

## 基于动态 BFGS 法的无标定视觉伺服控制

杨 诚<sup>1,2</sup>, 匡 森<sup>1,2</sup>, 宋彩温<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学技术大学自动化系, 安徽合肥 230027; 2. 中国科学院空间信息处理与应用系统技术重点实验室, 安徽合肥 230027)

**摘要:** 基于动态 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)法, 研究了一种针对运动目标进行实时跟踪的无标定视觉伺服控制方案. 通过直接估计包含残差项的全局 Hessian 矩阵(即目标函数的 Hessian 矩阵)之逆, 简化了直接计算残差项的计算量, 同时解决了 Hessian 矩阵之逆的奇异性问题. 根据关节变量到图像平面映射关系的近似仿射模型推导了不依赖于目标的图像 Jacobian 矩阵估计量, 提高了对动态目标跟踪的鲁棒性. 借助 Matlab Robotools 工具箱, 搭建了一个三自由度的机械臂视觉跟踪系统, 通过仿真实验将本文的方法与残差项的直接计算法、动态变尺度法进行了对比, 结果验证了该方法的良好跟踪性能.

**关键词:** 无标定视觉伺服控制; 动态 BFGS 法; 残差项; 图像 Jacobian 矩阵的估计

**中图分类号:** TP242.6      **文献标识码:** A      doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2015.01.001

**引用格式:** Yang Cheng, Kuang Sen, Song Caiwen. Dynamic BFGS method for uncalibrated visual servoing[J].

Journal of University of Science and Technology of China, 2015, 45(1):1-8.

杨诚, 匡森, 宋彩温. 基于动态 BFGS 法的无标定视觉伺服控制[J]. 中国科学技术大学学报, 2015, 45(1):1-8.

## Dynamic BFGS method for uncalibrated visual servoing

YANG Cheng<sup>1,2</sup>, KUANG Sen<sup>1,2</sup>, SONG Caiwen<sup>1,2</sup>

(1. Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;

2. Key Laboratory of Chinese Academy of Spatial Information Processing and Application System, Hefei 230027, China)

**Abstract:** Based on the dynamic BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) method, an uncalibrated visual servoing control approach was presented for the real time tracking of a moving targets. The method directly estimated, global Hessian matrix containing the residual (the Hessian matrix of an object function), thus reducing the cost of computation. Meanwhile, it solved the singularity problem of the Hessian matrix. According to the approximate affine model of the mapping relations between the joint variables map and the image plane, an estimation of the image Jacobian matrix was obtained, which increased the robustness in tracking a dynamic target. Based on the Matlab Robotools, a mechanical arm visual tracking system with three degrees of freedom was constructed. By means of simulation experiments, the presented method was compared with the direct computing method of the residual term and the D-DFP method. The results verify the good tracking performance of the D-BFGS method.

收稿日期:2013-12-25;修回日期:2014-05-01

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金(WK2100100019)资助.

作者简介:杨诚,男,1988年生,硕士生.研究方向:机器人视觉伺服控制. E-mail:yhc1947@mail.ustc.edu.cn

通讯作者:匡森,博士/副教授. E-mail:skuang@ustc.edu.cn

**Key words:** uncalibrated visual servoing control; dynamic BFGS; residual term; image Jacobian matrix estimation

## 0 引言

视觉伺服是一种利用视觉反馈信息的控制。Sanderson 等率先根据反馈信息的不同将视觉伺服分为基于位置的和基于图像的视觉伺服<sup>[1]</sup>。

基于位置的视觉伺服因需要精确的机器人和相机模型参数,因此不适用于无标定问题。对基于图像的视觉伺服控制,由于直接在图像空间中进行反馈控制设计,因此对系统标定等误差具有较强的鲁棒性,计算量相对较小,适用于无标定问题<sup>[2-3]</sup>。若利用解析法求解图像 Jacobian 矩阵,仍然需要对摄像机进行标定,并需要精确的机器人模型。为了避免对模型参数苛刻的要求,提高系统的鲁棒性,人们已将摄像机参数和机器人参数融入图像 Jacobian 矩阵中一起估计<sup>[4-9]</sup>。例如,在机器人末端执行器和摄像机参数都未知的情况下,Hosada 和 Jagersand 等针对静止目标,提出了 Broyden 秩一校正法得到了图像 Jacobian 矩阵的递推估计;但对于运动的目标,跟踪的收敛性无法保证<sup>[5-6]</sup>。徐德等<sup>[7]</sup>对无标定视觉伺服控制做了详细介绍,但所考虑的方法均为零残差下的 Broyden 法,且对运动目标的研究较少。1998 年, Piepmeier 等针对运动目标,提出了目标预测法,一定程度上提高了对运动目标的跟踪精度<sup>[8]</sup>。2004 年, Piepmeier 等又提出了跟踪性能更佳的动态 Broyden 法<sup>[9]</sup>,既适用于静止目标,又适用于运动目标,但在出现噪声时跟踪能力会下降。

