第45卷第9期 中国科学技术大学学报 Vol. 45, No. 9
2015年9月 JOURNAL OF UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA Sep. 2015

文章编号:0253-2778(2015)09-0776-07

直觉模糊目标信息系统的知识约简

鲍中奎[1,2],杨善林[2]

(1.安徽大学数学科学学院,安徽合肥 230601;2.合肥工业大学管理学院,安徽合肥 230009)

摘要:经典的粗糙集理论对直觉模糊目标信息系统不能直接进行知识约简.这里在直觉模糊目标信息系统中引入优势关系,建立了基于优势关系的直觉模糊粗糙集模型;然后,基于定义的分布协调集和分配协调集,给出了分布约简和分配约简的判定定理和可辨识矩阵,从而提供了直觉模糊目标信息系统的知识约简方法.最后给出一个实例验证方法的有效性.

关键词:直觉模糊目标信息系统;优势关系;分布约简;分配约简

中图分类号:C934 **文献标识码**:A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2015.09.012

引用格式:Bao Zhongkui, Yang Shanlin. Knowledge reduction in intuitionistic fuzzy objective information systems [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2015,45(9):776-783.
鲍中奎,杨善林.直觉模糊目标信息系统的知识约简[J].中国科学技术大学学报,2015,45(9):776-783.

Knowledge reduction in intuitionistic fuzzy objective information systems

BAO Zhongkui[1,2], YANG Shanlin[2]

(1. *School of Mathematical Sciences, Anhui University, Hefei*, 230601, *China*;
2. *School of Management, Hefei University of Technology, Hefei*, 230009, *China*)

Abstract: The classical rough set theory can not be directly employed to reduce knowledge of intuitionistic fuzzy objective information systems. The dominance relation is introduced to intuitionistic fuzzy objective information systems, and intuitionistic fuzzy rough set model based on dominance relation was established. Then, based on the definition of distribution consistent set and assignment consistent set, the judgment theory and discernibility matrices for distribution reduction and assignment reduction were given, and knowledge reduction methods of intuitionistic fuzzy objective information systems were presented. Finally, an example was given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: intuitionistic fuzzy objective information systems; dominance relation; distribution reduction; assignment reduction

0 引言

粗糙集理论是波兰数学家Pawlak于1982年提出的一种数据分析理论[1],它是一种新的处理不确定性知识的数学工具.目前粗糙集理论已被成功应用于人工智能、数据挖掘、决策分析和智能信息处理等领域[2-5].

知识约简是粗糙集理论研究的核心问题之一,

收稿日期:2014-06-22;**修回日期**:2014-10-24

基金项目:国家自然科学基金(71071045,71131002),安徽大学青年科学研究基金(33050054)资助.

作者简介:鲍中奎(通讯作者),男,1982年生,博士/讲师.研究方向:智能信息处理、决策分析. E-mail:zkbao@ahu.edu.cn

而约简带有决策属性的目标信息系统，就是在保持目标信息系统分类能力不变的条件下，删除其中不相关或不重要的条件属性，利用尽可能少的条件属性值来获得有用的决策规则. 为了适应不同的应用需求，学者们提出了不同的约简方法. 分布约简和分配约简的概念最早是由 Kryszkiewicz[6] 在研究不协调信息系统的知识约简时提出的，张文修等[7] 进一步讨论了不协调信息系统中的分布约简、最大分布约简、分配约简和近似约简之间的关系，并给出了约简的方法；米据生等[8] 基于变精度粗糙集模型，给出了下、上近似分布约简的方法；徐伟华等[9] 基于优势关系粗糙集模型，给出了下、上近似分布约简的方法. 然而，以上文献考虑的决策属性均为清晰的概念，面对决策属性为模糊概念时，已有的约简方法不再有效. 管涛等[10] 和袁修久等[11] 在模糊目标信息系中提出 α 分布约简、α 分配约简的概念，并给出具体的约简方法；孙秉珍等[12] 在研究区间值模糊信息系统的模糊粗糙集理论时，给出了区间值模糊目标信息系统的分布约简方法；黄兵等[13] 基于优势关系的变精度粗糙集模型，在模糊目标信息系统中，给出了分布约简的方法.

Zadeh 提出的模糊集[14] 只能描述"亦此亦彼"性，无法描述"非此非彼"性. Atanassov 提出了直觉模糊集[15] 的概念，利用隶属度和非隶属度来刻画模糊性，可以同时表示支持、反对和中立 3 种状态，相比于传统的模糊集，具有更强的信息表达能力，能够更细腻、全面地描述客观现象的自然属性，已被成功运用于模式识别、决策分析等领域[16-19]. 直觉模糊集与粗糙集都能处理不确定信息，但方法不同，两者具有很强的互补性，已有不少学者对两者的融合进行了研究[20-22]. 但经典的粗糙集理论是建立在等价关系的基础上，当考虑到属性值间的偏序关系时，经典的粗糙集理论将不再适用. 因此，在面对直觉模糊目标信息系统的属性约简时，需对经典的粗糙集理论作进一步的扩展. 黄兵等[23,24] 在直觉模糊目标信息系统和区间值直觉模糊目标信息系统中引入优势关系，给出了基于区分矩阵的知识约简方法. 但文中考虑的模糊决策变量仅取单个变量值. 而实际中，很多模糊决策变量可能取多个变量值，比如，对学生的综合评价中，学生最终可能分"优"、"良"、"中"和"差"4 个不同的层次；在计算机的审计风险评估中，最终的审计风险可能分"高"、"中"和"低"3 个不同的水平，而这些模糊决策值可通过直觉模糊集给出较为准确的描述. 鉴于此，本文在文献[23]的基础上，研究了带有多个决策变量值的直觉模糊目标信息系统. 首先构建了基于优势关系的直觉模糊粗糙集模型，然后给出分布约简和分配约简的定义，最后基于分布协调集和分配协调集的判定定理，构建了直觉模糊目标信息系统的可辨识矩阵，从而获得了带有多个决策变量值的直觉模糊目标信息系统的知识约简.

