

基于熵补偿的 Black-Litterman 模型的投资组合

朱业春, 曹崇延

(中国科学技术大学管理学院, 安徽合肥 230026)

摘要: Black-Litterman 模型在传统的投资组合模型中加入了投资者的主观判断, 在金融市场上获得了一定的认可. 在该模型基础上, 提出了一种基于熵补偿的最优化方法. 首先根据历史数据, 利用 AR-TGARCH 模型预测收益率和波动率, 作为模型的输入变量, 代替了纯粹意义上分析师的主观决定; 其次加入信息熵, 改进了传统最优化效用函数, 通过求解非线性规划问题得到资产的最优组合权重. 实证研究表明, 该模型较之其他投资组合模型, 能够获得更高的收益, 具有更强的应用性.

关键词: 熵补偿; Black-Litterman 模型; AR-TGARCH; 投资组合

中图分类号: F830.91 **文献标识码:** A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2015.12.011

引用格式: Zhu Yechun, Cao Chongyan. Portfolio based on Black-Litterman model with entropy compensation[J].

Journal of University of Science and Technology of China, 2015, 45(12):1030-1035.

朱业春, 曹崇延. 基于熵补偿的 Black-Litterman 模型的投资组合[J]. 中国科学技术大学学报, 2015, 45(12):1030-1035.

Portfolio based on Black-Litterman model with entropy compensation

ZHU Yechun, CAO Chongyan

(School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: The Black-Litterman model can be recognized in the financial markets in combination with subjective judgment of the investors and the traditional portfolio. Based on the model, the optimization method with entropy compensation was presented. AR-TGARCH was used on the basis of historical data to predict yields and volatility, as the input variable, instead of the pure sense of the analyst's subjective decision. The optimal combination of asset weights were obtained by solving the nonlinear programming problem with entropy compensation. Empirical study shows that the new model achieves better return and has stronger applicability than other portfolio models.

Key words: entropy compensation; Black-Litterman model; AR-TGARCH; portfolio

0 引言

1952年 Markowitz 所提出的均值-方差模型^[1]开启了现代投资组合理论定量化研究的先河. 其后

在此基础上有许多学者进行相关研究并拓展, 主要集中于如何估计协方差矩阵和度量投资风险, 如储晨等^[2]根据随机矩阵理论(RMT)修正了协方差矩阵; 葛颖等^[3]运用熵池理论和蒙特卡洛模拟出协方

收稿日期: 2014-12-22; 修回日期: 2015-07-14

作者简介: 朱业春, 男, 1990年生, 硕士. 研究方向: 金融工程. E-mail: ycz@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 曹崇延, 副教授. E-mail: chyc@ustc.edu.cn

差矩阵并进行主成分分析. 但是在这方面做得最成功的莫过于 Black 和 Litterman^[4], 他们将均值方差理论和贝叶斯方法相结合, 基于 CAPM 模型和逆最优优化理论建立起了嵌入投资者主观观点的 Black-Litterman (BL) 模型.

由于克服了传统均值方差模型对参数过于灵敏, 容易出现异常的资产配置等缺陷, BL 模型在学术界和业界均得到了广泛的认可. He 和 Litterman^[5] 建立起了 BL 模型清晰的架构, Idzorek^[6] 改进了观点方差, Meucci^[7-8] 拓展了 BL 模型的相关方法. 国内已有学者开始采用 BL 模型进行资产配置, 如尹力博等^[9] 基于 BL 模型研究国际大宗商品的资产配置; 郭梁等^[10] 在中国 A 股市场上运用 BL 模型构建投资组合. 但是一般 BL 模型都是过于灵活地选取主观观点, 理论研究上缺乏数理严谨性.

因此, 本文利用 AR-TGARCH 模型所预测的收益率和波动率作为 BL 模型的观点输入, 一定程度上量化了指标矩阵, 同时采用信息熵补偿的最优化方法, 作为对传统方差度量风险的改进, 最后通过求解非线性凸规划问题获得最佳投资组合的权重. 实证分析结果可以看出, 本文模型所获得的收益优于 MV 模型、传统的 BL 模型以及市场资本均衡下获得的收益, 对广大投资者进行组合投资有一定的指导意义.

1 模型的建立

1.1 BL 模型架构

BL 模型是利用 Bayesian 方法将投资者的主观观点判断融入到均衡资本市场观点, 结合两者, 求出新的预期收益率向量和协方差矩阵, 最后求解二次规划问题得到最优的投资组合.