上述研究都没有考虑残差项,由于残差项是控制性能函数优化过程中出现的图像 Jacobian 矩阵的二阶导数与误差函数之积,因此在初始点距期望点较近时残差项可视为零。由于残差项会随着任务的执行进行积累,因此会给最终的控制结果带来较大的误差。此外,在实际的工业生产中,动态残差项较大的情况也时常发生,因此人们开展了考虑残差项的无标定视觉伺服控制的研究。2003 年, Kim 等针对静止目标,提出了考虑残差项的无标定视觉伺服控制<sup>[10]</sup>。2006 年,赵杰等提出了基于误差函数的仿射模型估计图像 Jacobian 矩阵的方法,但对运动目标跟踪的鲁棒性差<sup>[11]</sup>。2013 年, Kim 又提出针对运动目标的大残差无标定视觉伺服方案<sup>[12]</sup>,用割线逼近法确定了末端执行器到图像平面映射关系的局

部 Hessian 矩阵,进而求出残差项的近似值。由于该方法通过单独估计残差项来确定全局 Hessian 矩阵(即目标函数的 Hessian 矩阵)之逆,因此加大了计算成本,且无法确保全局 Hessian 矩阵的奇异性问题。

视觉伺服控制的研究涉及视觉和控制两方面,前者又包含信息获取、特征提取、图像 Jacobian 矩阵的求解等问题,后者则包含控制算法的收敛性、Hessian 矩阵的求解等问题。与现有文献<sup>[6,8-9,12]</sup>相比,本文基于更为严格合理的逻辑推导了图像 Jacobian 矩阵的估计算式,同时对全局 Hessian 矩阵的求解采用了性能更佳的优化算法。特别地,我们直接根据目标性能函数,提出了全局 Hessian 矩阵逆的 D-BFGS 直接估计方法,避免了 Hessian 矩阵逆求解的奇异性。此外,基于动态割线法获得的图像 Jacobian 矩阵估计量间接提高了系统对于运动目标跟踪的鲁棒性,更好地解决了残差影响下运动目标跟踪的大偏差问题。

## 1 动态无标定视觉伺服控制

### 1.1 基于无约束优化方法的关节更新律

本文基于无标定视觉伺服控制,实现机器人末端执行器对运动目标的跟踪。我们采用 eye-to-hand 类型的摄像机配置,并考虑基于图像的视觉伺服方案,即将末端执行器和运动目标通过摄像机映射入图像平面后考虑控制问题。

假设末端执行器的特征点在图像平面内的映射函数为  $f_r(q)$ ,运动目标的特征点在图像平面的映射函数为  $f_i(t)$ (它仅依赖于时间),定义图像平面内的误差函数为  $e(q, t) = f_r(q) - f_i(t)$ 。为了实现跟踪任务,我们只需最小化性能目标  $E(q, t)$ ,即

$$E(q, t) = \frac{1}{2} e^T(q, t) e(q, t) \quad (1)$$

由于末端执行器和运动目标到图像平面的映射关系通常具有复杂的几何特性,因此目标函数是一个具有高度非线性特征的非线性函数。我们通过线性化该目标函数来讨论目标函数的最小化问题。

假定  $(q_k, t_k)$  为当前时刻的值,  $(q_k + s_k, t_k + h_k)$  为下一时刻的值。对下一时刻的目标函数在当前时

刻进行二阶泰勒展开,有

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(q_k + s_k, t_k + h_k) &= \mathbf{E}(q_k, t_k) + \mathbf{E}_q(k)^\top s_k + \\ &\mathbf{E}_t(k)^\top h_k + \frac{1}{2} s_k^\top \mathbf{E}_{qq}(k) s_k + \\ &\frac{1}{2} h_k^\top \mathbf{E}_{tt}(k) h_k + s_k^\top \mathbf{E}_{qt}(k) h_k + o(s_k, h_k) \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $s_k = q_{k+1} - q_k$ ,  $h_k = t_{k+1} - t_k$ ,  $\mathbf{E}_q(k) = \mathbf{J}_q(q_k)^\top \mathbf{e}(q_k, t_k)$ ,  $\mathbf{E}_t(k) = \mathbf{J}_t(t_k)^\top \mathbf{e}(q_k, t_k)$ ,  $\mathbf{E}_{qq}(k) = \mathbf{J}_q(q_k)^\top \mathbf{J}_q(q_k) + \mathbf{R}(q_k, t_k)$  称为目标函数的全局 Hessian 矩阵,  $\mathbf{R}(q_k, t_k) = \nabla_q(\mathbf{J}_q(q_k))^\top \mathbf{e}(q_k, t_k)$  称为残差项,  $o(s_k, h_k)$  为余项.

