

## 呼叫中心到达过程的建模与预测

霍加冕<sup>1</sup>, 谢金贵<sup>2</sup>

(1.中国科学技术大学管理学院工商管理系,安徽合肥 230026;

2.中国科学技术大学管理学院管理科学系,安徽合肥 230026)

**摘要:**呼叫中心到达量的拟合和预测对呼叫中心人力需求计算和排班有着重要作用.根据用户在呼叫中心的不同阶段,可以将到达量分为交互式语音应答(interactive voice response, IVR)到达量和人工服务到达量.国外学者主要对人工服务到达量进行拟合和预测,非齐次泊松过程作为一种模拟到达过程的方法得到广泛使用,而这里首次提出对IVR到达量进行研究,对比实际数据与非齐次泊松过程的均值和方差,发现该呼叫中心IVR到达量呈现“过离散(overdispersion)”现象,不能使用泊松分布拟合.因此选择时间序列模型对IVR到达量进行拟合和预测,用残差的白噪声检验拟合效果,平均绝对误差(mean absolute error, MAE)值判断模型预测优劣.最后使用线性回归模型分析IVR到达量与人工服务到达量之间的关系.结果表明:自回归滑动平均ARIMA (autoregressive integrated moving average) (1,0,1)模型能更好地对该呼叫中心正常天数(normal days, ND)的IVR到达量进行短期预测,而Winters指数平滑法能更好地对春节期间(Spring Festival, SF)的IVR到达量进行短期预测;通过回归模型可以预测呼叫中心人工服务到达量.

**关键词:**交互式语音应答到达量;过离散;时间序列模型;人工服务到达量

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.0253-2778.2017.09.009

**引用格式:** 霍加冕,谢金贵.呼叫中心到达过程的建模与预测[J].中国科学技术大学学报,2017,47(9):770-777.

HUO Jiamian, XIE Jingui. Modelling and forecasting of call center arrival process [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2017,47(9):770-777.

## Modelling and forecasting of call center arrival process

HUO Jiamian<sup>1</sup>, XIE Jingui<sup>2</sup>

(1. Department of Business Administration, School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;

2. Department of Management Science, School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract:** Fitting arrival process and forecasting future arrivals are crucial to staffing and scheduling in call centers. According to different stages of a call center, arrivals are classified into IVR arrival and agent arrival. Non-homogeneous Poisson process has been widely used overseas for modeling stochastic agent arrival process. However, this study initially proposed IVR arrival fitting and forecasting. The IVR arrival process of this call center appears to be “overdispersed” when comparing the mean arrival rate and its variance with the corresponding Poisson process. Therefore, time series was used to model and predict the IVR arrival process. White noise test of residuals was applied and the MAE (mean absolute error) was adopted to evaluate the goodness of fit. The results show that ARIMA (1,0,1) is preferable for predicting

收稿日期: 2016-04-07; 修回日期: 2016-11-29

基金项目: 国家自然科学基金(71501196)资助.

作者简介: 霍加冕,男,1992生,硕士,研究方向:计量经济学.E-mail: hjm1992@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 谢金贵,博士/副教授.E-mail: xiej@ustc.edu.cn.

the IVR arrival in a short period of normal days and Winters is preferable for the Spring Festival period. Finally, the regression method was employed to describe the relationship between IVR arrival and agent arrival, and predict the agent arrival.

**Key words:** IVR arrival; overdispersion; time series; agent arrival

## 0 引言

随着生活水平不断提高,人们对日常生活的服务质量诉求也越来越高.当今许多服务行业,如通讯、银行、保险等,选择开设呼叫中心给用户提供服务.呼叫过程(如图 1 所示)一般有 2 个阶段:第一阶段是用户拨号进入呼叫中心的交互式语音应答系统 IVR,按照语音提示进行按键操作,自助完成所需业务.IVR 系统作为呼叫中心非常重要的一个环节,以其便捷性和  $7 \times 24$  小时全天候服务得到广泛应用.第二阶段是用户在 IVR 内未完成所需业务,此时用户可能选择进入人工服务.在从 IVR 转向人工服务过程中,因为呼叫中心人员有限,会出现排队等待的情况.若等待时间过久,用户会出现放弃现象.因此从 IVR 转向人工服务的到达量预测受到国内外学者和相关人员的广泛关注.员工招聘和培训计划很大程度是根据该过程的到达量预测进行更加合理的安排.若人工服务到达量预测偏低,则到达该阶段的用户会出现排队等待;若预测偏高,则会浪费人力资源.