考虑一个包含 N 只风险资产的投资组合, 其资产收益率为 $X_i, i=1, 2, \dots, N$, 记 $X=(X_1, X_2, \dots, X_N)'$, 并假设 $X \sim N(\mu, \Sigma)$. 资产组合的 Bayesian 先验可理解为: $\mu \sim N(\Pi, \tau\Sigma)$, 其中 τ 是标量, 一般认为 $0 < \tau < 1$. 根据逆最优优化理论可求出均衡风险收益:

$$\Pi = 2\tilde{\lambda}\tilde{\Sigma}\tilde{\omega} \quad (1)$$

式中, Σ 是各资产超额收益的协方差矩阵, $\tilde{\omega}$ 是均衡资本市场下所有资产投资组合的权重向量, $\tilde{\lambda}$ 是投资者的风险厌恶系数, Black-Litterman 认为一般取 $\tilde{\lambda}=1.2$.

假设投资者对这 N 个资产有 K 个相互独立的观点, 这样保证了协方差矩阵是对角矩阵. 因为本文后续部分是通过 AR-TGARCH 模型对各个单一资产发表看法来获得绝对观点的, 故而 $N=K$. BL 模型把投资者的主观观点作为一个条件分布, 从数量化的角度去刻画观点选择问题. 就投资者观点可建立如下模型:

$$PX = R + \epsilon, \epsilon \sim N(0, \Omega) \quad (2)$$

式中, $P_{K \times N}$ 是选择矩阵, 每一行的 N 个值分别表示某一个观点对所有 N 个资产所分配的权重, $R_{K \times 1}$ 是观点收益的期望值, 通常 $P_{K \times N}$ 和 $R_{K \times 1}$ 为投资者根据市场判断主观性地给出, $\Omega_{K \times K}$ 是度量观点的不确定程度的协方差矩阵. 在 Bayesian 框架下, 可计算得出投资组合的后验分布 $X|R, \Omega \sim N(\mu_{bl}, \Sigma_{bl})$, 其中该投资组合新的期望均值 μ_{bl} 和协方差矩阵 Σ_{bl} 满足下式:

$$\left. \begin{aligned} \mu_{bl} &= ((\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P)^{-1}((\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}R), \\ \Sigma_{bl} &= \Sigma + ((\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

有了 μ_{bl} 和 Σ_{bl} 以后, 通常做法是求解下述二次规划来获得下一期 BL 模型投资组合的权重 ω :

$$\max \{ \omega' \mu_{bl} - \tilde{\lambda} \omega' \Sigma_{bl} \omega \} \quad (4)$$

1.2 AR-TGARCH 模型的观点生成

原始的 BL 模型采用的是分析员的主观观点来选取向量 R 以及选择矩阵 P , 过于主观性与灵活性, 造成了 BL 模型在理论研究上的一大欠缺. 目前国内从可量化的视角去构建计量模型, 系统而又简练地捕捉金融资产收益率等性能, 从而指导组合投资的文章还不是很多, 越来越有理由相信通过量化生成的观点或许更具有说服力. 在刘庆富等^[11] 采用 VaR-GARCH 模型族对期铜市场风险度量的基础上, 本文将利用 AR-TGARCH 模型来产生投资者观点以及这些观点的置信度, 作为 BL 模型的输入变量.

资产的价格是整合了来自国家、社会、企业的宏观冲击以及投资者主观心理等多方面因素之后的产物, 它被认为是获取金融市场信息最便捷有效的指标. 考虑一个包含 N 只股票资产并观测 T 天的投资组合, 记第 i 只股票在第 t 天的收盘价格为 $p_{i,t}$, 其对数收益率为 $r_{i,t} = \ln p_{i,t} - \ln p_{i,t-1}, i=1, 2, \dots, N; t=1, 2, \dots, T$.

大量实证研究表明, 金融资产的收益率序列往往具有尖峰重尾和条件异方差特性, 而 GARCH 族

模型对此有着十分优良的估计. 陈娟等^[12]的研究指出股票的收益本身对波动强度的影响往往具有非对称性. 为了消除这些因素对建模的影响, 尽可能准确地反映真实市场情况, 本文采用 AR(1)-TGARCH(1,1)模型来预测金融资产收益率序列的条件边缘分布. 模型如下:

