

X射线显微成像中的光子统计噪声分析

吴路崎^{1,2}, 高 昆^{1,2}, 陈 健^{1,2}, 吴自玉^{1,2}

(1. 中国科学技术大学国家同步辐射实验室, 安徽合肥 230029; 2. 中国科学技术大学核科学技术学院, 安徽合肥 230026)

摘要:光子统计噪声是X射线显微成像中影响图像质量的主要因素之一,它对图像质量的影响一般用信噪比来描述.研究表明,X射线显微图像的信噪比随着入射光子数的增加而增加;但由于X射线会对样品带来损伤,所以实验中要求尽量减少入射的X光光子数.但是传统的基于经验数据的罗斯判据并不能给出客观的答案,特别对经过图像减影处理的带噪图像,罗斯判据并不适用.这里提出“区分概率”的概念对罗斯判据进行分析和改进,有助于找出所需最小入射光子数.将区分概率运用到图像减影法中进行模拟,求出此图像处理方法下所需最小入射光子数.最后得出区分概率在0.4时是图像中物体与背景部分得以区分的一个较合理阈值的结论.

关键词:图像衬度;信噪比;罗斯判据;区分概率;图像减影

中图分类号:O434.1 **文献标识码:**A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2014.03.011

引用格式: Wu Luqi, Gao Kun, Chen Jian, et al. Analysis of photon stochastic noise in X-ray microscopy[J].

Journal of University of Science and Technology of China, 2014, 44(3): 227-232.

吴路崎, 高昆, 陈健, 等. X射线显微成像中的光子统计噪声分析[J]. 中国科学技术大学学报, 2014, 44(3): 227-232.

Analysis of photon stochastic noise in X-ray microscopy

WU Luqi^{1,2}, GAO Kun^{1,2}, CHEN Jian^{1,2}, WU Ziyu^{1,2}

(1. National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China;

2. School of Nuclear Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: Stochastic photon noise is one of the most important factors which influence the quality of X-ray microscope images. The influence of the noise is described by the signal-to-noise ratio (SNR). Generally, increasing the number of photons yields better SNR, but inevitably with the side effect of a higher dose for the specimens. To find a good balance, one has to find a way to minimize the photon number while keeping an acceptable SNR, but conventional empirical Rose criterion is of little help, especially when applied to processed noised images. Here a concept of “probability-to-distinguish” was provided as an improvement on the Rose criterion. It can be used to find out the threshold of the photon number. The new method was applied to analyze noised images in image subtraction and compute the minimum photon number required. The conclusion is that objects can be distinguished from their background when the probability-to-distinguish is set at above 0.4.

Key words: image contrast; signal-to-noise ratio; Rose criterion; probability-to-distinguish; image subtraction

收稿日期: 2013-07-10; 修回日期: 2013-10-22

作者简介: 吴路崎, 男, 1990年生, 硕士. 研究方向: X射线显微成像. E-mail: wuluqi@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 吴自玉, 博士/教授. E-mail: wuzy@ustc.edu.cn

0 引言

图像噪声是 X 射线成像中影响图像质量的主要因素之一. 它对图像质量的影响一般用信噪比 SNR 来进行描述. SNR 越高, 则图像质量越好^[1]. 研究表明, 图像噪声的大小主要与 X 射线的能量大小、入射通量、曝光时间、探测器元件特性等有关^[1-7]. 目前对图像噪声的研究主要集中在 X 射线显微成像、医疗成像系统 CT(包括扇形扫描 CT、锥形束扫描 CT 等)以及其他领域^[8-13]. 由于噪声会对图像质量产生不利影响, Petrus 等通过改进滤波算法等来尽量消除图像噪声的影响^[14-18].

在 X 射线显微成像中, 光子统计噪声是主要的图像噪声之一, 它是由 X 射线光子本身的量子效应而产生的, 因此无法消除. 研究表明, 随着入射光子数的增加, 图像 SNR 也逐渐增加, 图像质量也随之变高. 但是在实验中, X 射线会对一些样品造成辐射损伤, 生物样品遭到的损伤尤为严重^[5-6]. 增加入射的 X 射线光子数会加大对样品的损伤程度, 所以在实验中应在保证图像质量的同时, 尽量控制入射光子数. 这就需要我们找出 SNR 的阈值, 求出所需最小入射光子数.