对式(2),忽略余项,有

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{E}}(q_k + s_k, t_k + h_k) &= \mathbf{E}(q_k, t_k) + \mathbf{E}_q(k)^\top s_k + \\ &\mathbf{E}_t(k)^\top h_k + \frac{1}{2} s_k^\top \mathbf{E}_{qq}(k) s_k + \\ &\frac{1}{2} h_k^\top \mathbf{E}_{tt}(k) h_k + s_k^\top \mathbf{E}_{qt}(k) h_k \end{aligned} \quad (3)$$

已知当前时刻的关节变量值,为了求解下一时刻目标函数取得极小值时的关节变量值,只需得到目标函数满足极小值时的关节变量的增量.需要指出的是,文献[11, 13]直接对关节变量  $q_k$  求偏导的做法是不正确的,因为当前时刻的关节变量值  $q_k$  是一个已知量.由于关节变量的增量  $s_q$  为未知量,因此我们可以对  $s_q$  求偏导,并令其为零来确保使下一时刻的目标函数达到极小值.这样,近似模型的梯度为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}(q_k + s_k, t_k + h_k)}{\partial s_k} &= \\ \mathbf{E}_q(k) + \mathbf{E}_{qq}(k) s_k + \mathbf{E}_{qt}(k) h_k &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

即

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{qq}(k) s_k &= -(\mathbf{E}_q(k) + \mathbf{E}_{qt}(k) h_k) = \\ -\frac{\partial(\mathbf{E}(k) + \mathbf{E}_t(k) h_k)}{\partial q} &= -\nabla_q(\mathbf{E}(k) + \mathbf{E}_t(k) h_k) \end{aligned} \quad (5)$$

假定采样周期  $h_k$  为常数,记  $\mathbf{E}_{qq}(k) \triangleq \mathbf{H}_k$  为全局 Hessian 矩阵,可得到关节变量的递归关系式如下:

$$q_{k+1} = q_k - \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{J}_q(q_k)^\top (\mathbf{e}(q_k, t_k) + \mathbf{J}_t(t_k) h_k) \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{J}_q \triangleq \frac{\partial f_r(q)}{\partial q}$  称为图像 Jacobian 矩阵,  $\mathbf{J}_q(q_k)$  为图像 Jacobian 矩阵在  $q_k$  处的值.

应该指出,式(6)所示的关节递推关系对应了视觉伺服控制中机器人末端执行器运动的关节控制

律,通过对式(6)中机器人关节位置的不断更新即可实现机器人末端执行器的运动控制.由式(6)知,为了确定下一时刻的关节位置值,只需确定出图像 Jacobian 矩阵  $\mathbf{J}_q(q_k)$  和全局 Hessian 矩阵  $\mathbf{H}_k$  之逆即可.

对于图像 Jacobian 矩阵  $\mathbf{J}_q(q_k)$ ,文献[7-8, 12, 14]给出了相应的割线法估计算式,但其推导过程并不严密,因此有必要从理论上给出更严格的论证.对于 Hessian 矩阵  $\mathbf{H}_k$  之逆  $\mathbf{H}_k^{-1}$ ,文献[12]通过单独计算残差项得到了局部 Hessian 矩阵逆的估计,文献[15]则直接借助 D-DFP(Davidon-Fletcher-Powell)优化算法给出了全局 Hessian 矩阵的估计算式.其中,第一种方法需要计算残差项,而残差项的累计会导致误差的不断积累,最终对控制精度造成较大影响;第二种方法则需要不断重复计算 Hessian 矩阵的逆,大大减低了算法的效率,还可能存在 Hessian 矩阵之逆奇异性的问题.因此,也有必要进一步研究 Hessian 矩阵逆的更好估计方法.

## 1.2 图像 Jacobian 矩阵递推关系的推导

在关节变量  $q_k$  处对末端执行器映射到图像平面的映射函数进行泰勒展开,有

$$\begin{aligned} f_r(q) &= \\ f_r(q_k) + \nabla_q f_r(q_k)(q - q_k) &+ o(\|q - q_k\|^2) \end{aligned} \quad (7)$$

式中,  $\nabla_q f_r(q_k)$  为图像映射关系在  $q_k$  处的图像 Jacobian 矩阵,也即  $f_r(q)$  在  $q_k$  处的切线斜率.

忽略式(7)中的高阶项,并对  $\nabla_q f_r(q_k)$  利用适当的近似估计量代替,可得到下列仿射模型:

$$\mathbf{M}_k(q) = f_r(q_k) + \hat{\mathbf{J}}_q(q_k)(q - q_k) \quad (8)$$

式中,  $\hat{\mathbf{J}}_q(q_k)$  为能够使得上式成立的  $\nabla_q f_r(q_k)$  的估计量.