$$\left. \begin{aligned} r_t &= a + b r_{t-1} + \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha + \beta \sigma_{t-1}^2 + \theta \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma D_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2, \\ \varepsilon_t &= \sigma_t z_t \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中, $D_t = \begin{cases} 0, & \varepsilon_t \geq 0; \\ 1, & \varepsilon_t < 0, \end{cases}$ $\varepsilon_t > 0$ 代表外部市场的正冲击(利好消息), $\varepsilon_t < 0$ 代表外部市场的负冲击(利坏消息). 当 $\gamma \neq 0$ 时说明条件方差对利好利坏不同消息的冲击反应具有非对称性, 即存在杠杆效应. r_t, σ_t^2 分别是基于股票的对数收益率序列和波动率序列, 信息项 $\{z_t\}$ 是 iid 序列, 且 $E(z_t) = 0, \text{Var}(z_t) = 1$. 模型中 $a, b, \alpha, \beta, \theta, \gamma$ 为待估参数, 为确保正的条件方差以及模型的广义平稳性要求, 参数需要满足下述条件: $\alpha > 0, \beta \geq 0, \theta \geq 0, \theta + \gamma \geq 0, \beta + \theta + \frac{\gamma}{2} < 1$.

本文运用 Matlab 2014a 软件估计每一只股票的 AR-TGARCH 参数, 进而得到下一期股票收益率的预测值 \hat{r}_{t+1} 和波动率的预测值 $\hat{\sigma}_{t+1}^2$. 针对每一只股票, 我们均可以建立相类似的 AR(1)-TGARCH(1,1)模型, 相应地获得 BL 模型中投资者观点矩阵以及这些观点置信度的协方差矩阵. 由于每一个观点均只涉及一个资产, 所以获得的全部是绝对观点, 对应的观点选择矩阵 $P_{N \times N}$ 自然是单位矩阵. 重新整合上述预测值, 得到观点收益矩阵、观点误差矩阵以及观点选择矩阵, 用矩阵表示如下:

$$\left. \begin{aligned} \hat{R}_{t+1} &= (\hat{r}_{t+1,1}, \dots, \hat{r}_{t+1,N})', \\ \hat{\Omega}_{t+1} &= \text{diag}(\hat{\sigma}_{t+1,1}^2, \dots, \hat{\sigma}_{t+1,N}^2), \\ \hat{P}_{t+1} &= \text{diag}(1, \dots, 1)_{N \times N} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

1.3 熵补偿的最优化方法

在现实的金融市场中, 投资者都很乐于接受高于均值的实际收益, 但不会期望实际收益低于均值. 可见使用方差作为风险度量的唯一标准, 在实践投资中并不一定会有较好的结果. 本文提出了一种基于熵补偿的最优化方法, 试图用信息熵作为对传统方差度量风险的一种补偿. 信息熵^[13]度量了某种不确定性程度, 其定义如下:

$$E(p_1, p_2, \dots, p_n) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i \quad (7)$$

这里 p_i 代表 n 个实验下的概率, 且满足归一化条件

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1, p_i > 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

假设投资者为风险厌恶型, Meucci^[7]认为其效用函数形式如 $S(\omega; \mu_{bl}, \Sigma_{bl})$, 易知 S 满足: $S' > 0, S'' \leq 0$. 则投资者最优组合的投资权重向量为

$$\omega^* = \arg \max_{\omega \in C} \{S(\omega; \mu_{bl}, \Sigma_{bl})\},$$

其中, C 是约束条件. 参考李华等^[14]的投资组合新模型, 本文构建效用函数

$$S = \omega' \mu_{bl} - \tilde{\lambda}(\omega' \Sigma_{bl} \omega + \xi \sum_{i=1}^N \omega_i \ln \omega_i),$$

其中, ω_i 是 ω 的第 i 个分量, 参数 $\xi > 0$ 可调节, 被认为是方差和信息熵在度量风险上的不同. 最大化 S 等同于建立如下带约束的规划问题:

$$\left. \begin{aligned} \min(-S), \\ \text{其中, } \sum_{i=1}^N \omega_i = 1, 0 < \omega_i < 1, \\ i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由协方差矩阵的对称正定性以及熵函数的凹性可知式(8)为非线性凸规划, 它有唯一最值. 将式(3)的结果代入式(8)中, 通过 Matlab 2014a 编程, 可求得最优的投资组合权重 ω^* .