1947 年, 罗斯(Rose)通过实验提出罗斯判据, 即当 SNR 在 5 附近时, 图像中物体与背景部分得以区分开来^[1]. 罗斯等进一步的实验表明 SNR 的阈值在 3 到 7 之间, 且此判据在低衬度下较为适用. 在罗斯判据的基础上, Iuri 等的研究对图像分辨这一领域进一步做出贡献^[17-23].

通过对罗斯判据的分析可以看出: ①罗斯判据是一个实验判据, 缺乏一定的理论分析; ②罗斯对实验结果的处理略显粗糙, 这一点罗斯本人在文章中也有所承认^[1]; ③罗斯判据的结果存在浮动性, 在实际应用中会产生不利影响; ④罗斯判据在低衬度下较为适用, 当图像衬度提高时逐渐失效. 所以, 基于传统经验数据的罗斯判据并不能客观地解决问题. 另外对于经过图像减影处理的带噪图像, 其背景部分的信号几乎变为零而噪声却大大增强, 所以罗斯判据也不适用此情形.

本文将在理论分析的基础上提出“区分概率”的概念, 对罗斯判据进行进一步分析和改进, 通过计算和计算机模拟成像实验, 找出 SNR 的阈值, 求出所需最小入射光子数. 最后将区分概率理论运用到图像减影法中, 求出图像减影法中所需最小入射光子

数, 验证其合理性.

1 理论基础

根据光子统计噪声理论, X 射线显微成像中探测器的一个像素接收到的光子数并不是一个确定值, 而是满足 Poisson 分布的一个随机数^[4], 它的概率分布为

$$P(n = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (1)$$

参数满足

$$\lambda = E(n) = I_{\text{out}} = AI_{\text{in}} \quad (2)$$

式中, n 为探测器可能接收到的光子数, I_{out} 为出射光子数, A 为物体透射系数, I_{in} 为入射光子数.

根据光子统计噪声理论, 图像信号 S 为光子数 n 的期望值, 图像噪声 N 为光子数 n 的标准差^[7]:

$$S = E(n) = \lambda \quad (3)$$

$$N = \sigma(n) = \sqrt{\lambda} \quad (4)$$

于是, 图像 SNR 为

$$\text{SNR} = \frac{S}{N} = \sqrt{\lambda} \quad (5)$$

由式(2)与式(5)可以看出随着入射光子数的增加, 图像 SNR 将增大, 图像质量随之变高.

2 对罗斯判据的分析和改进

2.1 区分概率的提出

如图 1 所示, 根据光子统计噪声理论, 可以做出探测器中物体部分和背景部分可能接收到的光子数的概率分布曲线. 图 1 中左边曲线为物体部分的像素可能接收到的光子数概率分布曲线, 右边曲线为背景部分的像素可能接收到的光子数概率分布曲线. 根据图 1 可以对如何分辨这两个像素进行分析和讨论: 根据 Poisson 分布曲线的特点可以看出, 图像背景部分像素可能接收到的光子数主要集中在它概率分布曲线的期望值(信号大小)附近. 如果此像素实际接收到的光子数在这一范围, 人们可以正确地将它判断为图像背景部分; 如果实际接收到的光子数小于某一数值, 那么此时的光子数偏离了背景信号而更接近于物体信号, 人们在分辨过程中会有较大概率错误地将它判断为图像物体部分; 如果实际接收到的光子数较大, 此时的光子数只是偏离了背景信号, 但是离物体信号更远, 那么人们仍会将它正确地判断为图像背景部分. 于是可以看出, 只有在背景部分的像素实际接收到的光子数小于某一数值时,

人们才会错误地将它判断为物体部分,此数值的大小与这两个部分的信号大小有关. 同样对物体部分像素进行类似讨论也可以看出,只有在物体部分的像素实际接收到的光子数大于某一数值时,人们才会错误地将它判断为背景部分,此数值的大小也与这两个部分的信号大小有关.