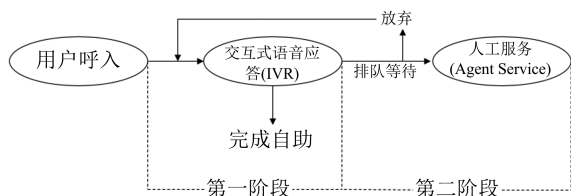


图 1 呼叫过程的两个阶段

Fig.1 Two stages of a call

国内外关于呼叫中心的文献主要是研究第二阶段的人工服务到达量,而本文希望通过第一阶段到达量的研究来预测第二阶段到达量.虽然研究对象不同,但是其中的理论和方法却具有一定的相似性.国外学者对第二阶段到达量拟合和预测的研究是逐步深入且多样化的.从到达过程的特点来看:Gans 等<sup>[1]</sup>提出泊松分布可以用于对到达过程的拟合,但前提是有大量的用户到达第二阶段,每个用户都是独立到达且概率很小.Huang 等<sup>[2]</sup>则发现到达率会随着时间不同而变化,并提出构造一个随时间

变化的函数,这就是非齐次泊松过程.为了判断某个呼叫中心到达量是否为非齐次泊松过程,Brown 等<sup>[3]</sup>提出将一天分解为非常短的时间区间,以至于到达率在时间区间内没有显著变化,再进行 Kolmogorov-Smirnov(KS)检验.Whitt 等<sup>[4]</sup>则指出 Durbin 变换比 CU 变换有着更好的效果.Whitt 等<sup>[5]</sup>对银行和医院急救中心的呼叫中心到达量进行研究,发现只有在满足以下三个条件时,KS 检验才能用于非齐次泊松过程;这三个条件是:第一,数据修约,如时间单位取到秒;第二,将到达过程分为有相同到达率的子区间;第三,过离散.

对到达量使用泊松过程建模的前提是方差等于期望.然而,L'Ecuyer 等<sup>[6]</sup>的实证研究表明在固定时间段内,有些呼叫中心到达量方差并不等于期望,将这一情况叫做“过离散”.Shen<sup>[7]</sup>提出其符合双重随机泊松过程,Maman 等<sup>[8]</sup>提出一种泊松混合模型来对该过程进行拟合.

在现实生活中,连续天(intra-day)和同一天的不同时间段(inter-day)到达量之间存在相关性.相关性的存在可能是因为同一用户在短时间内多次重复呼入.Huang 等<sup>[10]</sup>提出使用皮尔逊相关系数来发现到达量之间的相关性,但其只能用来验证线性相关性的存在,并不是所有到达量都是线性相关的.L'Ecuyer 等<sup>[9]</sup>提出斯皮尔曼秩相关系数来表示到达量的非线性相关关系.相关性的存在使得某段时间内,该呼叫中心的到达率变大,从而导致对人工服务到达量的预测偏低.因此,Brown 等<sup>[3]</sup>对有 intra-day 相关性的到达量建模,即:随机效应(random-effects)模型.该模型将有自回归特性的日随机变量加到预测模型中( $\Delta_{jk} = R_j \tau_k + \epsilon'_{jk}$ ).L'Ecuyer 和 Delorme<sup>[11]</sup>提出 ME 模型(mixed-effects)和连接(Copula)模型用于拟合具有相关性的到达量,得出 ME 模型和 Copula 模型比未考虑相关性的 FE(fixed-effects)模型对到达量的预测更加精准.

从时间段选取角度来看:最初,国外学者主要以天甚至以月为单位,对到达量进行拟合和预测.Tiao 等<sup>[12]</sup>对一家公司两种类型的呼叫中心进行 1 个月的到达量预测,发现这两种类型呼叫中心有一定的

相互作用关系,但并未深入研究.Mabert<sup>[13]</sup>根据乘法和加法回归模型预测一个急救中心的每日到达量.Taylor<sup>[14]</sup>认为可以使用 FE 模型(fixed-effects)对长期的到达量进行拟合,而 L'Ecuyer 等<sup>[15]</sup>提出 FE 模型对长期的预测精确性不高,尤其是对两周或更长时期的预测.

对到达量短期预测方面,比如一天内,L'Ecuyer 等<sup>[15]</sup>指出可以将单变量 ME 模型变成双变量,用于对一家公司具有相关性的两类呼叫中心进行拟合.Soyer 等<sup>[16]</sup>近期提出泊松-伽马过程,即:当到达率固定时,累计概率等于乘积因子乘以到达率,这个乘积因子符合伽马分布.Shen<sup>[17]</sup>提出到达过程的单一时间序列和向量时间序列拟合的差异.Taylor<sup>[18]</sup>对 Holt-Winters 模型进行延伸,构建了 HW-Poisson 模型,将到达率分布构造成伽马分布,证明该模型比 HW 预测效果更好.