仿射模型(8)中的  $\hat{\mathbf{J}}_q(q_k)$  是  $f_r(q)$  在  $q_k$  处的割线斜率,式(8)为曲线  $f_r(q)$  的割线方程,即除了  $q_k$  之外,仿射模型(8)与曲线  $f_r(q)$  还存在另一个交点.考虑到式(8)中的割线走向并不确定,我们通过保证式(8)割线在  $q_k$  之前的某处与曲线  $f_r(q)$  相交来获得估计量  $\hat{\mathbf{J}}_q(q_k)$ ,并将该处的关节量记为  $q_{k-1}$ .这样,就有下式成立:

$$\mathbf{M}_k(q_{k-1}) = f_r(q_{k-1}) \quad (9)$$

对于式(8),取  $q = q_{k-1}$ ,并考虑式(9),可以得到如下割线方程:

$$\hat{\mathbf{J}}_q(q_k)(q_k - q_{k-1}) = f_r(q_k) - f_r(q_{k-1}) \quad (10)$$

能够满足式(10)的所有  $\hat{\mathbf{J}}_q(q_k)$  构成了一个矢量空间,这样就为  $\hat{\mathbf{J}}_q(q_k)$  的选择和确定留下了兼顾额外性能的余地.基于 Broyden 秩一方法,通过使得前后两条割线尽可能接近,可以得到  $\hat{\mathbf{J}}_q(q_k)$  的如下递推关系<sup>[16]</sup>:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{J}}_q(q_k) &= \hat{\mathbf{J}}_q(q_{k-1}) + \frac{\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{J}}_q(q_{k-1})\mathbf{s}_k}{\mathbf{s}_k^\top \mathbf{s}_k} \mathbf{s}_k^\top = \\ &\hat{\mathbf{J}}_q(q_{k-1}) + \\ &\frac{\mathbf{f}_r(q_k) - \mathbf{f}_r(q_{k-1}) - \hat{\mathbf{J}}_q(q_{k-1})(q_k - q_{k-1})}{(q_k - q_{k-1})^\top (q_k - q_{k-1})} (q_k - q_{k-1})^\top \end{aligned} \quad (11)$$

根据图像 Jacobian 矩阵的定义  $\mathbf{J}_q \triangleq \frac{\partial \mathbf{f}_r(q)}{\partial q}$ ,利用差分法估计图像 Jacobian 矩阵的初始矩阵<sup>[14]</sup>.图像 Jacobian 矩阵初始矩阵的选取,即使估计有较大误差,对结果影响也较小<sup>[8,17]</sup>.式(11)说明,机器人末端执行器到图像平面内图像特征的映射关系之间的 Jacobian 矩阵只与末端执行器的运动相关,与跟踪的目标无关<sup>[12]</sup>.

### 1.3 全局 Hessian 矩阵逆的递推估计

直接计算式(6)关节控制律中包含残差项的局部 Hessian 矩阵逆,或基于 D-DFP 法计算全局 Hessian 矩阵逆,都具有明显的弊端.本小节将给出一种能够更好地获得全局 Hessian 矩阵逆的递推估计法.

根据  $\Delta \mathbf{f}_r(q)$  的仿射模型,利用完全类似于图像 Jacobian 矩阵的割线方程式(10)的论证过程,可得到确定 Hessian 矩阵估计量的如下割线方程<sup>[16]</sup>:

$$\hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{s}_{k-1} = \mathbf{g}_{k-1} \quad (12)$$

式中,  $\hat{\mathbf{H}}_k$  为  $k$  时刻目标函数的 Hessian 矩阵的估计量,  $\mathbf{g}_{k-1}$  为修正过后的目标函数在  $k-1$  时刻的一阶导数之增量,即<sup>[15]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{k-1} &= \\ &[\mathbf{J}_k^\top (\mathbf{e}_k + \mathbf{J}_t(t_k) \mathbf{h}_k)] - [\mathbf{J}_{k-1}^\top (\mathbf{e}_{k-1} + \mathbf{J}_t(t_{k-1}) \mathbf{h}_k)] \end{aligned} \quad (13)$$

假定  $\hat{\mathbf{H}}_k^{-1}$  存在,并记为  $\hat{\mathbf{H}}_k^{-1} \triangleq \mathbf{B}_k$ ,则有

$$\mathbf{s}_{k-1} = \mathbf{B}_k \mathbf{g}_{k-1} \quad (14)$$

方程(14)中变量的个数大于方程的个数,因此无法唯一确定  $\mathbf{B}_k$ . 这一问题完全是一个优化问题,我们选择文献[18]中性能更佳的 D-BFGS 更新法,可以写出  $\mathbf{B}_k$  的递推关系如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &= \left[ \mathbf{I} - \frac{\mathbf{s}_{k-1} \mathbf{g}_{k-1}^\top}{\langle \mathbf{g}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1} \rangle} \right] \mathbf{B}_{k-1} \left[ \mathbf{I} - \frac{\mathbf{g}_{k-1} \mathbf{s}_{k-1}^\top}{\langle \mathbf{g}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1} \rangle} \right] + \\ &\frac{\mathbf{s}_{k-1} \mathbf{s}_{k-1}^\top}{\langle \mathbf{g}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1} \rangle} \end{aligned} \quad (15)$$

为了确保正定性和计算简便,将局部 Hessian 矩阵初始选取为单位阵;同理,此处  $\mathbf{B}_k$  初始矩阵也选择单位阵,根据拟牛顿法估计,也具有正定性遗传特性.