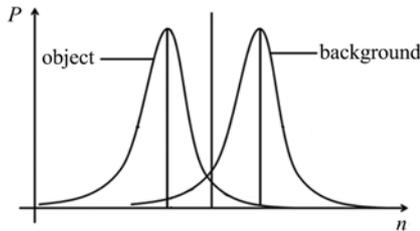


图 1 探测器中物体部分和背景部分像素可能接收光子数的概率分布曲线

Fig. 1 The distribution curve of the photon number in the part of background and object received by the detector

根据上述讨论可以建立相应的数学模型. 首先在图像上的物体部分和背景部分各取一个像素,其对应的探测器部位可能接收到的光子数分别为 n_1 , n_2 , 分别满足参数为 λ_1, λ_2 的 Poisson 分布, 则

$$\lambda_1 = AI, \lambda_2 = I \quad (6)$$

式中, A 为物体透射系数, I 为入射光子数(假设成像实验中所用背景介质透射系数为 1), $\lambda_1 < \lambda_2$.

从之前的讨论可以看出, 图像物体部分和背景部分的“区分阈值”处于两者信号大小之间, 且与两者的信号大小均有关. 不失一般性, 可以设两者的“区分阈值”相等, 且为 λ_1, λ_2 的平均值 λ_m :

$$\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \quad (7)$$

从而根据之前讨论中的“区分阈值”概念可以得出: 如果背景部分像素的光子数 n_2 落在 λ_m 左边, 即 $n_2 < \lambda_m$, 则背景部分被错误判断为物体部分. 同理, 如果 $n_1 > \lambda_m$, 则物体部分被错误判断为背景部分. 由此可得, 可以正确分辨物体部分和背景部分的条件为 $n_1 < \lambda_m$ 且 $n_2 > \lambda_m$, 可以求得其概率大小为

$$P = P(n_1 < \lambda_m, n_2 > \lambda_m) = Q_1(1 - Q_2) \quad (8)$$

式中,

$$Q_i = \sum_{k=0}^{\lambda_m} P_i(n = k) \quad (9)$$

P_i 为参数为 λ_i 的 Poisson 分布, $i=1, 2$.

由此可定义 P 为区分物体部分与背景部分的区分概率. 由式(6)~(9)可以看出, 区分概率 P 的大小与入射光子数 I 和样品透射系数 A 有关, 其意

义为可以区分物体部分和背景部分的可能性大小. 区分概率 P 在固定透射系数时随入射光子数 I 变化的函数曲线如图 2 所示.

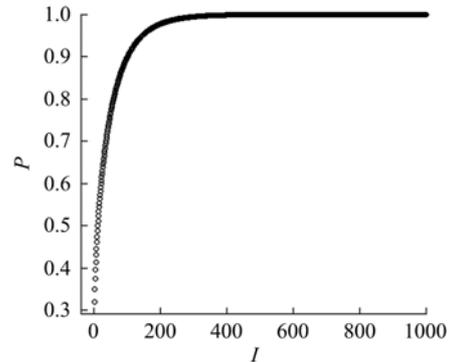


图 2 透射系数 A 为 0.7 时函数 P 的曲线图

Fig. 2 Function P curve when the transmittance A is 0.7

2.2 计算机计算和模拟成像实验

采用计算机 R 语言进行编程计算, 取物体透射系数 A 为 0.1~0.9, 根据式(6)~(8), 计算出不同区分概率 P 下所需要的入射光子数 I . 所得结果如表 1 所示.

表 1 不同物体透射系数 A 和区分概率 P 下所需最小入射光子数

Tab. 1 The threshold of the photon number in different transmittance A and probability-to-distinguish P

A	P								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.1	1	1	1	1	1	3	3	5	9
0.2	1	1	1	1	1	3	6	6	11
0.3	1	1	1	1	2	3	6	9	15
0.4	1	1	1	1	4	4	11	13	24
0.5	1	1	1	3	5	9	13	21	33
0.6	1	1	1	4	11	16	26	36	56
0.7	1	1	2	6	11	22	41	61	103
0.8	1	1	2	21	31	61	93	151	245
0.9	1	1	8	48	121	244	401	641	1 064

由计算结果可以看出, 在区分概率较小的情况下, 所需要的入射光子数较少; 而当区分概率较大时, 所需入射光子数则较大. 在较高衬度下(透射系数较小), 所需入射光子数较小, 而较低衬度下(透射系数较大)所需入射光子数较大. 同时可以看出, 如果找出图像物体部分与背景部分刚好可以分辨时区分概率 P 的大小, 则可以求出实验中所需要的最小入射光子数 I 的值. 所以需要进一步通过实验来确定刚好区分时 P 的大小.