本文研究了某电信运营商的呼叫中心 IVR 到达量,我们对 IVR 到达量的均值与方差同泊松过程的均值与方差比较,发现 IVR 到达量呈现“过离散”现象.本文使用 3 种时间序列模型对 IVR 到达量进行拟合和预测,通过白噪声检验和平均绝对误差值判断模型拟合效果和预测精准程度.最后,对 IVR 到达量与人工服务到达量进行回归分析,希望通过预测 IVR 到达量来预测人工服务到达量,为该呼叫中心坐席人员提供更精确的排班.

## 1 方法和模型

首先,与泊松过程相比,对 30 min 时间段 IVR 到达量的均值和方差作图并进行线性回归分析,结果表明该呼叫中心的 IVR 到达量不能用泊松过程建模和预测,其呈现“过离散”现象.

其次,通过时间序列模型(Holt 指数平滑法、Winters 指数平滑法和 ARIMA),对 1 h 的 IVR 到达量进行建模预测.在时间序列中,设  $\{x_{(t)}, t \in T\}$  是一个随机过程.如果该序列满足  $x_{(t)}$  是二阶矩过程;均值函数是常数,即  $E x_{(t)} = \mu$ ;相关函数  $R(t_2, t_1)$  只依赖  $\tau = t_2 - t_1$ ,则认为  $\{x_{(t)}, t \in T\}$  是一个宽平稳的时间序列.实际中,常见的时间序列一般是宽平稳,本文呼叫中心 IVR 到达量的时间序列也为宽平稳.  $F_{t+m}$  是时间序列在  $t+m$  时的预测值,  $S_t$  和  $b_t$  分别是时间序列在  $t$  时的周期项和趋势项.  $I_t$  是时间序列在  $t$  时的季节修正系数,  $L$  为季节长度.

当  $\{x_{(t)}, t \in T\}$  有增长或降低的趋势、非季节性且可以使用加法模型描述,此时可以选择 Holt 指数平滑法进行短期预测.该方法直接对趋势进行平滑.Holt 指数平滑法公式<sup>[19]</sup>如下:

$$F_{t+m} = S_t + b_t m \quad (1)$$

$$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \quad (2)$$

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (3)$$

式(2)是根据前一期的趋势值  $b_{t-1}$  对  $S_t$  直接修正;式(3)则是利用相邻两次平滑值之差计算.这样得到  $t$  时的  $S_t$  和  $b_t$  可以用来预测  $t+m$  时的  $F_{t+m}$ .

当  $\{x_{(t)}, t \in T\}$  有增长或降低的趋势,有季节性且可以使用加法模型描述,此时选择 Winters 指数平滑法进行短期预测.Winters 指数平滑法<sup>[19]</sup>公式如下:

$$F_{t+m} = (S_t + b_t m) I_{t-L+m} \quad (4)$$

$$S_t = \alpha \frac{x_t}{I_{t-L}} + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \quad (5)$$

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (6)$$

$$I_t = \gamma \frac{x_t}{S_t} + (1 - \gamma)I_{t-L} \quad (7)$$

利用式(5)~(7)可以分别计算出时间序列的平稳项、趋势项和季节项,然后带入式(4),预测  $t+m$  时的  $F_{t+m}$ .

本文用 R 语言,通过设置函数 Holt-Winters 的参数  $\alpha, \beta, \gamma$  为 TRUE 或 FALSE,估计 Holt 和 Winters 指数平滑法的各个参数值.  $\alpha$  用于估计当前时间点的水平,  $\beta$  用于估计当前时间点趋势部分的斜率,  $\gamma$  用于估计当前时间点的周期性水平<sup>[19]</sup>.参数估计采用极大似然估计或矩估计.

文献综述中提到,时间序列中连续时间点对应的数值是具有相关性的.在考虑了相关性后,可以使用 ARIMA 模型进行预测,该模型不受相关性的制约.ARIMA 模型<sup>[20]</sup>公式如下:

$$x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + \delta + \mu_t + \theta_1 \mu_{t-1} + \dots + \theta_q \mu_{t-q} \quad (8)$$

式中,  $\delta$  是常数,  $\mu_t$  是白噪声序列,  $\varphi_1, \dots, \varphi_p$  是自回归系数,  $\theta_1, \dots, \theta_q$  是滑动平均系数.ARIMA 模型通过 auto.arima 函数得到  $p, d, q$  参数最优值.  $p$  是自回归阶数,  $d$  是差分的阶数,  $q$  是移动平均项数.通过残差的白噪声检验(相关图检验和 Box-Ljung 参数检验)和计算 MAE(mean absolute error)值<sup>[14]</sup>大小来判断模型拟合效果和预测精准程度.

