第45卷第6期 中国科学技术大学学报 Vol. 45, No. 6
2015年6月 JOURNAL OF UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA Jun. 2015

文章编号:0253-2778(2015)06-0497-10

基于 Shapley 值公平参考框架的供应链优化

朱丽丽,时育成,朱贾昂,杜少甫

(中国科学技术大学管理学院,安徽合肥 230026)

摘要:在1个供应商和2个零售商的供应链系统中,运用 Shapley 公平分配理论研究零售商的公平关切行为对供应链系统及各成员决策的影响.研究发现,零售商的公平关切行为导致供应商最优批发价降低,相应的零售商的最优订货量增大.同时,零售商的公平关切行为还增大了零售商和供应链整体的利润以及零售商占整个供应链利润的份额,提高了供应链系统运行的效率.

关键词:供应链管理;公平关切;Shapley 值;行为运筹

中图分类号:TP391.9;C931 **文献标识码**:A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2015.06.011

引用格式:Zhu Lili, Shi Yucheng, Zhu Jia'ang, et al. Supply chain optimization based on Shapley fair theory[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2015,45(6):497-506.

朱丽丽,时育成,朱贾昂,等. 基于 Shapley 值公平参考框架的供应链优化[J]. 中国科学技术大学学报,2015,45(6):497-506.

Supply chain optimization based on Shapley fair theory

ZHU Lili, SHI Yucheng, ZHU Jia'ang, DU Shaofu

(*School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026, *China*)

Abstract: A supply chain system with one supplier and two homogeneous retailers was considered to investigate the influence of retailers' fairness concern on the supply chain and its members' decision by using the Shapley fair distribution theory. Through modeling and behavioral analysis, it was found that retailers' fairness concern will reduce supplier's optimal wholesale price and improves retailers' own optimal order quantity in equilibrium. Besides, retailers' fairness concern also increases their profit shares as well as channel profits, which leads to a higher supply chain efficiency.

Key words: supply chain management; fairness concern; Shapley value; behavioral operations

0 引言

传统供应链研究中,决策者完全理性往往作为假设前提条件,人们只关注自身的利益,追求自身利益的最大化. Fehr 等[1]研究表明,在日常生活与交际中,人们非常关注公平. 他们不仅关心自身的利益,同时还关注周围其他人的利益. 当人们感受到自身受到不公平对待时,常会采取相应的措施来惩罚对方以追求一种公平的结果. Kahneman[2]认为在组织关系中,组织也会像个体一样受到公平关切的驱使. 同时,在经济以及市场营销领域的研究也表明公平关切对发展与保持渠道关系有很重要的作用[3-5].

收稿日期:2014-09-17;**修回日期**:2015-03-20

基金项目:国家自然科学基金(71271199),新世纪优秀人才支持计划(NCET-13-0538)资助.

作者简介:朱丽丽,女,1986年生,博士生. 研究方向:碳排放,公平关切. E-mail: zhulil@mail.ustc.edu.cn

通讯作者:杜少甫,博士/副教授. E-mail: dsoft@ustc.edu.cn

公平关切已成为经济管理领域研究的一个重要方向.

虽然目前对公平关切的研究有很多,但将公平关切引入供应链决策环境的文章还不是很多,没有形成一定的体系. Cui 等[6]将公平关切引入报童模型研究其对供应链契约的影响,研究发现供应商可以通过高于边际成本的批发价促成系统协调,使系统利润和效用同时最大. Pavlov 等[7]和 Katok 等[8]结合理论与实证研究了公平关切对供应链契约的影响,研究表明当供应链成员信息不完全对称时,供应链无法协调而且供应链效率会降低. Ho 等[9]证实了在供应链环境下公平关切行为倾向确实存在,但只给出了描述性的公平关切效用函数,未能进行深入的行为运筹分析. 杜少甫等[10]将公平关切引入两阶段供应链系统中,分别研究了该行为倾向对批发价契约、收益共享契约和回购契约的影响,但是该文是以对方利润为公平参考点,强调的是绝对公平. 以上这些研究都是以简单的两阶段供应链系统为背景进行研究. 此外,Ho 等[11]首次提出了同行诱导公平关切,并用试验证明了同行诱导公平关切的存在且同行诱导公平关切程度大致是上下级公平关切程度的2倍. Ho 等[12]将同行诱导公平关切引入到供应链系统中,通过理论和实证证明了存在同行关平关切的第二个零售商相比于第一个仅考虑上下级公平关切的零售商处于不利的地位,但是该文假设2个零售商服务于2个不同的市场且公平关切参考点为对方利润.

公平关切通常是在效用函数中引入利润差异得以刻画. Bolton[13]和 Rabin[14]认为收益的正差异和负差异都会给效用函数带来一定的损失. Konrad 等[15]从整个社会层面将相对经济状况引入到效用函数中. Bruyn 等[16]改进了非对称损失效用函数并研究公平关切对于讨价还价行为的影响. Loch 等[17]在研究社会偏好对两阶段供应链绩效的影响时,提出了一种更为简洁的公平关切效用形式,可以表示为$u_i=\pi_i+\theta_i\pi_j$.

现有文献对公平参考点的选取也不尽统一. Fehr 等[2]提出的不公平厌恶模型中直接以对方的收益作为考虑公平关切的参考点,这一假设在他的理论框架下是合理的,但现实中却存在很多不足. 直接以对方收益作为公平关切参考点,所强调的是绝对公平,但是现实中由于各方能力与贡献的不同,并不能达成绝对公平. Cui 等[6]引入了参数 λ 来刻画公平参考点,认为零售商的收益应为供应商收益的 λ 倍,但是这一外生变量 λ 无法描述供应链成员的能力与贡献. 杜少甫等[18-19]提出了相对公平的概念,基于 Nash 讨价还价博弈思想构造公平关切参考框架. Nash 讨价还价公平参考解是公认的博弈的公平分配,因此决策者自然地将该参考点作为自身公平关切的参考点. 然而 Nash 讨价还价博弈解决的是2人之间的问题,当成员扩充至3个甚至更多时,将不再适用. 此时通过 Shapley 公平分配原则能有效解决多人博弈情况下公平参考点的问题. Shalpey[20]提出了 n 人合作博弈全新解的概念,它强调的是按照联盟成员的贡献进行分配,贡献越大所得越多,在满足3条基本公设(有效性公设、对称性公设、累加性公设)情况下给出了 Shapley 值的具体算法. 但是在现实中利润并不是按照这一规则来分配的,因此人们会产生不公平的感知. Shapley 值作为公认为公平的一种分配结果自然就成为了构造公平关切效用函数的公平参考点,这一参考点综合考虑了各方能力与贡献的不同,具有一定的合理性和实际应用性.

