R_1 + R_2 = 1 \quad (1)$$

- ② 认为两种流体具有互相穿透式的连续性,例如认为在任意时间内,第 i 相物质穿过任一微元体表面的质量流量可表示为 $R_i \rho_i V_i A_i$ 式中, R_i 、 ρ_i 和 V_i 分别为第 i 相物质的体积分数、密度及速度矢量系, A 为所考虑的微元体的面积元,具有法线方向.

- ③ 认为两相物质之间存在动量、能量和质量的相互作用,而且这种作用发生在微元体内部,需要用一定的关系式处理这种相间作用.

- ④ 整个流场可看成两种流体各自运动及其相互作用的综合体现.

进一步假设蒸发管流动为不可压缩的稳定流动,液相和气相承受相同的压力.令气相为第一相,液相为第二相,可写出以下微分方程.

对于气体,

$$\frac{\partial}{\partial x}(R_1 \rho_1 u_1) + \frac{\partial}{\partial y}(R_1 \rho_1 v_1) = \dot{m} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(R_1 \rho_1 u_1^2) + \frac{\partial}{\partial y}(R_1 \rho_1 u_1 v_1) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial y}\right) \\ = -R_1 \frac{\partial P}{\partial x} - F_w - G_{1z} - F_{12z} + \dot{m} |u_1 - u_2| \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(R_1 \rho_1 u_1 v_1) + \frac{\partial}{\partial y}(R_1 \rho_1 v_1^2) = -R_1 \frac{\partial P}{\partial y} - G_{1y} - F_{12y} + \dot{m}|v_1 - v_2| \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(R_1 \rho_1 u_1 h_1) + \frac{\partial}{\partial y}(R_1 \rho_1 v_1 h_1) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu_1}{Pr(h_1)} \frac{\partial h_1}{\partial y}\right) = J_c + \dot{m}|h_1 - h_2| \quad (5)$$

对于液体,

$$\frac{\partial}{\partial x}(R_2 \rho_2 u_2^2) + \frac{\partial}{\partial y}(R_2 \rho_2 v_2^2) = -\dot{m} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(R_2 \rho_2 u_2 v_2) + \frac{\partial}{\partial y}(R_2 \rho_2 u_2 v_2) - \frac{\partial}{\partial y}(\mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial y}) = -R_2 \frac{\partial P}{\partial x} - F_{w2} - G_{2x} - G_{2y} + F_{12x} - \dot{m}|u_1 - u_2| \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(R_2 \rho_2 u_2 v_2^2) + \frac{\partial}{\partial y}(R_2 \rho_2 v_2^3) = -R_2 \frac{\partial P}{\partial x} - G_{2y} - G_{2x} + F_{12x} - \dot{m}|v_1 - v_2| \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(R_2 \rho_2 u_2 h_2) + \frac{\partial}{\partial y}(R_2 \rho_2 v_2 h_2) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu_2}{Pr(h_2)} \frac{\partial h_2}{\partial y}\right) = R_2 \dot{H} - J_c - \dot{m}|h_1 - h_2| \quad (9)$$

式中, P 为管内压力, \dot{m} 为相间传质速率. ρ_i, h_i, u_i, v_i 和 R_i 分别为相应相的密度、焓、轴向速度、横向速度和体积分, 为了简化书写, 讨论中有时用 φ_i 一般性地代表这些变量, 于是 $\dot{m}|\varphi_1 - \varphi_2|$ 表示相间传质所引起的两相的动量或焓的变化. μ_i 和 $Pr_i(h_i)$ 分别表示相应相的粘性系数和普朗特数. F_{12} 和 J_c 分别为相间摩擦力和传热速率, G_i 为流体受到的重力, F_w 为流体与壁面间的摩擦阻力, \dot{H} 为外界对液体的加热速率, 它们都作为适当的源项加到微分方程中.

研究两相间作用的重要问题是构造合理的相间输运参数. 目前尚不清楚此参数的具体形式, 但一些研究表明, 它与两相的体积分及密度有关^[4]. 于是可设相间作用力遵循下述简化公式:

$$F_{12x} = c_1 R_1 R_2 \rho_2 (u_2 - u_1) \quad (10a)$$

$$F_{12y} = c_1 R_1 R_2 \rho_2 (v_2 - v_1) \quad (10b)$$

式中, c_1 为经验常数, F_{12} 表示单位容积内第一相对第二相的作用力.

相间传热由各相向相界面的传热速率确定, 可类似地写为

$$J_{ci} = C_{2i} R_1 R_2 \rho_2 (h_i - h_{i,s}) \quad (11)$$

式中, C_{2i} 为第 i 相对相界面的传热系数比, 亦为经验常数. $h_{i,s}$ 为第 i 相的饱和焓值, 在相界面各相都保持其饱和焓值.

相间传质速率由相界面的热平衡导出, 即

$$\dot{m} = (J_{c1} + J_{c2}) / (h_{1,s} - h_{2,s}) \quad (12)$$

式中的分母表示液体的蒸发潜热.

在液体气化过程中, 从泡状流到环状流阶段都是液体与壁面接触, 故假设外部热量全部加给液体, 并设加热速度 \dot{H} 不变, 取为 5×10^2 (J/kg · s). 壁面摩擦力 F_w 与第 i 相的速度平方及接触面积成比例, 程序中将其表示为流动雷诺数和体积分数的函数. 重力影响 G_i 按具体情形确定. 第一种情形不考虑重力影响, 因而各 G_i 项都为零; 对于垂直蒸发管, $G_{i,z} = -R_i \rho_i g$, 只加在 z 负方向; 对于水平蒸发管 $G_{i,y} = -R_i \rho_i g$, 只加在 y 负方向.

为了简化计算, 对物性参数作如下假定: 气液两相的密度都为常数, 分别为 1.0 和 1000.0 (kg/m³), 两相在饱和状态下的焓值不随压力变化, 分别为 2.5×10^6 和 4.0×10^5 (J/kg), 两相的有效粘性系数取为 1.0×10^{-5} (kg/m · s), 能量方程普朗特数为 1.0. 计算的管长为 1.0m, 边

长为 0.01m, 液体以 0.01m/s 的速度流入, 故质量流率为 $10.0\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$. 由于压力绝对值对计算没有影响, 这里将管道出口压力参考值置为零. 计算区域划分为 20×10 个网格.

根据给定的边界条件和源项, 求解八个微分方程, 并考虑方程(1), 可以得到管道内压力及两相的速度、体积分数和焓的分布.

4 结果与讨论

从管道的轴、横向两个方面讨论. 进行轴向讨论时, 对于情形①和②使用管道中心线处的数值, 对于情形③使用最靠近顶壁与底壁的两排网格内的数值. 进行横截面方向讨论时选了四个截面, 它们分别位于管道入口算起的第 3、7、10 和 16 列网格处.

4.1 忽略重力与壁面摩擦的情形

图 1 表示这种情形下若干变量沿管长的分布. 一般认为, 沿管长的压降可分为壁面摩擦压降、重力压降和加速压降三部分^[1]. 由此情形的假设, 前两种压降为零. 在管道前部的未加热区没有相变, 液体匀速流过, 压力 P 不变化. 液体进入加热区后, 相变开始, 随着含气量的增大, 全部流体所占的体积将大大增加. 由质量守恒可知, 流体的流速必将加快, 这体现为存在一定的加速压降. 由图可见 P 从加热区开始逐渐降到出口参考值.

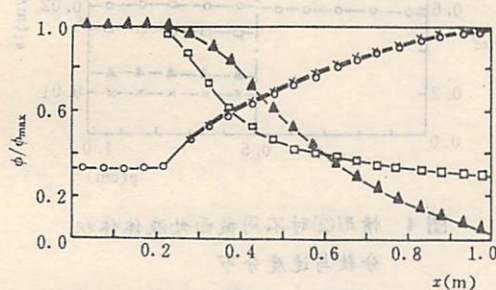


图 1 情形①时若干参数沿管长的分布

▲ P , □ R_2 , × u_1 , ○ u_2

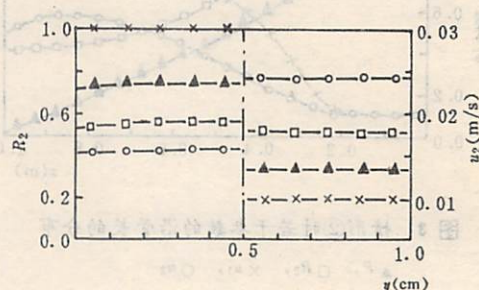


图 2 情形①时不同横截面处液体体积分数与速度分布

× 截面 1, ▲ 截面 2, □ 截面 3, ○ 截面 4

刚流入的单相液体的体积分率 R_2 为 1, 在未加热区内保持不变. 由于假设外界热量只加给液体, 故在液体含量较大的区域进入的热量较多, 而这又会导致相变速率较大. 它表现在加热区前段, 液体体积分率 R_2 急剧下降. 随着流体向后流动, R_2 的变化逐渐变缓.

流体速度变化亦是从加热区前段开始的. 与相变较快相对应, 该段流体速度增加较快. 气体的密度比液体的密度小得多, 在相同的压力下气体加速应更快些. 计算反映出在同一位置气体速度 u_1 比液体速度 u_2 大, 但两者之差很小. 这反映了相间摩擦力的作用效果.

图 2 给出了液体的体积分率 R_2 及速度 u_2 的横向分布, 由于分布对称, 它们都只画了一半, 并分别画在图中的左右两侧. 图中 2 位于加热区前段, 其近壁处的 R_2 要比中部小, 说明该处的相变剧烈, 含气量增加快. 随着向下流发展, 气体不断向中部扩散, 又使 R_2 沿横向的分布渐

渐均匀了,到截面 4 时, R_2 只在近壁处略低,在其它部分已基本相同. 液体速度 u_2 的数值表明,在加热区近壁处速度比中部稍大,画成曲线时几乎看不出差别,从而显得都象直线. 这些应是忽略重力与壁面摩擦的结果.

4.2 垂直蒸发管情形

由于考虑了重力和壁面摩擦的影响,流体参数的分布发生了一些变化,下面侧重讨论这些新变化.

图 3 表示此情形下若干变量沿管长的分布. 在未加热区为单相液体,其流动时要克服重力和壁面摩擦影响,管内压力 P 呈线性降低. 进入加热区后出现相变,加速压降也开始发挥作用. 可看出在加热区前段 P 的减小略快. 不过曲线弯曲并不大,表明加速压降的影响与重力压降和壁面摩擦阻压降相比小得多.

此情形下,重力方向与流动方向相反. 在重力影响下,密度小的气体要比密度大的液体加速得快. 可见在加热区前段,两者速度差迅速加大. 但速度差的加大又将使相间摩擦力增大,其结果是限制了气体加速而促进了液体加速,使它们之差逐渐趋于定值,即两条速度曲线逐渐平行. 在接近出口的几列网格内,速度变化出现异常,应与最后一列网格的压力设置有关.

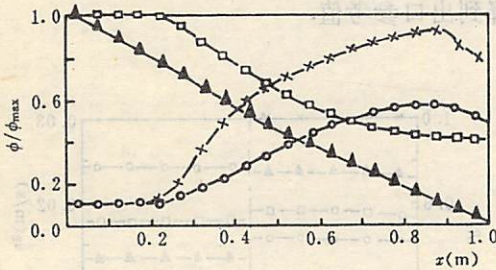


图 3 情形②时若干参数的沿管长的分布

▲ P , □ R_2 , × u_1 , ○ u_2

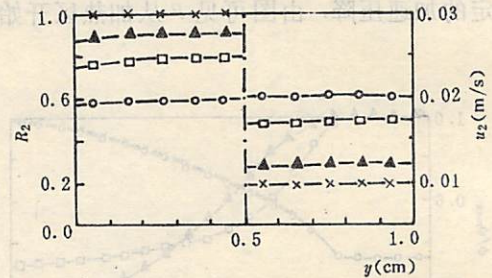


图 4 情形②时不同截面处液体体积分数与速度分布

× 截面 1, ▲ 截面 2, □ 截面 3, ○ 截面 4

图 4 的两侧分别表示液体的体积分数 R_2 和速度 u_2 沿横截面方向的分布. R_2 的分布与情形 1 类似,不过后三个截面处的数值比情形 1 的下相应截面处的值大些,这是此情形下液体流速变慢造成的. u_2 的分布也有一些不同. 在截面 2 中,靠近壁面的第 2、3 个网格内的速度较大,第 1 个网格内与管道中部的速度都较低. 前者显然是壁面摩擦影响的结果. 不过速度低得不明显,表明网格较粗能反映出边界层内的速度分布. 后者则反映出壁面附近的相变剧烈,在重力影响下,该处流体加速比中部快些. 随着向下游流动,气体逐渐向中部扩散,使后两个截面处液体分数逐渐均匀. 于是除近壁第一个网格内的速度稍低外,其它部分的液体速度又基本相等. 应当指出,气液两相在垂直蒸发管内流动时,气体趋中现象明显,到一定阶段,管道中部会聚成大气泡,使局部空间内气液两相不共存,本计算不能反映这种情况.

4.3 水平蒸发管情形

图 5 为此情形下压力 P 和液相体积分数 R_2 沿管长的分布,空心符号表示靠近顶壁处的值,实心符号表示靠近底壁处的值. 在未加热区存在壁面摩擦力,顶部压力 P_t 略有降低,下部

压力 P_0 未见变化, 进入加热区后, P_1 很快就减小了, 而 P_0 则在管道的后 1/4 部分才发生变化, 反映管道上下层含液量不同。

管道顶部与底部的液体体积分数分别用 R_{2t} 和 R_{2b} 表示, 可注意到在未加热区, R_{2t} 的值由入口值突然降到 0.75 左右, 这种特殊现象正是蒸发管水平放置的结果, 液体是进入加热区后才发生气化的, 但在与流动方向垂直的重力影响下, 密度小得多的气体会急剧上浮, 它不仅流向下游, 还可流向上游, 从而造成管道顶部含液量变小。

图 6 为气相体积分数 R_1 沿横截面的分布, 截面 1 位于未加热区, 在顶部 R_1 有一定大小, 但在顶壁下方的第二个网格内 R_1 便接近零, 表明此截面含气量不大且仅集中在顶部, 截面 2 上部 R_1 的变化仍较大, 在管道中心线以下 R_1 仍接近零, 截面 4 的上部已经主要为气体, 但其底部的 R_1 仍不到 0.1。这些进一步反映了水平蒸发管内气液上下分布不均匀的特点。

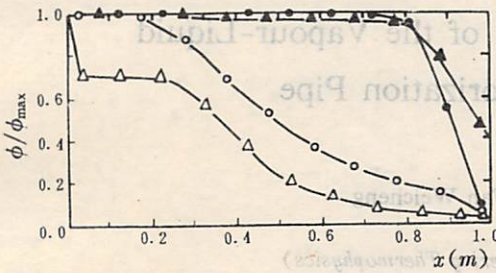


图 5 情形③时压力与液体体积分数沿管长的分布
○ P_1 , △ P_0 , □ R_{2t} , ◆ R_{2b}

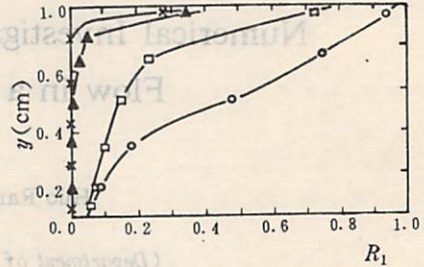


图 6 情形③时不同横截面上气体体积分数分布
▽ 截面 1, ▲ 截面 2, □ 截面 3, ○ 截面 4

本计算中把管道出口截面的压力相同地置为零, 这种简化对参数的分布具有不利影响, 尤其对水平蒸发管影响更甚。水平蒸发管内上下层间存在明显的压力差, 管道出口截面的压力理应与其一致, 否则在迭代计算时它会影响其上游的流动状况。计算结果反映出, 在截面 4 以前参数变化很有规律, 在其以后有的参数出现异常变化。此外反映两相间相互作用的系数选取不尽合理也可能是造成参数异常变化的原因。

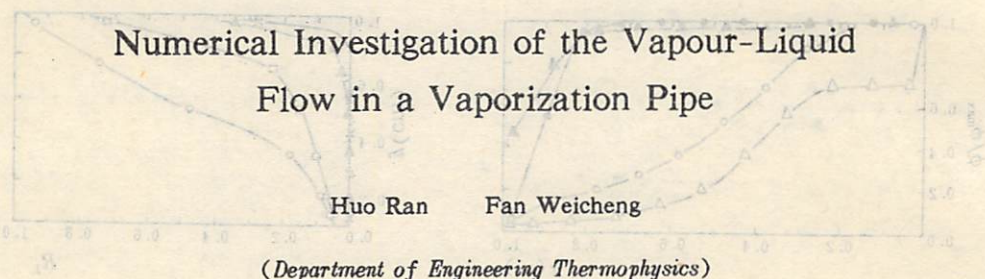
5 结论

(1) 本文运用双流体模型, 借助凤凰程序计算了蒸发管内气液两相流动, 结果与物理真实性相符; 在对两相流的研究中, 通用计算机程序—凤凰程序显示出适应性强、调整容易等优点, 是进行流体流动数值研究的有力工具。

(2) 双流体模型还处在发展阶段, 反映两相间相互作用的关系式虽已显示出一定的合理性, 但它们基本上是人们构想的, 还有待于进一步完善。本计算中采用一些简化对计算结果存在不利影响, 需要引入新模型来加以改进。

参 考 文 献

- [1] 陈之航、曹柏林、赵在三, 气液双相流动和传热, 机械工业出版社, 北京, 1983: 8-11.
- [2] 王应时、范维澄、周力行、徐旭常, 燃烧过程的数值计算, 科学出版社, 北京, 1986: 267-282.
- [3] 范维澄、陈义良、洪茂玲, 计算燃烧学, 安徽科学技术出版社, 合肥, 1984: 159-168.
- [4] Spalding D B, Markatos N C, Computer Simulation of Multi-Phase Flows, CFDU, Imperial College UK, 1983: 36-50.
- [5] Roston H I, Spalding D B, PHOENICS—Beginner's Guide, User Manual, CHAM, TR/100, London, UK, 1986: 5-14.



The two-fluid model is a new method proposed recently to calculate the two-phase flow problem. In solving the governing equations of each phase, it also considers the momentum, energy and mass transmission between the two phases. The objective of this work is by using this model to calculate the vapour-liquid flow through a heated pipe. The result seems physically reasonable. This shows that the two-fluid model is a potential way for analysing two-phase flow, but some of its assumptions have not yet been verified, and need improving in accordance with experiments.

Key words: two-phase flow, vaporization pipe, numerical study, two-fluid model.