利用计算机 MATLAB 软件进行模拟成像实验,分别得出高衬度、中等衬度和低衬度下(实验中选取透射系数 0.3, 0.5 和 0.8 作为代表)的成像结果,结果如图 3 所示. 由图 3 可以看出,区分概率为 0.4 左右时,图像物体部分与背景部分得以区分开来.

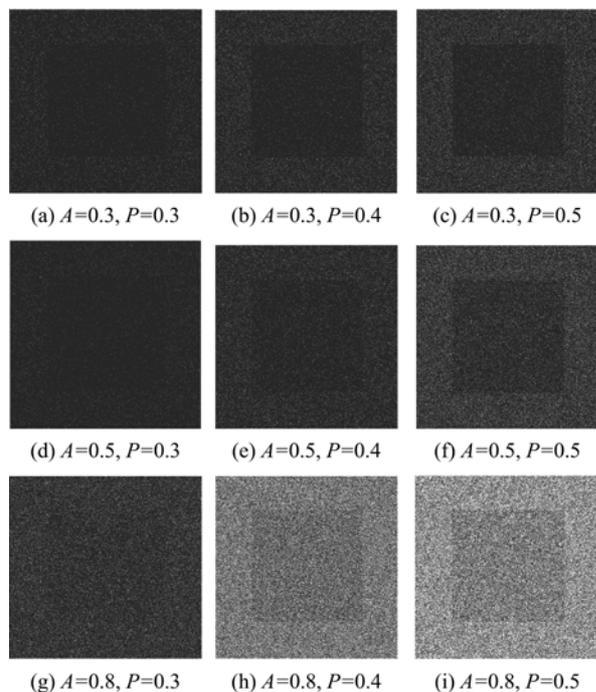


图 3 不同透射系数和区分概率下的计算机模拟成像图
Fig. 3 The computer simulation picture with the transmittance A and the probability-to-distinguish P

另外需要说明的是在透射系数过低时,根据计算所得出的不同区分概率下入射光子数 I 的值都很小. 当 I 过小时,由式(6)计算得出的物体部分接收到的光子数期望值通常小于 1,这意味着单次采样数据将不满足统计学基本条件. 所以区分概率理论在入射光子数总数过低时并不适用.

2.3 分析和讨论

对表 1 内容做进一步计算,求出不同系数、不同区分概率下的图像信噪比 SNR 的值,所得结果如表 2 所示. 表中带 * 号的数值在 3 到 7 之间,由此可以看出罗斯判据中信噪比 SNR 的阈值大小存在浮动的原因主要是由物体透射系数的不同造成. 例如在 $P=0.4$ 时,不同透射系数(A 为 0.8 与 0.9)的 SNR 值不同(分别为 4.1 和 6.57). 另一方面由于不同探测器对相同光信号的响应存在差异(这一点体现在区分概率对不同探测器存在不同的阈值),也会导致 SNR 的阈值有差异. 例如在 $A=0.8$ 的图像中,不同

区分概率(P 为 0.4 到 0.6)的 SNR 值不同.

从之前的成像结果我们得出了 $P=0.4$ 左右时物体部分与背景部分得以分辨的结论,而在表中 $P=0.4$ 左右时,SNR 的值仅当透射系数为 0.8 和 0.9 时在 3 到 7 之间,这验证了罗斯判据仅在较低衬度下较为适用.

利用区分概率对罗斯判据成功地进行分析,一定程度上验证了它的合理性,下面将区分概率应用到图像减影法中进行进一步验证.