1　预备知识

定义 1[14]　称 $A=\{\langle x,\mu_A(x),\gamma_A(x)\rangle \mid x\in U\}$ 为非空论域 U 上的直觉模糊集，其中，$\mu_A:U\to[0,1]$，$\gamma_A:U\to[0,1]$分别称为元素 x 对于 A 的隶属度和非隶属度，且满足 $0\leqslant\mu_A+\gamma_A\leqslant 1$. 称 $\pi_A(x)=1-\mu_A(x)-\gamma_A(x)$为 x 对于 A 的犹豫度.

当 $\gamma_A(x)=1-\mu_A(x)$时，集合 A 为一般的模糊集. 为叙述方便，称 $\alpha=\langle\mu,\gamma\rangle,0\leqslant\mu,\gamma\leqslant 1,0\leqslant\mu+\gamma\leqslant 1$ 为直觉模糊数.

定义 2[14]　令 $\alpha_i=\langle\mu_i,\gamma_i\rangle(1\leqslant i\leqslant n)$是 n 个直觉模糊数，则有

① $\bigcap_{1\leqslant i\leqslant n}\alpha_i=\langle\min_{1\leqslant i\leqslant n}\mu_i,\max_{1\leqslant i\leqslant n}\gamma_i\rangle$；

② $\bigcup_{1\leqslant i\leqslant n}\alpha_i=\langle\max_{1\leqslant i\leqslant n}\mu_i,\min_{1\leqslant i\leqslant n}\gamma_i\rangle$.

定义 3[20]　设 $\alpha=\langle\mu,\gamma\rangle$为直觉模糊数，定义 $s(\alpha)=\mu-\gamma$ 为 α 的得分函数，$h(\alpha)=\mu+\gamma$ 为 α 的精度，对于两个直觉模糊数 $\alpha_i=\langle\mu_i,\gamma_i\rangle(i=1,2)$的大小排序如下：

① 若 $s(\alpha_1)>s(\alpha_2)$，则 α_1 大于 α_2，记为 $\alpha_1>\alpha_2$；

② 若 $s(\alpha_1)=s(\alpha_2)$，同时 $h(\alpha_1)>h(\alpha_2)$，则 α_1 大于 α_2，记为 $\alpha_1>\alpha_2$；

③ 若 $s(\alpha_1)=s(\alpha_2)$，同时 $h(\alpha_1)=h(\alpha_2)$，则 α_1 等于 α_2，记为 $\alpha_1=\alpha_2$.

定义 4　称 $S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$为带有多个决策变量值的直觉模糊目标信息系统，其中 U 为非空有限对象集，C 是非空有限条件属性集，d 是决策属性，且 $C\cap\{d\}=\varnothing$；V 是属性值集合，f 是从 $U\times(C\cup\{d\})$到 V 的一个映射，对 $\forall x\in U$，$c\in C$，$f(x,c)$为直觉模糊数；d 为模糊决策变量，取值为直觉模糊集 $d_1,d_2,\cdots,d_r$，即对 $\forall x\in U$，$f(x,d_j)(j\in\{1,2,\cdots,r\})$为直觉模糊数.

下文将讨论这种特殊的直觉模糊目标信息系统.

2 直觉模糊目标信息系统的直觉模糊粗糙集模型

定义5 给定$S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$,对$\forall x,y\in U$,$B\subseteq C$,称

$$R_B^{\geqslant}=\{(x,y)\mid f(x,a)>f(y,a)\vee f(x,a)=f(y,a),\forall a\in B\}$$

为直觉模糊目标信息系统上的优势关系.

显然,$R_B^{\geqslant}$满足自反性和传递性,不一定满足对称性.分别记$[x]_B^{\geqslant}=\{y\in U\mid(y,x)\in R_B^{\geqslant}\}$为对象$x$的优势类集合,$[x]_B^{\leqslant}=\{y\in U\mid(x,y)\in R_B^{\geqslant}\}$为对象$x$的劣势类集合.

定义6 给定$S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$,$\forall x\in U$,$B\subseteq C$,$\forall d_j\in\{d_1,d_2,\cdots,d_r\}$,记

$$\underline{B}(d_j)(x)=\bigcap\{f(y,d_j)\mid y\in[x]_B^{\geqslant}\},$$
$$\overline{B}(d_j)(x)=\bigcup\{f(y,d_j)\mid y\in[x]_B^{\geqslant}\}.$$

称$\underline{B}(d_j)$和$\overline{B}(d_j)$分别为直觉模糊集d_j关于条件属性集B的下近似和上近似.