求解凝固相变热传导问题的 简便方法——热阻法

陈则韶

(工程热物理系)

摘 要

求解相变热传导问题的简易法——热阻法,具有一阶精度。在热阻法求解中作了热流集中于相变界面释放的假定。举例求解了一维半无限体和圆柱体的凝固问题。

关键词: 热传导,凝固,热阻法。

中图法分类号: TK124

1 前言

在自然界和工程界,液—固相变热传导的问题很多,例如冻土、冻冰、蓄冷、储热,金属铸造、食品冷冻、相变换热器的设计等。在这些问题中,确定液—固界面移动和物体对外界的热交换规律是重要的。由于这类伴随有相变的热传导问题是非线性的,仅极简单的,如 Neumann-Stefan 问题有精解外^[1],其他问题大都用数值解和近似解^[2,3,4,5]。这些方法几乎都依赖于温度场的确定,(除非显热不计),因为仍然繁杂,难于方便地为工程界使用。本文建立的方法不依赖于温度场的精确求解,只须依据稳态的温度分布,即能比较精确地直接计算界面移动和热流释放的规律。这种方法把移动边界归结为热阻改变,由热阻把热流、界面、时间等各参数联系起来,所以叫热阻法。

2 凝固传热问题与热阻法

凝固相变传热问题是移动界面的非稳态问题,它有下列特点:

- ① 液一固界面温度不变,即界面处的温度等于熔点 t_m 。
 ② 界面移动速度与温度扩散基本达到稳定的速度相比是缓慢的。
 ③ 在界面处有较大的凝固相变潜热放出。
 ④ 绝大多数凝固问题,在液体开始冻结时,液体都几乎被充分冷却了,初始温度接近于熔点。对于不十分厚或冷冻速率不过分大的情况均适用。

⑤ 冷却过程中,在固相区维持有一定温度梯度的温度场,以便把凝固界面处凝固时释放的热流传出,因此凝固了的固体温度将不断降低,并放出显热,显热值一般比潜热小。

根据以上的特点,在求解凝固传热问题时假定:在凝固过程中,物体的凝固相变潜热和显热是集中于液一固界面处传出的。于是,可以借用热阻法求解凝固传热问题。热阻法是从付立叶导热定律演变来的,它相似于电路中的欧姆定律,直接把热流 q 、热阻 R 与边界之间的温差 Δt 联系起来,数学式表示为

$$q = \Delta t / R \quad (1)$$

实际上,热阻法只能求解稳态传热问题,或者说明没有热容影响的传热问题。凝固传热问题当作显热忽略不计的假定时,可以应用这种方法。忽略显热的准稳态法^[5],其缺点是只有零阶精度。本文把显热归结到从界面处释放的假定之后,也就可以应用热阻法近似求解有热容影响的非稳态问题,只是式(1)的 q 是经常变动的,要处处按下式计算:

$$q = q_s + q_g + q_l \quad (\text{W/m}^2) \quad (2)$$

式中热流 q 用热流密度表示是为了解题方便。 q_s 为界面释放的潜热流密度, q_g 为固相区释放的显热流密度, q_l 为液相区释放的显热流密度。

式(1)中的热阻 R 也采用单位面积的比热阻表示,它为固相层所具有的热阻,随固相层增厚而加大,随固相层的导热系数增大而减小。

为了说明这种方法的具体解题步骤和解题精度,现举两个例子,并求它们的解。

3 半无限体凝固问题 (Neumann-stefan 问题)

初始温度 t_0 的半无限体,突然被冷却,其表面温度维持于 t_c , t_m 为凝固点,物理模型见图 1,若 $t_0 = t_m$,即为静水冻冰问题;若只讨论 $x = 0 \sim L$ 之间的凝固,则为一维平板问题。座标取垂直于表面指向物体内部为 x 轴正向,零点设在表面处。问题的数学描述和精解可参考文献[1]。

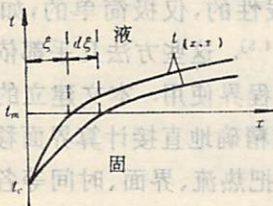


图 1 半无限体凝固模型

用热阻法求解该问题。设物体的比热为 C , 导热系数为 λ , 密度为 ρ , 热扩散率为 a , 温度为 t , 界面位置为 ξ , 时间为 τ , 相变潜热 h_f , 脚标 s 和 l 分别表示属于固相和液相区的相应物理量。写出方程式(1)中的各项具体表达式。

$$\Delta t = t_m - t_c \quad (3)$$

$$R = \xi / \lambda \quad (4)$$

q 按式(2)展开,其中

$$q_s = \rho h_f \cdot d\xi/d\tau \quad (5)$$

$$q_s = -\rho_s C_p \bar{\theta}(\tau) d\xi/d\tau \quad (6)$$

式中的负号是因为过余温度 θ 取熔点 t_m 为基准的原因, $\bar{\theta}(\tau)$ 为在 τ 时刻固相区的平均温度, 并认为这平均温度在 $d\tau$ 时间内不变. θ 定义式为

$$\theta = t - t_m \quad (7)$$

固相区在 τ 时刻的温度分布, 可以用固相区内的准稳态温度分布求出. 即把固液界面的位置在 $d\tau$ 时间内看作相对不变. 于是, 固相区视作在 $x=0$ 处, $t(0, \tau) = t_c$, 即 $\theta(0, \tau) = t_c - t_m$; 在 $x = \xi$, $t(\xi, \tau) = t_m$, 即 $\theta(\xi, \tau) = 0$. 两恒定温度的边界条件决定了在一维平板中的温度分布为线性, 并有

$$\theta = (t_c - t_m) + \frac{(t_m - t_c)}{\xi} x \quad (8)$$

于是有

$$\bar{\theta}(\tau) = \frac{1}{\xi} \int_0^\xi \theta dx = -(t_m - t_c)/2 \quad (9)$$

把 $\bar{\theta}(\tau)$ 值代入式(6)得

$$q_s = \rho_s C_p \Delta t d\xi/2d\tau \quad (10)$$

由式(9)或式(10)可以看出, 在 τ 至 $\tau + d\tau$ 在时间内, 固相区释放的显热相当于固液界面层移动的薄层在温度下降了熔点与边界温度之差 $(t_m - t_c)$ 的一半时所释放的焓值, 简称作半焓降. q_l 为液相项的热流密度, 在初始阶段相当大, 它相当于有初始温度为 t_0 的半无限体与温度为 t_m 的冷源相接触的热流密度, 文献[1]中可以找到类似情况

$$q_l = \lambda_l (t_0 - t_m) / \sqrt{\pi a_l \tau} \quad (11)$$

由于有 $\xi = \beta \sqrt{\tau}$ 的关系, 所以有

$$1/\sqrt{\tau} = 2d\xi/(\beta d\tau) \quad (12)$$

把式(12)代入式(11), 并 $\lambda_l = \rho_l C_p a_l$ 得

$$q_l = 2\sqrt{a_l} \rho_l C_p (t_0 - t_m) d\xi/(\sqrt{\pi} \beta d\tau) \quad (13)$$

把以上结果代入方程(1)得

$$\frac{qR}{\Delta t} = [\rho_l h_f + \rho_s C_p \Delta t/2 + 2\sqrt{a_l} \rho_l C_p (t_0 - t_m)/(\sqrt{\pi} \beta)] \xi d\xi/\lambda_s \Delta t d\tau = 1 \quad (14)$$

分离变量并积得

$$\xi = \beta \tau$$

$$\beta = \left[\frac{2\lambda_s \Delta t}{\rho_s h_f} \left/ \left(1 + \frac{\rho_s C_p \Delta t}{2\rho_l h_f} + \frac{2\sqrt{a_l} C_p (t_0 - t_m)}{\sqrt{\pi} \beta h_f} \right) \right. \right]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

在各个物性确定之后, β 经几次叠代即可算出. 当 $t_0 = t_m$ 后, 液体显热项的影响不存在, 即为净水结冰问题, 上述解完全与文献[1]的精解的一阶精度解相同. 一阶精度是指精解作级数展开时取到的一阶项. 式(15)、(16)清楚地揭示了各因素对凝固界面移动的影响, 式(16)中分母的第2、3项分别表示固相显热和液相显热的影响, 它们都是阻缓界面的移动. 对于有限平板来说, 在发生相变之前, t_0 已十分接近于 t_m , 因此可以不考虑液相变显热项的影响.

4 圆柱状物体凝固问题

相变换热器多为圆管状,本例以简易的方法了解它的相变换热规律. 设有半径为 r_0 , 长度为 l 的圆柱状液体, 初始温度 $t_0 = t_m$, 两端绝热, 侧面突然受到温度为 t_c 的流体冷却, 流体与物体表面的对流换热系数为 h , 物理模型见图 2. 定义无量纲参量:

$$x = r/r_0 \quad s = \zeta/r_0, \quad F_0 = a_s \tau / r_0^2, \quad \text{Bi} = hr_0/\lambda_s,$$

$$T = (t - t_m)/(t_m - t_c), \quad \text{St} = C_p(t_m - t_c)/h_f.$$

则本问题的数学描述为:

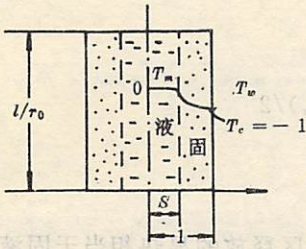


图 2 圆柱体凝固模型

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial F_0} &= \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial T}{\partial x}, & (s < x < 1) & \quad (a) \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= -\text{Bi}(T + 1), & (x = 1) & \quad (b) \\ T &= 0, & (x = s) & \quad (c) \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= k_p ds / (\text{St} \cdot dF_0), & (x = s) & \quad (d) \\ T &= 0, & (F_0 = 0) & \quad (e) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

本问题为变截面积移动边界问题, 并有奇点, 一般的数学处理方法将遇到许多麻烦. 本文用热阻法进行求解, 解题步骤如同上节.

为了把式(1)的各项进行无量纲化, 补充定义作为参比用的基准单位热阻 R_0 和基准热流密度 q_0 ,

$$R_0 = \ln 2 / (2\pi l \lambda_s) \quad (18)$$

$$q_0 = \Delta t / R_0 = 2\pi l \lambda_s (t_m - t_c) / \ln 2 \quad (19)$$

R_0 相当于固液界面 $\zeta = r_0/2$ 处长度为 l 的固相层热阻, 当然它可以选用其他厚度层的热阻, 这并不影响最终计算的结果, 但只是这种选法, R_0 接近于平均热阻而 q_0 接近于平均热流而已.

式(1)的 $\Delta t = t_m - t_c$, 无量化为

$$\Delta T = 1 \quad (20)$$

固相热阻

$$R = [\ln(r_0/\zeta) / (2\pi l \lambda_s) + 1 / (2\pi r_0 l h)] \quad (21)$$

无量纲热阻为

$$R = R/R_0 = (1 - \text{Bi} \ln s) / (\text{Bi} \ln 2) \quad (s > 0) \quad (22)$$

式(2)中各热流项分别导出

$$\tilde{q}_a = -2\pi l \rho_l h_f \zeta d\zeta / d\tau \quad (23)$$

注意到负号是由于 $d\zeta/d\tau$ 是逆坐标方向移动而产生的, 无量纲的潜热流式为

$$\hat{q}_a = q_a/q_0 = -\ln 2 \cdot k_p \cdot s \cdot ds / (\text{St} \cdot dF_0) \quad (24)$$

固相区显热流 q_s 也可以看作是在 τ 至 $\tau + d\tau$ 的时间内, 界面从 s 移动到 $s - ds$ 位置时, 移动层 ds 从温度 t_m 隐到 τ 时刻固相层平均温度 \bar{t}_s 时释放的显热. 参照式(6)并注意到圆环薄层体积的表示后,

$$q_s = 2\pi\rho C_p \bar{\theta}_{(r)} \xi d\zeta / d\tau \quad (25)$$

无量纲化为

$$\hat{q}_s = q_s / q_0 = \ln 2 \cdot \bar{T}_r s ds / dF_0 \quad (26)$$

$$\text{式中 } \bar{T}_r = \bar{\theta}_{(r)} / (t_m - t_e) = (\bar{t} - t_m) / (t_m - t_e) \quad (27)$$

也可定义为

$$\bar{T}_{(r)} = \frac{1}{(1-s^2)} \int_s^1 T_{(r,x)} x dx \quad (28)$$

式中的温度 $T_{(r)}$ 由圆筒状固相层的准稳态温度分布求得. 设

$$T = a + b \ln x \quad (x > 0) \quad (29)$$

由边界条件, 即式(17)中的(b)和(c)项定出 $x=1$ 处的边界温度为

$$T_w = \text{Bi} \ln s / (1 - \text{Bi} \ln s) \quad (s > 0) \quad (30)$$

于是, T_r 可表为

$$T_{(r,x)} = T_w (1 - \ln x / \ln s) \quad (s > 0, x \geq s) \quad (31)$$

把上式代入式(28)得

$$\bar{T}_{(r)} = \frac{T_w}{2} \left[\frac{1}{1-s^2} + \frac{1}{2 \ln s} \right] \quad (s > 0) \quad (32)$$

式(32)右边的括号项可以用近似表示为 $(1 - 0.5s)$ 于是 $\bar{T}_{(r)}$ 近似表示为

$$\bar{T}_{(r)}^* = \frac{T_w}{2} [1 - 0.5s] \quad (33)$$

$\bar{T}_{(r)}$ 与 $\bar{T}_{(r)}^*$ 的对应值见表 1.

表 1 $T_{(r)}$ 与 $T_{(r)}^*$ 的对比

s	1	0.99	0.9	0.7	0.5	0.3	0.1	0.0001
$\bar{T}_{(r)} / (T_w/2)$	0	0.50	0.52	0.56	0.61	0.68	0.79	0.95
$T_{(r)}^* / (T_w/2)$	0	0.50	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.0

把式(33)的 $\bar{T}_{(r)}^*$ 作为式(26)中的 $T_{(r)}$ 的近似, 并把式(30)的 T_w 代入, 得到

$$\hat{q}_s = \frac{\ln 2}{2} \frac{\text{Bi} \ln s}{(1 - \text{Bi} \ln s)} (1 - 0.5s) / dF_0 \quad (34)$$

把 \hat{q}_s 和 \hat{q}_s 代入式(1)的无量纲热阻关系式为

$$1 = \hat{R}(\hat{q}_s + \hat{q}_s) = \left[-\frac{(1 - \text{Bi} \ln s) k_p}{\text{Bi} \cdot \text{St}} + \frac{\ln s}{2} (1 - 0.5s) \right] s ds / dF_0 \quad (35)$$

即得到固液界面与 F_0 的微分关系式, 分离变量, 并对 F_0 从 0 至 F_0 , 对 s 从 1 至 s 积分得

$$F_0 = \left\{ \frac{k_p (1 - s^2)}{2 \text{Bi} \cdot \text{St}} + \left(\frac{k_p}{\text{St}} + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{s^2 \ln s}{2} + \frac{1 - s^2}{4} \right) - \left(\frac{s^3 \ln s}{12} + \frac{1 - s^3}{36} \right) \right\}$$

当凝固终了时, 有 $s \rightarrow 0$ 得 (36)

$$F_{0,\text{end}} = \left[\frac{k_e}{2 \text{Bi} \text{St}} + \frac{1}{4} \left(\frac{k_p}{\text{St}} + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{36} \right] \quad (37)$$

热流速度率直接由无量纲式导得

$$\hat{q} = 1 / \hat{R} = \ln 2 (1 / \text{Bi} - \ln s) \quad (38)$$

5 解的结果讨论

为了直观地显示圆柱体凝固问题的规律,利用式(38)计算了 $St=0.1, 0.2, 0.5$ 和 $Bi=0.1, 0.5, 2, 10, \infty$ 的 15 种情况的 s 和 F_0 的关系,分别示于图 3、4、5(图中的 a, b, c, d, e , 曲线自左至右的 Bi 数分别 $\infty, 10, 2, 0.5$ 及 0.1),并引用了文献[2]的数值解、实验值和奇异摄动解作了比较. 数值解比实验值偏高 5% 左右,热阻法的式(36)、(37)算出值与实验值较好地吻合,例如当 $St=0.5, Bi=\infty, s=0$ 时按式(37)算出的 F_0 值换算为 F_0' 时为 0.298,与图实验点重合. 数值解的偏差与网格精度有关,尤其在接近于轴心处. 热阻法的精度优于奇异摄动法,并十分简便. 值得指出的是,在计算固相显热释放率时,直接采用“半熔降”的假定,其精度也完全

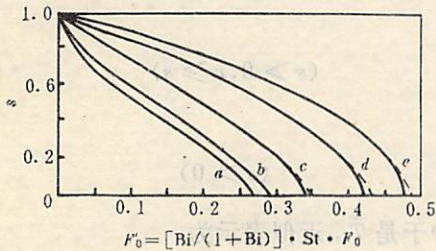


图 3 $St=0.1$ 的 $s=f(F_0')$
——热阻法---数值解^[2]

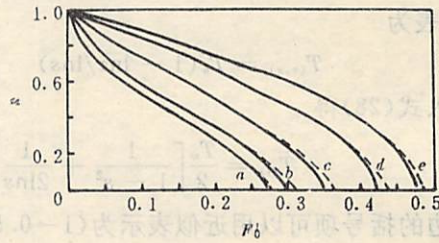


图 4 $St=0.2$ 的 $s=f(F_0')$
——热阻法---数值解^[2]

能满足工程要求. 在后算例中,若采用半熔降的假定,则式(36)和(37)分别简化为

$$F_0' = \left[\frac{k_p(1-s^2)}{2Bi \cdot St} + \left(\frac{k_p}{St} + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{s^2 \ln s}{2} + \frac{(1-s^2)}{4} \right) \right] \quad (39)$$

和

$$F_{0, \text{end}}' = \left[\frac{k_p}{2Bi \cdot st} + \frac{1}{4} \left(\frac{k_p}{st} + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (40)$$

它的算值仅比实验值偏大 3%, 在 Bi 较小和 St 较小时,式(39)与(36),式(40)与(37)的差别更小.

所谓“半熔降”的假定即认为凝固过程,固相显热释放速度等于在单位时间内固液界面移动过的薄层的温度降低了熔点与边界的温差 $(t_m - t_c)$ 的一半时所放出的固相显热值. 这种假定在求解平板、半无限体问题时,是与准静态温度分布假定导出结果相一致,在圆柱问题时相差一个小量. 但工程上,这种小量可以忽略不计,对于 St 、和 Bi 都较小时,更是合理.

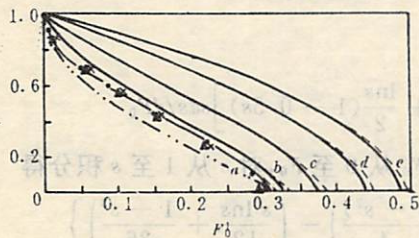


图 5 $St=0.5$ 的 $s=f(F_0')$
——热阻法---数值解^[2] ·▲·实验值^[2]
- - - 奇异摄动法^[2]

为了作图方便,图中的 F_0' 采用如下线性变换

$$F_0' = St \cdot Bi \cdot F_0 / (1 + Bi) \quad (41)$$

图6中所用的热流的线性变换为

$$\hat{q}' = (1 + Bi)\hat{q}/Bi \quad (42)$$

在图6中用折断线把图分为上下两部分,上部分的热流 \hat{q}' 对顶坐标;下半部只是为了把 $\hat{q}' \leq 2.0$ 的区域的热流坐标加以放大,以清楚观察曲线密集区的变化. Bi数大时, \hat{q}' 变化十分剧烈.图中是以 $Bi = \infty$,凝固界面处在 $r_0/2$ 处的热流密度为参比单位, $Bi = 10$ 时最大热流密度为参比单位的7.5倍.

对于相变换热器要求有比较稳定的换流密度,Bi数宜取较小值为宜.由图中看出 $Bi = 0.1, 0.5$ 时较好,但由图中 $s = 0.5$ 时,可查出 $Bi = 0.1$ 时换热器的能力比 $Bi = \infty$ 时下降25%.当 $Bi = 0.1$ 时,圆柱体凝固时的平均流密度基本可按 $0.75q_0$ 来计算.

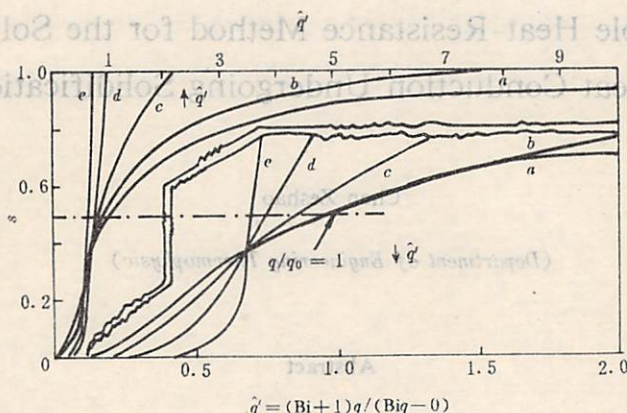


图6 不同Bi数时圆柱体表面热流密度与界面位置 s 的关系

a— $Bi = \infty$; b— $Bi = 10$; c— $Bi = 2$

d— $Bi = 0.5$; e— $Bi = 0.1$

6 结束语

(1)由两个实例的求解与比较证明热阻法是一种求解相变热传导问题的简便方法,有一阶精度,具有善于求解有奇点的柱、球问题的优势.

(2)热阻法中采用把热流看作集中于固—液界面处释放的假定和把温度分布看作准稳态分布的近似是恰当的.另外,作为更方便的固相显热当作“半焓降”的假定,也能获得满足工程精度的近似解.

(3)采用相界面位置 ζ 替代时间 τ 的变量替换,有助于求解移动界面问题.本文成功地求解了含有液相显热的半无限体凝固问题,获得其近似解.

(4)对于有变导热系数的问题,热阻法中的热阻可采用平均热阻替代.

(5)本文未考虑固—液变密度问题.

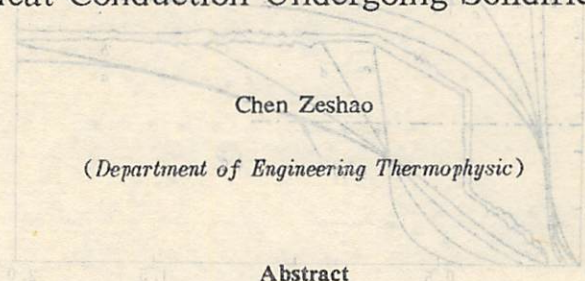
本文比在第七届中国工程热物理年会上宣读的论文有较多的修改和发展.投稿学报后,

又根据审稿人提出的宝贵意见作了增补和修改. 在此向审稿人致谢.