表 2 不同透射系数、不同区分概率下的 SNR 值

A	P								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.1	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.55	0.55	0.71	0.95
0.2	0.45	0.45	0.45	0.45	0.63	0.77	1.10	1.10	1.48
0.3	0.55	0.55	0.55	0.77	0.95	1.1	1.34	1.64	2.12
0.4	0.63	0.63	0.63	0.89	1.26	1.55	2.10	2.28	3.10*
0.5	0.71	0.71	0.71	1.22	1.58	2.12	2.55	3.24*	4.06*
0.6	0.77	0.77	0.77	1.55	2.57	3.10*	3.95*	4.65*	5.80*
0.7	0.84	0.84	1.18	2.05	2.77	3.92*	5.35*	6.53*	8.49
0.8	0.89	0.89	1.79	4.10*	4.98*	6.99*	8.63	10.99	14.00
0.9	0.95	0.95	2.68	6.57*10.43	14.82	19.00	24.02	30.95	

3 区分概率在图像减影法中的应用

图像减影法是处理 X 射线显微图像的一个重要方法,它是将两幅图像中对应像素的光子数相减,从而去除背景信号的一种图像处理方法. 将区分概率用于此方法中一方面可以验证它的合理性,另一方面对解决实际问题具有重要意义.

用图像减影法处理图像后所得新图像中一个像素可能接收到的光子数 n 满足

$$n = n_1 - n_2 \quad (10)$$

式中, n_1, n_2 分别为用来减影的两幅图中对应像素可能接收到的光子数,分别满足参数为 λ_1, λ_2 的 Poisson 分布. 于是 n 满足分布

$$P(n = k) = P(n_1 - n_2 = k) = P_1(n_2 + k)P_2(n_2) = e^{-\lambda_1 - \lambda_2} \sum_{n_2=1}^{\infty} \frac{\lambda_1^{n_2+k}}{(n_2 + k)!} \frac{\lambda_2^{n_2}}{n_2!} \quad (11)$$

式中, P_1, P_2 分别为 n_1, n_2 满足的 Poisson 分布. 假设两幅图的入射光子数相等,结合式(3)、(4),可得新图中物体部分信号与噪声:

$$S_{OB} = \lambda_{OB1} - \lambda_{OB2} = (A_1 - A_2)I \quad (12)$$

$$N_{OB} = \sqrt{\sigma^2(n_{OB1} - n_{OB2})} = \sqrt{\sigma^2(n_{OB1}) + \sigma^2(n_{OB2})} = \sqrt{\lambda_{OB1} + \lambda_{OB2}} \quad (13)$$

背景部分信号与噪声:

$$S_{BG} = \lambda_{BG1} - \lambda_{BG2} \approx 0 \quad (14)$$

$$N_{BG} = \sqrt{\sigma^2(n_{BG1} - n_{BG2})} = \sqrt{\sigma^2(n_{BG1}) + \sigma^2(n_{BG2})} = \sqrt{2I} \quad (15)$$

由于图像减影后所得新图像的背景部分信号几乎为 0, 而物体部分信号相比而言较大, 导致新图像中物体部分的光子数概率分布曲线处于背景部分的右边, 所以二者分辨的条件变为 $n_{BG} < S_m$ 且 $n_{OB} > S_m$, S_m 为“区分阈值”. 于是区分概率为

$$P = P(n_{BG} < S_m, n_{OB} > S_m) \quad (16)$$

$$S_m = \frac{S_{BG} + S_{OB}}{2} \approx \frac{S_{OB}}{2} \quad (17)$$

式中, $\lambda_{OB1}, \lambda_{OB2}, \lambda_{BG1}, \lambda_{BG2}$ 分别为两幅图中物体和背景部分可能接收到的光子数的期望值; A_1, A_2 分别为两幅图不同的透射系数; I 为入射光子数; $n_{OB1}, n_{BG1}, n_{OB2}, n_{BG2}$ 分别为两幅图中物体和背景部分可能接收到的光子数; n_{OB}, n_{BG} 分别为减影图中物体和背景部分可能接收到的光子数.

利用计算机 R 语言进行编程计算, 不失一般性, 分别得出 A_2 取 0.1、 A_1 取 0.2 到 0.9 和 A_2 取 0.9、 A_1 取 0.1 到 0.8 的情况下, 不同区分概率下所需的最小入射光子数, 所得结果如表 3、表 4 所示.