本文考虑在1个供应商和2个零售商的供应链系统中,2个垄断性零售商共同服务于同一市场,运用 Shapley 公平分配理论构造公平关切参考框架,并在此基础上展开深入的行为运筹分析.

本文具体的结构安排如下:节1主要是基准模型的建立,包括符号表述以及公平中性下的供应链决策模型;节2介绍 Shapley 公平参考框架的构建;节3构建了基于 Shapley 公平参考解的公平关切模型,按照博弈发生的顺序分别研究了零售商和供应商以及整个供应链系统的决策;最后是数值分析和本文结论.

1 基准模型的建立

1.1 符号表述

本文考虑在供应链系统中存在1个供应商 S 和2个垄断性零售商 R_1 和 R_2,供应商完全理性,而零售商是公平关切的,公平关切程度均为 λ. 假设为完全市场信息. 供应商以批发价 w 将同一产品卖给这2个零售商,零售商根据供应商提供的批发价确定自身的最优订货量 q. 我们假定2个零售商共同服务于同一个市场,市场总需求 D 是关于市场价格的线性反函数,表述为 $D=d_1+d_2=a-p$,其中,a 表示市场规模,p 表示市场价格. 供应商生产成本为 c 且

有 $0<c<a$. 为方便表述，以下标“f”来区分公平关切和公平中性这 2 种不同情况.

1.2 零售商公平中性时供应链决策模型

在零售商公平中性情况下，各方只关注自身利益，并不考虑与其他人利益的比较. 供应商与两零售商同时展开博弈，此时两零售商处于完全对称的关系，两零售商的最优订货量相同，且供应商提供给两零售商的批发价也相同. 所以供应商和零售商R_i的收益以及整个供应链的收益可以表示为

$$\left.\begin{aligned}\pi_{ri} &= (a-q_i-q_{-i}-w)q_i,\\ \pi_s &= (w-c)(q_i+q_{-i}),\\ \pi &= (a-q_i-q_{-i}-c)(q_i+q_{-i})\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

式中，$i=1,2$；π_{ri},π_s,π 分别表示了零售商 i 的利润函数，供应商的利润函数和整个供应链的利润函数. $-i$ 表示除了零售商 i 外其余的零售商. 在分散式决策和集中式决策这 2 种不同的情况下，零售商及供应链系统的最优订货量分别为

$$q_i^* = \frac{a-w}{3},\ q_i^o = \frac{a-c}{4}\tag{2}$$

从式(2)可以看出，q_i^* 是零售商最优订货量关于供应商批发价格的反映函数，而供应商又知道这一信息，供应商会根据零售商的行动来制定自己的最优批发价格. 将 q_i^* 带入到供应商的利润函数并最大化供应商的收益得 $w^*=(a+c)/2$，相应的零售商的最优订货量则为 $q_i^*=(a-c)/6$. 这样的话每个零售商所得的利润为 $\pi_{ri}^*=(a-c)^2/36$，而供应商所得的利润为 $\pi_s^*=(a-c)^2/6$，由此我们可以看出，供应商所得为零售商所得的 6 倍，也就是说每个零售商和供应商分别获得整个供应链利润的 1/8 和 3/4.

命题 1 给定批发价条件下，当 $w<\overline{w}$ 时，零售商的最优订货量比供应链系统的最优订货量大，当 $w>\overline{w}$ 时，零售商的最优订货量比供应链系统的最优订货量小. 其中，$\overline{w}=(a+3c)/4$.

证明 比较 q_i^* 和 q_i^o 的大小，两者相减可得 $q_i^*-q_i^o=(a+3c-4w)/12$，显然分子正负不定. 令 $\overline{w}=(a+3c)/4$，当 $w<\overline{w}$ 时，$a+3c-4w>0$，从而 $q_i^*>q_i^o$；相反地，当 $w>\overline{w}$ 时，$a+3c-4w<0$，从而 $q_i^*<q_i^o$. 命题 1 得证. □

命题 1 指出在给定批发价较低时，两零售商的最优订货量比供应链系统的最优订货量大，而当给定批发价较高时，两零售商的最优订货量比供应链系统的最优订货量小.

2 Shapley 公平参考框架的建立

对于一个有着公平关切行为倾向的个体，其效用与他的实际利润和公平参考点的差异有关[13-14]. 由于本文所考虑的背景为一凸博弈，故可以利用 Shapley 值来刻画该背景下的公平分配，这一分配不仅仅是博弈各方认为公平的，而且是大家普遍认为公平的. 它主要强调分配按系统成员的能力与贡献进行分配，追求的是成员之间的相对公平，而不是绝对公平.

在 1 个供应商 2 个零售商系统下，当两零售商R_1和R_2的订货量分别为q_1和q_2时，各成员的 Shapley 值分配为 $\{\varphi_s(v),\varphi_{r1}(v),\varphi_{r2}(v)\}$. 可以想象该 Shapley 值是关于$q_1$和$q_2$的函数，因为随着$q_1$和$q_2$的变化，系统总利润在变化，Shapley 值自然也会随之变化. 下面分别计算在 3 种不同的组合模式下系统的特征值(系统的利润). 在单成员系统中所有利润为零，即$v(S)=0$，$v(R_1)=0$，$v(R_2)=0$. 双成员系统中，两零售商同时存在时利润为零，即 $v(R_1,R_2)=0$. 当只存在 1 个供应商和 1 个零售商时，系统利润可以表示为

$$v(S,R_i)=(p-c)q_i=(a-q_i-c)q_i.$$

当全员都参与时，系统利润为

$$v(S,R_1,R_2)=(p'-c)(q_1+q_2)=(a-q_1-q_2-c)(q_1+q_2).$$

这里需要注意的是在单零售商和多零售商情况下市场价格 p 是不同的.