参 考 文 献

- [1] A. B. 雷柯夫著(苏), 裘烈钧、丁履德译, 热传导理论, 高等教育出版社, 北京, 1955, 281~288, 92.
- [2] 宋又王, 工程热物理学报, 2(1981), No. 4, 360~365.
- [3] 陈则韶, 第一届高校工程热物理会议论文集, 南京, 1984, 151~159.
- [4] Carslaw H S, Jeager J C, Conduction of Heat in Solid, 2ed., Oxford, Eng., 1959, Ch. 10.
- [5] Muchlbauer J C, *Sunderland J. Appl. Mech. Rev.*, 18 (1965), 951.

A Simple Heat-Resistance Method for the Solution to Heat Conduction Undergoing Solidification



The solution to heat conduction undergoing solidification can be easy and can have first order accuracy with the heat resistance method, which is based on the assuming that phase-latent heat and obvious heat of the body are concentrated on the phase change interface for the heat release. The solidification of plate half limitless thickness and a cylindrical body is solved with the method.

Key words: heat conduction, solidification, heat-resistance method.

用差分法和 Monte Carlo 求解相结合的方法计算有化学反应的活塞流

陈义良 梁国新

(工程热物理系)

摘 要

用差分法和 Monte Carlo 求解相结合的方法对有化学反应的标量几率密度函数方程进行了求解,讨论了随机颗粒数和时间步长对计算结果的影响.计算结果表明,当化学反应速率是标量的线性函数时,结果与精确解很吻合;当反应速率满足 Arrhenius 定律时,结果也是合理的.

关键词: 几率密度函数,随机颗粒,系综, Monte Carlo 求解.

中图法分类号: O362

1 引言

用 $k-e$ 模型计算湍流燃烧问题时,由湍流脉动引起的动量、能量和化学成分的输运,以及平均化学反应速率项需要模拟.目前,人们对湍流输运现象已经有了比较好的理解,运用理性方法也可以建立起在一定范围内比较通用的湍流输运模型,但对平均化学反应速率项的模拟却遇到了相当大的困难.

目前,模拟湍流对化学反应速率影响的模型很多,如用于预混燃烧的涡旋破碎模型和 Bray-Moss-Libby 模型,用于模拟扩散火焰的 $k-e-g$ 模型,以及湍流燃烧的 ESCIMO 理论等.在前三个模型中,没有考虑详细化学反应机理的影响.但是燃烧装置的点火和熄火性能、燃烧过程中污染物的排放等,都与详细的化学反应机理有关,因而这些模型的局限性比较大. ESCIMO 理论试图用一个简单的物理模型,描述各种尺度的湍流混合、分子输运和化学反应机理对燃烧过程的影响.但它基于的卷筒式涡旋结构及对其内部过程的分析完全是直观想象,并不是从精确的守恒方程推出的,因而很难对其中包含假定的涵义作出估价,同时所需的计算量也

相当大^[1].

用求解速度和化学热力学参数联合几率密度函数(pdf)输运方程的方法,计算湍流燃烧问题时,化学反应速率项不须模拟,任何复杂的化学反应机理都可以精确求解.因此,用求解 pdf 方程的方法计算湍流燃烧问题有很大的潜力.但 pdf 方程一般不能用差分方法求解.用 Monte Carlo 方法可以求解这类多自变量的问题,但所需的计算机容量和计算机时都比统计矩方法大大增加.

为了满足工程计算的需要,我们希望吸收 k-ε 模型简单和 pdf 方法能精确计算详细化学反应机理的优点,发展一个用差分和 Monte Carlo 求解相结合的方法,计算湍流燃烧问题.本文的目的在于用这个方法对有化学反应的标量 pdf 方程进行求解.为简单起见,假定平均速度和湍流场已知,化学热力学状态只用一个参数表征,只考虑一个一维的活塞流.

2 标量 pdf 方程及定解条件

设化学热力学参数 $\Phi(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_\sigma)$ 的联合几率密度函数为 $f(\underline{\psi}; \underline{x}, t)$.其中 $\underline{\psi}$ 是 σ 维的相空间坐标, \underline{x} 是物理空间坐标.质量加权平均的几率密度函数为 $\tilde{P}(\underline{\psi}; \underline{x}, t) = \langle \rho f \rangle / \langle \rho \rangle$,其输运方程为^[2]

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial \psi_a} (W_a \tilde{P}) = - \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_j' f \rangle + \frac{\partial}{\partial \psi_a} \left(\left\langle \frac{\partial J_i^a}{\partial x_i} \right|_{\underline{\psi}} \right) \tilde{P} \quad (1)$$

方程左端的第三项是由化学反应(速率为 W_a)引起的几率密度函数在化学热力学参数相空间的输运.该项是封闭的,不须模拟.方程右端的第一项是脉动速度和 pdf 的相关,表示由脉动速度引起的几率密度函数在物理空间的输运,采用梯度输运模型,

$$- \langle u_j' f \rangle = \frac{v_i}{\sigma} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_j} \quad (2)$$

其中 $v_i = C_\mu k^2 / \epsilon$ 是涡旋粘性系数,湍流普朗特数 $\sigma = 0.9$.方程右端的第二项与分子输运项的条件平均值有关,它反映了小尺度的湍流运动和分子运动之间的相互作用,引起几率密度函数在相空间的输运.我们对它采用 Curl^[3]的混合模型,即假定

$$E\tilde{P} = \frac{\partial}{\partial \psi_a} \left(\left\langle \frac{\partial J_i^a}{\partial x_i} \right\rangle \tilde{P} \right) = 2C_p [2^\sigma \omega \int \tilde{P}(\underline{\psi} + \underline{\psi}') \tilde{P}(\underline{\psi} - \underline{\psi}') d\underline{\psi}' - \omega \tilde{P}] \quad (3)$$

其中 $C_p = 2$ 是常数, $\omega = \epsilon/k$ 是湍流的特征频率,指数 σ 是化学热力学参数的个数.

如果假定流动是一维的(在 x_1 方向),且化学热力学状态只需用一个参数(如产物的浓度 φ)表征,将(2)和(3)式代入方程(1),并经过简化可得

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} + U \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial \psi} (W \tilde{P}) = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{v_i}{\sigma} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_1} \right) + E\tilde{P} \quad (4)$$

若方程(4)的各项乘以相空间坐标 ψ ,并在整个相空间积分,可得平均化学成分的方程

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} + U \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{v_i}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x_1} \right) - \tilde{W} \quad (5)$$

其中鄂化符 \sim 表示质量加权的平均值.很显然,Curl 的混合模型项对参数的平均值没有影响.如果平均速度 U ,湍流输运系数 v_i/σ 和湍流的特征频率 $\omega = \epsilon/k$ 为常数,且化学反应速率是参数 φ 的线性函数,如 $W = a_1(1 - \varphi)$,则我们可以从方程(5)求得参数 $\tilde{\varphi}$ 的精确解.

定义无量纲参数: $t^* = tU/L$, $x = x_1/L$, $\Gamma^* = v_i/\sigma UL$, $E^* = EL/U$, $W^* = WL/U$, 将它们代入方程(4)和(5), 我们可得

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t^*} + \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \psi}(W^* \tilde{P}) = \Gamma^* \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial x^2} + E^* \tilde{P} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial x} = \Gamma^* \frac{\partial^2 \tilde{\varphi}}{\partial x^2} - W^* \tilde{\varphi} \quad (7)$$

其中 L 是活塞流反应器的长度, $W^* = a_1(1 - \tilde{\varphi})$. 达到定常状态后, $\partial \tilde{\varphi}/\partial t = 0$, 方程(7)是一个二阶线性常微分方程. 利用 $x=0$ 时, $\tilde{\varphi}=0$ 和 $x \rightarrow \infty$ 时, $\tilde{\varphi}=1$ 的边界条件, 我们近似可得

$$\tilde{\varphi} = 1 - e^{-\lambda x} \quad (8)$$

其中

$$\lambda = (\sqrt{4a_1\Gamma^* + 1} - 1)/2\Gamma^*$$

3 差分法和 Monte Carlo 相结合的求解方法

我们讨论一维 pdf 方程(6)的求解. 首先在物理空间和时间坐标上将方程(6)的时间导数项、对流项和扩散项离散化, 然后将每个结点上的几率密度函数转化成反映这个分布的, 由 N 个样本或随机颗粒组成的一个系综. 用结点之间随机颗粒的交换模拟物理空间上的对流和扩散过程, 用同一结点上不同颗粒的混合模拟湍流的小尺度混合, 最后计算每个颗粒因化学反应引起的参数变化^[4].

3.1 差分化

计算采用交错网格, 几率密度函数储存在网格的主结点上, 速度存在两主结点之间的中点上(如图1所示). 假定采用等距网格, 网格间距为 h , 时间步长为 k , 对方程(6)中的时间导数项、对流项和扩散项分别采用向前差分、迎风差分和中心差分格式, 即

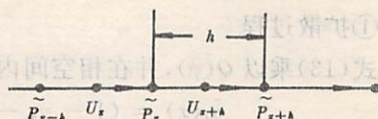


图1 差分网格的示意图

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} = \frac{1}{k} [\tilde{P}(x, t+k) - \tilde{P}(x, t)] \quad (9)$$

$$C\tilde{P} = U \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} = \begin{cases} \frac{U}{h} [\tilde{P}(x, t) - \tilde{P}(x-h, t)], & \text{当 } U < 0 \text{ 时} \\ \frac{U}{h} [\tilde{P}(x+h, t) - \tilde{P}(x, t)], & \text{当 } U \geq 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (10)$$

$$D\tilde{P} = \Gamma^* \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial x^2} = \frac{\Gamma^*}{h^2} [\tilde{P}(x+h, t) + \tilde{P}(x-h, t) - 2\tilde{P}(x, t)] \quad (11)$$

代入方程(6), 并经过整理可得

$$\tilde{P}(x, t+k) = (1 + kE^* - kS - kC + kD)\tilde{P}(x, t) \quad (12)$$

其中

$$S = W^* \frac{\partial}{\partial \psi} + \int \frac{\partial W^*}{\partial \psi}$$

利用算子分离法, 将式(12)的算子分解为几个算子的乘积, $\tilde{P}(x, t+k) = (1 + kE^*)(1 -$

$kS)(1 - kC)(1 + kD)\tilde{P}(x, t) + O(k^2)$, 其截断误差是时间步长的二阶小量. 因此我们可以采用如下的分步运算:

$$\tilde{P}_d = (1 + kD)\tilde{P}(x, t) \quad (13)$$

$$\tilde{P}_c = (1 - kC)\tilde{P}_d \quad (14)$$

$$\tilde{P}_r = (1 - kS)\tilde{P}_c \quad (15)$$

$$\tilde{P}(x, t + k) = (1 + kE^*)\tilde{P}_r \quad (16)$$

其中下标 d, c 和 r 分别表示经过扩散、对流和化学反应运算后得到的几率密度函数.

3.2 Monte Carlo 模拟

在初始时刻 $t=0$, 将每个结点上的几率密度函数转换成由 N 个随机颗粒组成的系综, 要求 N 个随机颗粒参数 $\varphi^{(s)}$ 的几率密度函数与初始的 pdf 相同. 随机函数 $Q(\varphi)$ 的平均值可以从几率密度函数求出, 也可以从有 N 个样本的系综求出. 它们分别是

$$\bar{q} = \int Q(\psi)\tilde{P}(\psi)d\psi \quad (17)$$

$$\hat{q} = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N Q(\varphi^{(s)}) \quad (18)$$

根据中心极限定理, 两个平均值的差值

$$|\bar{q} - \hat{q}| < \beta q' N^{-1/2} \quad (19)$$

其中 q' 是随机函数 $Q(\varphi)$ 的标准偏差. 当 N 很大时, 系综平均值与根据几率密度函数求出的数学期望值相差很小, 这时我们说 $\tilde{P}(\psi)$ 和由 N 个样本组成的系综是等价的. 下面给出四个过程的 Monte Carlo 模拟.

① 扩散过程

式(13)乘以 $Q(\psi)$, 并在相空间内积分, 可得

$$\hat{q}_d(x) = (1 - \gamma_+ - \gamma_-)\hat{q}(x) + \gamma_+\hat{q}(x+h) + \gamma_-\hat{q}(x-h) \quad (20)$$

其中 $\gamma_+ = \gamma_- = k\Gamma^*/h^2$. 若扩散以后, x 结点上的系综用下述方法组成: 从 x 结点上随机地选取 $n_x = N(1 - \gamma_+ - \gamma_-)$ 个颗粒, 从 $x+h$ 和 $x-h$ 结点上分别随机地选取 $n_{x+1} = N\gamma_+$ 和 $n_{x-1} = N\gamma_-$ 个颗粒. 根据扩散以后的系综, 求出 $Q(\varphi)$ 的平均值为:

$$\begin{aligned} \hat{q}_d(x) = & \frac{n_x}{N} \cdot \frac{1}{n_x} \sum_{s_r} Q[\varphi^{(s_r)}(x)] + \frac{n_{x+1}}{N} \cdot \frac{1}{n_{x+1}} \sum_{s_{r+1}} Q[\varphi^{(s_{r+1})}(x+h)] \\ & + \frac{n_{x-1}}{N} \cdot \frac{1}{n_{x-1}} \sum_{s_{r-1}} Q[\varphi^{(s_{r-1})}(x-h)] \end{aligned} \quad (21)$$

由于每个结点上的颗粒都是随机地选取的, 各项的期望值就是各个结点上的平均值. 即有

$$\hat{q}_d(x) = (1 - \gamma_+ - \gamma_-)\hat{q}(x) + \gamma_+\hat{q}(x+h) + \gamma_-\hat{q}(x-h) \quad (22)$$

因此, 只要时刻 t 的系综与几率密度函数等价, 按上述模拟方法给出的系综与扩散后的几率密度函数也是等价的

② 对流过程

式(14)乘以 $Q(\psi)$, 并在相空间内积分得

$$\hat{q}_c(x) = \begin{cases} (1 - \beta)\hat{q}_d(x) + \beta\hat{q}_d(x-h) & \text{当 } U \geq 0 \text{ 时} \\ (1 - \beta)\hat{q}_d(x) + \beta\hat{q}_d(x+h) & \text{当 } U < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (23)$$

其中 $\beta = |U|k/h$ 。经过对流过程后的系综按下述方法组成:从 x 结点随机地选取 $N(1-\beta)$ 个颗粒,再根据平均速度 U 的正负从 $x-h$ 或 $x+h$ 结点上随机地选取 $N\beta$ 个颗粒,组成新的系综。同样可以证明,如此组成的系综和对流后得到的几率密度函数是等价的。

③ 化学反应

式(15)乘以 $Q(\psi)$,并在相空间内积分得

$$\bar{q}_r(x) = \bar{q}_c(x) + kR(\varphi) \quad (24)$$

其中 $R(\varphi) = \langle W^*(\varphi) \frac{\partial Q(\varphi)}{\partial \varphi} \rangle$ 。由于化学反应,每个随机颗粒的参数 $\varphi^{(n)}$ 都变化一个小量 $\Delta\varphi^{(n)} = kW^*(\varphi^{(n)})$ 。将根据化学反应后的系综求出的 $Q(\varphi)$ 的平均值作泰勒级数展开得

$$\begin{aligned} \hat{q}_r(x) &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Q(\varphi_c^{(n)} + \Delta\varphi^{(n)}) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left\{ Q(\varphi_c^{(n)}) + \frac{\partial Q(\varphi^{(n)})}{\partial \varphi^{(n)}} \Delta\varphi^{(n)} + \dots \right\} \\ &= \hat{q}_c(x) + \frac{k}{N} \sum_{n=1}^N W^*(\varphi^{(n)}) \frac{\partial Q(\varphi^{(n)})}{\partial \varphi^{(n)}} + \dots \end{aligned} \quad (25)$$

将式(25)和(24)比较,得

$$\bar{q}_r(x) = \hat{q}_r(x) \quad (26)$$

因此,化学反应可以用公式

$$\varphi_r^{(n)} = \varphi_c^{(n)} + kW^*(\varphi^{(n)}) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (27)$$

计算。

④ 混合过程

式(16)乘以 $Q(\psi)$,并在相空间内积分得

$$\bar{q}(x, t+k) = (1 - 2C_\varphi\omega k)\bar{q}_r(x) + 2C_\varphi\omega kv \quad (28)$$

其中 $v = \int \tilde{P}(\psi') \tilde{P}(\psi) Q\left[\frac{1}{2}(\psi + \psi')\right] d\psi d\psi'$ 。根据式(28),我们可以按下述方法构成混合后的系综:从反应后的 N 个样本中随机地选取 $n_m = 2C_\varphi\omega kN$ 个颗粒作两两混合,混合后的参数取混合前两个颗粒参数的平均值,其余 $N - n_m$ 个颗粒参数不变。于是我们有

$$\begin{aligned} \hat{q}(x, t+k) &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-n_m} Q(\varphi_r^{(n)}) + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n_m} Q(\varphi_{mix}^{(n)}) \\ &= \frac{N-n_m}{N} \left[\frac{1}{N-n_m} \sum_{n=1}^{N-n_m} Q(\varphi_r^{(n)}) \right] + \frac{n_m}{N} \left[\frac{1}{n_m} \sum_{n=1}^{n_m} Q(\varphi_{mix}^{(n)}) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

由于 n_m 个颗粒是随机选取的,很容易证明式(29)和式(28)等价。

4 计算结果及影响因素的分析

计算时,假定 $\langle \rho \rangle$, U , Γ^* 和 ω 为常数,化学反应速率用两种不同的计算公式。第一种情况,假定 $W^*(\varphi) = a_1(1-\varphi)$;第二种情况,假定 $W^*(\varphi) = a_2 \times 2183 \times \varphi(1-\varphi) \exp[-20/(1+3\varphi)]$ 。为使四个过程影响的数量级相同,我们取 $a_1 = 3$, $a_2 = 10$, $\Gamma^* = 0.1$, $2C_\varphi\omega L/U = 20$ 。

当化学反应速率满足线性分布时,计算结果及其与精确解(在图中用虚线表示)的比较示

于图2. 图中给出了参数平均值 $\bar{\varphi}$ 和脉动方差 φ' 在 x 方向的变化, 其中黑点是 $N=50, t^*=2.0$ 时所得的结果, 实线是在 $t^*=2.0$ 以后连续20次循环迭代所得结果的平均值. 从图中可以看出, 计算结果与精确解比较吻合. 图3给出了假定化学反应速率满足 Arrhenius 定律时, 计算给出的结果. 三条实线分别为 $t^*=0.5, 0.96$ 和 1.6 以后, 对20次循环值进行平均所得的 $\bar{\varphi}$ 在 x 方向的变化曲线, 黑点是当 $t^*=0.96$ 时给出的 $\bar{\varphi}$ 值. 方差 φ' (图中用虚线表示) 是当 $t^*=0.96$ 时, 给出的结果. 与图2比较可以看出, 当化学反应速率满足 Arrhenius 定律时, $\bar{\varphi}$ 的变化速率比反应速率为线性时大, φ' 的绝对值也比前者大. 很显然, 这个结果至少在定性上是正确的.