表 3 $A_2 = 0.1$ 时, 不同物体透射系数 A_1 和区分概率 P 下所需最小入射光子数

Tab. 3 The threshold of the photon number in different A_1 and P when $A_2 = 0.1$

A_1	P								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.2	1	3	7	41	86	321	1 048	2 477	5 143
0.3	1	2	4	8	23	76	259	632	1 464
0.4	1	2	3	5	14	40	106	282	626
0.5	1	1	2	4	11	21	70	160	355
0.7	1	1	1	2	5	8	34	67	161
0.8	1	1	1	2	4	7	23	52	109
0.9	1	1	1	2	3	6	16	36	91

下面进一步利用计算机 MATLAB 软件进行模拟成像实验. 一般来说, 由于用作图像减影的两幅图中物体透射系数相差较大, 所以不失一般性, 利用表 3 和表 4 数据, 选取透射系数为 0.1 和 0.7、0.3 和 0.9 的两对图像作为代表进行图像减影, 处理后得出不同区分概率下的模拟图像, 结果如图 4 所示. 由

表 4 $A_2 = 0.9$ 时, 不同物体透射系数 A_1 和区分概率 P 下所需最小入射光子数

Tab. 4 The threshold of the photon number in different A_1 and P when $A_2 = 0.9$

A_1	P								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.1	1	1	1	2	5	6	16	40	89
0.2	1	1	1	2	6	11	23	46	114
0.3	1	1	1	2	6	14	33	67	155
0.4	1	1	2	3	9	25	49	104	228
0.5	1	1	2	5	15	36	69	141	351
0.6	1	1	2	10	28	60	133	276	626
0.7	1	1	6	24	72	143	300	666	1 562
0.8	1	1	18	121	291	597	1241	2 500	5 204

图 4 可以看出, 图像减影后区分概率 P 在 0.4 左右时, 新图像中物体与背景部分刚好得以分辨. 这与之前所得结论相同, 验证了区分概率的合理性.

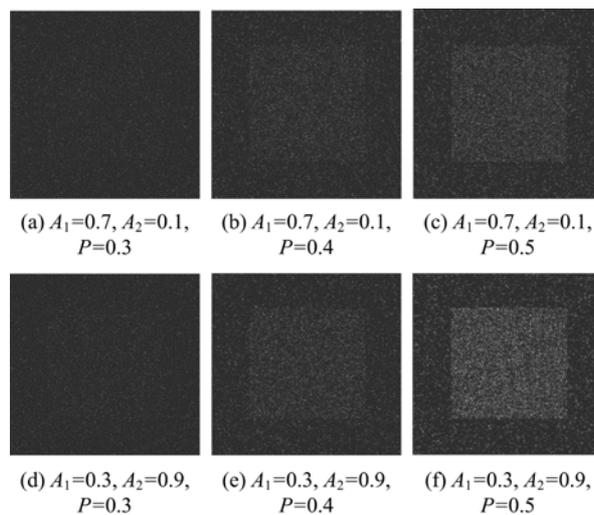


图 4 透射系数不同的两对图像减影后在不同区分概率 P 下的计算机模拟成像图

Fig. 4 Picture (a) to (c) is the image subtraction picture when the transmittance is 0.1 and 0.7. Picture (d) to (f) is the image subtraction picture when the transmittance is 0.3 and 0.9. All the probability-to-distinguish P is set from 0.3 to 0.5

4 结论

本文通过理论分析提出“区分概率”的概念, 对罗斯判据进行了分析和改进, 找出了 X 射线显微图像中物体与背景部分刚好得以区分时 SNR 的阈值, 求得了所需最小入射光子数, 并通过计算机模拟成像实验得出了区分概率 $P=0.4$ 为物体与背景部分

得以分辨的一个较合理阈值的结论;然后将区分概率运用于图像减影法中进一步进行计算和模拟实验,验证了它的合理性.区分概率对解决“分辨”这一问题具有一定意义,但是也可以看出所得结果仍不精确,更精确的结果需通过进一步理论分析和实验来获得.