称$(\underline{B}(d_j),\overline{B}(d_j))$为直觉模糊粗糙集.$\underline{B}(d_j)$可理解为对象$x$肯定隶属于直觉模糊集$d_j$的隶属程度,$\overline{B}(d_j)$可理解为对象$x$可能隶属于直觉模糊集$d_j$的隶属程度.当$B$和$d_j$均为模糊集时,则$(\underline{B}(d_j),\overline{B}(d_j))$退化为模糊环境下的模糊粗糙集;当$B$和$d_j$均为清晰集时,则$(\underline{B}(d_j),\overline{B}(d_j))$退化为优势关系下的Pawlak粗糙集.因此,这里的直觉模糊粗糙集是已有粗糙集模型的直觉模糊化推广.

由直觉模糊粗糙集的定义,易得下列结论.

性质1 给定$S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$,$A\subseteq B\subseteq C$,$\forall d_j\in\{d_1,d_2,\cdots,d_r\}$,有

① $\underline{B}(d_j)(x)\leqslant\overline{B}(d_j)(x)$;

② $\underline{A}(d_j)(x)\leqslant\underline{B}(d_j)(x)$;

③ $\overline{B}(d_j)(x)\leqslant\overline{A}(d_j)(x)$.

定义7 给定$S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$,设$U/d=\{d_1,d_2,\cdots,d_r\}$,$B\subseteq C$,$\beta$为一直觉模糊数,记

$$L_B(x)=(\underline{B}(d_1)(x),\underline{B}(d_2)(x),\cdots,\underline{B}(d_r)(x)),$$
$$H_B(x)=(\overline{B}(d_1)(x),\overline{B}(d_2)(x),\cdots,\overline{B}(d_r)(x)),$$
$$L_B^\beta(x)=\{d_j\mid\underline{B}(d_j)(x)\geqslant\beta,j\leqslant r\},$$
$$H_B^\beta(x)=\{d_j\mid\overline{B}(d_j)(x)\geqslant\beta,j\leqslant r\}.$$

① 若对$\forall x\in U$,有$L_B(x)=L_C(x)$(即对$\forall d_j\in U/d$,有$\underline{B}(d_j)(x)=\underline{C}(d_j)(x)$),则称$B$是$C$的下分布协调集,且对$\forall A\subset B$,有$L_A(x)\neq L_B(x)$,则称$B$是$C$的下分布约简集;

② 若对$\forall x\in U$,有$H_B(x)=H_C(x)$(即对$\forall d_j\in U/d$,有$\overline{B}(d_j)(x)=\overline{C}(d_j)(x)$),则称$B$是$C$的上分布协调集,且对$\forall A\subset B$,有$H_A(x)\neq H_B(x)$,则称$B$是$C$的上分布约简集;

③ 若对$\forall x\in U$,有$L_B^\beta(x)=L_C^\beta(x)$,则称$B$是$C$的$\beta$下分配协调集,且对$\forall A\subset B$,有$L_A^\beta(x)\neq L_B^\beta(x)$,则称$B$是$C$的$\beta$下分配约简集;

④ 若对$\forall x\in U$,有$H_B^\beta(x)=H_C^\beta(x)$,则称$B$是$C$的$\beta$上分配协调集,且对$\forall A\subset B$,有$H_A^\beta(x)\neq H_B^\beta(x)$,则称$B$是$C$的$\beta$上分配约简集.

下(上)分布协调集是保持所有对象肯定(可能)隶属于每个决策类的隶属程度不变的属性集,β下(上)分配协调集是保持每个对象的肯定(可能)隶属于的程度大于β的决策类不变的属性集.由定义7容易知道,下(上)分布协调集和β下(上)分配协调集有下列关系.

定理1 给定$S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$,$B\subseteq C$,若$B$是$C$的下(上)分布协调集,则$B$是$C$的$\beta$下(上)分配协调集.

定理1的逆命题不一定成立,即B是C的β下(上)分配协调集,则B未必是C的下(上)分布协调集.所以,下(上)分布协调集要强于下(上)分配协调集.

3 直觉模糊目标信息系统的知识约简

为便于找出直觉模糊目标信息系统的下(上)分布约简集和β下(上)分配约简集,首先,给出下(上)分布协调集和β下(上)分配协调集的等价刻画.

定理2(知识约简的判定定理) 给定$S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$,$B\subseteq C$,则有

① B是C的下分布协调集$\Leftrightarrow\forall x,y\in U$,当$L_C(y)\geqslant L_C(x)$(即对$\forall d_j\in U/d$,有$\underline{C}(d_j)(y)\geqslant\underline{C}(d_j)(x)$)不成立时,有$y\notin[x]_B^{\geqslant}$;

② B是C的上分布协调集$\Leftrightarrow\forall x,y\in U$,当$H_C(y)\leqslant H_C(x)$(即对$\forall d_j\in U/d$,有$\overline{C}(d_j)(y)\leqslant\overline{C}(d_j)(x)$)不成立时,有$y\notin[x]_B^{\geqslant}$;

③ B是C的β下分配协调集$\Leftrightarrow\forall x,y\in U$,当$L_C^\beta(y)\supseteq L_C^\beta(x)$不成立时,有$y\notin[x]_B^{\geqslant}$;

④ B是C的β上分配协调集$\Leftrightarrow\forall x,y\in U$,当$H_C^\beta(y)\subseteq H_C^\beta(x)$不成立时,有$y\notin[x]_B^{\geqslant}$.