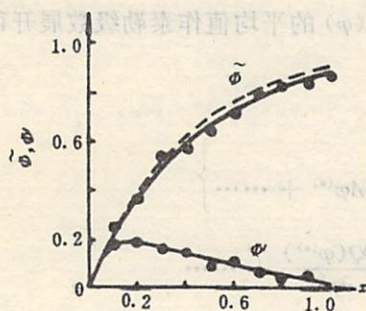


图2 化学反应速率满足线性分布时 $\bar{\varphi}$ 和 φ' 随 x 的变化

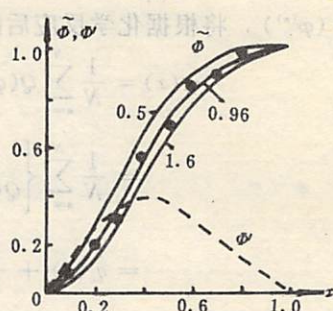


图3 化学反应速率满足 Arrhenius 定律时在不同计算时刻 t^* 时给出的 $\bar{\varphi}$ 值和 $t^*=0.96$ 时 φ' 随 x 的变化

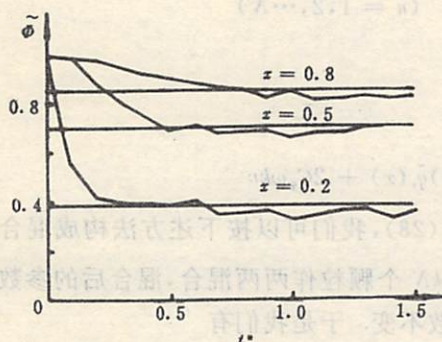


图4 迭代过程中, 参数平均值随 t^* 的变化情况 (水平线是精确解的值)

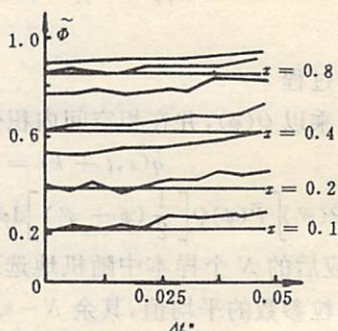


图5 时间步长对计算结果的影响 (水平线是精确解的值)

图4给出了在 $x=0.2, 0.5$ 和 0.8 三个位置上, 参数的平均值随计算时间的变化情况. 从图中可以看出, 当 $t^*=1.0$ 时, 全场就已经基本收敛. 全场的初值假定等于进口的参数, 所以当 x 值较大时, 达到定常状态需要较长的时间. 图5给出了时间步长对计算结果的影响. 很显然, 当 $k \leq 0.025$ 时, 时间步长对计算结果的影响不大. 将 $\Gamma^*=0.1, k=0.1$ 和 $k=0.025$ 代入扩散数, 可得 $k\Gamma^*/h^2=0.25$. 计算表明, 当每个结点上的随机颗粒数增加时, 计算结果逐渐靠近精确解, 但变化相当缓慢, 这与式(19)是一致的.

5 简单结论

用差分法和 Monte Carlo 求解相结合的方法计算一维湍流燃烧问题是成功的。当速度场给定时,在 VAX-8700 机上计算一个工况约需 CPU 时间两分钟。由于这种方法能同时考虑流动和化学反应对燃烧的影响,收敛速率比较快,现在,我们正着手将这个办法推广到实际燃烧问题的计算。用差分方法计算速度场,而标量场则用上述方法求解。

从图2和图3可以看出,由于 Monte Carlo 方法的统计误差,计算给出的平均参数在空间中的分布曲线不是很光滑。在本文中,我们是通过多步的计算结果进行算术平均给出光滑曲线的。在实际计算中也可以利用曲线拟合的方法,如三次样条函数方法获得光滑的曲线。这是一个有待解决的问题。

参 考 文 献

- [1] Jones W P and Whitelaw J H, *Combustion and Flame*, 48(1982), 1.
- [2] Pope S B, *Progress of Energy and Combustion Science*, 11(1985), 119.
- [3] Curl R L, *A. I. Ch. E. J.*, 9(1965), 175.
- [4] Pope S B, *Combustion Science and Technology*, 25(1981), 159.

Calculation of Plug Flows With Chemical Reaction Using Algorithm of Combined With Difference and Monte Carlo Method

Chen Yiliang Liang Guoxin

(Department of Engineering Thermodynamics)

Abstract

The probability density function (pdf) equation of scalar is solved by using an algorithm which combines finite difference with Monte Carlo method. It is shown that the profiles of mean quantity are in agreement with the analytic solution when the chemical reaction rate is proportional to the scalar; the results are reasonable when the reaction rate obeys the Arrhenius law. The influence of stochastic particle number and time step on the results is also studied.

Key words: probability density function, stochastic particle, ensemble, Monte Carlo method.

与文本无关的话者识别

戴蓓蓓 辛文 赵问道

(电子技术基础部)

摘 要

本文提出一种采用数字信号迭加处理技术从语声中分离话者个人身份特征信息的实用方法,实验验证了这种方法的可行性,并以此建立了与文本无关的话者辨识和话者确认实验系统.通过大量实验,比较了从连续语音和从断续语音中提取话者个人特征信息的效果;比较了线性预测系数、反射系数、倒谱系数和对数面积比系数用于话者识别的效果.

关键词: 话者确认,话者辨识,话者个人身份特征.

中图法分类号: TP391.42

1 引言

利用计算机从说话人的语声信号来对说话人的身份进行辨识或确认是话者识别研究的目的,同时也是计算机的人工智能之一.目前,不仅现代通讯设备(如声码器)要求具备区别说话人的能力,而且在商务贸易、银行金融、机要部门、公安司法等领域也需要用到说话人自动识别技术.特别是在日益发达的电话通讯中,利用电话声音来识别说话人,更是很多国家感兴趣的重点研究课题.语声是人的自然属性之一,犹如人的指纹一样,各不相同.每个人都有自己的发声器官,在声道和声带形状上存在着各种差异,每个人讲话时又有自己一定的发音习惯及语言技巧,这些发音器官和发音习惯的差异必将反映在人讲话时发出的语声信号中.此外,不同人由于其社会地位、文化层次以及所处地方方言的不同,在其发音中也会表现出不同的特性.由于在听觉范围内,语音信号中的话者个人身份特征具有一定的稳定性,因此通过对话者的语声信号进行处理分析,提取出其个人身份特征,完全有可能识别出是谁在讲话.语声信号采集方便、易于远距离传送,而且是话者个人的本征属性,不会丢失、遗忘,也不易被模仿等等^[1-3]都

是语声识别具有的独特优点。

话者识别从识别要求而言可以分为两类：话者辨识 (identification) 和话者确认 (verification)。前者是把被识者所讲的一段语声划分为属于 N 个参考发音人中的某一个 (或谁也不属于)，所要回答的问题是：这话是谁说的？后者则是判断此段语音是否属于规定的参考发音人，所要回答的问题是：这话是所声称的那个人说的吗？而从识别的输入语声的选择上来分，话者识别又可分为与文本有关 (text-dependent) 和与文本无关 (text-independent) 两种，前者要求发音人按规定的语句—文本讲话，后者则无此限制，发音人可以随意讲话。

在以往的研究中，大多为与文本有关的话者识别，这是由于不同发音人讲相同内容语言时的个人差异比较明显，可以直接比较它们间的相似程度。为了消除人们在不同情况下说话速度的变化，通常需要采用动态时间规划技术来进行模式匹配比较，其识别结果往往与所选取的发音文本内容有关，而且要求发音人能积极配合。然而，对很多应用场合不能保证说话人的积极配合按要求说固定内容的话。因此，采用从说话人的实际语言中任意截取一段语音来实现与文本无关的话者识别具有更大的实用性和应用范围。与文本无关的话者识别是将被识者的语音与描述话者特点的模式进行匹配，根据分布特性进行策略判决的，它不需要进行非线性时间规正。但是如何建立一个有效的描述说话人特点的模式则是与文本无关的话者识别的一个难题。时至今日，人们对于人是怎样通过语音来识别他人的听觉机理、对何种语音特征 (或其变换) 能够唯一地携带话者识别所需信息以及在语音信号中语义信息和话者个人身份特征信息是以何种方式结合在一起的等基本问题都不甚了解，因而在对语音信号进行处理时很可能会丢失很多表征话者身份的有用信息。所以寻求有效地表征话者个人特征的方法、参数以及走向实用化是当前话者识别研究的方向。

本研究根据人们从语声中识别人的基本事实，提出了一种从语声中分离话者个人身份特征信息的实用方法，并经实验验证了这种提取方法的可行性。在此基础上建立了与文本无关的话者识别实验系统，通过大量的实验，比较了从连续语音和从断续语音中分别提取话者个人特征信息的效果，比较了线性预测系数、反射系数、倒谱系数和对数面积比系数进行话者识别的效果。此外，设计建立了两个门限、多模板匹配的话者确认实验系统。

2 话者身份特征信息的分离

在日常生活中，人们通过语音信出他所熟悉的人是与对方发音内容无关的，不管对方说什么，只要听到他的一段声音便能判断出发音人是谁。这个基本事实说明了话者个人特征信息是客观存在的，而且对每个人而言，都具有强烈的个人色彩、或者说每个人都具有其固有的个人特征，该个人特征时刻反映在他的语音中，而与其说话的内容无关，它随时间的变化是较平稳的。此外，人们从一个人的只字片语的零星语音中识别出话者较之从一个人的持续语音片段中识别出话者来，前者往往比较困难，成功率也较低。这说明在语音信号中话者个人特征信息的重复周期较长，在短语或孤立字发音的间断语音信号中由于破坏了这种周期的连续性，难以有效地提取这一部分信息。通常认为语音频谱能较好地反映话者个人身份特征，曾有人采用个人长期谱做与文本无关的话者识别，通过长时间的统计平均消除了语音内容而保留了个人身份特征。但是这种求长期谱的办法需要长时间的语音序列 (30S 以上)^[5]，发音时间长、处

理计算量庞大,降低了系统的实用性,也很不经济.而从发音人的语流中任意地截取其较短的一段语音来进行话者识别则更具有实用意义.

实际的语音信号中含有多种信息成份:语义信息、语种及方言信息、话者个人特征信息等,这些信息以某种方式结合起来:

$$x(t) = f(s(t), i(t), l(t), \dots)$$

式中 $x(t)$ 为实际语音信号, $s(t)$ 表征语义信息部分, $i(t)$ 表征话者个人身份特征信息, $l(t)$ 表征语种及方言信息. 它们的结合方式可能是较复杂的,而且还会随发音条件、环境变化而有所变化.然而,当我们限定一些条件后,可以对其结合方式作出简化假设.

当限定为汉语普通话和发音人以正常方式发音(即不是故意地变声、发怪声,提高或降低声调等)的条件下,实际语音信号可以认为仅含语义信息和个人身份特征信息,我们假设这两类信息是近似地以线性相加形式结合在一起的:

$$x(t) = s(t) + i(t)$$

其中语义信息部分占了较大的比例,它随语义内容的不同而变化,对于较长的时间间隔(远大于 $30ms$),这是个非平稳的随机信号.而表征话者个人身份特征信息部分在 $x(t)$ 中占的比例较小,它是个具有较长重复周期的信号,基本上不随语义内容而发生变化,当处理的时间间隔取得合适时, $i(t)$ 可视作平稳的随机信号.我们的实验表明,当处理时间大于 $300ms$ 时, $i(t)$ 具有平稳的重复性,而 $s(t)$ 则表现为随机性.因此我们可以采用数字信号处理技术中的迭加处理和频域平滑处理方法从 $x(t)$ 中提取出 $i(t)$.

设有序列长为 N 的语音信号序列 $X(n)$,把它分成长度为 $M(M < N)$ 的 K 段语音信号序列:

$$\begin{aligned} X_i(n) &= X[(i-1) \cdot M + n] & 1 \leq n \leq M \\ & & 1 \leq i \leq K \\ & & N \geq M \cdot K \end{aligned}$$

将 K 段语音信号进行线性迭加处理后得:

$$Y(n) = \sum_{i=1}^k X_i(n) = \sum_{i=1}^k S_i(n) + \sum_{i=1}^k I_i(n) = Y_1(n) + Y_2(n)$$

若分段长度 M 取得合适,则经 K 次线性迭加处理后的 $Y(n)$ 中,语义信息部分 $Y_1(n)$ 由于相互削弱的结果使其在 $Y(n)$ 中所占比例变得很小,而个人身份特征信息 $Y_2(n)$ 部分则得到了加强,在 $Y(n)$ 中的比例变得很大.随着迭加次数 K 的增长, $Y_1(n)$ 部分越来越小,当 K 很大时, $Y(n)$ 中将只有个人身份特征信息部分,从而完成了从语音信号中分离出个人身份特征信息的过程.然而,迭加次数 K 过大,必然会带来很多问题,诸如语音信号总长度要求、迭加处理时间等等.实际上,当 K 取至一定值时, $Y(n)$ 中的个人身份特征信息已较明显时 ($Y_1(n) \ll Y_2(n)$),再通过采用其它处理技术,我们已足以获得识别话者所需的信息.

图1为验证话者个人身份特征信息分离的实验方框图,在 IBM-PC 机上进行.对迭加处理后的信号用平均周期图谱估计法估计它的功率谱,因为平均对 $Y(n)$ 中平稳信号部分 $Y_2(n)$ 起了平滑作用,而对非平稳部分 $Y_1(n)$ 则起了滤波作用,从而更有利于分离提取.图2为同一个人说四段不同内容的话的实验结果,图3为六个不同说话者说同一内容话的实验结果.从这些结果可以看出,对于同一个人,尽管语义内容不相同,但所得到的谱图却具有很好的相似性,

如果再经过特征参数提取,是可以得到较一致的表征说话人身份特征的参数的. 而对于不同的说话人,尽管说话内容相同,所得到的谱图具有较明显的差别,表明了不同人具有不同身份特征. 从图还可以看出,共振峰位置较原始语音信号的共振峰位置左移,高频部分衰减得很快,说明说话人身份特征信息中具有较多的低频成份. 我们的实验结果还表明,当选取 $M = 2800 \sim 8192$ (取样率为 9kHz)、 $K = 5 \sim 10$ 时已能得到较稳定的话者个人身份特征信息,取 $L = 512$ 可获得足够的频率分辨率.

上述分析和实验结果表明,通过采用数字迭加平滑等技术后,我们可以从任何一段语音信号中分离出与话者身份特征有关的信息,从而实现与文本无关的话者识别,这种方法的计算量少、别速度快,易于硬件实现.

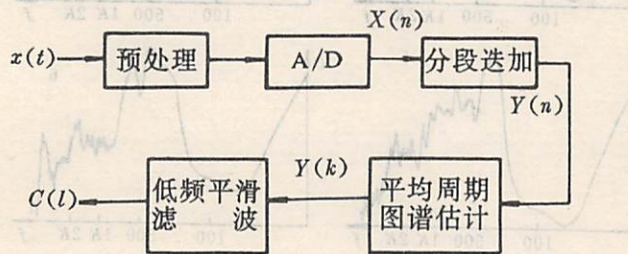


图1 验证话者个人身份特征信息分离的实验方框图

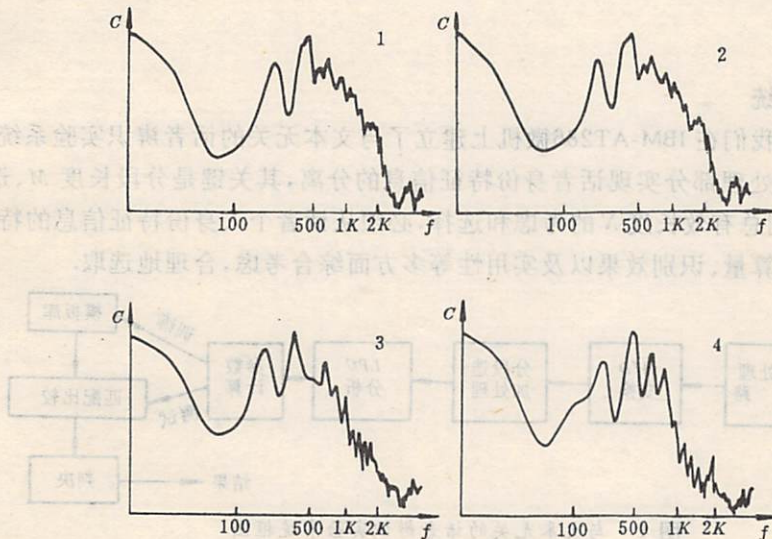


图2 同一说话人说四句内容不相同话的谱图($M=8192, K=5, L=512$)

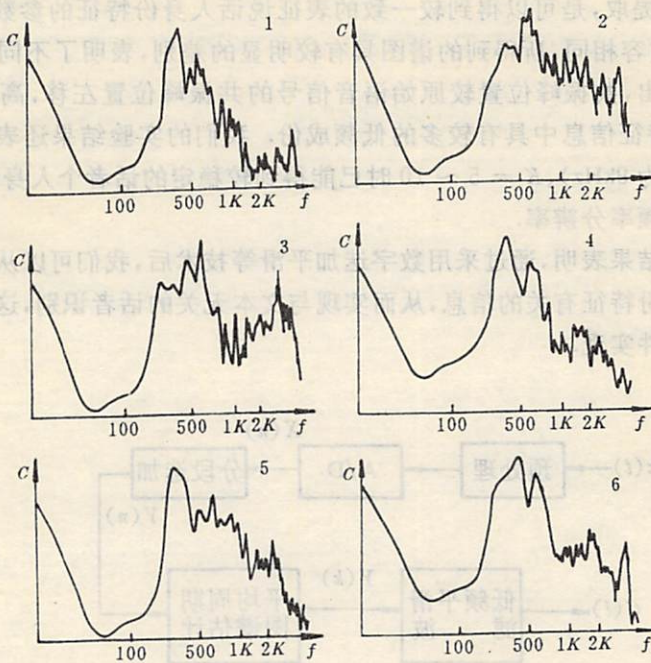


图3 六个说话人说同一句话的谱图 ($M=8192, K=5, L=512$)

3 话者辨识

3.1 模拟实验系统

基于上述结果,我们在 IBM-AT286 微机上建立了与文本无关的话者辨识实验系统,如图 4 所示,其中分段迭加处理部分实现话者身份特征信息的分离,其关键是分段长度 M 、迭加次数 K 以及输入语音序列总有效长度 N 的考虑和选择,必须从话者个人身份特征信息的特点、分离的有效性、系统的计算量、识别效果以及实用性等多方面综合考虑,合理地选取。

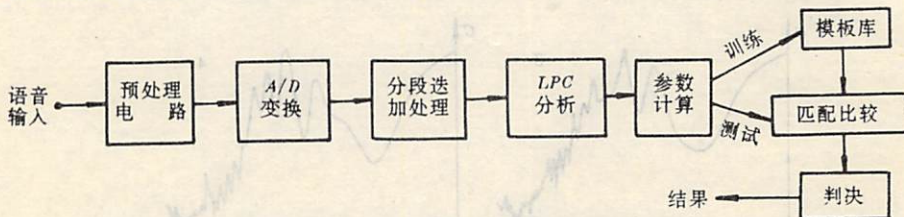


图4 与文本无关的话者辨识实验系统框图

从迭加处理后的信号中有效地提取出表征话者个人身份特征的参数,对于话者识别的实现也是很重要的. 由于不同话者之间发音的差异主要表现在发声时声道形状特性的变化上,而线性预测(LPC)参数正是反映声道特性的参数,对迭加后的信号进行线性预测分析计算,显然能有效地提取个人身份特征信息. 由线性预测分析计算出的线性预测系数(A 参数)、反射系

数(K 参数)、倒谱系数以及对数面积比系数等特征参数从不同方面反映了话者个人特征^[4],因此,在我们的实验中分别采用了这四种参数进行了话者识别,以比较它们的识别效果。

话者辨识实验分两步进行。第一步为模板训练和优化阶段,建立不同话者的参数模板库。第二步为试验阶段,待测话者语音经处理计算后与模板库中的参考模板进行匹配比较,计算出欧氏距离,经判决逻辑后给出识别结果。实验选用了十位青年学生(8男,2女)的发音作为实验语句,在正常发音条件下用汉语普通话发音,每人发两组不同方式的语音:第一组为连续语音,每人发句内容不同的连续语句,每句重复三遍;第二组为短语和孤立字的发音,每人发两串短语和孤立字,也是重复三遍。所要求发音的长度每次均为3秒左右(12~16个字),在实验室环境下采样。

3.2 实验结果及分析

(1) 分段迭加长度 M 对识别率影响

采用第一组语音数据进行实验,从每个人的27次发音中任选一次作训练语音,从余下26次中任选10次作测试语音。图5为 $K=10$,以对数面积比系数为特征参数时的实验结果。

(2) 迭加次数 K 对识别率影响

仍采用与(1)相同的语音数据,选择 $M=2432$ (采样率8kHz),以对数面积比为特征参数时的实验结果如图6所示。

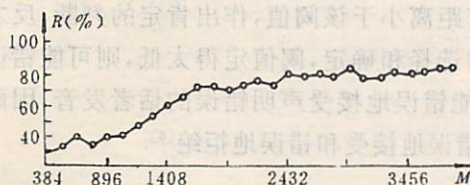


图5 迭加的分段长度对识别率的影响($K=10$)

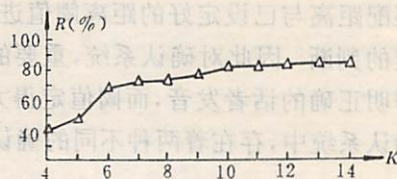


图6 迭加次数对识别率的影响($M=2132$)

从图5及图6看到,分段迭加长度 M 较小时,由于该长度不能反映话者个人特征信息的重复性,使迭加后的信号中含有较少的话者个人特征信息,因此识别率很低。只有当分段长度 $M \geq 2432$ (即300ms)时,由于该长度内保存了话者个人身份特征信息的重复性及完整性,使识别率有了较明显的提高。而 M 的继续增大,识别率增长较缓慢。迭加次数 K 的增加也使识别率呈明显上升的趋势。显然,选取较大的 M 和 K ,能使识别率提高。然而, M 和 K 太大,必定会增加迭加处理时间、增大参数计算量和存储量,此外较大的 M 和 K ,需要很长的输入语音信号,这对于实际应用也不合适。因此,实际系统必须在迭加时间、计算量、存储量及输入语音长度之间作出合理、折衷的考虑。由于迭加处理是在时域中进行,通常可以在采样的同时完成, K 的增大不会给计算量和存储量带来问题,而 M 的增长却会增大计算量和存储量。

(3) 四种特征参数的比较

采用第一组语音数据,选择 $M=2432$ 及 $K=10$,分别对 A 参数、 K 参数、倒谱系数和对数面积比系数进行话者辨识实验,实验结果如表1所示。从中看到以对数面积比系数的识别率为最好,这是由于对数面积比系数最适于反映声道形状分析,最能反映不同人发音时的声学差异,此外倒谱系数也能较好地反映不同人的声学差异。

表1 $M=2432, K=10$ 时识别率(%)

特征参数	A 参数	K 参数	倒谱系数	对数面积比系数
连续语音 (第一组)	81	86	89	93
断续语音 (第二组)	52	55	60	58

(4) 连续语音样本与断续语音样本的比较

分别采用两组语音样本进行话者辨识实验,结果如表1所示.由短语、孤立字发音构成的第二组断续语音样本由于发音的不断停顿,其所携带的话者个人特征信息较少,发音人之间的声学差异较小,因而使识别率降低.通常长度越长的连续语句越能表现出发音人的个人特征,尤其当发音语句中含有连续、重音时,话者个人特征更能充分表现出来,语音连续效应的影响使不同人之间的声学差异更大.