参考文献(References)

- [1] Rose A. The sensitivity performance of the human eye on an absolute scale [J]. *JOSA*, 1948, 38(2): 196-208.
- [2] Watts R, Wang Y, Winchester P A, et al. Rose model in MRI: Noise limitations on spatial resolution and implications for contrast enhanced MR angiography [C]//Proceedings of the 19th Annual Scientific Meeting of the Society of Magnetic Resonance in Medicine. Denver, Color: Society of Magnetic Resonance in Medicine. 2000: 462.
- [3] Pelli D G, Farell B. Why use noise? [J]. *JOSA A*, 1999, 16(3): 647-653.
- [4] Godard P, Allain M, Chamard V, et al. Noise models for low counting rate coherent diffraction imaging[J]. *Optics Express*, 2012, 20(23): 25 914-25 934.
- [5] Gao Hongyi, Chen Jianwen, Lu Peixiang, et al. Soft X-ray microscopy [J]. *Chinese Journal of Nature*, 2001, 23(1): 33-39.
高鸿奕, 陈建文, 陆培祥, 等. 软 X 射线显微术[J]. *自然杂志*, 2001, 23(1): 33-39.
- [6] Xie Xingshu. Soft X-ray microimaging using synchrotron radiation [J]. *Physics Experimentation*, 2001, 21(11): 3-6.
谢行恕. 同步辐射软 X 射线显微成像[J]. *物理实验*, 2001, 21(11): 3-6.
- [7] Michel T, Anton G, Böhnel M, et al. A fundamental method to determine the signal-to-noise ratio (SNR) and detective quantum efficiency (DQE) for a photon counting pixel detector [J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2006, 568(2): 799-802.
- [8] Wagner R F, Brown D G. Unified SNR analysis of medical imaging systems [J]. *Physics in Medicine and Biology*, 1985, 30(6): 489.
- [9] Zhang Y, Ning R. Investigation of image noise in cone-beam CT imaging due to photon counting statistics with the Feldkamp algorithm by computer simulations [J]. *Journal of X-ray Science and Technology*, 2008, 16(2): 143-158.
- [10] Cunningham I A, Shaw R. Signal-to-noise optimization of medical imaging systems [J]. *JOSA A*, 1999, 16(3): 621-632.
- [11] Wunderlich A, Noo F. Evaluation of image noise in fan-beam X-ray computed tomography [C]// 30th Annual International IEEE EMBS Conference. IEEE, 2008: 2 713-2 716.
- [12] Seitz P, Muller A, Ruegsegger P. The influence of photon counting statistics on picture noise and reproducibility in quantitative computed tomography [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 1985, 32(1): 1 162-1 168.
- [13] Bennett K E, Byer R L. Fan-beam-tomography noise theory [J]. *JOSA A*, 1986, 3(5): 624-633.
- [14] Badulescu P, Zacin R. A two-state switched-median filter [C]// International Semiconductor Conference, 2000 (CAS 2000 Proceedings). IEEE, 2000, 1: 289-292.
- [15] Wang Z, Zhang D. Progressive switching median filter for the removal of impulse noise from highly corrupted images [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 1999, 46(1): 78-80.
- [16] Abreu E, Lightstone M, Mitra S K, et al. A new efficient approach for the removal of impulse noise from highly corrupted images [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996, 5(6): 1 012-1 025.
- [17] Frosio I, Borghese N A. Human Visual System modelling for real-time salt and pepper noise removal [M]//Biological and Artificial Intelligence Environments. Netherlands: Springer, 2005: 337-342.
- [18] Dahlbom M, Hoffman E J. Problems in signal-to-noise ratio for attenuation correction in high resolution PET [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 1987, 34(1): 288-293.
- [19] Schade S R. Optical and photoelectric analog of the eye [J]. *JOSA*, 1956, 46(9): 721-738.
- [20] Edelstein W A, Glover G H, Hardy C J, et al. The intrinsic signal-to-noise ratio in NMR imaging [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 1986, 3(4): 604-618.
- [21] Barlow H B. Retinal noise and absolute threshold [J]. *JOSA*, 1956, 46(8): 634-639.
- [22] Burgess A E. The Rose model, revisited [J]. *JOSA A*, 1999, 16(3): 633-646.
- [23] Pelli D G. Uncertainty explains many aspects of visual contrast detection and discrimination [J]. *JOSA A*, 1985, 2(9): 1 508-1 531.