证明 ①"$\Rightarrow$" 当$y\in[x]_B^{\geqslant}$时,$[y]_B^{\geqslant}\subseteq[x]_B^{\geqslant}$,所以对$\forall j\in\{1,2,\cdots,r\}$,由定义6知,$\underline{B}(d_j)(y)\geqslant\underline{B}(d_j)(x)$,故$L_B(y)\geqslant L_B(x)$.另外,$B$是$C$的下分

布协调集，故 $L_B(x)=L_C(x)$，所以，$L_C(y)\geqslant L_C(x)$.

"$\Leftarrow$" $\forall x,y\in U$，当 $L_C(y)\geqslant L_C(x)$ 不成立时，有 $y\notin[x]_B^{\geqslant}$. 所以 $y\in[x]_B^{\geqslant}$ 时，$L_C(y)\geqslant L_C(x)$，即对 $\forall j\in\{1,2,\cdots,r\}$，有 $\underline{C}(d_j)(y)\geqslant\underline{C}(d_j)(x)$. 另外，由定义 6 知，$f(y,d_j)\geqslant\underline{C}(d_j)(y)$，故 $f(y,d_j)\geqslant\underline{C}(d_j)(x)$，所以，$\underline{B}(d_j)(x)\geqslant\underline{C}(d_j)(x)$. 另外，当 $B\subseteq C$，有 $\underline{B}(d_j)(x)\leqslant\underline{C}(d_j)(x)$，因此 $L_B(x)=L_C(x)$，B 是 C 的下分布协调集.

②～④类似可证. □

定理 2 提供了判定一个条件属性集合是否为下(上)分布协调集、β 下(上)分配协调集的方法. 为获得下(上)分布约简和 β 下(上)分配约简的具体操作方法，基于定理 2 定义下列可辨识矩阵.

定义 8 给定 $S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$，$\forall x,y\in U$，记

$$\underline{D}(y,x)=\begin{cases}\{a\in C\mid f(y,a)<f(x,a)\},\text{otherwise};\\ \varnothing,L_C(y)\geqslant L_C(x).\end{cases}$$

$$\overline{D}(y,x)=\begin{cases}\{a\in C\mid f(y,a)<f(x,a)\},\text{otherwise};\\ \varnothing,H_C(y)\leqslant H_C(x).\end{cases}$$

$$\underline{D}^{\beta}(y,x)=\begin{cases}\{a\in C\mid f(y,a)<f(x,a)\},\text{otherwise};\\ \varnothing,L_C^{\beta}(y)\supseteq L_C^{\beta}(x).\end{cases}$$

$$\overline{D}^{\beta}(y,x)=\begin{cases}\{a\in C\mid f(y,a)<f(x,a)\},\text{otherwise};\\ \varnothing,H_C^{\beta}(y)\subseteq H_C^{\beta}(x).\end{cases}$$

分别称 $\underline{D}=\underline{D}(y,x)$ $(\overline{D}=\overline{D}(y,x))$，$\underline{D}^{\beta}=\underline{D}^{\beta}(y,x)$ $(\overline{D}^{\beta}=\overline{D}^{\beta}(y,x))$ 为不同对象间的下(上)分布可辨识矩阵和 β 下(上)分配可辨识矩阵.

定理 3 给定 $S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$，$B\subseteq C$，$\forall x,y\in U$，有

① B 是 C 的下分布协调集 $\Leftrightarrow\forall\underline{D}(y,x)\neq\varnothing$，有 $B\cap\underline{D}(y,x)\neq\varnothing$；

② B 是 C 的上分布协调集 $\Leftrightarrow\forall\overline{D}(y,x)\neq\varnothing$，有 $B\cap\overline{D}(y,x)\neq\varnothing$；

③ B 是 C 的 β 下分配协调集 $\Leftrightarrow\forall\underline{D}^{\beta}(y,x)\neq\varnothing$，有 $B\cap\underline{D}^{\beta}(y,x)\neq\varnothing$；

④ B 是 C 的 β 上分配协调集 $\Leftrightarrow\forall\overline{D}^{\beta}(y,x)\neq\varnothing$，有 $B\cap\overline{D}^{\beta}(y,x)\neq\varnothing$.

证明 由定义 8 和定理 2 可得. □

由此可知，寻找条件属性集 C 相对于决策属性 d 的下(上)分布约简集、β 下(上)分配约简集，实际就是分别从可辨识矩阵 $\underline{D}(\overline{D})$ 和 $\underline{D}^{\beta}(\overline{D}^{\beta})$ 中寻找与其交集不为空的最小属性集合. 这通常可由布尔推理方法得到.