基于以上分析,综合考虑式(6)、(11)、(15),可得到关节变量的如下递推关系:

$$q_{k+1} = q_k - \mathbf{B}_k \hat{\mathbf{J}}_q(q_k)^\top (\mathbf{e}(q_k, t_k) + \mathbf{J}_t(t_k) \mathbf{h}_k) \quad (16)$$

上式对应了本文所研究方法的关节更新律(控制律).

## 2 仿真实验

为了验证关节递推算式(16)的控制效果,本节采用 Robot Toolbox 和 Machine Visual Toolbox 提供的 Puma560 机器人模型和相机模型,搭建一个三自由度的机械臂伺服系统进行仿真实验.假定机械臂末端执行器和运动目标始终位于摄像机的视野内,二者在图像平面上均显示为点的运动.实验中,我们分别假定运动目标的运动状态给定为圆轨迹  $x=3\sin(t)$ ,  $y=3\cos(t)$ ,  $z=3$  和椭圆轨迹  $x=3\sin(t)$ ,  $y=1.5\cos(t)$ ,  $z=3$ . 我们选取相同的初始点, Hessian 矩阵初始值选取为三阶单位阵.设定采样周期  $T=\pi/1000$ ,通过仿真实验将本文的 D-BFGS 法与文献[12]中的残差项直接计算法以及文献[15]中的 D-DFP 法进行对比.

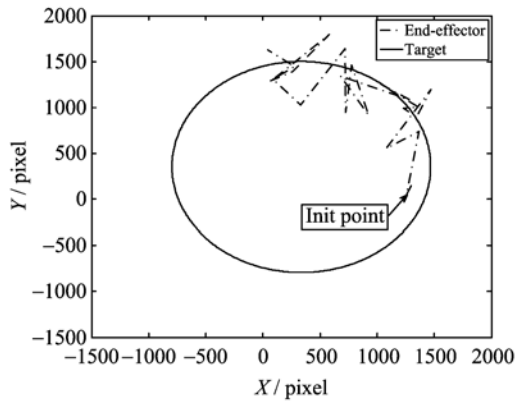
### 2.1 目标做圆周运动时的仿真实验及结果对比

下面给出了三种不同方法的跟踪轨迹.其中图 1 是根据文献[12]中包含残差项的关节更新关系式得到的.

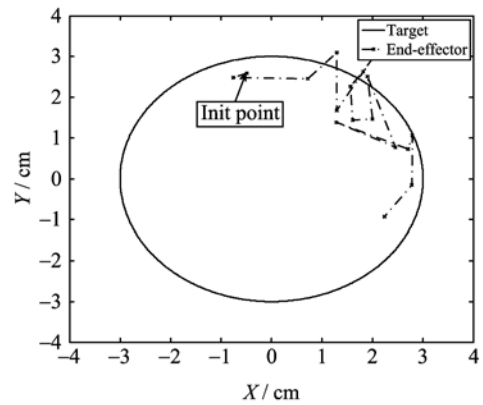
由图 1(a)和图 1(b)可以看出,在图像空间和笛卡尔空间内末端执行器开始能跟踪目标,但跟踪效果并不理想,虽然是在目标运动的左右跟踪,但波动幅度比较大;且在后期出现了奇异性问题,跟踪任务失败.

由图 2(a)和图 2(b)得到, D-DFP 法在图像空间内具有良好的跟踪效果,但在跟踪后期出现了少量的发散点;而在笛卡尔空间内,末端执行器很快跟踪上目标,但相应的后期也出现了发散点.

由图 2(a)和图 3(a)得到,在图像空间内,



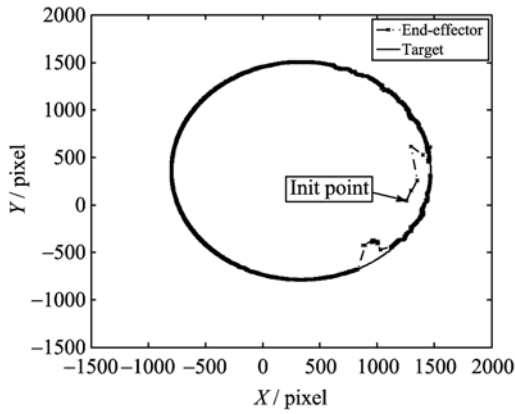
(a) 图像空间中的跟踪圆轨迹(残差项直接算法)



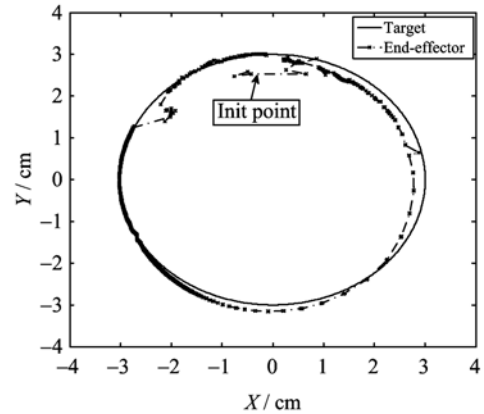
(b) 笛卡尔空间中的跟踪圆轨迹(残差项直接算法)