4 话者确认

在话者确认系统中,通常只要求待测语音样本与一个经事先声明的特定参考模板匹配,然后将匹配距离与已设定好的距离阈值进行比较,若距离小于该阈值,作出肯定的判断,反之作出否定的判断.因此对确认系统,重要的是阈值的选择和确定,阈值定得太低,则可能错误地拒绝声明正确的话者发音,而阈值定得太高,又可能错误地接受声明错误的话者发音,因而在话者确认系统中,存在着两种不同的确认错误,即错误地接受和错误地拒绝^[6].

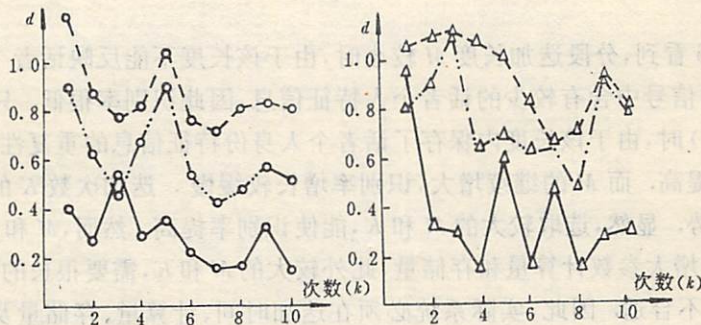


图7 待测模板距其相应模板及另两个最近模板的相似距离量度分布

我们利用图4系统进行了待测语音模板与参考模板的相似距离量度关系的实验,得到了待测模板距其相应参考模板及另两个最近参考模板的相似距离量度分布情况,图7给出了其中二位话者的实验结果.通过实验,我们观察到:(1)不同话者的待测模板与其相应的参考模板间的距离有较大的差别.说明对所有的话者设定同一个阈值是很困难的.(2)同一话者不同次发音时的模板与其对应参考模板间的距离也有一定的变动范围;而不同话者的距离分布间存在着一定的混叠.因此单靠设定一个阈值范围还不能完全解决问题.此外还需考虑到一

种实际情况:待测发音人不在参考模板库所包括的话者之列(圈外人),这时不论事先声明的话者是谁,确认的结果都应是拒绝,但由于阈值的设定无法事先考虑到这种情况,因此这时能否正确的确认是评价一个确认系统性能的重要标志之一。

根据上述结果和分析,我们设计建立了一个与文本无关的话者确认实验系统,其结构框图如图8所示。鉴于不同话者匹配距离分布的差别,对圈内每个话者分别设立了距离门限;又鉴于不同话者之间距离分布的混叠,为保证确认的可靠性,对每个话者各设立了两个距离门限:接受门限 D_1 和拒绝门限 D_2 , $D_2 > D_1$ 。若被测距离 D 小于 D_1 ,则事先声明的身份正确;若被测距离 D 大于 D_2 ,则事先声明的身份错误;若被测距离 D 介于 D_1 和 D_2 间,则系统转向与参考模板库中的其它非声明的模板进行匹配比较,找出其中的最小距离 D_{min} ,若 $D < D_{min}$,则系统输出声明正确,若 $D > D_{min}$,则系统输出声明错误。

实验采用了与话者辨识系统相同的语音样本(第一组)及相同的迭加处理,进行了200次确认实验,四种特征参数下的确认结果如表2所示。此外又进行了100次圈外人确认实验,结果如表3所示。

表2 话者确认实验结果(%)

特征参数	A参数	K参数	倒谱系数	对数面积比系数
确认正确率	98	90	97.5	98.5
错误接受率	2	9.5	1.5	1
错误拒绝率	0	0.5	1	0.5
确认错误率	2	10	2.5	1.5

表3 圈外人确认实验结果(%)

特征参数	A参数	K参数	倒谱系数	对数面积比系数
正确拒绝率	93	85	93	92
错误接受率	7	15	7	8

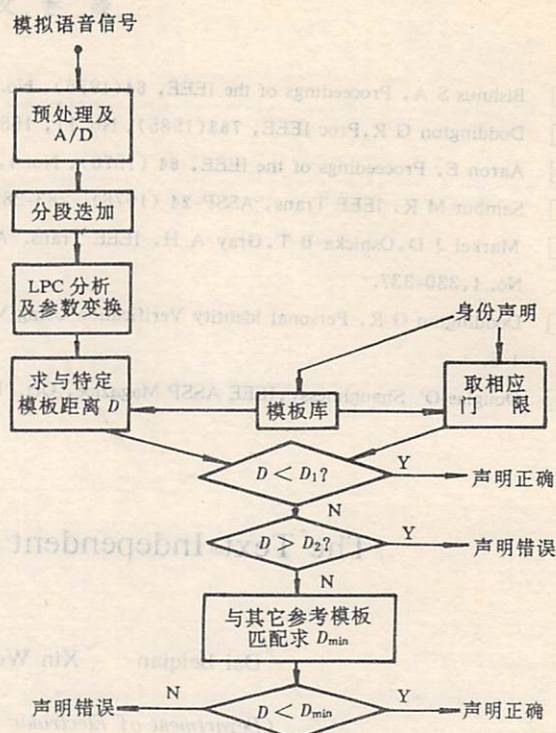


图8 与文本无关话者确认系统结构框图

参 考 文 献

- [1] Bishnus S A, Proceedings of the IEEE, 64(1976), No. 4, 460-475.
- [2] Doddington G R, Proc IEEE, 783(1985), No. 11, 1651-1664.
- [3] Aaron E, Proceedings of the IEEE, 64 (1976), No. 4, 475-486.
- [4] Sambur M R, IEEE Trans, ASSP-24 (1976), 283-289,
- [5] Markel J D, Oshicka B T, Gray A H, IEEE Trans. Acoust., Speech, and Acoust. Soc. Am., 55(1977), No. 4, 330-337.
- [6] Doddington G R, Personal Identity Verification Using Voice, Proc., ELECTRO-76, May 11-14 (1976) 22-4, 1-5.
- [7] Douglas O' Shaughnessy, IEEE ASSP Magazine, Oct. 1986, 4-16.

The Text-Independent Speaker Recognition

Dai Beiqian Xin Wen Zhao Wendao

(Department of Electronic Technology Fundametal)

Abstract

This paper proposes a new utility method to acquire speaker-identifying features information from voices. The digital signal overlap processing is used in this method, which is testified by the spectral analysis. Based on this method, the text-independent speaker identification and verification testing system is developed. The recognitional effects of the LPC parameter and its transforms are compared. And shortes utterance is used to get the more rapid recognitional speed.

Key words: speaker verification, speaker identification, speaker-identifying feature information

$[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_2(\text{en})][\text{SO}_4]$ 络合物 晶体的电子吸收光谱

张玉根 李健民

(近代化学系)

摘 要

在水溶液中制备了络合物 $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_2(\text{en})][\text{SO}_4]$ 的晶体,并在室温下测定了该晶体在近紫外—可见—近红外区域的电子吸收光谱.应用配位场理论以及3d轨道波函数径向标度理论定量地解释了晶体的电子吸收光谱.

关键词: 电子吸收光谱,径向标度理论,络合物.

中图法分类号: O641.4

1 引言

络合物晶体的电子吸收光谱作为研究晶体电子结构的基础内容,很早以前就受到人们的关注.但对吸收光谱的系统的理论计算和定量解释在以前的文献中尚不多见.近年来,我们对多种晶体的电子吸收光谱进行了定量的解释,其理论计算值基本都符合于实验测定值^[2,3].

在 ML_2SO_4 ($\text{M}=\text{Ni}, \text{Co}; \text{L}=\text{en}, \text{H}_2\text{O}, \text{bipy}, \text{py}, \text{phen}$)类络合物中,两个中性配体与中心离子形成近似正方形络合结构,而以 SO_4^{2-} 作桥梁形成链状结构^[4].鉴于对这类晶体电子结构的兴趣,我们已经报道了 $[\text{Ni}(\text{en})(\text{H}_2\text{O})_1][\text{SO}_4] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ 晶体的电子吸收光谱^[5].本工作制备了标题化合物晶体,测定了其d-d电子跃迁谱并对该谱进行了理论诠释,得到的指定能级的计算值与实验值相符.

2 实验

按文献^[4]报道的方法制备了标题化合物的单晶.晶体是在水溶液中生长的.晶体元素分析

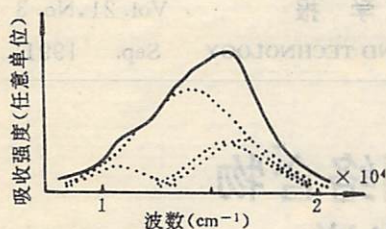


图1 $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_2(\text{en})][\text{SO}_4]$ 晶体的电子吸收光谱
—实验测定的吸收谱
.....分解后的吸收峰

的结果: C 8.97、H 4.49、N 10.47, 与标题化合物分子式一致. 该络合物晶体属单斜晶系, 空间群为 C_2/C , 其晶胞参数为 $a=723.3(1)$, $b=1172.3(3)$, $c=1048.5(3)$ pm; $\beta=116.13(2)$, $z=4$.

在室温下测定了该晶体在 $5000\sim 30000\text{cm}^{-1}$ 范围内的电子吸收光谱. 由于 $d-d$ 跃迁吸收峰的相互重叠, 实验测得的吸收谱为一强而宽的包络线. 我们在 IBM-PC 机上对吸收谱进行了峰位分解, 见图1. 结果表明标题化合物晶体在 10400cm^{-1} 、 14151cm^{-1} 、 16087cm^{-1} 、 17255cm^{-1} 处存在吸收峰.

3 结果与讨论

在配位场理论中, 李健民等提出了非自由中心离子 $3d$ 轨道波函数径向标度理论, 并且在微机实现了这一理论的程序化^[6,7]. 运用配位场理论计算程序 (PLFT), 我们已经对三百多种第一过渡族二价金属离子络合物晶体的晶场参数、电子吸收光谱以及电子顺磁共振谱等进行了理论计算, 这些理论计算的结果与实验值均很符合, 指定能级的计算值与实验值误差一般在5%以内^[8,9,10]. 在本文所讨论的络合物晶体中, $\text{Cu}(\text{I})$ 离子的径向波函数可写成:

$$R(r, \Omega) = C^{-1/2} [0.55428\text{STO}(\zeta_1) + 0.605\text{STO}(\zeta_2)]$$

其中,

$$\zeta_1 = 6.3496(1 - 0.415\Omega + 0.250\Omega^2)$$

$$\zeta_2 = 2.525(1 - 1.645\Omega + 0.355\Omega^2)$$

$$C = 1 - 0.67078 \{0.48719 - [2\sqrt{\zeta_1\zeta_2}/(\zeta_1 + \zeta_2)]^2\}$$

其中 C 为过渡到非自由态后的重新归一化系数, Ω 定义为“非自由度”, 表征着中心离子所受到的非自由势场的强弱^[8].

从 $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_2(\text{en})][\text{SO}_4]$ 的晶体结构知道^[4], 二价铜离子与乙二胺的两个氮原子以及两个水分子形成近似正方形平面络合结构. 而硫酸根离子作为桥梁使标题化合物形成链状多聚结构. $\text{Cu}(\text{I})$ 离子具有六配位畸变八面体结构. 络合结构的坐标取向见图2. 络合对称性为 C_{2v} . 在表1中给出标题化合物的晶体结构参数.

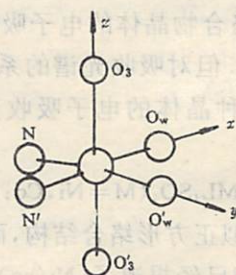


图2 $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_2(\text{en})][\text{SO}_4]$ 晶体的络合结构

表1 $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_2(\text{en})][\text{SO}_4]$ 晶体的结构参数

R, θ, φ	O_{w_1}	O'_{w_1}	O_3	O'_3	N	N'
$R(\text{\AA})$	1.976	1.976	2.492	2.492	1.990	1.990
$\theta(\text{deg.})$	86.78	93.22	0.00	180.0	92.91	87.09
$\varphi(\text{deg.})$	0.00	90.54	315.0	135.0	173.63	269.17

利用标题化合物的晶体结构参数以及 Cu(II) 离子的径向波函数, 在强场近似下计算了 [Cu(H₂O)₂(en)][SO₄] 晶体的晶场参数和电子跃迁能级. 计算结果见表 2、3. 从表 3 可以看出, 标题化合物晶体的 *d-d* 跃迁能级的理论计算值与实验观察值相一致, 这也说明了标题化合物的晶体结构与电子结构相符合.

表 2 [Cu(H₂O)₂(en)][SO₄] 晶体的晶场参数

μ (debye)	1.101 33	a_1	0.590 14
t	0.037 83	a_2	0.644 14
Ω (Hartree)	0.190 24	$\langle r^2 \rangle$ (a. u.)	2.237 48
N^2	0.998	$\langle r^4 \rangle$ (a. u.)	13.862 46
$P^{(2)}$	1.598 83	$\langle r^{-3} \rangle$ (a. u.)	5.513 47
$P^{(4)}$	1.964 69	B (cm ⁻¹)	974.0
ζ_1	5.790 85	C (cm ⁻¹)	3 467.0
ζ_2	1.767 26	ζ_{3d} (cm ⁻¹)	530.0

表 3 [Cu(H₂O)₂(en)][SO₄] 晶体 *d-d* 跃迁能级

energy levels	cal. (cm ⁻¹)	obs. (cm ⁻¹)
² A _g (² E _g , e)	0	0
² A _g (² E _g , t, e)	10 186	10 400
² A _g (² T _{2g} , t)	13 644	14 151
² B _g (² T _{2g} , t)	16 475	16 087
² B _g (² T _{2g} , e, t)	17 881	17 225

参 考 文 献

- [1] Schlafer H L, Gliemann G, Basic Principles of Ligand Field Theory, Wiley-Interscience, London, 1969, ch. 1.
- [2] Li Jianmin, Zhang Yugeng, *Cryst. Res. Technol.*, **26**(1991), 331.
- [3] 张永锋等, 中国科学 B, 1985, No. 6, 503.
- [4] Healy Peter C et al, *Cryst. Struct. Com.*, **7**(1978), 565.
- [5] 李健民等, 中国科学技术大学学报, **20**(1990), 496.
- [6] Li Jianmin, Zhang Yugeng, *Cryst. Res. Technol.*, **26**(1991), 193.
- [7] Zhang Yongfeng, Li Jianmin, *Comm. in J. of Mol. Sci.*, **2**(1982), 165.
- [8] Li Jianmin, Zhang Yugeng, *Cryst. Res. Technol.*, **25**(1990), 977.
- [9] 李健民、葛存旺、张玉根, 化学物理学报, **3**(1990), 149.
- [10] Li Jianmin, Zhang Yugeng, *Cryst. Res. Technol.*, **25**(1990), K45.

The Electronic Absorption Spectrum of [Cu(H₂O)₂(en)][SO₄] Complex Crystal

Zhang Yugeng Li Jianmin

(Department of Modern Chemistry)

Abstract

The crystal of the title compound is synthesized in aqueous solution. The electronic absorption spectrum is determined at room temperature. By using the ligand field theory and 3*d* orbitals wave radial scaling theory, the *d*-*d* transition spectrum is interpreted quantitatively.

Key words: electronic absorption spectrum, scaling radial theory, complex.

参考文献

- [1] Sönlund, H. J., Ottmann, G., Basic Principles of Ligand Field Theory, Wiley-Interscience, London, 1968, pp. 1.
- [2] Li Jianmin, Zhang Yugeng, *Chem. Res. Technol.*, 12(1991), 331.
- [3] 张永祥等, *中国科学*, 1985, 15, 503.
- [4] *High Press. Conf. China, West. Com.*, 7(1978), 266.
- [5] 李健民等, *中国科学技术大学学报*, 1987, 13(1).
- [6] Li Jianmin, Zhang Yugeng, *Chem. Res. Technol.*, 12(1991), 103.
- [7] Zhang Yongxiang, Li Jianmin, *Chem. Res. Technol.*, 12(1991), 133.
- [8] Li Jianmin, Zhang Yugeng, *Chem. Res. Technol.*, 12(1991), 97.
- [9] 李健民, 李永祥, *化学通报*, 1990, 113.
- [10] Li Jianmin, Zhang Yugeng, *Chem. Res. Technol.*, 12(1991), 112.

拉格朗日分析在一维杆波研究中的应用*

柴华友 唐志平

(近代力学系)

摘 要

用电磁法测到了长杆不同位置处的质点速度波形,并运用拉格朗日分析方法进行处理,从而得到了有机玻璃和尼龙1010材料的动态应力应变曲线.这是利用杆波研究材料动态性能的新尝试.

关键词: 长杆实验,电磁测速,拉格朗日分析,波传播,材料动态性能.

中图法分类号: O347.4

1 引言

应力波在材料内部的传播和变化规律完全依赖于材料性质,因此波传播法是研究材料动力学性能的一种重要手段,已大量用于板撞击等实验中.不过,有关一维长杆中的实验研究尚少见诸报道.六十年代,Ripperger和Yeakley^[1],Efrom和Malvern^[2],以及最近奉孝中和杨继跃^[3]用电磁法得到了铝材和某些高分子材料长杆中的质点速度,从实验技术上为一维杆波的测量创造了条件.

本文利用分离式Hopkinson压杆(SHPB)加载装置进行了有机玻璃(PMMA)和尼龙1010两种高聚物的长杆试验,用电磁法测量了不同位置处的质点速度波形,并运用拉氏方法得到了这两种材料的动态应力应变曲线.

2 实验和实验结果

实验装置(图1)是利用Hopkinson压杆改装的.当钢质子弹撞击输入杆,产生一定幅宽的

应力脉冲沿输入杆传播的并传入试件杆. 输入杆的作用是拉开脉冲的间距, 以便研究单个脉冲在试件杆中传播变化规律. 输入杆材质与子弹一样, 长为弹长两倍以上. 在试件杆不同位置粘贴三个速度量度, 它们分别处于三个大面积永久磁铁的均匀磁场中, 场强经标定为 0.14Wb . 为了保证速度量计的敏感丝部分与截面同步运动, 采用直径 0.13mm 的高强度漆包细线. 为使用方便并有效地消除引线纵向运动产生的附加电动势, 量计布线如图2所示. 首先沿杆圆截面划一条半圆形刻痕, 大小刚能容纳敏感丝, 再在杆上下侧沿轴向划两道伸展至磁场之外的刻痕, 然后将细漆包线埋入并用502胶固结.