应用 Shapley 公平三原则，计算各方的公平分配可得

$$\varphi_s(v)=\frac{1}{2}(a-q_1-c)q_1+\frac{1}{2}(a-q_2-c)q_2-\frac{2}{3}q_1q_2\tag{3}$$

$$\varphi_{r1}(v)=\frac{1}{6}(3a-3q_1-4q_2-3c)q_1\tag{4}$$

$$\varphi_{r2}(v)=\frac{1}{6}(3a-4q_1-3q_2-3c)q_2\tag{5}$$

从 Shapley 值的具体公式可以看出，系统各成员的 Shapley 值是关于q_1和q_2的函数，随着q_1和q_2的变化，系统总利润在变化，Shapley 值也会随之变化. 两零售商R_1和R_2的公平分配随着对方订货量的增加而减小，而且它是关于自身订货量的凹函数，存在最优订货量使得其 Shapley 值最大.

3 基于 Shapley 公平参考点模型

本部分我们将在其他条件不变下，考虑零售商的公平关切行为倾向. 以 Shapley 值为公平关切参考点，对模型展开行为运筹分析. 供应商与零售商之间的博弈属于是 Stackelberg 博弈. 供应商作为领导者，零售商作为跟随者. 在此博弈中，供应商先出手，零售商在观察到供应商的决策后再确定决策. 而供应商知道，零售商一定会根据自己的产量决策作出反应，所以供应商在出手时会事先将零售商的反应纳入考虑. 首先研究在给定批发价下零售商的最优决策问题，随后探讨供应商的最优决策以及相应的零售商和整个供应链的决策问题.

3.1 给定批发价 w 下零售商的最优决策分析

在此背景下，我们假定 2 个零售商是公平关切的，而供应商是公平关切中性的，且两零售商的公平关切程度相同. 零售商不仅关心自己得到利润，还关心自身利润与公平参考解的差异，当零售商实际利润大于公平参考解时零售商感知到有利的不公平且效用增加，当实际利润小于公平参考解时零售商感知到不利的不公平且效用减小. 假定供应商提供给两零售商的批发价相同，均为 w，零售商的效用函数可以表示为

$$u_{ri}=\pi_{ri}+\lambda(\pi_{ri}-\varphi_{ri}(v)),\ i=1,2 \tag{6}$$

式中，$\lambda>0$，表示零售商的公平关切程度. λ 越大表示零售商的公平关切越大，对该零售商的效用作用就越大. 命题 1 给出了零售商 R_1 和 R_2 订货量的最优解.

命题 2 当零售商关注公平时，其效用函数为严格凹函数，存在唯一最优解 q_{if}^* 使得零售商的效用最大且零售商最优订货量 q_{if}^* 为

$$q_{if}^*=\frac{3(2+\lambda)(a-w)+3\lambda(c-w)}{2(9+4\lambda)} \tag{7}$$

证明 对零售商效用函数求一阶偏导数可得到

$$\frac{\partial u_{ri}}{\partial q_i}=(1+\lambda)(a-2q_i-q_{-i}-w)-\frac{\lambda}{6}(3a-6q_i-4q_{-i}-3c) \tag{8}$$

式中，$-i$ 表示除零售商 i 外所有零售商. 由式(8)我们可知，零售商的效用函数二阶偏导数为$\partial^2 u_{ri}/\partial q_i^2=-2-\lambda<0$，故零售商效用函数为关于自身订货量的严格凹函数，存在唯一最优解 q_{if}^* 使得u_{ri}最大. q_{if}^* 满足条件$\partial u_{ri}(q_{if}^*)/\partial q_i=0$，解得

$$q_{if}^*=\frac{a-q_{-i}-w}{2}+\frac{\lambda}{6(2+\lambda)}(q_{-i}-3w+3c) \tag{9}$$

式(9)说明对零售商R_{-i}的每一个订货量q_{-i}，零售商R_i都有唯一的最优订货量 q_{if}^* 与之对应，当R_{-i}的订货量最优时，q_{if}^* 取得最大. 考虑两零售商同时出手以及完全市场信息为背景，因此两零售商都知道对方最优订货量的反应函数，带入并化简可得

$$q_{if}^*=\frac{3(2+\lambda)(a-w)+3\lambda(c-w)}{2(9+4\lambda)}.$$

□

从上式可以看出，零售商的最优订货量不仅受批发价和产品成本的影响，还受自身公平关切程度的影响，命题 3 给出了零售商最优订货量随这些参数变化的规律.

命题 3 零售商的最优订货量 q_{if}^* 随批发价 w 的增加而减小，随产品生产成本 c 的增加而增加. 零售商的最优订货量 q_{if}^* 随公平关切程度 λ 的变化关系如下：

① 当 $w<\hat{w}$ 时，q_{if}^* 随 λ 的增加而增加.

② 当 $w>\hat{w}$ 时，q_{if}^* 随 λ 的增加而减小.

其中，$\hat{w}=(a+9c)/10$.

证明 q_{if}^* 对 w 和 c 求一阶偏导数，分别可得

$$\frac{\partial q_{if}^*}{\partial w}=-\frac{3(1+\lambda)}{9+4\lambda}<0,\ \frac{\partial q_{if}^*}{\partial c}=\frac{3\lambda}{2(9+4\lambda)}>0 \tag{10}$$

故零售商最优订货量随批发价的增加而减小，随产品生产成本的增加而增加. q_{if}^* 再对 λ 求一阶偏导数，可得

$$\frac{\partial q_{if}^*}{\partial \lambda}=\frac{6(a+9c-10w)}{4(9+4\lambda)^2} \tag{11}$$

由于 $\lambda>0$，式(11)的正负取决于 $a+9c-10w$ 的正负. 我们令 $\hat{w}=(a+9c)/10$，当 $w<\hat{w}$ 时，$a+9c-10w>0$，此时有$\partial q_{if}^*/\partial\lambda>0$；当 $w>\hat{w}$ 时，$a+9c-10w<0$，此时有$\partial q_{if}^*/\partial\lambda<0$，因此命题 3 得证. □

命题 3 第一部分最优订货量随批发价格的变化趋势和公平中性时的趋势是相同的，而且这一趋势很容易让人理解. 不同的是公平中性时零售商最优订货量与产品生产成本无关，而公平关切下零售商最优订货量随产品生产成本的增加而增加，主要原因在于零售商不仅关心自身利益，还关心整个供应链系统利润是否分配公平. 当产品成本增加时，Shapley 值公平参考点减小，从而零售商的效用会增加，所以零售商就会订购更多的产品以惩罚供

应商.