图 1 依据文献[12]得到的跟踪轨迹

Fig. 1 Tracking trajectory according to Ref. [12]



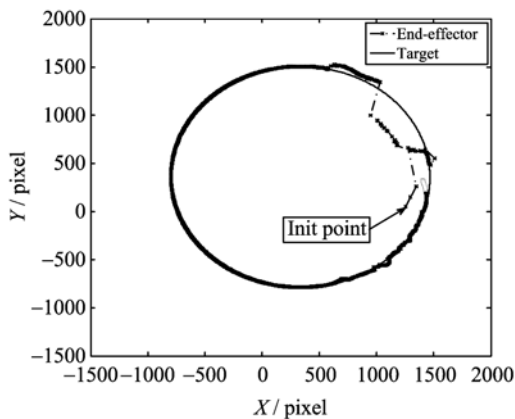
(a) 图像空间中的跟踪圆轨迹(D-DFP法)



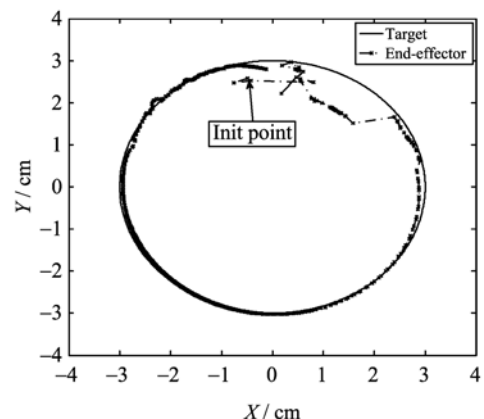
(b) 笛卡尔空间中的跟踪圆轨迹(D-DFP法)

图 2 由 D-DFP 法得到的跟踪轨迹

Fig. 2 Tracking trajectory according to D-DFP



(a) 图像空间中的跟踪圆轨迹(D-BFGS法)



(b) 笛卡尔空间中的跟踪圆轨迹(D-BFGS法)

图 3 由 D-BFGS 法得到的跟踪轨迹

Fig. 3 Tracking trajectory according to D-BFGS

D-DFP和 D-BFGS 法都能很好地跟踪上目标点,但图 3(a)后期出现了较大的发散点. 由图 2(b)和图 3(b)可知,D-DFP 比 D-BFGS 法较快的跟踪上目标,但存在较大误差;而 D-BFGS 法比 D-DFP 法更早实现以微小误差对运动目标的稳定跟踪,并且在后期不会出现发散点. 尽管 D-DFP 法在初始点附近的跟踪性能好于 D-BFGS 法,但稳定跟踪实现的时间明显长于 D-BFGS 法,并且在后期还出现了明显的发散点.

## 2.2 目标做椭圆运动时的仿真实验及结果对比

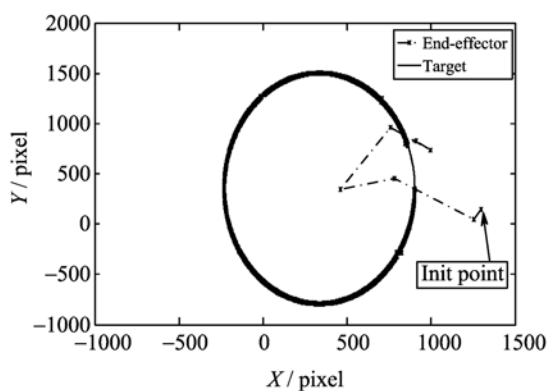
为了使 D-BFGS 法的跟踪性能更具有一般性,此处增加目标在不同运动轨迹下的跟踪,选取椭圆目标轨迹下的跟踪仿真实验. 实验中的机械臂模型和摄像机模型以及相关参数的设定均和圆轨迹的相同. 下面给出了三种不同方法的跟踪轨迹.

由图 4 可以看出,在当残差项直接计算法没有

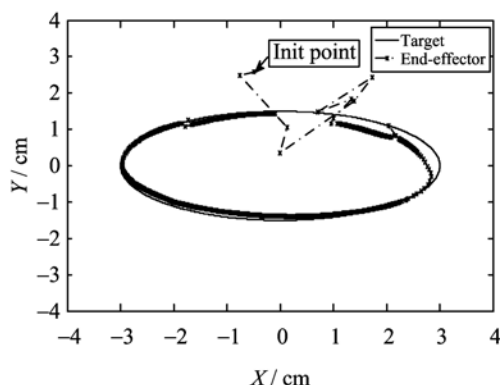
出现奇异性问题时,能较好地跟踪目标;由图 5 可见,D-DFP 法可以跟踪运动目标,但当出现较大的波动时,跟踪性能甚至比残差直接计算法差;由图 6 可以看出,跟踪性能以及跟踪的稳定性,D-BFGS 法都是三种方法中最佳的.