判断:预测残差若是白噪声序列,那么彼此独

立,序列中不存在自相关性.Box-Ljung 参数检验结果  $p$  值较大,则说明残差不存在自相关.MAE 值判断模型预测的优劣,MAE 的表达式为

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |f_i - y_i| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |e_i| \quad (9)$$

最后,对 1 h IVR 到达量和人工服务到达量作散点图,建立线性回归模型,用于预测人工服务到达量.

判断:调整后的  $R^2$  越接近于 1、F 检验的  $p$  值越小、残差图上的点均匀分布表明回归模型拟合越好.对人工服务到达量的拟合值和真实值作图,来判断该模型对人工服务到达量的预测精准程度.

## 2 实证分析

### 2.1 数据来源

IVR 到达量的定义是,用户在拨打呼叫中心电话(如:10086、10010、10000)后,当听到自助系统提示音的一瞬间,即为一个 IVR 到达量.由 IVR 转向人工过程中出现的放弃后重拨行为都看作一次新的 IVR 到达量.本文选取合肥市某电信运营商呼叫中心 2015-02-08~2015-03-10 样本数据,剔除系统错误记录数据,其中 2 月 18 日至 2 月 24 日为我国春节法定节假日,对该段时间到达量进行单独研究.每条记录包括呼叫电话号码、呼叫起始时间和按键记录 3 个字段,如表 1 所列.电话号码包括 4 种:手机号码(11 位)、固定电话(7~8 位)、虚拟号码(4 位)、隐藏号码(有些电话主通过技术手段处理),显示为 0.按键记录是记录用户在 IVR 内所有按键操作.若首位数字为 1,表示白天(7~22 点)拨打;若为 4,表示夜间(23~6 点)拨打.因该呼叫中心夜间无人工服务,所以仅对白天的到达量拟合和预测即可.在按键记录中,“#”表示返回首层菜单、“\*”表示返回上一层菜单.具体对应的业务节点见附件.为了统计第二阶段的到达量,即人工服务到达量,需对按键记录进行处理和筛选.例:当按键记录的代码为“12\*21#20”时,表示用户来到 IVR 后,首先按“2”,再按“\*”回到首层菜单,按“21”后,又按“#”回到首层菜单,最后按“20”,表示用户进入“120”.本呼叫中心的人工服务节点是“100”、“120”、“130”、“140”和“150”,因此上述用户进入人工服务,即为一个人工服务到达量.对数据的处理和分析,本文采用 Excel 和 R 语言.

### 2.2 过离散现象

“过离散现象”指在统计学中,由数据集得到的

模型相比既定理论模型有着更大变动<sup>[21]</sup>.比如,之前学者发现呼叫中心的人工服务到达量符合泊松过程,即均值和方差相等.而本文通过对比分析该呼叫中心的 IVR 到达量分布后,发现方差远远大于泊松过程方差.可以初步认为该呼叫中心的 IVR 到达量呈现过离散现象.

表 1 呼叫中心的用户记录

Tab.1 User record in call center

电话号码	起始时间	按键记录
5×××8	2015/2/8 0:01	46
138××××3570	2015/2/8 0:02	431
65××××98	2015/2/8 0:04	46
0	2015/2/8 11:14	16
65××××53	2015/2/8 12:12	14103

该呼叫中心 IVR 到达量过离散现象论证如下.图 2 表示,时间周期为 30 min,该呼叫中心正常天数 IVR 到达量的一个标准差显著大于泊松过程的一个标准差.春节期间 IVR 到达量也呈现“过离散”现象.对方差和均值取对数,进行作图比较.发现方差介于一倍和两倍均值间.这表明相对泊松过程,过离散现象存在现实生活的呼叫中心到达量之中.