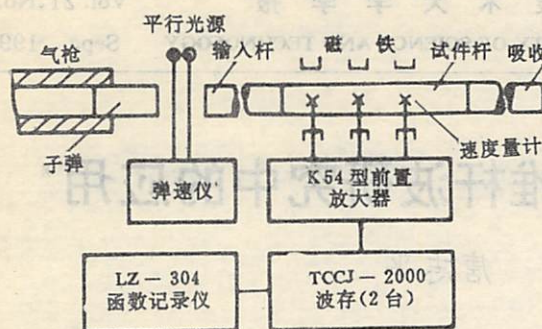


图1 实验装置图

当敏感丝部分作切割磁力线的运动, 据法拉第定律, 质点运动将转变为电信号,

$$E = B \cdot l \times v$$

E 是感生电动势(V), B 是磁场强度(Wb), l 和 v 分别为导线矢量(m)和运动速度(m/s). 信号经 K54型超动态应变仪

放大, 并用标准电压信号进行标定, 测试结果跟光电测速法进行过对比, 误差控制在4.5%以内^[3]. 一些实验参数见表1.

表1 实验参数

材料	密度 (g/cm^3)	杆长 (mm)	杆直径 (mm)	量计位置(mm)		
				1	2	3
有机玻璃	1.18	955	15.8	161	371.5	674.5
尼龙1010	1.05	986	14.6	230	485	806

为了消除弯曲波的影响, 可采用上下敏感丝的方法^[3], 在我们的实验中, 加载不很大, 曾用上下单应变片作检测, 未显示出弯曲波的影响. 图3、4分别是有机玻璃和尼龙1010长杆中实测的典型速度波形. 从所测波形看, 随传播距离有衰减和弥散现象, 呈现出粘弹性行为.

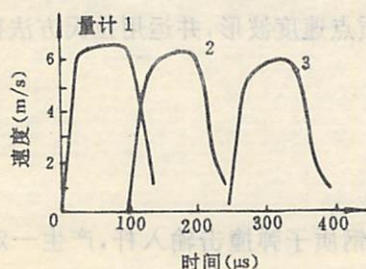


图3 PMMA杆中的速度
波形(弹长300mm)

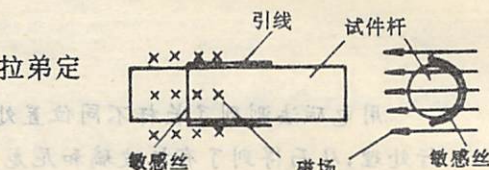


图2 敏感丝及引线的安置

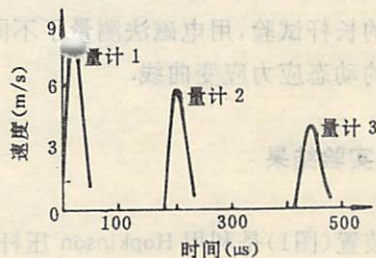


图4 尼龙1010杆中得的一组
速度波形(弹长50mm)

为了得到实验应力应变关系,我们用拉氏分析方法处理实验波形. 由于测到的是流场的质点速度信息,对应的应变波形可直接求出. 求应力波形时,我们采用文献[5]介绍的反解法. 因为对于高聚物这类粘弹性材料,文献[5]表明反解法比较优越. 由于波形有衰减,路径线按高度比例来构造. 路径线 $t(h)$ 关系用二次多项式表示,待求应力沿路径线的变化用多项式或指数形式拟合. 由拉氏分析方法得到的两种材料的动态应力应变曲线示于图5、6. 应变率 $\dot{\epsilon}=1\sim 2\times 10^2/s$,应变率是由计算出的最大应变除以波形上升时间得到的. 由图5、6看,两种材料的加、卸载曲线均有良好的线性,不过并不重合,具有滞回. 因为加载幅度小,应变仅几千 $\mu\epsilon_1$,材料呈现线性粘弹响应. 计算结果与材料物理性质是相符的.

根据波头轨迹(亦为第一条路径线),可得到有机玻璃和尼龙1010的前驱(或头波)波速分别为2057m/s和1447m/s,可求出动态模量为 $4.99\times 10^3\text{MPa}$ 和 $2.20\times 10^3\text{MPa}$. 由图5、6可求出相应的动模量为 $5.25\times 10^3\text{MPa}$ 和 $2.0\times 10^3\text{MPa}$,与前者很接近. 因此长杆中波传播法可用来确定动态应力应变曲线小应变部分的斜率.

由于实验中应变较小,也可采用应变片做为拉氏量计,我们也作了这样的测量. 不过应变片法只能限于小应变,并且用拉氏方法求解时,须经两次反解,必然会带来较大的误差,此处不作介绍.

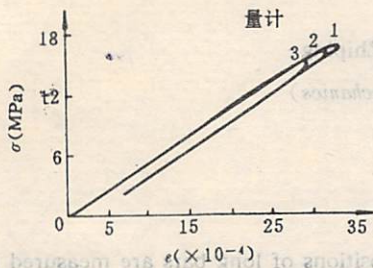


图5 由速度波形得到的 PMMA

的动态应力—应变曲线
(反解法,应力按二次指数拟合)

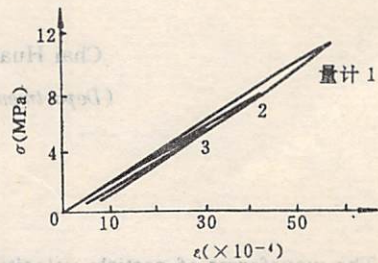


图6 由速度波形计算出的 Nylon1010

的动态应力—应变曲线
(反解法,应力按二次多项式拟合)

3 讨论

一维长杆中波传播实验能够反映材料的动态性质,结合拉氏分析可以得到动态应力应变关系,因此长杆中波传播法可以作为研究材料动态响应的一种手段. 不过所产生的应力、应变幅值一般较低,除非采用高速碰撞,因此不适于大振幅应力波的研究. 不过它可以作为 SHPB 技术中短试件试验小应变部分响应的补充,因为 SHPB 试验的应变一般较大,而在产生小变形的初始时刻数据精度不高.

本文所用的速度量度采用单敏感丝,引线与轴向平行,其优点是使用简便,但是它不能消除弯曲效应,并且由于横向效应引线会产生附加感生电势,这些会给测量带来误差. 对于要求较高的场合,可参考文献^[1,3]的方法.

本文仅是利用一维杆波和拉氏分析研究材料动态力学性质的初步尝试,这一方法有待进一步的探讨与发展。

参 考 文 献

- [1] Ripperger E A and Yeakley L M, *Exp. Mech.*, 3(1963), 47.
- [2] Efron L and Malvern L E, *Exp. Mech.*, 6(1969), 255.
- [3] 奉孝中、杨继跃,中国科学技术大学学报,20(1990),专辑,125.
- [4] Fowles G R and Williams, R F, *J. Appl. Phys.*, 41(1970), 360.
- [5] 柴华友、唐志平,中国科学技术大学学报,20(1990),专辑,48.

Application of Lagrangian Analysis in

Study of Wave Propagation Along One—Dimensional Stress Bars

Chai Huayou Tang Zhiping

(Department of Modern Mechanics)

Abstract

The waveforms of particle velocity at different positions of long bars are measured by use of the electromagnetic method, and are treated with Lagrangian analysis. The dynamic stress-strain curves for PMMA and Nylon 1010 are obtained. This is a new attempt to study dynamic behaviors of materials by using wave propagation method along one-dimensional bars.

Key words: long bar experiment, electromagnetic velocity transducer, Lagrangian analysis, wave propagation, dynamic properties of materials.

一种新型的光子相关仪的设计

周佩玲 彭虎

姚昆 郭光灿

(电子技术基础部)

(物理系)

摘 要

介绍了一种用硬件、软件相结合的新型光子数字相关仪(DPC)。它既具有硬件相关仪速度快,又具有软件相关仪易于实现的优点,因而有良好的性能价格比。方案采用了快速进位计数电路和缓冲器暂存计数器内容的方法,使电路实现了对光脉冲信号的连续正确的采集。由于在电路中选用了国际上较为先进的 MCS-51 单片机,采用双 CPU 并行操作的工作方式,大大地提高了数据处理速度。

关键词: 光子相关,光子数字相关仪,单片计算机,并行操作,高斯光。

中图法分类号: TP274.2

1 引言

1971年英国 Malvern Instruments 生产了由 Pike 和 Jakeman 等人研制的数字相关仪。1973年和1976年,北大西洋公约组织的科学事务委员会在意大利组织了两次高等研究班, Pike, Jakeman 和 Oliver 等人介绍了光子相关光谱学及其应用。自此,世界上很多重要的实验室都装备了相关仪,光子相关光谱学及光子相关测速学有了迅速的发展。光子相关仪属于一种时间分辨光谱仪,它不用色散元件,而用一种电子相关仪——数字相关仪,能达到极高的频率分辨。采用光子相关技术,可以测量1Hz到1MHz的线宽。

光子相关技术运用于激光散射测量中,可测定大分子的形状和大小,研究液体的临界乳光现象,以及用来测量大分子在溶液中的扩散系数,还可以研究大分子在溶液中的转动和绕曲。八十年代,又用它来研究流体动力学的特性,进行激光多普勒测速。目前,在生物医学方面,除可以测量大分子的扩散系数外,还可用于研究细菌的活动性,视网膜动脉中的血流速度、

精子的运动能力、细胞电泳率的测量,以及对蛋白质的聚合观察.利用光子相关技术可免除常规仪器测量时的人为误差,对要求非侵入测量场合尤为适用.因此它有广阔的应用前景^[1].

光子数字相关仪分为硬件、软件相关仪两种.软件相关仪速度慢,但易于实现.硬件相关仪速度快,但电路十分复杂、昂贵^[2].我们设计的方案采用软硬件结合的方法,尽量发挥软硬件的长处,缩短数据处理时间,提高其性能价格比.有关这方面的报道在国内尚未发现.

2 基本公式

具有任何统计行为的光,在通过一个介质的时候,总会被介质中某种涨落所调制,如果使用高度稳定的激光,被散射的光的统计性质将直接反映出散射介质中的涨落,这种被散射的光就可直接作为研究对象,从中得出被测物质的某些特性^[1].这就是光子相关技术的测量依据.

光子相关仪的实验原理图可如图1所示.被测物体的散射光进入到分光系统,形成空间干涉条件后,进入到光电倍增管,而后由光子相关仪作进一步的处理.

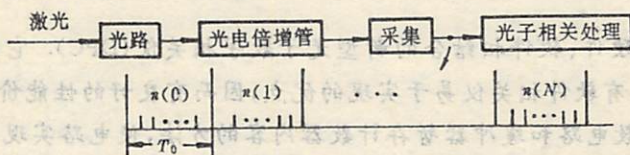


图1 实验原理图

光电倍增管记录的是光电子脉冲,光强越大,光电脉冲数目就越多.光子相关仪计算出的是光电子脉冲个数分布的自相关函数.在仪器取样时间 T_0 之内记录下若干个光电子脉冲,然后同样的记录过程重复若干次,即可得光子相关函数:

$$G(K) = \sum_{I=0}^N n(I)n(I+K)/(N+I)$$

$G(K)$ 为第 K 点的相关值;

$n(I)$ 为第 I 次记录的光电子数;

$n(I+K)$ 为第 $(I+K)$ 次记录的光电子数;

归一化的光子相关函数为

$$g(k) = G(K)/G(0)$$

3 系统的设计

我们设计的相关仪达到的技术指标如下:

- 采样时间 $32\mu\text{s} \sim 131\ 072\mu\text{s}$, 步长 $8\mu\text{s}$;
- 允许输入脉冲的宽度可不大于 25ns (设占空比为 50%), 最大计数频率不小于 20MHz ;
- 处理点数可不小于 3 万点;
- 通道数可大于 1.5 万个;
- 计算速度: 对相关计算, 每秒可同时完成一万次 16 位的加法及乘法.

图2是光子相关仪的组成框图,主要包括:光电探测器(PMT)及其供电装置、脉冲线性放大器、幅度甄别器、计数电路、单片机、微型计算机。

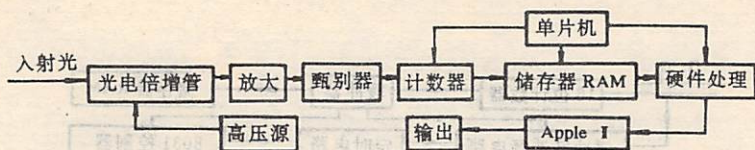


图2 光子相关仪组成框图

光电探测器将光信号转换成电脉冲信号,脉冲线性放大器对电脉冲信号进行线性放大,然后在甄别器中甄别出光子脉冲信号,并在计数器中对光子脉冲进行采集,采集的数据送入计算机存储,在单片机控制电路的作用下进行相关计算,然后,送入微型机中存盘,打印输出结果。

为了提高计算速度,在方案中采用双CPU的并行工作方法,用单片机和微机同时相关计算。实验表明,这种方法大大地提高了运行速度,减轻了微机的负担。MCS-8031单片机为美国INTEL公司生产,微型机为APPLE I^[3,4]。

MCS-8031单片机为高档的单片机,它与单板机相比,具有以下优点:

- 芯片本身具有四个八位的多功能的并行I/O口,CPU访问这些口的速度比访问外部扩充的I/O口的速度快一倍;

- 内部有高速的随机读写存储器128个字节,对这些存储器的访问有着丰富的寻址指令。如果用这些存储器作为运算和控制工作单元,不仅使程序简洁,而且其运行速度也有很大的提高;

- 有丰富的算术及逻辑操作指令,特别是具有单板机所没有的高速乘、除指令,其执行速度在12MHz晶振的条件下,所花的时间仅为4 μ s。

所有这些,对实现快速数据采集和编写高速的相关程序非常有利。

在软件上,为了提高程序执行的效率,使用MCS-51、Z28两种汇编语言及BASIC语言编写。我们使用BASIC语言进行人机对话、图形显示及打印等,汇编语言进行MCS-51与APPLE I通讯、采集过程的控制、相关计算等。

另外,为了方便用户操作,程序采用菜单方式。通过人机对话,用户只要输入关键字,就可以使系统进入到相应的状态,进行采数、相关计算、限幅相关计算、存盘、打印输出等功能。

下文主要介绍系统的数据采集和数据处理两部分。

(1) 数据采集

数据采集是整个系统电路中最关键的部分,其性能指标的好坏,直接决定着计算结果的准确度。对采集电路的要求是①计数速度要高,至少要达到20MHz;②输入脉冲的脉宽允许要小,一般要小于50ns;③在整个采集数据期间内,计数器始终处在计数状态,不得停止,计算机可以从正在计数的计数器中取出正确的数据。

图3是采样电路的框图。从放大电路和甄别电路来的信号,首先进入16位计数器进行计数,当T₀时间结束后,定时时间到,16位计数器的内容就打入到数据缓冲区。随后缓冲区的内容被控制器即8031单片机收集,送入存储器RAM暂存。

缓冲区选择电路是确保输入到RAM的内容是计数器在计数状态中计数稳定状态时的内容,而不是计数器在翻转时的不确定内容。目前,该装置的输入信号脉冲宽度允许小到

25ns,与比较快的光电倍增管输出的脉宽相吻合,采样时间在6MHz的情况下,可以做到32 μ s.如果选用12MHz的系统时钟,则可以做到16 μ s.

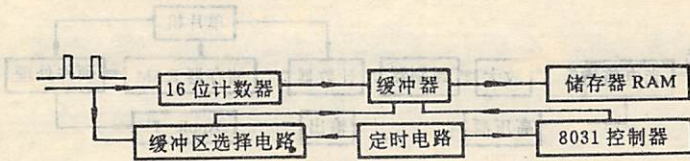


图3 采样电路框图

(2) 数据处理

由于单片机8031指令执行时间短,并且有直接的乘法指令,故算术运算速度快.因此,乘与求和计算 $\sum X(I)X(I+K)$ 就在8031内完成,当某一相关点的乘与求和计算完成后,结果送到APPLE I机,APPLE I机完成归一化处理.在APPLE I机进行归一化处理的同时,单片机8031进行下一个相关点的乘与求和计算.可见,整个系统的状态是双CPU工作的,通过这样的安排,如果我们从1000个样本中,计算出100个相关点,进行了10万次的乘法和加法运算,总共使用了10s左右的时间,大大超过了一般的PC机上用高级语言编写的相关计算程序的运算速度.这样的速度是令人满意的,其流程图如图4所示.

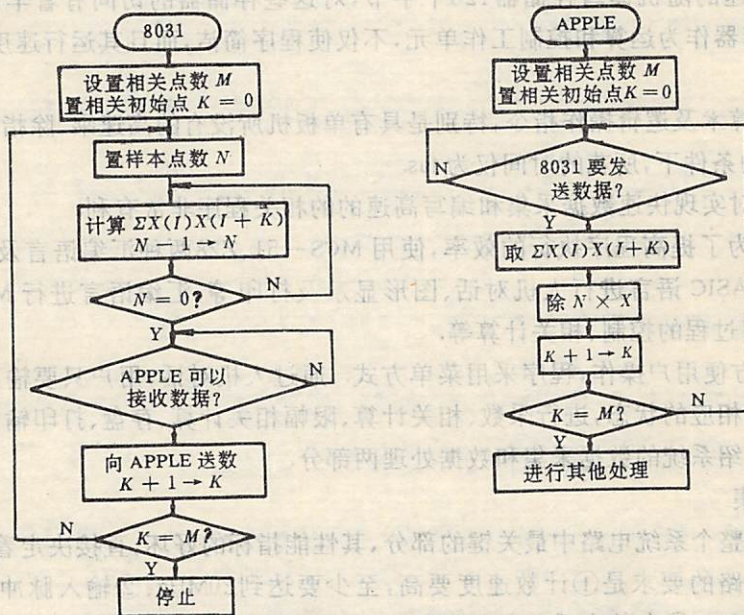


图4 数据处理流程图

4 实验

为了检验研制的光子计数相关仪的精确性和可靠性,我们用本系统测量了物体移动的速

度.

(1)测量光路及原理

图5所示是测速的测量光路. S为光源, O为测量毛玻璃, L为透镜, PD为光电倍增管. 当毛玻璃慢速运动时, 我们希望能用光子相关仪测量出其运动速度.

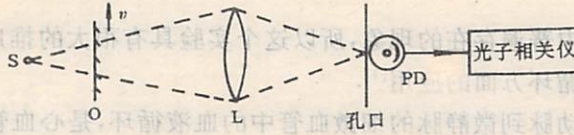


图5 测速光路

测量原理是: 从S发出的激光射到慢速运动的O上, 透射的光就成为高斯光, 这是因为运动的毛玻璃可以认为是一随机位相板, 激光在散射前近似为一振幅相位恒定的光场, 散射后在散射空间中任一点的场强

$$E(t) = \sum_i E_i \exp[j(\omega_i t + \varphi_i + i(t))]$$

其中 $i(t)$ 为一随机变量, 求和表示散射区中, 不同点的散射光的迭加, 由各态历经性假设和中心极限可知, 当 i 趋于充分大时, $E(t)$ 服从高斯分布, 散射光的谱线产生增宽. 这样, 即可用光子相关光谱学测量此线宽. 理论上已经证明^[6]毛玻璃的运动速度与展宽的线宽成正比, 或者与自相关函数的半宽度成反比, 即

$$d = k/v$$

d 为相关函数的半宽度. v 为毛玻璃的运动速度. k 为光路系数, 与所用的激光波长、毛玻璃到光电倍增管的距离、光电倍增管的孔径有关.

(2)测量结果

图6为测量后得出的相关曲线, 取样时间为 $200\mu\text{s}$, 曲线1、2、3对应的速度分别为

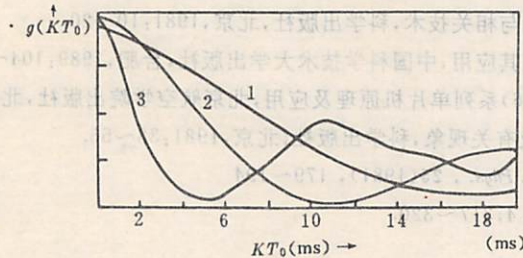


图6 测量曲线

0.78cm/s、1.43cm/s、1.89cm/s. 从图中可以看出1、2、3的半宽度分别为16ms、11ms、5.2ms, 基本上与速度对应成反比(见表1). 由于我们取样本的点数不可能很多, 只取前1100个点进行计算, 当然这1100个点组成的信号已不可能是真正的高斯信号, 故得出的相关函数只是对理论上的相关函数的逼近, 所以实测值有时不可能完全与理论值一致. 另外, 还存在其他主观和客观的误差. 为了进一步减少这些实验误差, 我们可以采取一些信号处理的方法, 提高其精度.

表 1

速度(cm/s)			半宽度(ms)			速度比	半宽度比 $d1:d2:d3$	
$v1$	$v2$	$v3$	$d1$	$d2$	$d3$	$v1:v2:v3$	理论值	实测值
0.781	431.89	16	11	5.2	0.5:1:1.3	1.3:1:0.5	1.45:1:0.5	

由于运动是自然界中普遍存在的现象,所以这个实验具有很大的推广价值. 这里,我们大致介绍一下它在测量微循环方面的应用^[7].