命题 3 第二部分表明当批发价较小时，零售商越关注公平，其最优订货量越大. 而当批发价较大时，零售商越关注公平，其最优订货量越小. 特别地，当 $\lambda=0$，也就是零售商只关心自身利益，不考虑公平关切时，零售商的最优订货量与公平中性时的最优订货量相同.

下面考虑在一供应商两零售商系统中，以零售商公平中性时的模型作为比较基准，研究零售商的公平关切行为对其决策的影响. 那么公平关切下零售商的最优订货量与公平中性时的最优订货量关系如命题 4 所述.

命题 4　在给定批发价 w 下，若零售商关注公平，其最优订货量与公平中性时的最优订货量有下面这样的关系：

① 当 $w<\hat{w}$ 时，有 $q_i^o<q_i^*<q_{if}^*$；

② 当 $\hat{w}<w<\widetilde{w}$时，$q_i^o<q_{if}^*<q_i^*$；

③ 当$\widetilde{w}<w<\overline{w}$ 时，有 $q_{if}^*<q_i^o<q_i^*$；

④ 当 $w>\overline{w}$ 时，有 $q_{if}^*<q_i^*<q_i^o$.

其中，$\widetilde{w}=\dfrac{(3+2\lambda)a+(9+10\lambda)c}{12(1+\lambda)}$.

证明　比较 q_{if}^* 与 q_i^* 和 q_i^o 的大小，两两相减可得

$$q_{if}^*-q_i^*=\frac{\lambda(a+9c-10w)}{6(9+4\lambda)} \tag{12a}$$

$$q_{if}^*-q_i^o=\frac{(3+2\lambda)a+(9+10\lambda)c-12(1+\lambda)w}{4(9+4\lambda)} \tag{12b}$$

显然各分母均为正值，式(12a)正负值取决于 $a+9c-10w$的正负. 当 $w<\hat{w}$ 时，$a+9c-10w>0$，从而有 $q_{if}^*>q_i^*$；当 $w>\hat{w}$ 时，$a+9c-10w<0$，从而有 $q_{if}^*<q_i^*$. 式(12b)正负值取决于其分子的大小，令

$$\widetilde{w}=\frac{(3+2\lambda)a+(9+10\lambda)c}{12(1+\lambda)} \tag{13}$$

当 $w<\widetilde{w}$时，分子为正，从而有 $q_{if}^*>q_i^o$；当 $w>\widetilde{w}$时，分子为负，从而有 $q_{if}^*<q_i^o$. 我们知道 $\hat{w}$，$\overline{w}$ 和$\widetilde{w}$之间的大小关系为 $\hat{w}<\widetilde{w}<\overline{w}$，再结合命题 1 内容，从而 q_{if}^*，q_i^* 和 q_i^o之间的关系可以归纳如下：当 $w<\hat{w}$ 时，有 $q_i^o<q_i^*<q_{if}^*$；当 $\hat{w}<w<\widetilde{w}$时，有 $q_i^o<q_{if}^*<q_i^*$；当$\widetilde{w}<w<\overline{w}$ 时，有 $q_{if}^*<q_i^o<q_i^*$；当 $w>\overline{w}$ 时，有 $q_{if}^*<q_i^*<q_i^o$. 命题 4 得证. □

命题 4 说明当给定批发价较低时，考虑公平关切的零售商其最优订货量相对于公平中性时要大，而当给定批发价较高时，考虑公平关切的零售商其最优订货量相对于公平中性时要小. 导致零售商最优订货量变化的主要原因是公平关切行为的影响. 2 种情况下最优订货量都随着批发价的提高而减小，但是由于公平关切模型下最优订货量随批发价递减的变化率比公平中性时的变化率大，故存在如上结果.

以上对零售商决策的分析是在分散式决策下进行的，分散式决策下零售商只追求自身效用的最大化而不考虑整个供应链总体的效用，通常情况下分散式决策下零售商的最优决策并不能使供应链整体利润最大，这就是所谓的双重边际化效应. 而在集中式决策下由供应商统筹决策，这样可以使得整个供应链渠道效用最大. 由式(6)可知，供应链整体效用为

$$u=\pi+\lambda(\pi_{r1}-\varphi_{r1})+\lambda(\pi_{r2}-\varphi_{r2}) \tag{14}$$

命题 5　当零售商关注公平时，在集中式决策下系统总效用函数是关于零售商订货量的严格凹函数，因此存在唯一最优解 q_{if}^o 使得整个供应链系统效用最大，零售商最优订货量 q_{if}^o 为

$$q_{if}^o=\frac{6(a-c)+3\lambda(a-2w+c)}{24+10\lambda},\ i=1,2 \tag{15}$$

证明　对供应链系统总效用函数关于q_1一阶偏导数为

$$\frac{\partial u}{\partial q_1}=(a-2q_1-2q_2-c)+\lambda\left(\frac{a}{2}-q_i-\frac{q_2}{3}-w+\frac{c}{2}\right)-\frac{\lambda}{3}q_2 \tag{16}$$

进一步求二阶偏导数可得$\partial^2u/\partial q_1^2=-2-\lambda<0$，故系统总效用函数为关于零售商订货量的严格凹函数，存在唯一最优解 q_{if}^o 使得系统总效用最大. q_{if}^o 满足条件$\partial u(q_{if}^o)/\partial q_1=0$，解得

$$(2+\lambda)q_{1f}^o=(a-2q_2-c)+\lambda\left(\frac{a}{2}-\frac{q_2}{3}-w+\frac{c}{2}\right)-\frac{\lambda}{3}q_2 \tag{17}$$

由于两零售商地位相同，在供应链系统中处于完全对称的关系，当q_2取得最优解 q_{2f}^o时，对应的 q_{1f}^o 也取得最优，且这 2 个最优解相等. 令$q_2=q_{1f}^o$，计算可得

$$q_{1f}^{o}=q_{2f}^{o}=\frac{6(a-c)+3\lambda(a-2w+c)}{24+10\lambda} \quad (18)$$

□

从式(18)可以看出，相比于公平中性时的情况，集中式决策下零售商的最优订货量不仅受市场规模和产品成本的影响，还受产品批发价及自身公平关切程度的影响. 当 w 取边界值 c 时，$q_{if}^{o}>q_{i}^{o}$，且零售商最优订货量随批发价的增加而减小，故存在一临界值 $w'=(a+11c)/12<\hat{w}$ 使得当 $w<w'$ 时，$q_{if}^{o}>q_{i}^{o}$；当 $w>w'$ 时，$q_{if}^{o}<q_{i}^{o}$. 也就是说在集中式决策下，当批发价较低时，考虑公平关切的零售商最优订货量比公平中性零售商的最优订货量大；当批发价较高时，考虑公平关切的零售商最优订货量比公平中性零售商的最优订货量小. 图1形象地表示了各种不同情况下零售商最优订货量之间的关系.