Whitt 提出的 DSPP 模型,用来对呼叫中心到达量的过离散进行预测.其方差和均值关系函数式如下:

$$X^2 \text{Var}N_1(t) = E N_1(t) + [E N_1(t) + E N_1(t)^2] \text{Var}(X) \quad (10)$$

图 3(a)画出方差和均值取对数后的散点图,可以看出有一定的线性相关性.假设函数关系式如下:

$$\lg(\text{Var}N_1(t)) = p \lg(E N_1(t)) + \epsilon \quad (11)$$

对函数式中参数  $p$  进行估计得到  $\hat{p} = 1.63$ ,调整后  $R^2 = 0.96$ ,F 检验  $p < 2.2E-16$ .用该线性模型计算出的方差进行作图,发现和真实值能够很好拟合,见图 3(b).所以,该呼叫中心的 IVR 到达量不能用标准泊松过程和双重随机泊松过程进行预测.因此,我们希望通过建立时间序列模型,对该呼叫中心 IVR 到达量进行预测.

### 2.3 时间序列预测 IVR 到达量

本文选取正常天数(3 月 4 日至 3 月 9 日)和春节期间(2 月 18 日至 2 月 23 日)内有人工服务到达量作为时间序列样本点,即训练集.该呼叫中心的人工服务时间为上午 7 点到晚上 22 点.通过对该时间

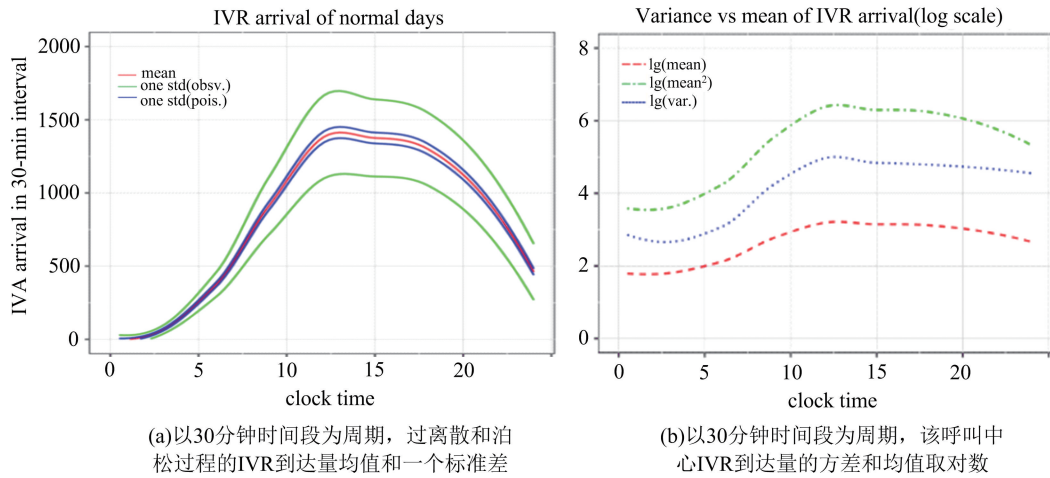


图 2 IVR 到达量的过离散现象(正常天数)

Fig.2 Overdispersion of IVR arrival (ND)