定义 9 给定 $S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$，记

$$\underline{\Delta}=\bigwedge_{(y,x)\in U\times U}(\vee\,\underline{D}(y,x)),$$

$$\overline{\Delta}=\bigwedge_{(y,x)\in U\times U}(\vee\,\overline{D}(y,x)),$$

$$\underline{\Delta}^{\beta}=\bigwedge_{(y,x)\in U\times U}(\vee\,\underline{D}^{\beta}(y,x)),$$

$$\overline{\Delta}^{\beta}=\bigwedge_{(y,x)\in U\times U}(\vee\,\overline{D}^{\beta}(y,x)).$$

称 $\underline{\Delta}(\overline{\Delta})$，$\underline{\Delta}^{\beta}(\overline{\Delta}^{\beta})$ 为下(上)分布可辨识函数和 β 下(上)分配可辨识函数.

定理 4 给定 $S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$，

① 若下、上分布可辨识函数 $\underline{\Delta}$ 和 $\overline{\Delta}$ 的极小析取范式分别为 $\vee_{k=1}^{t}(\wedge_{s=1}^{q_k}c_{i_s})$ 和 $\vee_{k=1}^{r}(\wedge_{m=1}^{p_k}c_{i_m})$，记

$$\underline{B}_k=\{c_{i_s}\mid s=1,2,\cdots,q_k\}(k=1,2,\cdots,t),$$

$$\overline{B}_k=\{c_{i_m}\mid m=1,2,\cdots,p_k\}(k=1,2,\cdots,r),$$

则 $\{\underline{B}_k\mid k=1,2,\cdots,t\}$ 和 $\{\overline{B}_k\mid k=1,2,\cdots,r\}$ 分别为 $S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$ 的所有下、上分布约简的全体.

② 若 β 下、上分配可辨识函数 $\underline{\Delta}^{\beta}$ 和 $\overline{\Delta}^{\beta}$ 的极小析取范式分别为 $\vee_{k=1}^{t}(\wedge_{s=1}^{q_k}a_{i_s})$ 和 $\vee_{k=1}^{r}(\wedge_{m=1}^{p_k}a_{i_m})$，记

$$\underline{B}_k^{\beta}=\{a_{i_s}\mid s=1,2,\cdots,q_k\}(k=1,2,\cdots,t),$$

$$\overline{B}_k^{\beta}=\{a_{i_m}\mid m=1,2,\cdots,p_k\}(k=1,2,\cdots,r),$$

则 $\{\underline{B}_k^{\beta}\mid k=1,2,\cdots,t\}$ 和 $\{\overline{B}_k^{\beta}\mid k=1,2,\cdots,r\}$ 分别为 $S=\langle U,C\cup\{d\},V,f\rangle$ 的所有 β 下、上分配约简的全体.

证明 由定理 3 和可辨识函数的极小析取范式定义易得. □

注意到，当决策变量仅取单个变量值时，以上的分布约简模型则退化为文献[23]中给出的近似约简模型，所以本文提出的分布约简方法是文献[23]约简方法的进一步推广. 另外，由上面的推导可以看出，基于可辨识矩阵的属性约简方法具有很强的理论基础，方法简洁，易于理解，同时可以获得直觉模糊目标信息系统的所有属性约简集.

4 实例分析

为进一步验证本文提出的约简方法的有效性，在文献[23]给出的计算机审计风险评估直觉模糊决策表的基础上，将原有的直觉模糊决策变量值增加

到3个,如表1所示.其中,$U=\{x_1,x_2,\cdots,x_{10}\}$为10个被审计对象,$C=\{c_1,c_2,c_3,c_4,c_5\}$为条件属性集,$c_1$表示"好的系统环境",$c_2$表示"好的控制系统",$c_3$表示"安全的财务数据",$c_4$表示"可信的审计软件",$c_5$表示"操作的标准化".$d$表示"计算机审计风险",在这里$d$有3个不同的变量值$d_1$,$d_2$和$d_3$,分别表示审计风险的水平:低、中和高.表1中的直觉模糊数可通过专家投票的形式来获取,如被审计对象x_1对于属性c_4"可信的审计软件"的隶属度与非隶属度,可通过下面的方法来确定:邀请10位审计风险评估方面的专家,对被审计对象进行投票,若有4票赞成该审计对象具有可信的审计软件,5票不赞成该审计对象具有可信的审计软件,1票弃权,即有1位专家在赞成与反对之间持犹豫意见.这时我们认为审计对象x_1对属性"可信的审计软件"的隶属度为0.4,非隶属度为0.5,而犹豫度为0.1,记作$f(x_1,c_4)=\langle 0.4,0.5\rangle$,其他的直觉模糊数类似可得.

首先,通过定义5求得每个对象关于条件属性集C的优势类;其次,利用定义6求出每个决策属性值关于条件属性集C的下、上近似,计算结果见表2;紧接着,利用定义8求出对象集的下、上分布可辨识矩阵$\underline{\Delta}$和$\overline{\Delta}$;最后,通过定理4可得,

$$\underline{\Delta}=c_1\wedge c_2\wedge c_4\wedge c_5,\overline{\Delta}=c_1\wedge c_2\wedge c_3\wedge c_4\wedge c_5.$$

即表1的下分布约简集为$\{c_1,c_2,c_4,c_5\}$,属性c_3是多余的,可从表1中删除;表1的上分布约简集为$\{c_1,c_2,c_3,c_4,c_5\}$,即从保持所有对象的可能隶属于每个决策类的隶属程度不变的角度考虑,条件属性集C的这5个属性都是重要的,都不能从属性集中删除.