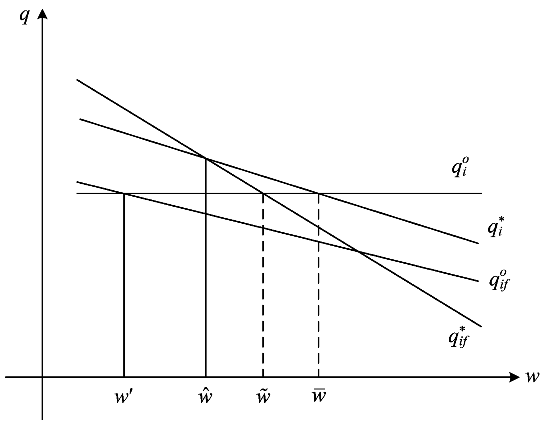

图1 批发价对零售商及系统最优决策的影响

Fig. 1 The influence of w on retailer's and channel's optimal decision

从图1可知，在分散式和集中式这2种不同决策方式下，公平关切行为倾向导致零售商在批发价较低时最优订货量变大，在批发价较高时最优订货量变少. 这一结果与我们研究的一对一供应链系统中的结论并不相同. 在一对一供应链系统中，公平关切行为只能导致零售商最优订货量变少，而与批发价格无关. 我们所研究的一对二供应链系统，丰富并发展了这一结论. 在现实生活中，公平关切行为倾向是不容忽视的，为合理安排生产，供应商应根据具体的批发价格来确定生产量，否则即会导致供应商产量过剩或不足.

3.2 博弈均衡解

这一部分主要研究供应商的最优决策以及在供应商采取最优策略情况下相应的零售商最优策略的变化. 由式(9)我们已经知道在给定批发价下零售商的最优订货量 q_{if}^{*}，它是一个关于批发价 w 的函数. 考虑零售商的最优决策，供应商会做出自己的最优决策，供应商是理性的，以利润最大化为目标，其利润函数可表示为

$$\pi_s=(w-c)(q_{1f}^{*}+q_{2f}^{*}) \quad (19)$$

命题6 在分散式决策下，考虑公平关切的供应链系统存在唯一的系统均衡解，供应商的最优批发价 w_f^{*} 以及相应的零售商的最优订货量 q_{if}^{*} 分别为

$$w_f^{*}=\frac{a+c}{2}-\frac{\lambda(a-c)}{4(1+\lambda)},\ q_{if}^{*}=\frac{3(2+\lambda)(a-c)}{4(9+4\lambda)} \quad (20)$$

证明 将 q_{if}^{*} 带入到供应商的利润函数，再将供应商利润函数对批发价求一阶偏倒数可得

$$\frac{\partial\pi_s}{\partial w}=\frac{3(2+\lambda)(a-w)+3(2+3\lambda)(c-w)}{9+4\lambda} \quad (21)$$

进一步对其求二阶偏导数可得

$$\partial^2\pi_s/\partial w^2=-12(1+\lambda)/(9+4\lambda)<0,$$

故供应商的利润函数是关于其自身所定批发价的严格凹函数，存在唯一最优解 w_f^{*} 使得供应商利润最大. 供应商最优批发价满足条件 $\partial\pi_s(w_f^{*})/\partial w=0$，解得

$$w_f^{*}=\frac{a+c}{2}-\frac{\lambda(a-c)}{4(1+\lambda)} \quad (22)$$

那么在供应商给定批发价为最优批发价 w_f^{*} 时，相应的零售商的最优订货量则为

$$q_{if}^{*}=\frac{3(2+\lambda)(a-c)}{4(9+4\lambda)} \quad (23)$$

所以在一对二供应链系统中，考虑零售商是公平关切的，在分散式决策下系统最终的博弈均衡解即为 (w_f^{*},q_{if}^{*}). 命题6得证. □

考虑零售商公平中性时供应商的最优批发价 $w^{*}=(a+c)/2$，比较公平中性和公平关切这2种不同情况，我们发现公平关切下供应商的最优批发价变低了，$w_f^{*}<w^{*}$. 由于 $w^{*}>\hat{w}=(a+9c)/10$，所以公平关切行为倾向导致在原本平衡状态下零售商的最优订货量变少，$q_{if}^{*}<q_i^{*}$，从而供应商利润受损，原先的均衡状态被打破. 供应商为了自身利益考虑，降低批发价格，相应的零售商最优订货量增大，从而以防利益受损.

命题7 若零售商的公平关切程度不是太高($\lambda^2<6$)，供应商根据零售商的行动反映来做出自身的最优决策，那么分散式决策下零售商的最优订货

量会变大，集中式决策下零售商的最优订货量会变小，$q_i^* < q_{if}^* < q_{if}^o < q_i^o$.