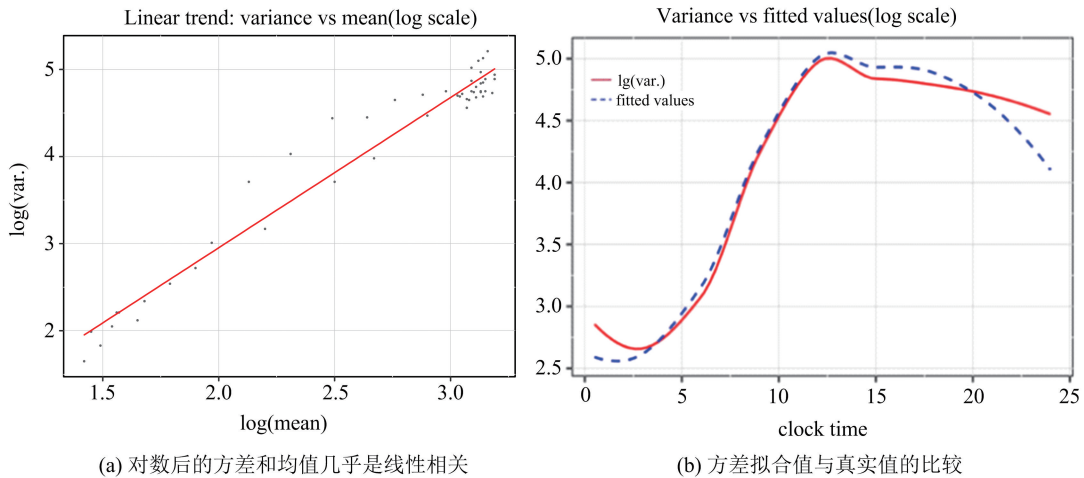


图 3 方差和均值的线性模型

Fig.3 Linear model of variance and mean

序列的分解,发现具有周期性因素和增长或者降低趋势.因此选择 Holt 指数平滑法、Winters 指数平滑法和 ARIMA 模型进行拟合预测.Holt 指数平滑法和 ARIMA 模型拟合需要时间序列无周期性,所以在拟合前减去该时间序列的周期性.最后,再将周期性因素加入到模型中.预测的 IVR 到达量为第 7 天 7 点到 22 点的到达量,通过与第 7 天真实值比较,来判断模型拟合效果.通过比较两小时内的 MAE 值大小来判断 3 种模型的优劣.表 2 和表 3 给出了 3 种方法在正常天数和春节期间的参数估计值.

由表 2 和表 3 的 Box-Ljung 检验和残差自相关图可知,3 种模型均可用来拟合该时间序列.下面将对 3 种模型每 2 h 预测结果的 MAE 值比较模型优劣,结果见表 4 和表 5.对比 3 种模型在不同时间段的预测结果 MAE 值,较小的 MAE 表示该模型

在该时间段具有较好的预测结果.最后一列是该模型在所有时间段 MAE 的均值.综上,本文认为 RIMA(1,0,1)模型能更好地对该呼叫中心的正常天数 IVR 到达量进行预测;Winters 指数平滑法 A 则

表 2 时间序列模型参数值和 Box-Ljung 检验(正常天数)

Tab.2 Parameters estimation of time series and Box-Ljung test (ND)

模型	参数	Box-Ljung 检验
Holt 指数平滑法	$\alpha = 0.70, \beta = 0.021, \gamma = \text{FALSE}$	$p = 0.57$
Winters 指数平滑法	$\alpha = 0.72, \beta = 0, \gamma = 1$	$p = 0.49$
ARIMA 模型	$p = 1, d = 0, q = 1$	$p = 0.99$

表 3 时间序列模型参数值和 Box-Ljung 检验(春节期间)

**Tab.3 Parameters estimation of time series and Box-Ljung test (SF)**

模型	参数	Box-Ljung 检验
Holt 指数 平滑法	$\alpha = 1, \beta = 0.19,$ $\gamma = \text{FALSE}$	$p = 0.13$
Winters 指数 平滑法	$\alpha = 0.42, \beta = 0.04,$ $\gamma = 0.75$	$p = 0.27$
ARIMA 模型	$p = 2, d = 0,$ $q = 2$	$p = 0.89$

能更好地对春节期间 IVR 到达量进行预测. ARIMA(1,0,1)表达式如下:

$$x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \delta + \mu_t + \theta_1 \mu_{t-1} \quad (12)$$

Winters 指数平滑法模型表达式如下:

$$S_t = 0.42 \frac{x_t}{I_{t-L}} + 0.58(S_{t-1} + b_{t-1}) \quad (13)$$

表 4 预测结果的 2 h MAE 值(正常天数)

Tab.4 MAE value of prediction of arrival count in 2-hour time periods (ND)

模型	7~8	9~10	11~12	13~14	15~16	17~18	19~20	21~22	均值
Holt	0.032	0.026	0.055	0.069	0.126	0.080	0.024	0.057	0.059
Winters	0.058	0.026	0.066	0.017	0.051	0.063	0.055	0.087	0.053
ARIMA	0.076	0.028	0.009	0.016	0.055	0.058	0.063	0.055	0.045

表 5 预测结果的 2 h MAE 值(春节期间)

Tab.5 MAE value of prediction of arrival count in 2-hour time periods (SF)

模型	7~8	9~10	11~12	13~14	15~16	17~18	19~20	21~22	均值
Holt	0.354	0.819	0.878	1.064	1.400	1.465	1.721	1.532	1.154
Winters	0.053	0.012	0.067	0.106	0.155	0.037	0.053	0.036	0.065
ARIMA	0.239	0.158	0.161	0.148	0.314	0.218	0.299	0.167	0.213

$$b_t = 0.04(S_t - S_{t-1}) + 0.96 b_{t-1} \quad (14)$$

$$I_t = 0.75 \frac{x_t}{S_t} + 0.25 I_{t-L} \quad (15)$$

将式(13)~(15)带入式(4)中,即可计算出  $t + m$  时刻的预测值.