微循环指的是由微动脉到微静脉的细微血管中的血液循环,是心血管系统的终末部分,也是血液循环系统真正实施其动能的部位. 因此微循环功能状态正常与否,对机体的内在平衡有很大的作用,由于微循环的血管非常细微(小于500 μm),任何机械装置的引入都会干扰其正常的流动状态,因此,非侵入的测量是非常重要的.

用相关仪测量微循环的原理与相关仪测量毛玻璃的速度的原理相同,当激光束射入皮肤时,首先与皮肤中的一些静止或移动相当缓慢的细胞发生碰撞,被这些细胞或单元散射后再与运动的红血球发生碰撞,从运动的红血球散射出来的光便发生了多普勒频移,于是就可用自相关函数的半宽度来测出红血球的运动速度.

从上面的实验可以说明,我们设计的光子相关仪的硬件、软件是正确的,采集来的数据及计算的结果是可靠的. 为了进一步减少实验误差,可以采取一些信号处理的方法,提高其精度.

我们设计的光子相关仪具有造价低廉、运算速度快、应用范围广、使用方便等优点,它不仅是一台光子相关仪,而且稍加改变,就可以作为高速计数器、高速频率计,具有很大的实用价值.

参 考 文 献

- [1] 戚康男、秦克诚、程路,统计光学导论,南开大学出版社,天津,1987:38-56,172~180.
- [2] 徐秉征、欧阳景正,信号分析与相关技术,科学出版社,北京,1981:10~20.
- [3] 林克明、周佩玲,单片微机及其应用,中国科学技术大学出版社,合肥,1989:104~125.
- [4] 孙涵芳、徐爱卿,MCS-51(96)系列单片机原理及应用,北京航空学院出版社,北京,1988:18~72.
- [5] J. C. 丹蒂[英],激光斑纹及有关现象,科学出版社,北京,1981:33~55.
- [6] Asakura T and Takai N, *Appl. Phys.*, **25**(1981), 179~194
- [7] 姚昆等,红外研究,1989, No. 4, 317~320.

长石分析与古陶产地的初步研究*

王昌燧 刘方新 姚昆仑 程庭柱 张秉伦

(中国科学技术大学)

张敬国

严文明

(安徽省文物考古研究所)

(北京大学)

摘要

陶器原料的组成之一——长石,其种类和在粘土中的含量与粘土母岩的特性有关。因此,研究古陶中长石的种类和含量便可得到与古陶产地有关的信息。本文分析了安徽薛家岗、凌家滩和南京北阴阳营三个新石器时代遗址的古陶残片,发现陶片的钠长石含量与其发掘遗址有一定的关系。

关键词: 增量法,长石分析,古陶产地。

中图法分类号: K854.2

1 引言

新石器时代的陶器是史前人类文明的重要遗存。它记载着古代人类社会文化的丰富信息。它的造型和图案不仅反应了史前人类的原始艺术风格和宗教信仰,而且很可能还体现着当时的生态环境和生活方式。它的制作原料的选择和加工工艺,则反映了那一时代的科技水平。显然,古陶器的研究在考古研究中有着特殊的意义。

在古陶器研究的基础上,我国考古学家建立了划分考古文化谱系的有效理论——器形学。科技考古的兴起使考古学得以进一步发展。其中,陶土的成分分析为古陶产地提供了有价值

1990年12月8日收到。

* 中国科学院、中国科学技术大学结构分析开放研究室资助项目。

的信息^[1]。而古陶的产地正是考古学界极为关心的问题之一。

陶器的成分分析研究发现,其原料主要由长石、石英和蒙脱石组成。而长石的品种繁多,不同地质条件下形成的长石具有不同成分、不同热状态。换句话说,不同种类的长石来自于地质条件不同的地区^[2]。于是,通过分析古陶残片中长石的种类和含量,可以探讨古陶的制作地点,进而解答考古研究中某些悬而未决的问题。本文就此进行了初步探讨。

2 原理

2.1 长石简介

长石为钾、钠、钙的铝硅酸盐, Si-O四面体连接成骨架状构造,一般由三种简单的长石分子组合而成:

钾长石分子(Or) KAISi_3O_8

钠长石分子(Ab) $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$

钙长石分子(An) $\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$

在高温条件下钾长石和钠长石可以形成完全类质同象系,但在低温条件下则只能形成有限的类质。钾长石与钠长石分子的组合称钾钠长石系列或称碱性长石。碱性长石中一般含钙长石不超过5~10%。钠长石和钙长石分子一般说来能形成完全类质同象,构成钠钙长石系列或称斜长石。在斜长石系列中,也含有一定数量的钾长石分子,含量通常低于5~10%。因此,这两个系列又可分为许多不同的长石品种。然而从X射线衍射分析来看,唯有钠长石最强衍射峰所对应的晶面d值是3.18Å,而其余长石最强衍射峰所对应的晶面d值几乎都介于3.21Å~3.26Å之间。为此,本工作对安徽薛家岗、凌家滩和南京北阴阳营三处遗址的陶器残片做了钠长石的定量分析,以求获得有关产地的信息。

2.2 X-射线增量法

和石英含量分析一样,我们采用的仍是经过改进的增量法^[13,14]。它实际上是基体稀释法的发展。众所周知,由F. H. Chung提出的基体稀释法,亦称K值法,是目前X射线衍射对多相混合物进行定量分析的最通用的方法。其基本公式为:

$$\left(\frac{I_i}{I_j}\right)_0 = K \cdot \frac{X_i}{X_j} \quad (1)$$

式中 X_i 和 X_j 为第*i*相和第*j*相的重量分数, I_i 与 I_j 分别为上述两个所指定的两个衍射峰的衍射强度,而 $K = C_i \rho_i / C_j \rho_j$ 仅与 λ 、 θ 、 d 、 ρ 有关,与*i*和*j*相的含量无关,与其他相的存在与否、测角仪的几何条件以及入射光束强度也都无关,因此K是一个表征*i*、*j*两相的常数。在我们的工作中,待求的*i*相为钠长石,其指定测试的衍射峰所对应的晶面指数为(002), $d = 3.18 \text{ \AA}$;而作为参考的*j*相为石英,指定测试的衍射峰所对应的晶面指数为(101), $d = 3.34 \text{ \AA}$ 。

在待测样品中添加纯钠长石标样,使标样与待测样品基体的质量比为 $X_s = 0.05$,这时可得到:

$$\left(\frac{I_i}{I_j}\right)_1 = K \cdot \frac{X_i + X_s}{X_j} \quad (2)$$

解方程(1)与(2),便可得到 X_i 。

2.3 长石分析与古陶产地

陶器和瓷器对原料的要求不同,瓷器要求高岭土或瓷土作原料,而陶器原料无特别要求,只要是黏土就行.因此,先人制作陶器必然是就地取材.陶土和古陶产地有着密切的关系.

陶器和瓷器的烧结温度也不同,陶器的烧结温度一般为700~800℃,而瓷器的烧结温度为1300℃以上.长石的熔点在1185~1490℃范围内^[5],在陶器烧结过程中,长石不会发生相变.W. A. Deer 等人指出,当温度<1000℃时,钠长石仍为三斜晶系^[6],故利用X射线定量物相分析方法测定古陶的钠长石和正长石含量,应和其制作原料—陶土的测定结果相同.即通过古陶中长石种类和含量的分析来研究古陶产地是有理论依据的.

3 实验与结果

实验样品分别为安徽含山县凌家滩遗址古陶残片6个,编号以M开头;安徽潜山县薛家岗的7个,编号以为T开头;南京北阴阳营的5个,以北T开头^[7,8,9].古陶残片用水洗干净并用砂纸打掉表面层,再放到球磨机里球磨5小时,晾干后过500目筛,便可作为待测样品和标样.

用顶装样品架装样,尽量使每次装样条件相同^[10].测试在日本理学电机公司生产的D/max-rA型转靶X射线衍射仪上进行.使用Cu靶,工作管压和管流分别为40kV和150mA.数据收集采用步进扫描方式,步宽0.02°(2θ).测试长石和石英衍射线时,每步停留的时间分别为10s和4s,所得数据直接储存在IBM/PC-XT型微机的软盘上.通过背景扣除、分峰和积分强度运算.图1为分峰拟合的图形.样品号分别为T24(4):1,12,M10:17,W273:0.表1所列的是测量和计算结果.

表1 古陶残片内钠长石含量(wt%)

样品	M9:0	M9:43	M10:17	M12:36	M15:24	M17:12	
Ab含量	0.068	0.071	0.049	0.058	0.055	0.051	
样品	T24(4):1	T24(4):2	T24(4):5	T24(4):6	T24(4):8	T24(4):10	T25(4):12
Ab含量	0.121	0.092	0.113	0.077	0.043	0.136	0.093
样品	北T34无号	北T273:0	北T254:4	北T34:2.5	北T254:0		
Ab含量	0.018	0.007	0.034	0.032	0.055		

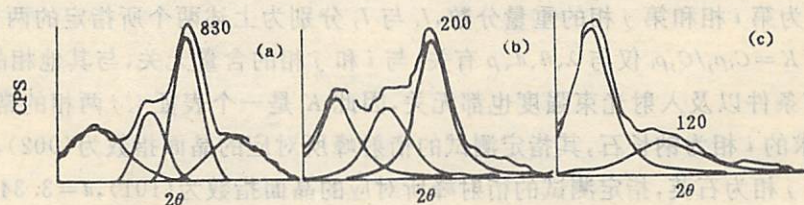


图1 古陶片中长石衍射峰($d=3.18\sim 3.26\text{Å}$)的分峰拟合图

(a)薛家岗遗址,(b)凌家滩遗址,(c)北阴阳营遗址

4 讨论和结论

为了讨论测量计算误差和结果的可靠性,采用多次添加不同量标样的方法进行测量. 首先,设方程(2)中的 $K' = K/X_j$, $R = (I_i/I_j)_i$, 则可得方程组

$$\begin{aligned} R_0 &= k'x_i \\ R_1 &= k'(x_i + x_s) \end{aligned} \quad (3)$$

再设 $K = 1/k'$, $y_0 = 0$, $y_1 = x_s$, 代入(3), 移项可得

$$\begin{aligned} R_0K - x_i &= y_0 \\ R_1K - x_i &= y_1 \end{aligned} \quad (4)$$

当添加不同标样进行测量时,即可得到不同的 R_k 和 y_k . 这样,就可得到一组超定方程组:

$$R_kK - X_i = y_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

根据最小二乘法^[11], 可得

$$X_i = \frac{\sum Y_k \cdot R_k \sum R_k - \sum Y_k \sum R_k^2}{(n+1) \sum R_k^2 - (\sum R_k)^2} \quad (6)$$

式中 \sum 表示对下标 k 从 0 至 n 求和. 对 x_i 求微分, 可得到 x_i 的误差

$$\begin{aligned} \sigma(x_i) &= \frac{(\sum R_k \Delta Y_k - \sum Y_k \Delta R_k) \sum R_k + \sum Y_k R_k \sum \Delta R_k - 2 \sum Y_k}{(n+1) \sum R_k^2 - (\sum R_k)^2} \\ &\quad - \frac{(\sum Y_k R_k \sum R_k - \sum Y_k \sum R_k^2) [2(n+1) \sum R_k \Delta R_k - 2 \sum R_k \sum \Delta R_k]}{[(n+1) \sum R_k^2 - (\sum R_k)^2]^2} \end{aligned} \quad (7)$$

选择 T25(4):4、M10:17 和北 T254:4 为待测样品, 对它们依次分别加入重量比为 5%, 10% 和 15% 的钠长石标样, 测量数据列于表 2. 图 2 为上述三个样品定量相分析的线性回归图解.

表 2 古陶加不同量钠长石标样的测量数据

样品	标样比例				长石含量 X
	R(0%)	R(5%)	R(10%)	R(15%)	
T24(4):5	0.1052	0.1516	0.1972	0.2433	0.1137
M10:17	0.0698	0.1406	0.2146	0.2800	0.0489
北 T254:4	0.0572	0.1420	0.2224	0.2874	0.0353

图 2 中直线是加权最小二乘线性回归的结果. 截距的绝对值为基体中钠长石的含量.

计算结果表明, X_i 的相对误差小于 5%, 表明这种方法是可靠的, 数据是有意义的. 测试分析表明, 薛家岗遗址陶器残片的钠长石含量最高, 其范围为 0.043~0.136wt.%. 凌家滩遗址陶器残片的钠长石含量最高, 其范围为 0.049~0.071wt.%, 而北阴阳营遗址陶器残片的钠长石含量最低, 其范围为 0.007~0.055wt.%. 这一结果表明: 古陶残片的钠长石含量与其制作地区是有一定联系的. 尽管以上三个遗址的数据之间有交叉, 但是只要进一步分析残片内其他

长石的含量或古陶片中稀土元素的含量,以一组综合数据,明确表征不同文化类型陶片的产地特点,是可以实现的。

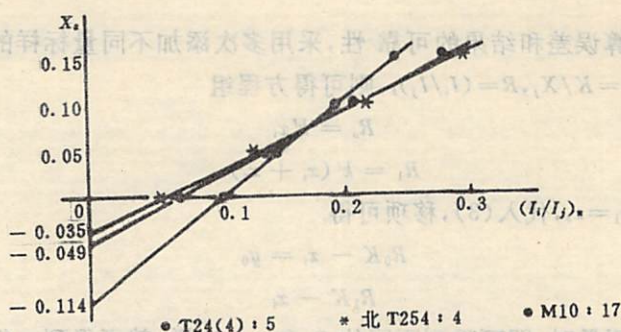


图2 定量相分析的线性回归

根据以上的分析和讨论,可得结论如下:

1. 古陶残片的钠长石含量与其制作地点有着一定的联系。
2. 古陶古长石定量分析可望提供古陶制作区域的信息。

衷心感谢钱临照教授和苏秉琦教授的关心和帮助。感谢王奎仁教授和周有勤老师的配合和合作。

参 考 文 献

- [1] 三迁利一,考古土器の产地を探る,自然,第三卷,第6号,143-150.
- [2] 汪正然,陈武,矿物学,上海科学技术出版社,1965,345-354.
- [3] Chung F H, *J. Appl. Cryst.*, 1(1974), 519.
- [4] Wang Changsui et al., *Proceeding of 1989 International Symposium Ancient Ceramics*, 1989, Shanghai, 22-30.
- [5] R. B. 拉杜, W. M. 迈耶斯, 非金属矿物(中译本),地质出版社,1958:187.
- [6] Deer W A, et al., *Rock-Forming Minerals*, Vol. 4, London, Longmans, 1962, 6-20.
- [7] 安徽文物考古研究所,潜山薛家岗新石器时代遗址,考古学报,1982,第3期,283-324.
- [8] 安徽文物考古研究所,安徽含山凌家滩新石器时代墓地发掘简报,文物,1989,第四期,1-9.
- [9] 南京博物馆,南京北阴阳营第一、二次的发掘,考古学报,1958,第一期,7-17.
- [10] Klug H P and Alexander L E, *X-ray Diffraction Procedures for Polycrystalline and Amorphous Materials*, Wiley, New York, 1974:390-439.
- [11] 何旭初等编,计算数学简明教程,人民教育出版社,1981: 63-73.

A Preliminary Research on Feldspar and the Production Place of Ancient Pottery

Wang Changsui Liu Fangxin Yao Kunlun Cheng Tingzhu Zhang Binglun

(University of Science and Technology of China)

Zhang Jingguo

(Anhui Institute of Cultural Relics and Archaeology)

Yan Wenming

(Beijing University)

Abstract

The feldspar is one of the components of pottery material. Its variety and content in clay is related with the characteristics of parent rock of clay, and some information of ancient pottery can be obtained from the research on the variety and content of the feldspar in ancient pottery. In this paper, three ancient potsherds in Xuejiagang, Lingjiatan of Anhui and Beiyinyangyin of Nanjing ruins of the Neolithic age are analyzed. It is found that the content of albite in the pottery is related with the excavated ruins.

Key words: increment method, feldspar analysis, production place of ancient pottery.

关于酉群上的插值问题

吴汉臣

(镇江矿山机械厂)

摘要

本文应用酉群上完备、正规、正交函数系及其核函数的性质,探讨了酉群上具有某种最小值的一类插值问题.并以此为基础,求出适合该类插值问题的函数和相应的最小值.

关键词: 酉群,插值问题,极小函数.

中图法分类号: O174.42

AMS Subject Classifications(1980): 42A

1 前言

龚昇在[3]的第4.5节中,给出了酉群上“等距”节点插值问题一例.通过对该例的分析,我们不难看出文中所列之公式,实质上是单变量“等距”节点插值公式在酉群上的平行推广事实上,从该文可知:

$$U_{r_1, \dots, r_n} = V_0(e^{i\theta_1}, e^{i\theta_2}, \dots, e^{i\theta_n})\bar{V}'$$

这里的

$$\theta_i = \frac{2P_i\pi}{2N+1}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad P_i = 1, 2, \dots, 2N+1.$$

$$\varphi_{r_1, \dots, r_n} = \frac{\det(I - U^{2N+1}\bar{U}'^{2N+1})}{(2N+1)^2 \det^* U U'_{r_1, \dots, r_n} \det(I - U U'_{r_1, \dots, r_n})} \quad (1)$$

若以

$$U_{q_1, \dots, q_n} = V_0(e^{i\tau_1}, e^{i\tau_2}, \dots, e^{i\tau_n})V'_0$$

$$(8) \quad \tau_i = \frac{2q_i\pi}{2N+1}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad q_i = 1, 2, \dots, 2N+1$$

代入(1)式, 则

$$\begin{aligned} \varphi_{p_1, \dots, p_n}(U_{q_1, \dots, q_n}) &= \frac{\det^*(I - U_{q_1, \dots, q_n}^{2N+1} \bar{U}'_{p_1, \dots, p_n})}{(2N+1)^2 \det^{*N} U_{q_1, \dots, q_n} \bar{U}'_{p_1, \dots, p_n} \det^*(I - U_{q_1, \dots, q_n} \bar{U}'_{p_1, \dots, p_n})} \\ &= \frac{\prod_{i=1}^n (1 - e^{i(2N+1)(\tau_i - \theta_i)})^n}{(2N+1)^2 \prod_{i=1}^n e^{inN(\tau_i - \theta_i)} (1 - e^{i(\tau_i - \theta_i)})^n} \\ &= \left[\prod_{i=1}^n \frac{1}{2N+1} \cdot \frac{\sin \frac{2N+1}{2}(\tau_i - \theta_i)}{\sin \frac{1}{2}(\tau_i - \theta_i)} \right]^n \end{aligned}$$

运用三角恒等式

$$\frac{\sin \frac{2N+1}{2}\theta}{2\sin \frac{1}{2}\theta} = \frac{1}{2} + \cos\theta + \cos 2\theta + \dots + \cos N\theta$$

可见

$$\varphi_{p_1, \dots, p_n}(U_{q_1, \dots, q_n}) = \begin{cases} 0, & (p_1, \dots, p_n) \neq (q_1, \dots, q_n) \\ 1, & (p_1, \dots, p_n) = (q_1, \dots, q_n) \end{cases}$$

通过上面的计算不难看出, 这与[3]中单变量插值公式,

$$t_k(x) = \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{\sin \frac{2n+1}{2}(x-x_k)}{\sin \frac{x-x_k}{2}}$$

$$t_k(x_i) = \begin{cases} 0, & (i \neq k) \\ 1, & (i = k) \end{cases}$$

$$x_k = \frac{2k\pi}{2n+1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, 2n$$

是一致的. 所不同者, 相当于将单变量“等距”节点的插值公式在酉群上将其“矩阵”化而已.

本文目的将运用酉群上完备正规正交函数系及其核函数的性质, 来讨论[1]中所阐述的另一类插值问题.

2 酉群上的另一类插值问题

设 $Q(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$ 表示已知的酉群上的解析且平方可积函数; $U_{(k)}, k=1, 2, \dots, l$ 表示酉群上的一组点列, $W_{hk}, h=0, 1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, l$ 表示一组已给复数. 我们的目的是要求一个在 U_n 上解析且平方可积的函数 $f(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$, 使它满足条件

$$f^{(h)}(U_{(k)}) = W_{hk}, \quad h=0, 1, \dots, m; \quad k=1, 2, \dots, l. \quad (2)$$

而且使积分

$$\int \dots \int |Q(U) - f(U)|^2 U \quad (3)$$

取得最小值.

本文主要结果在于证明下述公式(4)和(5),并旁及由此而引伸的若干推论.