若令决策变量d仅取单个变量值d_1,这时表1即为文献[23]中研究的直觉模糊决策表,利用上面的分布约简方法,可得系统的下分布约简为$\{c_1,c_2,c_4\}$或$\{c_2,c_3,c_4\}$或$\{c_2,c_4,c_5\}$,上分布约简为$\{c_1,c_4,c_5\}$,这与文献[23]所得的下、上近似约简是一致的.即文献[23]给出的近似约简方法是本文提出的分布约简方法的特殊情形,分布约简方法是文献[23]中近似约简方法的进一步推广,可用于解决带有多个决策变量值的直觉模糊目标信息系统.另外,从结果上可以看出,利用本文的分布约简方法所得的约简集要比文献[23]中所得的约简集要强,这是很正常的,因为下(上)分布约简集是保持所有对象肯定(可能)隶属于每个决策类的隶属程度不变的最小属性集,而下(上)近似约简仅是保持每个对象肯定(可能)隶属于某个决策类的隶属度不变的最小属性集,所以,分布约简集要强于近似约简集.

假定$\beta=\langle 0.5,0.4\rangle$,利用表2中各决策属性值关于属性集$C$的下、上近似结果,得到定义7中的$L_C^\beta(x)$和$H_C^\beta(x)$,结果见表2的最后两列.同时,可求得对象集的$\beta$下、上分配可辨识矩阵$\underline{D}^\beta$和$\overline{\Delta}^\beta$.利用定理4可求得,$\underline{\Delta}^\beta=(c_1\wedge c_2\wedge c_4)\vee(c_1\wedge c_4\wedge c_5)$,$\overline{\Delta}^\beta=(c_1\wedge c_2\wedge c_4)\vee(c_1\wedge c_4\wedge c_5)$,即表1的$\beta$下分配约为$\{c_1,c_2,c_4\}$或$\{c_1,c_4,c_5\}$,$\beta$的上分配约简为$\{c_1,c_2,c_4\}$或$\{c_1,c_4,c_5\}$.与上面的分布约简结果相比,分布约简集要强于分配约简集.这与定理1的结论是一致的.

由此可见,利用本文提出的基于可辨识矩阵的分布约简和分配约简可以获得带有多个决策变量值的直觉模糊目标信息系的知识约简.这样可将信息系统中的多余条件属性删除,从而简化直觉模糊目标信息系统,为后面决策规则的提取带来方便.

表1 计算机审计风险评估的直觉模糊决策表

Tab.1 An intuitionistic fuzzy decision table for computer audit risk assessment

U	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	d_1	d_2	d_3
x_1	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.3,0.5⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.7,0.1⟩	⟨0.3,0.6⟩	⟨0.6,0.4⟩	⟨0.5,0.4⟩
x_2	⟨0.3,0.5⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.6,0.1⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.7,0.3⟩	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.5,0.4⟩	⟨0.8,0.2⟩
x_3	⟨0.3,0.5⟩	⟨0.1,0.8⟩	⟨0.8,0.1⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.7,0.3⟩	⟨0.2,0.7⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.3,0.6⟩
x_4	⟨0.1,0.8⟩	⟨0.1,0.8⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.1,0.8⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.2,0.8⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.3,0.6⟩
x_5	⟨0.7,0.3⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.9,0.1⟩	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.8,0.1⟩	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.5,0.4⟩	⟨0.7,0.2⟩
x_6	⟨0.3,0.6⟩	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.7,0.2⟩	⟨0.5,0.5⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.6,0.4⟩	⟨0.6,0.4⟩
x_7	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.6,0.4⟩	⟨0.3,0.6⟩	⟨0.4,0.6⟩
x_8	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.9,0.1⟩	⟨0.7,0.3⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.6,0.4⟩	⟨0.3,0.6⟩	⟨0.5,0.4⟩
x_9	⟨0.4,0.6⟩	⟨0.7,0.3⟩	⟨0.9,0.1⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.9,0.0⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.2,0.8⟩	⟨0.3,0.6⟩
x_{10}	⟨0.7,0.3⟩	⟨0.7,0.3⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.9,0.0⟩	⟨0.4,0.5⟩	⟨0.8,0.2⟩	⟨0.2,0.8⟩	⟨0.4,0.6⟩

表 2　各决策变量值关于条件属性集的下、上近似以及 $L_C^{\beta}(x)$ 和 $H_C^{\beta}(x)(\beta=\langle 0.5,0.4\rangle)$

Tab. 2　The results of lower (upper) approximation, $L_C^{\beta}(x)$ and $H_C^{\beta}(x)(\beta=\langle 0.5,0.4\rangle)$