2 实证结果和分析

2.1 样本选择和基本统计特性

目前, 我国股票市场相对金融衍生品市场较为成熟, 沪深 300 指数能够很好刻画中国股市. 本文随机选取来自沪深 300 不同行业的 8 只股票: S1(国电电力, 600795)、S2(科大讯飞, 002230)、S3(云南铜业, 000878)、S4(万科 A, 000002)、S5(中联重科, 000157)、S6(兴业银行, 601166)、S7(苏宁云商, 002024)、S8(白云山, 600332), 降低了样本数据(全部数据均来源于 Wind 数据库)间的相关性. 样本数据选取的区间为 2009 年 1 月 5 日至 2014 年 12 月 5 日(共计 1 438 个向前复权的每日收盘价格), 该时间段恰好处于 2008 年金融危机后, 基本代表了当下我国股市的牛熊现状, 具有一定的时效性. 其中 2014 年 9 月 5 日至 2014 年 12 月 5 日的的数据作为检验样本(共计 60 个交易日), 文中所提及的收益率均为日对数收益率.

表 1 给出了这 8 只股票收益率序列的基本统计特性. 从表 1 中可以看到, 这 8 只股票收益率的偏度系数均大于 0, 说明其经验分布函数存在一定程度

的右偏,同时峰度系数均大于 3,由此表明收益率序列存在尖峰重尾现象.另外,JB 统计量的检验 P 值均很接近 0,说明收益率序列不服从正态性假设.

2.2 基于 AR-TGARCH 模型预测观点

首先对收益率序列进行 LM 检验,LM- P 值均小于 1×10^{-5} ,表明所有股票的日收益率残差在 5% 的置信水平下均有明显的 ARCH 效应,文中采用 AR(1)-TGARCH(1,1)模型在 t 分布假设下来处理这 8 只股票收益率序列.表 2 给出了由历史数据估计的模型参数.

从表 2 结果可以看到,所有参数都满足前述条件.并且绝大多数 b 在 5% 置信水平下是显著的,说明前一期的收益率对预测当期有一定程度上的解释能力;杠杆系数 γ 都不等于 0,说明股市存在一定的杠杆效应,也进一步说明了利用 AR-TGARCH 来预测的合理性.

获得各参数后,我们把检验样本期间的每一个交易日作为步长,滚动估计每只股票的收益率和波动率,从而形成 BL 模型的绝对观点收益矩阵和置

信度矩阵.限于篇幅,下文中仅给出每只股票在 2014 年 9 月 9 日(亦即为第一期)的最优投资权重.

2.3 各策略结果比较

有了上述生成的绝对观点后,计算 BL 模型的式(3),得到投资组合的后验期望收益和协方差矩阵.其中 τ 的取值一直并无定论,它代表了投资者所持有的不同的置信程度,现有研究一般认为在 (0,1) 之间.本文分别选取了 $\tau=0.01,0.001$ 来整合市场均衡和投资者观点两个方面,得到 BL 模型投资组合的权重和组合收益.为了对比明显,加入熵优化后的 BL 模型(以下简称 BL-E 模型)也是分别基于上述 τ 的值,并在 $\xi=1E-5, \xi=1E-3$ 下进行投资组合选择.

我们把检验样本期间的每只股票流通市值的均值占比作为市场资本均衡下的权重,并把它作为 2014 年 9 月 9 日至 2014 年 12 月 5 日的每一日配置权重.表 3 显示了各策略在 2014 年 9 月 9 日(即第一期)的最优投资权重,他们分别是基于市场资本均

表 1 样本数据统计特性

Tab. 1 Statistical properties of sample data

	mean	std	skewness	kurtosis	JB 统计量	JB- P 值	LM 统计量	LM- P 值
S1	0	0.015 6	0.038 3	5.678 9	412.384 2	0	66.505 5	<0.000 01
S2	0.001 4	0.029 4	0.293 0	4.293 9	115.843 6	0	43.771 1	<0.000 01
S3	0.000 15	0.027 4	0.339 6	5.797 0	475.675 7	0	129.359 8	<0.000 01
S4	0.000 36	0.022 0	0.129 7	5.691 1	419.676	0	45.993 1	<0.000 01
S5	0.000 36	0.024 5	0.269 7	5.168 6	286.735 5	0	65.908 0	<0.000 01
S6	0.000 63	0.022 2	0.203 8	5.974 4	517.521 2	0	45.055 5	<0.000 01
S7	0.000 03	0.025 8	0.153 3	5.236 8	292.660 6	0	94.531 8	<0.000 01
S8	0.001 1	0.030 5	0.202 4	4.632 4	162.414 0	0	82.082 4	<0.000 01

【注】所有数据均来源于 Wind 数据库.