1. 适合条件(2)并且能使公式(3)取深得最小值的函数为

$$f(V, U_{(k)} | 1 \leq k \leq l) = \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{u_n}(V, \bar{U}) \bar{U} - \frac{\det \begin{vmatrix} 0 & \sum_{ok} (V, \bar{U}_{(k)}) \\ (W_{st} - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{\infty}(U_{(l)}, \bar{U}) \bar{U})' & (K_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l} \end{vmatrix}}{\det(K_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l}} \quad (4)$$

2. 满足公式(3)的最小值设为 $M U_n(U_{(k)} | 1 \leq k \leq l)$, 则有结果

$$M U_n(U_{(k)} | 1 \leq k \leq l) = \int_{U_n} \dots \int |Q(U) - f(U)|^2 \bar{U} \frac{\det \begin{vmatrix} 0 & W_{sk} - Q^{(k)}(U_{(k)}) \\ (W_{st} - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{\infty}(U_{(l)}, \bar{U}) \bar{U}), & (K_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l} \end{vmatrix}}{\det(k_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l}} \quad (5)$$

这里的 $\mathcal{L}^2(U_n)$ 表示所有在酉群上解析且适合条件

$$\int_{U_n} \dots \int |f(U)|^2 U < \infty$$

的函数 $f(U)$ 之集合. $f^{(k)}(U_{(k)})$ 表示解析函数 $f(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$ 在 $U_{(k)}$ 处的 h 阶微商.

3 (4)及(5)的证明

众所周知, 酉群上的完备正规正交函数系为(见[4])

$$\varphi_{ij}^f = \sqrt{\frac{N(f_1, \dots, f_n)}{\omega_n}} a_{ij}^f \quad (6)$$

这里的,

$$\omega = \frac{((2\pi)^{\frac{1}{2}(n-1)})}{(n-1)!(n-2)! \dots 2! 1!}$$

$$N(f_1, \dots, f_n) = N(f)$$

$$= \frac{D(f_1 + n - 1, f_2 + n - 2, \dots, f_{n-1} + 1, f_n)}{D(n-1, n-2, \dots, 1, 0)}$$

f_1, f_2, \dots, f_n 为适合条件 $f_1 \geq f_2 \geq \dots \geq f_n \geq 0$ 的整数, 而 $i, j = 1, 2, \dots, N(f_1, f_2, \dots, f_n)$.

又

$$A_{f_1, \dots, f_n}(U) = A_f(U)$$

$$= (a_{ij}^f(U))_{1 \leq i, j \leq N(f_1, f_2, \dots, f_n)}$$

$A_f(U)$ 表示下标为 f_1, f_2, \dots, f_n 的酉表示, 这是一个 $N(f)$ 行列的方阵.

将公式(6)的函数列

$$\varphi_j^i(U), f_1 \geq f_2 \geq \dots \geq f_n \geq 0, i, j = 1, 2, \dots, N(f_1, \dots, f_n)$$

排列成单一的次序

$$\psi_p(U), P = 1, 2, 3, \dots$$

下面首先来证明公式(4).

熟知,由 $f(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$ 在酉群上解析及正规正交函数列(7)的完备性,得知有展式

$$f(U) = \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_p \psi_p(U) \quad (8)$$

其中

$$\alpha_p = \int_{U_n} \dots \int f(U) \overline{\psi_p(U)} \dot{U}, \quad \sum_{p=1}^{\infty} |\alpha_p|^2 < \infty$$

现将条件(2)代入到公式(8)之中,得

$$\begin{aligned} f^{(k)}(U_{(k)}) &= \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_p \psi_p^{(k)}(U_{(k)}) \\ &= W_{hk} \quad h = 0, 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \quad (9)$$

应用 lagrange 待定常数法,我们来求在条件(9)之下,使公式(3)取得最小值. 为此目的,考虑下述公式

$$\begin{aligned} &\int_{U_n} \dots \int |Q(U) - f(U)|^2 \dot{U} - \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{lk} (f^{(k)}(U_{(k)}) - W_{lk}) = - \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^l \bar{\lambda}_{lk} \overline{(f^{(k)}(U_{(k)}) - W_{lk})} \\ &= \int_{U_n} \dots \int |Q(U)|^2 \dot{U} - \sum_{p=1}^{\infty} (\alpha_p \cdot \int_{U_n} \dots \int \overline{Q(U)} \overline{\psi_p(U)} \dot{U} \\ &\quad + \bar{\alpha}_p \int_{U_n} \dots \int Q(U) \overline{\psi_p(U)} \dot{U} - |\alpha_p|^2 - \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{lk} \cdot (\sum_{p=1}^{\infty} \alpha_p \psi_p^{(k)}(U_{(k)}) - W_{lk}) \\ &\quad - \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \bar{\lambda}_{lk} (\sum_{p=1}^{\infty} \bar{\alpha}_p \overline{\psi_p^{(k)}(U_{(k)})} - \bar{W}_{lk}) \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\lambda_{lk}, \bar{\lambda}_{lk}$ 称为 lagrange 待定常数.

在公式(10)中,对待定数 $\bar{\alpha}$ 求微商,再令其等于零,得

$$\sum_{p=1}^{\infty} \bar{\alpha}_p = \sum_{p=1}^{\infty} \left(\int_{U_n} \dots \int Q(U) \overline{\psi_p(U)} \dot{U} + \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \bar{\lambda}_{lk} \overline{\psi_p^{(k)}(U_{(k)})} \right) \quad (11)$$

从公式(11)可知,其唯一解为:

$$\bar{\alpha}_p = \int_{U_n} \dots \int Q(U) \overline{\psi_p(U)} \dot{U} + \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \bar{\lambda}_{lk} \overline{\psi_p^{(k)}(U_{(k)})} \quad (12)$$

再将结果(12)代入公式(9),则得

$$\sum_{p=1}^{\infty} \left(\int_{U_n} \dots \int Q(U) \overline{\psi_p(U)} \dot{U} + \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \bar{\lambda}_{lk} \overline{\psi_p^{(k)}(U_{(k)})} \right) \psi_p^{(s)}(U_{(s)}) = W_{st}$$

或写成形式

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \bar{\lambda}_{lk} K_{sl}(U_{(l)}, \bar{U}_{(l)}) &= W_{st} - \sum_{p=1}^{\infty} \int_{U_n} \dots \int Q(U) \psi_p^{(s)}(U_{(s)}) \overline{\psi_p(U)} \dot{U} \\ &= W_{st} - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{so}(U_{(s)}, \bar{U}) \dot{U} \end{aligned} \quad (13)$$

$$s = 0, 1, 2, \dots, m; l = 1, 2, \dots, l$$

这里,

$$K_{sh}(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)}) = \sum_{p=1}^{\infty} \psi_p^{(s)}(U_{(t)}) \overline{\psi_p^{(k)}(\bar{U}_{(k)})}$$

公式(13)是关于 lagrange 待定常数 $\bar{\lambda}_{hk}$ ($h=0, 1, 2, \dots, m; k=1, 2, 3, \dots, l$) 的 $(m+1)l$ 个变量的线性方程组, 当其系数行列式

$$\det(K_{sh}(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l}$$

不等于零时, 我们有唯一的一组解

$$\bar{\lambda}_{hk} = (-1)^{a-1} \frac{\det((W_{st} - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{so}(U_{(t)}, \bar{U}) \dot{U}), K_{sa}^a(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)}))}{\det(K_{sh}(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l}} \quad (14)$$

这里 $K_{sh}^a(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)})$ 表示 $(m+1)l$ 行列方阵 $K_{sh}(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)})_{(m+1)l \times (m+1)l}$ 中除去第 a 列诸元素后所成的矩阵. 而“ a ”的意义则为将 $\bar{\lambda}_{hk}$ 之变量的足标 $h=0, 1, 2, \dots, m; t=1, 2, 3, \dots, l$ 按单一次序排列后的第 a 个变数, 即相当于 $\bar{\lambda}_{hk} = \bar{\lambda}_a$; 而

$$(W_{st} - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{so}(U_{(t)}, \bar{U}) \dot{U})'$$

系表示以:

$$W_{st} - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{so}(U_{(t)}, \bar{U}) \dot{U}$$

$s=0, 1, 2, \dots, m; t=1, 2, 3, \dots, l$ 为分量的 $(m+1)l$ 维矢量的转置矢量.

由公式(7), (10)及(13)得最小函数的具体表达式如次:

$$\begin{aligned} f(V, U_{(k)}_{1 \leq k \leq l}) &= \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_p \psi_p(V) \\ &= \sum_{p=1}^{\infty} \left(\int_{U_n} \dots \int Q(U) \psi_p(V) \overline{\psi_p(U)} \dot{U} + \sum_{k=0}^m \sum_{k=1}^l \bar{\lambda}_{hk} \psi_p^{(k)}(U_{(k)}) \right) \\ &= \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{0n}(V, \bar{U}) \dot{U} \\ &+ \sum_{k=0}^m \sum_{k=1}^l (-1)^{a-1} \frac{\det(W_{st} - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{so}(U_{(t)}, \bar{U}) \dot{U})', K_{sa}^a(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)}))}{\det(K_{sh}(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l}} \cdot K_{0k}(V, \bar{U}_{(k)}) \\ &= \int_{U_n} \dots \int Q(U) k_{0n}(V, \bar{U}) \dot{U} - \\ &\frac{\det \begin{vmatrix} 0 & \sum_{0k} (V, \bar{U}_{(k)}) \\ (W_{st} - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{so}(U_{(t)}, \bar{U}) \dot{U})' & (K_{sh}(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l} \end{vmatrix}}{\det(K_{sh}(U_{(t)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l}} \end{aligned}$$

这里 $\sum_{0k}(V, \bar{U}_{(k)})$ 表示以 $K_{0k}(V, \bar{U}_{(k)})$, $h=0, 1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, l$ 为分量的 $(m+1)l$ 维矢量. 函数 $f(V, U_{(k)}_{1 \leq k \leq l})$ 的唯一性从整个证明过程亦已得知, 公式(4)至此完全证毕.

下面, 我们来证明公式(5).

事实上由酉群上正规正交函数系的完备性, 可见,

$$M_{0n}(U_{(k)}_{1 \leq k \leq l}) = \int_{U_n} \dots \int |Q(U) - f(U)|^2 \dot{U}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{p=1}^{\infty} (\alpha_p - \beta_p)^2 \\
 &= \sum_{p=1}^{\infty} (|\alpha_p - \beta_p|) \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{kk} \psi_p^{(k)}(U_{(k)})
 \end{aligned}$$

这里的

$$\begin{aligned}
 (Q(U)) &= \sum_{p=1}^{\infty} \beta_p \varphi_p(U), \beta_p = \int_{U_n} \cdots \int Q(U) \overline{\psi_p(U) \bar{U}} \\
 &= \sum_{p=1}^{\infty} (\alpha_p \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{kl} \psi_p^{(k)}(U_{(k)}) - \beta_p \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{kl} \psi_p^{(k)}(U_{(k)})) \\
 &= \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{kl} \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_p \psi_p^{(k)}(U_{(k)}) - \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{kl} \sum_{p=1}^{\infty} \beta_p \psi_p^{(k)}(U_{(k)}) \\
 &= \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{kl} W_{kl} - \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{kl} Q^{(k)}(U_{(k)}) \\
 &= \sum_{k=0}^m \sum_{l=1}^l \lambda_{kl} (W_{kl} - Q^{(k)}(U_{(k)})) \\
 &= - \frac{\det \begin{pmatrix} 0 & (W_{0k} - Q^{(k)}(U_{(k)})) \\ (W_{sl} - \int_{U_n} \cdots \int Q(U) K_{so}(U_{(l)}, \bar{U}) \bar{U}) & (K_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l} \end{pmatrix}}{\det(K_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l}}
 \end{aligned}$$

公式(5)至此完全证毕。

4 公式(4)及(5)的推论

本节主要阐述关于公式(4)及(5)的几个推论。

4.1 在公式(4)及(5)之中令 $Q(U)=0$, 则得到如下的插值问题

设 $U_{(k)} \in U_n, k=1, 2, \dots, l$ 表示酉群上的一组点列, $W_{hk}, h=0, 1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, l$ 表示一组已给定的复数, 求一个在 U_n 上的解析且平方可积的函数 $f(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$, 使它满足条件:

$$f^{(h)}(U_{(k)}) = W_{hk}, h=0, 1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, l$$

且使积分

$$\int_{U_n} \cdots \int |f(U)|^2 \bar{U}$$

取得最小值。

由公式(4)及(5), 我们立得

$$f(V, U_{(k)} |_{1 \leq k \leq l}) = - \frac{\det \begin{pmatrix} 0 & \sum_{ok} (V, \bar{U}_{(k)}) \\ W_{sl} & (K_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l} \end{pmatrix}}{\det(K_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l}} \quad (15)$$

$$M_{U_n}(U_{(k)} |_{1 \leq k \leq l}) = - \frac{\det \begin{pmatrix} 0 & W_{hk} \\ \bar{W}'_{sl} & (K_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l} \end{pmatrix}}{\det(K_{sk}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{(m+1)l \times (m+1)l}} \quad (16)$$

4.2 在公式(4)和(5)之中, 令 $Q(U)=0, k=1$ 时, 则得如下的插值问题

设 $W_h, h=0, 1, 2, \dots, m$ 表示一组已知的复数序列, 求一个在酉群上解析且平方可积的函数 $f(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$, 在一定点 $V \in U_n$ 处满足条件:

$$f^{(h)}(V) = W_h, \quad h = 0, 1, 2, \dots, m.$$

且使积分

$$\int_{U_n} \dots \int |f(U)|^2 U$$

取得最小值.

运用公式(4)及(5), 我们有

$$f(V, U) = - \frac{\det \begin{vmatrix} 0 & \sum_{\alpha\beta} (V, \bar{U}) \\ W_0 & (K_{\alpha\beta}(V, \bar{U}))_{(m+1) \times (m+1)} \end{vmatrix}}{\det (K_{\alpha\beta}(V, \bar{V}))_{(m+1) \times (m+1)}} \quad (17)$$

$$M_{U_n}(V) = - \frac{\begin{vmatrix} 0 & W_n \\ \bar{W}'_0 & (K_{\alpha\beta}(V, \bar{V}))_{(m+1) \times (m+1)} \end{vmatrix}}{\det (K_{\alpha\beta}(V, \bar{V}))_{(m+1) \times (m+1)}} \quad (18)$$

4.3 在公式(4)及(5)之中令 $Q(U)=0, h=0$, 则得下面酉群上的插值问题

设 $W_k, k=1, 2, \dots, l$ 表示一组已知的复数组, 求一个在酉群上解析且平方可积的函数 $f(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$, 使它在一组定点 $U_{(k)}, k=1, 2, \dots, l$ 处满足条件

$$f(U_{(k)}) = W_k, \quad k = 1, 2, \dots, l.$$

且使积分

$$\int_{U_n} \dots \int |f(U)|^2 U$$

取得最小值.

依据公式(4)及(5), 立得结果

$$f(V, U_{(k)1 \leq k \leq l}) = - \frac{\det \begin{vmatrix} 0 & \sum_{U_n} (V, \bar{U}_{(k)}) \dots \\ W_l & (K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{l \times l} \end{vmatrix}}{\det (K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{l \times l}} \quad (19)$$

$$M_{U_n}(U_{(k)1 \leq k \leq l}) = - \frac{\det \begin{vmatrix} 0 & W_k \\ W'_l & K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)})_{l \times l} \end{vmatrix}}{\det (K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{l \times l}} \quad (20)$$

4.4 在公式(4)及(5)之中, 令 $k=1$, 则得下面酉群上的插值问题

设 $Q(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$ 表示已知酉群上的解析且平方可积的函数 $f(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$, 使在一定点处满足条件

$$f^{(h)}(V) = Wh, \quad h = 0, 1, 2, \dots, m.$$

且使积分

$$\int_{U_n} \dots \int |Q(U) - f(U)|^2 U$$

取得最小值.

根据公式(4)及(5),我们立得结果

$$f(V, U) = \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{U_n}(V, \bar{U}) \bar{U} -$$

$$\det \begin{vmatrix} 0 & \sum_{U_n} (V, \bar{U}) \\ (W_s - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{U_n}(V, \bar{U}) U)' & (K_{U_n}(V, \bar{V}))_{(m+1) \times (m+1)} \end{vmatrix} \quad (21)$$

$$\det(K_{U_n}(V, \bar{V}))_{(m+1) \times (m+1)}$$

$$M_{U_n}(V) = - \frac{\det \begin{vmatrix} 0 & W_A - Q^{(A)}(V) \\ (W_s - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{U_n}(V, \bar{V}) U)' & (K_{U_n}(V, \bar{V}))_{(m+1) \times (m+1)} \end{vmatrix}}{\det(K_{U_n}(V, \bar{V}))_{(m+1) \times (m+1)}} \quad (22)$$

4.5 在公式(4)及(5)之中,令 $h=0$,则得如次的酉群上插值问题

设 $Q(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$ 表示已知在酉群上解析且平方可积的函数, $W_k, k=1, 2, \dots, l$ 表示一组已知的复数,要求一个在酉群上解析且平方可积的函数, $f(U) \in \mathcal{L}^2(U_n)$ 使它在一组定点 $U_{(k)}, k=1, 2, \dots, l$ 处满足条件

$$f(U_{(k)}) = W_k, \quad k = 1, 2, \dots, l$$

且使积分

$$\int_{U_n} \dots \int |Q(U) - f(U)|^2 U$$

取得最小值.

由公式(4)及(5),则得结果:

$$f(V, U_{(k)1 \leq k \leq l}) = \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{U_n}(V, \bar{U}) \bar{U} -$$

$$\det \begin{vmatrix} 0 & \sum_{U_n} (V, \bar{U}_{(k)}) \\ (W_l - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}) U)' & (K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{l \times l} \end{vmatrix} \quad (23)$$

$$\det(K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{l \times l}$$

$$M_{U_n}(U_{(k)1 \leq k \leq l})$$

$$= - \frac{\det \begin{vmatrix} 0 & W_k - Q(U_{(k)}) \\ (W_l - \int_{U_n} \dots \int Q(U) K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}) U)' & (K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{l \times l} \end{vmatrix}}{\det(K_{U_n}(U_{(l)}, \bar{U}_{(k)}))_{l \times l}} \quad (24)$$

参 考 文 献

- [1] 叶芳草, 多复变函数的内插问题, 厦门大学学报(数学专版), 1(1960), No. 1, 53—59.
- [2] Bergmans, 龚昇等译, 核函数和共形映照, 科学出版社, 北京, 1985: 25—31.
- [3] 龚昇, 数学学报, 13(1963), No. 3, 332~331.
- [4] И. П. 纳唐松, 徐端云译, 函数构造论, 下册, 高等教育出版社, 第一版, 1958: 2-82.
- [5] 吴汉臣, 厦门大学学报, 20(1981), No. 3, 391~393.
- [6] 吴汉臣, 江苏镇江师院学报, 1(1986), No. 1 12~17.

Interpolation Problem of Unitary Group

Wu Hanchen

(Mining Mechanical Factory of Zhenjiang)

Abstract

The paper deals with such problems as minimum interpolation in a unitary group by using perfect, normal and orthogonal function system and its kernel function properties, and obtains a function and its relevant minimum suitable to the solution of interpolation problems in question.

Key words: unitary group, interpolation problem, minimal value function.

中国科学技术大学学报编委会

主 编：龚 昇

副 主 编：(按姓氏笔划排序)

冯克勤 伍小平 刘耀阳

汪克林 张懋森 钱景仁

杨延龄

责任编辑：袁克林 杨延龄

英文编辑：王 琳

中国科学技术大学学报

Zhongguo Kexue Jishu Daxue Xuebao

(季刊, 1965年创刊)

第21卷第3期(总第74期)1991年9月出版

Journal Of China University of

Science And Technology

(Quarterly, Started in 1965)

Vol. 21 No. 3 (Sum. 74) Sept. 1991

编 辑：《中国科学技术大学学报》编辑部
安徽省合肥市金寨路96号(邮政编码230026)

印 刷：中国科学技术大学印刷厂

国内总发行：合肥市邮局

订 购 处：全国各地邮局

国外总发行：中国国际图书贸易总公司
(中国国际书店, 北京399信箱)

Edited by: Editorial Board of Journal of China
University Of Science and Technology
96 Jinzhai Rd., Hefei 230026, Anhui, China

Printed by: Printing House of University of Science and
Technology of China

Distributed by: China International Book Trading Coporation
(P. O. Box 399 Beijing, China)

国内统一刊号：CN34—1054

邮政代号：26—31

国外代号：Q527

定价：3.80元