从理论上对结果进行分析,对于残差直接计算法,计算中存在 Hessian 矩阵以及逆的求解过程,由于残差直接计算法正定性不具有遗传性,所以可能出现奇异性问题;逆的求解还使得计算量加大;该方法采用割线法逼近原理,收敛速率明显比拟牛顿法慢.

同为拟牛顿法的 D-DFP 和 D-BFGS,当初始 Hessian 矩阵为正定矩阵时,由于拟牛顿法的正定遗传性,Hessian 矩阵递归求解过程不会出现奇异现象,且具有二次终止性. 对于严格的二次凸函数,BFGS法和DFP法都具有很好的数值效果,但对于



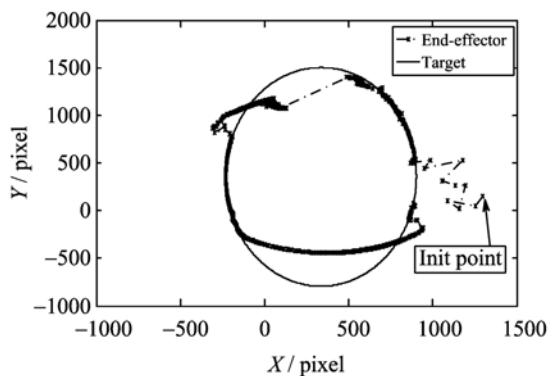
(a) 图像空间中的跟踪椭圆轨迹(残差项直接计算法)



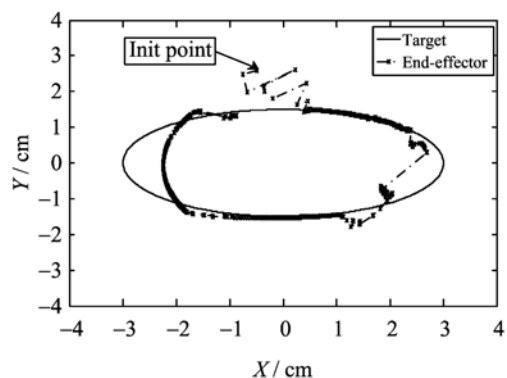
(b) 笛卡尔空间中的跟踪椭圆轨迹(残差项直接计算法)

图 4 依据文献[12]得到的跟踪轨迹

Fig. 4 Tracking trajectory according to Ref. [12]



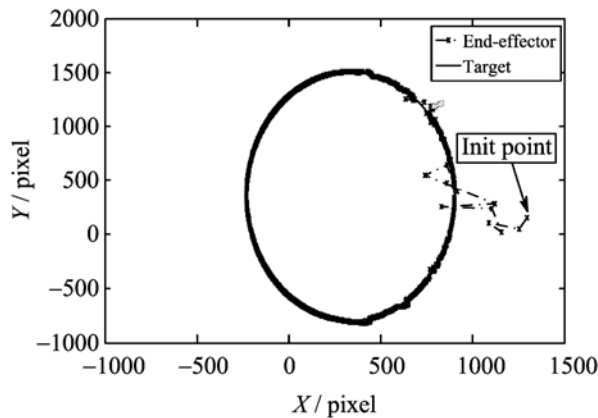
(a) 图像空间中的跟踪椭圆轨迹(D-DFP法)



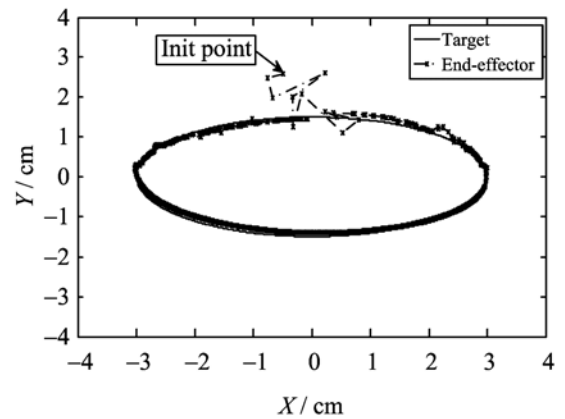
(b) 笛卡尔空间中的跟踪椭圆轨迹(D-DFP法)

图 5 由 D-DFP 法得到的跟踪轨迹

Fig. 5 Tracking trajectory according to D-DFP



(a) 图像空间中的跟踪椭圆轨迹(D-BFGS法)



(b) 笛卡尔空间中的跟踪椭圆轨迹(D-BFGS法)

图 6 由 D-BFGS 法得到的跟踪轨迹

Fig. 6 Tracking trajectory according to D-BFGS

一般的非线性函数, BFGS 法在理论和数值方面均优于 DFP 法. 当校正矩阵和目标函数的 Hessian 矩阵出现较大偏差而导致算法停滞不前时, 一个好的拟牛顿法校正公式应该具有较强的自我校正能力. 具体地, 在拟牛顿算法中, 若 Hessian 矩阵的逆  $\mathbf{B}_{k-1}$  近似  $\mathbf{H}_{k-1}^{-1}$  效果不好, 那么在  $\mathbf{s}_{k-1}^T \mathbf{g}_{k-1}$  相对较小时, 根据 BFGS 校正公式,  $\mathbf{B}_k$  中的某些元素会变得非常大, 这样由于存储等带来误差以及误差累积会对算法的效率带来影响. 理论分析和数值实验表明, BFGS 法对此具有非常好的自我校正能力, 即一旦出现  $\mathbf{B}_{k-1}$  对目标函数 Hessian 矩阵的逆近似效果很差的情况, BFGS 法会在几步内把它校正好, 而 DFP 法的上述能力要差一些. 故 BFGS 法的稳定性比 DFP 强. 最后由于 DFP 法还需对 Hessian 矩阵求逆才能得到关节变量的递归式, 不可避免地增加了求逆的计算量.