U	$[x]_C^{\geqslant}$	$\underline{C}(d_1)(x)$	$\underline{C}(d_2)(x)$	$\underline{C}(d_3)(x)$	$\overline{C}(d_1)(x)$	$\overline{C}(d_2)(x)$	$\overline{C}(d_3)(x)$	$L_C^{\beta}(x)$	$H_C^{\beta}(x)$
x_1	$\{x_1,x_7\}$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\langle 0.5,0.4\rangle$	$\emptyset$	$\{d_1,d_2,d_3\}$
x_2	$\{x_2,x_7,x_8,x_9\}$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\langle 0.2,0.8\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.5,0.4\rangle$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\emptyset$	$\{d_1,d_2,d_3\}$
x_3	$\{x_3,x_8,x_9\}$	$\langle 0.2,0.7\rangle$	$\langle 0.2,0.8\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.5,0.4\rangle$	$\emptyset$	$\{d_1,d_2,d_3\}$
x_4	$\{x_4,x_5,x_6,x_7,x_8,x_9\}$	$\langle 0.2,0.8\rangle$	$\langle 0.2,0.8\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.7,0.2\rangle$	$\emptyset$	$\{d_1,d_2,d_3\}$
x_5	$\{x_5\}$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\langle 0.5,0.4\rangle$	$\langle 0.7,0.2\rangle$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\langle 0.5,0.4\rangle$	$\langle 0.7,0.2\rangle$	$\{d_2,d_3\}$	$\{d_2,d_3\}$
x_6	$\{x_6,x_8\}$	$\langle 0.4,0.5\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.5,0.4\rangle$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\{d_3\}$	$\{d_1,d_2,d_3\}$
x_7	$\{x_7\}$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\{d_1\}$	$\{d_1\}$
x_8	$\{x_8\}$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.5,0.4\rangle$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.5,0.4\rangle$	$\{d_1,d_3\}$	$\{d_1,d_3\}$
x_9	$\{x_9\}$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.2,0.8\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.2,0.8\rangle$	$\langle 0.3,0.6\rangle$	$\{d_1\}$	$\{d_1\}$
x_{10}	$\{x_{10}\}$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.2,0.8\rangle$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.2,0.8\rangle$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\{d_1\}$	$\{d_1\}$

$$\underline{D}=\begin{bmatrix}
\emptyset & c_2 & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & c_2,c_4,c_5 & c_2,c_5 & C/\{c_1\} & c_2,c_3,c_5 & c_1,c_2,c_4\\
c_1,c_3,c_5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_3,c_5 & c_3,c_4,c_5 & c_1,c_3,c_5 & C/\{c_2\} & C/\{c_4\} & C/\{c_5\}\\
c_1,c_2,c_5 & c_2 & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & c_2,c_4,c_5 & c_1,c_2,c_5 & C & C/\{c_4\} & c_1,c_2,c_4\\
C/\{c_5\} & C/\{c_5\} & c_1,c_3,c_4 & \emptyset & C & C/\{c_5\} & C/\{c_5\} & C/\{c_5\} & C & C/\{c_5\}\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_4 & c_4 & c_4 & c_2,c_4,c_5 & c_2,c_4\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & \emptyset & c_1,c_2,c_3 & C/\{c_5\} & C/\{c_4\} & C/\{c_5\}\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_3,c_5 & \emptyset & \emptyset & c_3,c_4 & c_2,c_3,c_5 & c_1,c_2,c_4\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_2,c_5 & c_1,c_2,c_4\\
c_1 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1 & c_4 & c_1 & c_4 & \emptyset & c_1,c_4\\
c_5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_3,c_5 & c_5 & c_5 & c_5 & \emptyset & \emptyset
\end{bmatrix},$$

$$\overline{D}=\begin{bmatrix}
\emptyset & c_2 & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & \emptyset & c_2,c_5 & C/\{c_1\} & c_2,c_3,c_5 & c_1,c_2,c_4\\
c_1,c_3,c_5 & \emptyset & c_3 & c_5 & c_1,c_3,c_5 & c_3,c_4,c_5 & c_1,c_3,c_5 & C/\{c_2\} & C/\{c_4\} & C/\{c_5\}\\
c_1,c_2,c_5 & c_2 & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & c_2,c_4,c_5 & c_1,c_2,c_5 & C & C/\{c_4\} & c_1,c_2,c_4\\
C/\{c_5\} & C/\{c_5\} & c_1,c_3,c_4 & \emptyset & C & C/\{c_5\} & C/\{c_5\} & C/\{c_5\} & C & C/\{c_5\}\\
c_4 & \emptyset & c_4 & \emptyset & \emptyset & c_4 & c_4 & c_4 & c_2,c_4,c_5 & c_2,c_4\\
c_1,c_3 & c_1,c_2 & c_1,c_3 & \emptyset & C/\{c_4\} & \emptyset & c_1,c_2,c_3 & C/\{c_5\} & C/\{c_4\} & C/\{c_5\}\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_3,c_5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_2,c_3,c_5 & c_1,c_2,c_4\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_5 & \emptyset & c_1 & \emptyset & c_2,c_5 & c_1,c_2,c_4\\
c_1 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1 & c_4 & c_1 & c_4 & \emptyset & \emptyset\\
c_5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_3,c_5 & c_5 & c_5 & c_5 & c_3,c_5 & \emptyset
\end{bmatrix},$$