证明 将 w_f^* 带入命题 5 中供应链系统最优解 q_{if}^o 得均衡情况下系统最优解

$$q_{if}^o = \frac{3(2+\lambda)^2(a-c)}{4(1+\lambda)(12+5\lambda)} \tag{24}$$

这样两两相减并比较可得 $q_i^* < q_{if}^* < q_i^o$，$q_i^o > q_{if}^o$. 其中，

$$q_{if}^o - q_{if}^* = \frac{3(2+\lambda)(6-\lambda^2)(a-c)}{4(1+\lambda)(12+5\lambda)(9+4\lambda)} \tag{25}$$

显然分母为正值，分子正负不定. 我们知道 λ 表示零售商公平关切的程度，λ 越大公平关切程度越高，但是现实中公平关切程度不可能无限的大. Ho 等[11]用实验的方法验证了公平关切行为的确存在，在全模型中公平关切系数的估计值为 0.501，所以我们不妨假设 $\lambda^2 < 6$，从而 $q_{if}^o > q_{if}^*$，综上知，$q_i^* < q_{if}^* < q_{if}^o < q_i^o$. 命题 7 得证. □

与命题 4 相比，命题 7 表示在当供应商采取最优批发价时，零售商在各种不同情况下最优订货量之间的具体关系. 具体地说就是在分散式决策下考虑公平关切的零售商其最优订货量比公平中性时的要大，而集中式决策下考虑公平关切的零售商其最优订货量比公平中性时要小. 而且，在考虑公平关切情况下，由 2 种不同决策方式所引起的零售商最优订货量之间的差距变小了，双重边际化效应变小.

命题 8 在考虑公平关切供应链系统中，供应商的最优批发价 w_f^* 随零售商公平关切程度 λ 的增大而减小，相应的零售商的最优订货量 q_{if}^* 随其公平关切程度 λ 的增大而增大.

证明 供应商最优批发价 w_f^* 以及相应的零售商的最优订货量 q_{if}^* 分别对 λ 求一阶偏导数可得

$$\frac{\partial w_f^*}{\partial \lambda} = -\frac{a-c}{4(1+\lambda)^2} < 0, \ \frac{\partial q_{if}^*}{\partial \lambda} = \frac{3(a-c)}{4(9+4\lambda)^2} > 0 \tag{26}$$

因此，零售商越是关注公平，供应商的最优批发价就越小，而零售商的最优订货量却越大. 除了参数 λ，供应商的最优批发价 w_f^* 以及相应的零售商的最优订货量 q_{if}^* 还与市场规模 a 和产品生产成本 c 有关. 类似的我们对这 2 个参数分别求一阶偏导数可得

$$\partial w_f^* / \partial a > 0, \ \partial w_f^* / \partial c > 0,$$
$$\partial q_{if}^* / \partial a > 0, \ \partial q_{if}^* / \partial c > 0,$$

所以供应商的最优批发价格随着市场规模和产品生产成本的增大而增大，相应的零售商的最优订货量随市场规模的增大而增大，随产品生产成本的增大而减小. 这些变化趋势与公平中性时的完全相同，前 3 个很容易让人理解，而第 4 个由于供应商有制定批发价的权力，当产品生产成本增加时供应商会提高产品批发价，从而零售商的订货量则会变小. □

命题 9 相比于零售商公平中性的供应链系统，考虑公平关切的供应链系统达到均衡时，供应商的利润变小，零售商的利润变大，系统总利润也变大.

证明 在考虑公平关切情况下，供应商的最大利润为

$$\pi_{sf}^* = (w_f^* - c)(q_{1f}^* + q_{2f}^*) = \frac{3(2+\lambda)^2(a-c)^2}{8(1+\lambda)(9+4\lambda)} \tag{27}$$

而公平中性时，供应商的最大利润为 $\pi_s^* = (a-c)2/6$，两者相减得

$$\pi_{sf}^* - \pi_s^* = -\frac{\lambda(16+7\lambda)(a-c)^2}{24(1+\lambda)(9+4\lambda)} < 0 \tag{28}$$

所以，零售商的公平关切行为倾向导致供应商能获得的最大利润减小，同时整个供应链系统的总利润也因公平关切行为的影响而变化. 我们知道整个供应链系统的利润在 $q_i^o = (a-c)/4$ 时取得最大，系统利润是关于零售商订货量的严格凹函数，当零售商订货量小于系统最优订货量 q_i^o 时，系统利润随零售商订货量的增大而增加. 由命题 7 结论可知，有关系 $q_i^* < q_{if}^* < q_i^o$，所以在分散式决策下，考虑公平关切的供应链系统总利润比公平中性时的系统总利润要大，也就是说公平关切行为增大了整个供应链的利润，而供应商的利润却减小了，从而零售商的利润变大. □

推论 10 在一供应商两零售商供应链系统中，若零售商关注公平，那么零售商占整个供应链利润的份额增大，同时供应链系统效率也得到提升.

证明 零售商占有的利润份额 δ 和供应链系统的效率 ε 可表示为

$$\delta = \frac{\pi_{ri}(w_f^*, q_{if}^*)}{\pi(q_{if}^*)} \tag{29a}$$

$$\varepsilon = \frac{\pi(q_{if}^*)}{\pi(q_{if}^o)} \tag{29b}$$

由命题 9 可知，供应商的利润减小，而供应链整体利润增大，故供应商占有的利润份额减小，从而得出零售商占有的利润份额增大. 式(29b)中分母表示供应链最大利润，它是一个定值，与零售商是否

关注公平无关,分子表示供应链整体利润,由命题9可知供应链整体利润增大,故供应链系统效率增大.

4 数值分析

下面通过具体的算例对上述模型进行检验分析.假设某产品市场需求是关于市场价格的线性反函数,市场总规模 $a=1\ 000$,产品生产成本 $c=20$.我们首先分析在给定批发价下零售商的最优决策,假定批发价 $w=250$,根据式(2)可以得出公平中性下零售商和供应链系统的最优订货量分别为 $q_i^*=250$ 和 $q_i^o=245$.而当零售商关注公平时,由式(7)可计算出此时零售商的最优订货量 q_{if}^*.为了研究零售商公平关切对其决策的影响,令 λ 取不同的值,可得表1.