### 3 结论

本文针对无标定视觉伺服控制中存在的不可忽略的残差项问题, 提出了直接计算目标函数的全局 Hessian 矩阵之逆的动态 BFGS 法. 动态 BFGS 法不仅确保了全局 Hessian 矩阵之逆估计过程中的正定性和对称性, 还确保了 Hessian 矩阵之逆出现较大误差时的自我校正性能, 使末端执行器得以快速实时跟踪目标, 不会出现大的发散点现象. 本文还采用末端执行器到图像空间映射函数来估计图像 Jacobian 矩阵, 不包含运动目标, 进而提高了图像 Jacobian 矩阵估计过程对运动目标的鲁棒性. 应该

指出, 在采用动态 BFGS 法实现目标跟踪时, 虽然在后期跟踪表现出了良好的性能, 但在初始时刻的较大波动的降低或避免将会给跟踪带来更佳的效果, 这也将是我们接下来的研究重点. 如何更准确估计雅可比矩阵的时延补偿问题、视觉伺服中的不确定性处理问题, 以及用于视觉反馈的视觉信息快速提取问题这些将是接下来的研究的重心.

### 参考文献 (References)

- [1] Sanderson A C, Weiss L E. Image-based visual servo control using relational graph error signals [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Cybernetics and Society. 1980: 1 074-1 077.
- [2] Chaumette F, Hutchinson S. Visual servo control, Part I: Basic approaches [J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2006, 13(4): 82-90.
- [3] Chaumette F, Hutchinson S. Visual servo control, Part II: Advanced approaches [J]. IEEE Robotics and Automation Magazine, 2007, 14(1): 109-118.
- [4] Piepmeier J A, McMurray G V, Lipkin H. Tracking a moving target with model independent visual servoing: A predictive estimation approach [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Leuven, Belgium: IEEE Press, 1998, 3: 2 652-2 657.
- [5] Hosoda K, Asada M. Versatile visual servoing without knowledge of true Jacobian [C]// Proceedings of the IEEE/RSJ/GI International Conference on Intelligent Robots and Systems. Munich, Germany: IEEE Press, 1994, 1: 186-193.

- [6] Jagersand M, Fuentes O, Nelson R. Experimental evaluation of uncalibrated visual servoing for precision manipulation [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Albuquerque, USA: IEEE Press, 1997, 4: 2 874-2 880.
- [7] 徐德, 谭民, 李原. 机器人视觉测量与控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
- [8] Piepmeier J A, Lipkin H, McMurray G V. A predictive estimation approach to model independent visual servoing[C]. ASCE, 1998.
- [9] Piepmeier J A, McMurray G V, Lipkin H. Uncalibrated dynamic visual servoing [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, 20(1): 143-147.
- [10] Kim G W, Lee B H, Kim M S. Uncalibrated visual servoing technique using large residual [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Taiwan, China: IEEE Press, 2003, 3: 3 315-3 320.
- [11] 赵杰, 李牧, 李戈, 等. 一种无标定视觉伺服控制技术的研究[J]. 控制与决策, 2006, 21(9): 1 015-1 019.
- [12] Kim G W. Uncalibrated visual servoing through the efficient estimation of the image Jacobian for large residual [J]. Journal of Electrical Engineering & Technology, 2013, 8(2): 385-392.
- [13] Janabi-Sharifi F, Deng L F, Wilson W J. Comparison of basic visual servoing methods [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16 (5): 967-983.
- [14] Sebastián J M, Pari L, González C, et al. A new method for the estimation of the image Jacobian for the control of an uncalibrated joint system [C]// Proceedings of the 3rd International Conference on Image Analysis and Recognition. Póvoa de Varzim, Portugal: Springer, 2005: 631-638.
- [15] Munnae J. Uncalibrated robotic visual servo tracking for large residual problems [D]. Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, 2010.
- [16] Dennis J E, Schnabel R B. Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations [M]. Philadelphia: SIAM Press, 1983.
- [17] Fu Q S, Zhang Z S, Shi J F. Uncalibrated visual servoing using more precise model [C]// IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, Chengdu, China: IEEE Press, 2008: 916-921.
- [18] Dennis J E, Moré J J. Quasi-Newton methods, motivation and theory [J]. SIAM review, 1977, 19(1): 46-89.