$$\underline{D}^{\beta}=\begin{bmatrix}
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & c_2,c_4,c_5 & c_2,c_5 & C/\{c_1\} & c_2,c_3,c_5 & c_1,c_2,c_4\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_3,c_5 & c_3,c_4,c_5 & c_1,c_3,c_5 & C/\{c_2\} & C/\{c_4\} & C/\{c_5\}\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & c_2,c_4,c_5 & c_1,c_2,c_5 & C & C/\{c_4\} & c_1,c_2,c_4\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & C & C/\{c_5\} & C/\{c_5\} & C/\{c_5\} & C & C/\{c_5\}\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_4 & c_4 & c_2,c_4,c_5 & c_2,c_4\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & \emptyset & c_1,c_2,c_3 & C/\{c_5\} & C/\{c_4\} & C/\{c_5\}\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_3,c_5 & c_4 & \emptyset & c_3,c_4 & \emptyset & \emptyset\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1 & c_4 & \emptyset & c_4 & \emptyset & \emptyset\\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_3,c_5 & c_5 & \emptyset & c_5 & \emptyset & \emptyset
\end{bmatrix},$$

$$\overline{D}^{\beta}=\begin{bmatrix}
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & \emptyset & c_2,c_5 & C/\{c_1\} & c_2,c_3,c_5 & c_1,c_2,c_4 \\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_3,c_5 & \emptyset & c_1,c_3,c_5 & C/\{c_2\} & C/\{c_4\} & C/\{c_5\} \\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & \emptyset & c_1,c_2,c_5 & C & C/\{c_4\} & c_1,c_2,c_4 \\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & C & \emptyset & C/\{c_5\} & C/\{c_5\} & C & C/\{c_5\} \\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_4 & c_4 & c_2,c_4,c_5 & c_2,c_4 \\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & C/\{c_4\} & \emptyset & c_1,c_2,c_3 & C/\{c_5\} & C/\{c_4\} & C/\{c_5\} \\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_3,c_5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1,c_5 & \emptyset & c_1 & \emptyset & c_2,c_5 & c_1,c_2,c_4 \\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_1 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\
\emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & c_3,c_5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset
\end{bmatrix}.$$

5 结论

本文在带有多个决策变量值的直觉模糊目标信息系统中构建了基于优势关系的直觉模糊粗糙集模型,并给出了直觉模糊目标信息系统的两种知识约简方法.这些方法对于决策变量仅取单个属性值的直觉模糊目标信息系统同样是适用的,所以本文的知识约简方法进一步推广了已有的知识约简模型.另外,利用区间值直觉模糊数的大小关系以及区间数的运算法则,本文给出的分布约简和分配约简方法也可以运用到区间值直觉模糊目标信息系统中.文中通过实例验证了约简方法的有效性,但随着对象集和属性个数的增加,基于可辨识矩阵的知识约简方法的计算量和复杂度都将会大幅提高.那么,面对大样本数据集(论域和属性集都较大),能否设计更加有效的约简算法,将是下一步的研究目标.

参考文献(References)

[1] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356.

[2] Pawlak Z. Rough set theory and its applications in data analysis[J]. Cybernetics and Systems, 1998, 29(7): 661-688.

[3] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough sets theory for multi-criteria decision analysis [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 129(1): 1-47.

[4] Pawlak Z, Skowron A. Rough sets: Some extensions [J]. Information Sciences, 2007, 177(1): 28-40.

[5] Chen J K, Li J J. An application of rough sets to graph theory[J]. Information Sciences, 2012, 201: 114-127.

[6] Kryszkiewicz M. Comparative studies of alternative type of knowledge reduction in inconsistent systems [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2001, 16(1): 105-120.

[7] Zhang Wenxiu, Mi Jusheng, Wu Weizhi. Knowledge reductions in inconsistent information systems [J]. Journal of Computers, 2003, 26(1): 12-18.
张文修,米据生,吴伟志. 不协调目标信息系统的知识约简[J]. 计算机学报, 2002, 26(1): 12-18.

[8] Mi J S, Wu W Z, Zhang W Z. Approaches to knowledge reduction based on variable precision rough set model[J]. Information Sciences, 2004, 159(3-4): 255-272.

[9] Xu Weihua, Zhang Wenxiu. Knowledge reductions in inconsistent information systems based on dominance relations [J]. Computer Science, 2006, 33 (2): 182-184.
徐伟华,张文修. 基于优势关系下不协调目标信息系统的知识约简[J]. 计算机科学, 2006, 33(2): 182-184.

[10] Guan Tao, Feng Boqin. Knowledge reduction methods in fuzzy objective information systems [J]. Chinese Journal of Software, 2004, 15(10): 1 470-1 478.
管涛,冯博琴. 模糊目标信息系统上的知识约简方法[J]. 软件学报, 2004, 15(10): 1 470-1 478.

[11] Yuan Xiujiu, Zhang Wenxiu. Attribute reductions in fuzzy inconsistent information systems [J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2004, 24 (5): 116-120.
袁修久,张文修. 模糊目标信息系统的属性约简[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(5): 116-120.

[12] Sun B Z, Gong Z T, Chen D G. Fuzzy rough set theory for the interval-valued fuzzy information systems [J]. Information Sciences, 2008, 178(13): 2 794-2 815.

[13] Huang Bing, Zhou Xianzhong, Shi Yingchun. Dominance relation-based VPRSM and its application in Fuzzy objective information systems [J]. Computer Science, 2010, 37(3): 227-229.
黄兵,周献中,史迎春. 优势-模糊目标 VPRSM 及其