表 2 AR(1)-TGARCH(1,1)模型参数估计结果

Tab. 2 The parameter estimation results of the AR(1)-TGARCH(1,1) model

	a	b	α	β	θ	γ
S1	2.133 9E-4*	0.028 7*	4.972 6E-6*	0.935 1*	0.054 9*	-0.021 6
S2	1.331 3E-3*	0.104 6*	2.826 3E-5*	0.935 4*	0.051 7*	-0.042 8
S3	-3.062 9E-4	0.032 9*	2.806 4E-6*	0.916 8*	0.078 2*	0.009 9*
S4	3.489 2E-4*	1.505 2E-4	1.045 3E-5*	0.941 8*	0.034 6*	0.003 3*
S5	-1.626 8E-4	0.067 8*	2.000 0E-7*	0.965 5*	0.027 9*	0.013 0*
S6	4.462 5E-4*	0.004 4*	3.547 7E-6*	0.948 2*	0.041 4*	0.007 3*
S7	-3.300 1E-4	0.016 1*	9.498 6E-6*	0.948 2*	0.039 0*	-0.005 0
S8	7.119 0E-4*	0.104 7*	1.380 0E-5*	0.911 1*	0.093 7*	-0.033 2

【注】*表示在 5% 置信水平下显著.

表 3 各策略下 2014 年 9 月 9 日的最优投资权重
Tab. 3 Optimal invest weights of strategies on Sep. 9 2014

ω	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
市场资本均衡	0.095 1	0.038 9	0.033 9	0.211 2	0.070 9	0.393 3	0.092 4	0.064 3
MV	0.534 8	0.126 3	0.821 7	-0.158 3	0.000 5	-0.002 5	-0.320 6	-0.226 0
BL($\tau=0.01$)	0.088 8	0.019 8	0.055 5	0.205 8	0.132 6	0.461 3	0.040 0	-0.004 1
BL($\tau=0.001$)	0.088 6	0.019 2	0.054 1	0.210 6	0.103 9	0.366 7	0.111 2	0.028 4
BL-E($\tau=0.01, \xi=1E-5$)	0.152 4	0.037 5	0.062 7	0.215 8	0.103 4	0.351 0	0.056 5	0.020 6
BL-E($\tau=0.01, \xi=1E-3$)	0.130 5	0.108 7	0.122 3	0.140 5	0.126 1	0.148 8	0.117 6	0.105 4
BL-E($\tau=0.001, \xi=1E-5$)	0.101 6	0.031 6	0.063 9	0.206 7	0.104 5	0.344 8	0.109 6	0.037 3
BL-E($\tau=0.001, \xi=1E-3$)	0.126 9	0.107 9	0.122 0	0.138 6	0.125 8	0.146 8	0.123 3	0.108 7

表 4 各策略下的收益对比
Tab. 4 The return rates of strategies

	最大值	最小值	均值	累积收益
市场资本均衡	0.044 2	-0.012 3	3.325 6E-3	0.196 2
MV	0.066 3	-0.063 1	5.774 4E-4	0.034 1
BL($\tau=0.01$)	0.038 1	-0.009 9	3.378 2E-3	0.199 3
BL($\tau=0.001$)	0.045 1	-0.013 1	3.361 3E-3	0.198 3
BL-E($\tau=0.01, \xi=1E-5$)	0.044 0	-0.012 2	3.618 6E-3	0.213 5
BL-E($\tau=0.01, \xi=1E-3$)	0.035 9	-0.021 4	3.442 1E-3	0.203 1
BL-E($\tau=0.001, \xi=1E-5$)	0.045 0	-0.013 7	3.386 4E-3	0.199 8
BL-E($\tau=0.001, \xi=1E-3$)	0.035 9	-0.021 7	3.371 2E-3	0.198 9

衡下、可卖空的 MV 模型、不同置信水平下的 BL 模型以及不同置信水平下的 BL-E 模型,表 4 显示了各策略下的收益。

从表 3 中 BL($\tau=0.01$)和 BL($\tau=0.001$)的对比可以看出 $\tau \rightarrow 0$ 情况下的 BL 模型最优投资权重倾向于使用市场资本均衡时的权重,相应地表 4 中可以看到累积收益和均值将逐渐逼近 0.196 2 和 3.325 6E-3。

加入信息熵优化后的 BL-E 模型,在不同的置信水平和不同的调节参数下有着不同的表现.投资组合的权重更倾向于平均分散化,投资收益略高于同一个置信水平下的 BL 模型。