关于该模型拟合效果,对残差的白噪声进行检验.主要有相关图检验和 Box-Ljung 参数检验.图 4 残差自相关图可以得出,10 阶的残差自相关系数均未超出置信界限.可以初步判断残差序列是不存在自相关的.但是,直接通过图形判断有时会受主观影响,为了更加精确地验证残差自相关在统计上是否显著,上文已给出 Box-Ljung 参数检验.该检验的原假设是时间序列的  $k$  阶自相关为零.该时间序列的 Box-Ljung 检验的  $p$  值为大于 0.05.接受原假设,即认为  $k$  阶残差自相关为零.

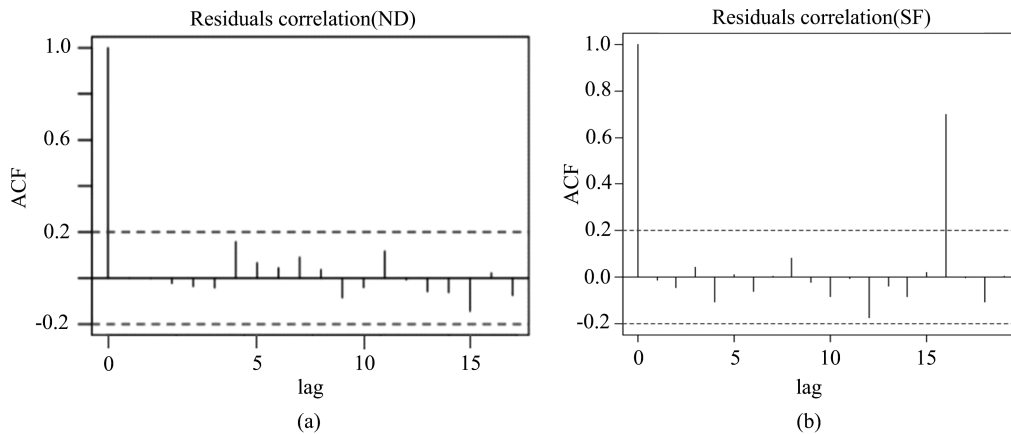


图 4 正常天数和春节期间的残差自相关图

Fig.4 Residuals correlation of ND and SF

## 2.4 人工服务到达量预测

该呼叫中心人工服务的时间点为 7 点~22 点, 为了建立 IVR 到达量与人工服务到达量之间的模型, 本文对每小时 IVR 到达量和人工服务到达量取对数. 训练集数据为正常天数前 2/3 的样本点和春节期间前 6 天的样本点; 测试集数据为剩下正常天数 1/3 的样本点和春节期间最后一天的样本点. 通过对比测试集的预测值与真实值对模型进行评估.

图 5 可以看出, 训练集的 IVR 到达量与人工服务到达量散点分布在同一直线上. 基于此, 对 IVR 到达量和人工服务到达量建立线性回归模型. 函数关系式如下:

$$\lg(\text{agent arrival}) = a \lg(\text{IVR arrival}) + b \quad (16)$$

最小二乘法对参数估计:  $\hat{a} = 1.34$ ,  $\hat{b} = -1.60$ , 调整后  $R^2 = 0.98$ , F 检验的  $p < 2.2E-16$ . 残差图上的残差也均匀地分布在两侧, 均表示线性模型拟合效果很好.

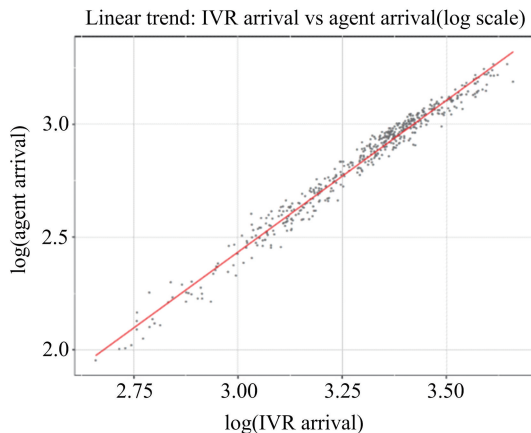


图 5 IVR 到达量与人工服务量散点图

Fig.5 Scatter plot between IVR arrival and agent arrival

为了判断该模型能否精确预测人工服务到达量, 用模型计算测试集所需人工服务到达量, 与真实的人工服务到达量比较. 结果如图 6 所示, 图中第 (1) 部分为春节期间人工服务到达量, 其余部分为正常日期. 从图中可以看出, 春节期间所需人工服务比正常日期要少. 该模型的预测值与真实值走势几乎一致. 因此, 不管是正常天数, 还是春节期间, 该线性模型都能很好地根据每小时的 IVR 到达量来预测每小时人工服务到达量, 这将有助于人工坐席排班, 能更有效地帮助呼叫中心节约人力成本. 但这样的线性关系也意味着来到 IVR 的人数越多, 就会有更多的用户转向人工服务. 一个好的呼叫中心是能让更多的用户在 IVR 自助系统内完成所需办理的业

务. 这也从侧面反映了该呼叫中心 IVR 自助系统需要进行一定程度的优化.