表1 零售商公平关切程度对其最优订货量的影响

Tab.1 The influence of λ on retailer's optimal order quantity

$w=20$		$w=50$		$w=80$	
λ	q_{if}^*	λ	q_{if}^*	λ	q_{if}^*
0.0	326.666 7	0.0	316.666 7	0.0	306.666 7
0.2	330.000 0	0.2	318.979 6	0.2	307.959 2
0.4	332.830 2	0.4	320.943 4	0.4	309.056 6
0.6	335.263 2	0.6	322.631 6	0.6	310.000 0
0.8	337.377 0	0.8	324.098 4	0.8	310.819 7
1.0	339.230 8	1.0	325.384 6	1.0	311.538 5
1.5	343.000 0	1.5	328.000 0	1.5	313
2.0	345.882 4	2.0	330.000 0	2.0	314.117 6
$w=118$		$w=150$		$w=180$	
λ	q_{if}^*	λ	q_{if}^*	λ	q_{if}^*
0.0	294	0.0	283.333 3	0.0	273.333 3
0.2	294	0.2	282.244 9	0.2	271.224 5
0.4	294	0.4	281.320 8	0.4	269.434 0
0.6	294	0.6	280.526 3	0.6	267.894 7
0.8	294	0.8	279.836 1	0.8	266.557 4
1.0	294	1.0	279.230 8	1.0	265.384 6
1.5	294	1.5	278	1.5	263.000 0
2.0	294	2.0	277.058 8	2.0	261.176 5

根据命题3可知,零售商的最优订货量随其公平关切程度 λ 的变化趋势与批发价 w 有关,故分别取 $w=20,50,80,118,150$ 和 180 代表2个变化区间趋势.由表1可知,当 $w=80$ 时,零售商最优订货量随 λ 的增加从306.666 7递增到314.117 6;当 $w=118$时,零售商的最优订货量随 λ 的增加不变,一直都是294;而当 $w=150$ 时,零售商的最优订货量随 λ 的增加从283.333 3递减至277.058 8.由表1我们可以看出,当批发价较低时,零售商越关注公平,其最优订货量越大;而当批发价较高时,零售商越关注公平,其最优订货量越小.

当批发价为一外生变量时,假定零售商公平关切程度 λ 为一定值 $\lambda=1.0$,表2展示了在公平中性和公平关切2种不同情况下供应商批发价 w 对零售商及供应链系统最优订货量的影响,即前文中的命题4,根据式(2)可计算出公平中性下零售商以及系统的最优订货量,根据式(7)和式(15)可计算出公平关切下零售商以及系统的最优订货量.由表2可知,公平中性下零售商的最优订货量 q_i^* 以及公平关切下零售商和系统的最优订货量 q_{if}^*, q_{if}^o 随批发价 w 的增加而减小,而公平中性下系统的最优订货量为245,与 w 无关.同时我们还发现当 $w=250$ 时,$q_i^*>q_i^o$,而当 $w=300$ 时,有 $q_i^*<q_i^o$,说明在区间(250,300)内存在1个值 $\bar{w}$ 使得当 $w<\bar{w}$ 时公平中性下零售商最优订货量比系统最优订货量大,当 $w>\bar{w}$时公平中性下零售商最优订货量比系统最优订货量小,由命题1可知 $\bar{w}=265$.同理可得 $\hat{w}=118$,$w'=101.666\ 7$和$\widetilde{w}=224.166\ 7$.

表2 供应商批发价对零售商及系统最优订货量的影响

Tab.2 The influence of w on retailer's and channel's optimal order quantity

w	q_i^*	q_i^o	q_{if}^*	q_{if}^o
80	306.666 7	245	311.538 5	248.823 5
100	300	245	302.307 7	245.294 1
120	293.333 3	245	293.076 9	241.764 7
140	286.666 7	245	283.846 2	238.235 3
160	280	245	274.615 4	234.705 9
180	273.333 3	245	265.384 6	231.176 5
200	266.666 7	245	256.153 8	227.647 1
250	250	245	233.076 9	218.823 5
300	233.333 3	245	210	210

当供应商批发价为内生变量时,供应商根据零售商的行动准则来制定自身的最优批发价.公平中性下供应商的最优批发价为 $w^*=510$,相应的零售商的最优订货量为 $q_i^*=163.333\ 3$,此时系统的整体利润为 $\pi(q_i^*)=2.134\ 2\text{E}+5$.而当零售商关注公平时,根据式(19)可计算出供应商的最优批发价 w_f^* 和相应的零售商的最优订货量 q_{if}^*.表3展示了零售商公平关切程度 λ 对供应链成员及系统效率的影响.

由表3可知,该表分析论证了命题6~9.与零售商公平中性情况($\lambda=0$)相比较,公平关切下($\lambda>0$)

表 3　零售商公平关切程度对供应链的影响

Tab. 3　The influence of retailer's fairness concern on supply chain

λ	w_f^*	q_{if}^*	$\pi_{ri}(w_f^*, q_{if}^*)$	$\pi(q_{if}^*)$	δ	$\pi(q_{if}^o)$	ε
0.0	510	163.333 3	2.667 8E+4	2.134 2E+5	0.125 0	240 100	0.888 9
0.2	469.166 7	165	3.313 7E+4	214 500	0.154 5	240 100	0.893 4
0.4	440	166.415 1	3.780 4E+4	2.154 0E+5	0.175 5	240 100	0.897 1
0.6	418.125 0	167.631 6	4.134 0E+4	2.161 6E+5	0.191 2	240 100	0.900 3
0.8	401.111 1	168.688 5	4.411 4E+4	2.168 1E+5	0.203 5	240 100	0.903 0
1.0	387.500 0	169.615 4	4.635 1E+4	2.173 7E+5	0.213 2	240 100	0.905 3
1.5	363	171.500 0	50 421	218 491	0.230 8	240 100	0.910 0
2.0	346.666 7	172.941 2	5.317 1E+4	2.193 3E+5	0.242 4	240 100	0.913 5

供应商的最优批发价变小，相应的零售商的最优订货量变大，且零售商公平关切程度越高，供应商最优批发价就越小，相应的零售商最优订货量就越大. 同时零售商公平关切还导致零售商和供应链系统的整体利润以及零售商占整体供应链利润的份额增大，并且随零售商公平关切程度 λ 的增大而增大. 公平中性下供应链系统的最大利润为240 100，此外零售商公平关切还提高了供应链系统的效率，而且供应链系统效率随 λ 的增大而增大.