而可卖空的 MV 模型则容易出现异常值,例如分别以 0.534 8 和 0.821 7 的权重做多 S1(国电电力,600795)和 S3(云南铜业,000878),又以 -0.320 6 和 -0.226 0 的权重卖空 S7(苏宁云商,002024)和 S8(白云山,600332),其收益最大值高达 0.066 3,而最小却只有 -0.063 1,跟其他策略下收益最大值处于 0.03~0.05 之间,最小值处于 -0.03~-0.009 9 之间相比,投资的稳健性比较差,同时 MV 模型获得的收益也远低于其他模型。

3 结论

本文在传统的 BL 模型进行组合投资的基础上,并充分兼顾到金融资产数据的尖峰厚尾、非对称以及杠杆效应等特性,通过时间序列建模,预测出投资者的主观观点收益和置信度矩阵.相比以往人为给定的观点矩阵来说,经量化所获得的输入指标矩阵,更易被深信“历史是会重演的”众多投资者所接受.同时,实证分析中可以看到熵补偿优化下的 BL 模型相对于市场资本均衡,可卖空的 MV 模型以及 BL 模型有着一定的累积收益率的提高。

国内学者在组合投资时,所选取的研究对象还是考虑股票居多,本文作者也不例外地把股票作为研究标的,因为它有相对成熟的市场体系,在实际投资中应用最为广泛.不过,随着中国金融市场的快速发展,下一步可考虑选择诸如外汇、期货、期权等,对它们进行混合多资产配置.同时实践中,基于高风险高收益并存的认知,可以考虑对如 GARCH-M 类模型进行收益率建模,此外我们还考虑结合 VaR 或 ES 等风险度量工具对投资组合作进一步研究。

参考文献(References)

- [1] Markowitz H M. Portfolio Selection[J]. The Journal of Finance, 1952, 7: 77-91.
- [2] Chu Chen, Fang Zhaoben. Optimal portfolio project with modified covariance matrix and its stability[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2011, 41(12): 1 035-1 041.
储晨, 方兆本. 修正协方差阵的投资组合方案及其稳定性[J]. 中国科学技术大学学报, 2011, 41(12): 1 035-1 041.
- [3] Ge Ying, Cheng Xijun, Fu Yongjian. An application of entropy pooling and diversifying risk model in portfolio optimization[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2013, 43(9): 754-761.
葛颖, 程希骏, 符永健. 熵池理论和风险平均分散化模型在投资组合分配中的应用[J]. 中国科学技术大学学报, 2013, 43(9): 754-761.
- [4] Black F, Litterman R. Asset allocation: Combining investor views with market equilibrium[R]. Golden Sachs Fixed Income Research, 1990.
- [5] He G, Litterman R. The intuition behind Black-Litterman model portfolios [R]. Rochester, NY: SSRN 2002: 334304.
- [6] Idzorek T M. A step-by-step guide to the Black-Litterman model [C]// Forecasting Expected Returns in the Financial Markets. London: Elsevier, 2002.
- [7] Meucci A. Enhancing the Black-Litterman and related approaches: Views and stress-test on risk factors[J]. Journal of Asset Management, 2009, 10: 89-96.
- [8] Meucci A, Ardia D, Keel S. Fully flexible extreme views[J]. Journal of Risk, 2011, 14(2): 39-49.
- [9] Yin Libo, Han Liyan. Study of international commodity assets industry allocation strategy [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2014, 34(3): 560-574.
尹力博, 韩立岩. 国际大宗商品资产行业配置研究[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(3): 560-574.
- [10] 郭梁, 李子婧. Black-Litterman 模型在资产配置中的应用[N]. 期货日报, 2009-11-27007.
- [11] Liu Qingfu, Zhong Weijun, Mei Shu'e. Market risk measurement of copper futures in China based on VaR-GARCH models[J]. Journal of Systems Engineering, 2006, 21(4): 429-433.
刘庆富, 仲伟俊, 梅姝娥. 基于 VaR-GARCH 模型族的我国期铜市场风险度量研究[J]. 系统工程学报, 2006, 21(4): 429-433.
- [12] 陈娟, 沈晓栋. 中国股票市场收益率与波动性的阶段性研究[J]. 统计与决策, 2005(8): 98-100.
- [13] 傅祖芸. 信息论基础理论与应用[M]. 第三版. 北京: 电子工业出版社, 2013.
- [14] Li Hua, Li Xingsi. A new portfolio model and application[J]. Operations Research and Management Science, 2003, 12(6): 83-86.
李华, 李兴斯. 证券投资组合理论的一种新模型及其应用[J]. 运筹与管理, 2003, 12(6): 83-86.