5　结论

本文运用 Shapley 公平分配理论构建了 1 个供应商 2 个零售商供应链系统中各成员的公平参考框架，在此基础上构建系统成员的公平关切效用体系，对供应链系统及成员展开了深入具体的行为运筹分析. 系统最终博弈均衡解表明，公平关切行为导致供应商最优批发价减小，而且零售商公平关切程度越高，供应商最优批发价越低. 同时，在分散式决策下公平关切行为导致零售商的最优订货量增大，而集中式决策下公平关切行为导致系统最优订货量减小. 2 种不同决策方式下最优订货量的差距减小了，从而提高了系统的效率. 此外，我们还发现由于零售商关注公平，整个供应链的利润变大，而且零售商的利润占整个供应链利润的比例也变大了. 然而在给定批发价情况下，我们得出的结论却不尽相同. 当批发价格较低时，零售商的公平关切行为均导致 2 种不同决策方式下的最优订货量增大，而且最优订货量随公平关切程度的增大而增大；当批发价较高时，零售商的公平关切行为均导致 2 种不同决策方式下最优订货量减小，而且最优订货量随公平关切程度的增大而减小. 同时，零售商的最优订货量随批发价的增加而减小，随市场规模以及产品生产成本的增加而增加. 这一结论与在简单的 2 阶段供应链模型中得出的结论不同. 在一对一供应链系统中，公平关切行为导致 2 种不同决策方式下最优订货量均减小，批发价大小的改变并不影响这一变化趋势.

本文所考虑的供应链系统中存在 2 个垄断性的零售商，而且他们共同服务于同一个市场，两零售商之间必然存在着市场竞争，也正是由于竞争的作用才使得供应链系统效率得到提升. 本文研究的创新点主要有以下 2 点：第一，本文考虑的背景为一对多成员供应链系统，在以往的研究中，在一供应商对多零售商的供应链系统中很少有文章应用多方博弈进行分析. Ho 等[21] 考虑了一供应商两零售商系统，但是两零售商服务于不同的市场，本文中两零售商服务于同一市场，两零售商之间存在竞争. 第二，本文运用 Shapley 值构建多方博弈情况下的公平参考框架，更加关注人们对公平的心理感知. Shapley 值强调的是相对公平，与系统成员的能力和贡献有关，而以往的研究大多强调由其他外生因素表示的绝对公平. 因此，用 Shapley 值作为公平关切参考依赖点更加合理，更具有普遍意义. 本文主要有以下 2 点不足之处：第一，为了计算的方便只考虑了零售商的公平关切行为，而现实生活中，供应商也同样关注公平，甚至供应商的公平关切行为对供应链的影响更大. 第二，2 个零售商同质，在供应链系统中处于完全对称的关系，而实际社会关系中，各零售商规模、能力与属性各不相同，因而他们拥有不同的市场地位与决策策略，不能完全地将其视为等同. 未来希望能从以上 2 点展开深入的研究，或是将 2 个零售商的情形拓展至 n 个零售商的情况，同样，还可以将同行之间的公平比较引入进来，这些问题都是值得我们进行一一探讨.

参考文献(References)

[1] Fehr E, Schmidt K M. A theory of fairness,

competition, and cooperation[J]. Quarterly Journal of Economics, 1999, 114(3): 817-868.

[2] Kahneman D, Knetsch J L, Thaler R. Fairness as a constraint on profit seeking: Entitlements in the market[J]. The American Economic Review, 1986, 76: 728-741.

[3] Geyskens I, Steenkamp J B E M, Kumar N. Generalizations about trust in marketing channel relationships using meta-analysis [J]. International Journal of Research in Marketing, 1998, 15(3): 223-248.

[4] Corsten D, Kumar N. Profits in the pie of the beholder [J]. Harvard Business Review, 2003, 81(5): 22-23.

[5] Corsten D, Kumar N. Do suppliers benefit from collaborative relationships with large retailers? An empirical investigation of efficient consumer response adoption[J]. Journal of Marketing, 2005, 69(3): 80-94.

[6] Cui T H, Raju J S, Zhang Z J. Fairness and channel coordination[J]. Management Science, 2007, 53(8): 1 303-1 314.

[7] Pavlov V, Katok E. Fairness and coordination failures in supply chain contracts [R]. University Park, Pennsylvania: Smeal College of Business, The Pennsylvania State University, 2009.

[8] Katok E, Pavlov V. Fairness in supply chain contracts: A laboratory study [J]. Journal of Operations Management, 2013, 31(3): 129-137.

[9] Ho T H, Zhang J. Designing pricing contracts forboundedly rational customers: Does the framing of the fixed fee matter? [J]. Management Science, 2008, 54(4): 686-700.

[10] Du Shaofu, Du Chan, Liang Liang, et al. Supply chain coordination considering fairness concerns[J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(11): 41-48.
杜少甫，杜婵，梁樑，等. 考虑公平关切的供应链契约与协调[J]. 管理科学学报，2010，13(11)：41-48.

[11] Ho T H, Su X. Peer-induced fairness in games[J]. The American Economic Review, 2009, 99(5): 2 022-2 049.

[12] Ho T H, Su X, Wu Y. Distributional and peer-induced fairness in supply chain contract design[J]. Production and Operations Management, 2014, 23(2): 161-175.

[13] Bolton G E. A comparative model of bargaining: Theory and evidence [J]. The American Economic Review, 1991, 81(5): 1 096-1 136.

[14] Rabin M. Incorporating fairness into game theory and economics[J]. The American Economic Review, 1993, 83(5): 1 281-1 302.

[15] Konrad K A, Lommerud K E. Relative standing comparisons, risk taking, and safety regulations[J]. Journal of Public Economics, 1993, 51(3): 345-358.

[16] De Bruyn A, Bolton G E. Estimating the influence of fairness on bargaining behavior [J]. Management Science, 2008, 54(10): 1 774-1 791.

[17] Loch C H, Wu Y. Social preferences and supply chain performance: An experimental study[J]. Management Science, 2008, 54(11): 1 835-1 849.

[18] Du S, Nie T, Chu C, et al. Newsvendor model for a dyadic supply chain with Nash bargaining fairness concerns [J]. International Journal of Production Research, 2014, 52(17): 5 070-5 085.

[19] Du Shaofu, Zhu Jia'ang, Gao Dong, et al. Optimal decision-making for Nash bargaining fairness concerned newsvendor in two-level supply chain[J]. Journal of Management Sciences in China, 2013, 16(3): 68-72,81.
杜少甫，朱贾昂，高冬，等. Nash讨价还价公平参考下的供应链优化决策[J]. 管理科学学报，2013，16(3)：68-72,81.

[20] Shapley L S. A value for n-person games[R]. Santa Monica, CA: Rand Corp, 1952.

[21] Su X. Bounded rationality in newsvendor models[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2008, 10(4): 566-589.