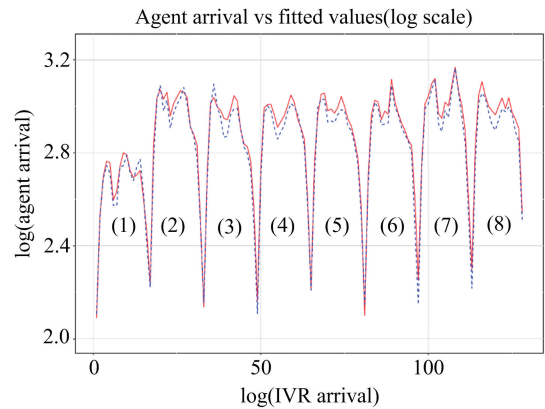


图 6 人工服务到达量真实值与预测值比较

Fig.6 Comparison between true value and fitted value of agent arrival

## 3 结论

首先, 本文对合肥市某电信运营商呼叫中心正常天数和春节期间的 IVR 到达量分别进行研究, 发现方差远远大于非齐次泊松过程的方差, 并且方差和均值的函数关系也不符合双重随机泊松过程. 基于此, 确定该呼叫中心 IVR 到达量呈现“过离散”现象. 因此, 对于该呼叫中心的 IVR 到达量不能通过泊松过程来进行预测. 与国外学者不同的是, 本文首次提出对 IVR 到达量进行建模和预测, 并对国外学者少有研究的特定时间段(春节)进行单独的分析.

其次, 本文使用时间序列模型对该 IVR 到达量进行拟合和预测. 残差自相关图和 Box-Ljung 检验来判断模型拟合效果. 发现 ARIMA(1,0,1) 能更好地对该呼叫中心正常天数(normal days, ND) 的 IVR 到达量进行短期预测, 而 Winters 指数平滑法能更好地对春节期间(Spring Festival, SF) 的 IVR 到达量进行短期预测.

最后, 对时间间隔为 1 h 的 IVR 到达量和人工服务到达量做散点图, 建立线性回归模型, 比较预测值与真实值, 发现该模型能够很好地对人工服务到达量预测. 首次提出通过时间序列预测每小时的 IVR 到达量来预测每小时人工服务到达量, 因为 ARIMA 具有自回归的特性, 所以避免了相关性对人工服务到达量预测结果的影响. 这为呼叫中心管理人员提供了较好的理论指导, 使得人工服务量的预测和排班能够规划到每小时. 上文提到, 该呼叫中心 IVR 自助系统需要进行一定程度的优化. 今后,

我们希望根据用户在 IVR 系统内各业务节点的到达率和放弃率来对 IVR 系统进行优化,从而让更多的用户在 IVR 内自助完成所需业务,使得到达人工服务的用户变少,从而节省人力成本.

#### 参考文献(References)

- [ 1 ] GANS N, KOOLE G, MANDELBAUM A. Telephone call centers: Tutorial, review, and research prospects[J]. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2003, 5(2): 79-141.
- [ 2 ] SHEN H, HUANG J Z. Forecasting time series of inhomogeneous Poisson processes with application to call center work force management [J]. *Annals of Applied Statistics*, 2008, 2(2): 601-623.
- [ 3 ] BROWN L, GANS N, MANDELBAUM A, et al. Statistical analysis of a telephone call center: A queueing-science perspective [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 2005, 100 (469): 36-50.
- [ 4 ] KIM S H, WHITT W. Choosing arrival process models for service systems: Tests of a nonhomogeneous Poisson process[J]. *Naval Research Logistics*, 2014, 61: 66-90.
- [ 5 ] KIM S H, WHITT W. Are call center and hospital arrivals well modeled by nonhomogeneous Poisson process? [J]. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2014, 16(3): 464-480.
- [ 6 ] AVRAMIDIS A N, DESLAURIERS A, L'ECUYER P. Modeling daily arrivals to a telephone call center[J]. *Management Science*, 2004, 50(7): 896-908.
- [ 7 ] SHEN H. Statistical analysis of call-center operational data: Forecasting call arrivals, and analyzing customer patience and agent service[C]// *Wiley Encyclopedia of Operation Research and Management Science*, 2010. New York: Wiley, 2010.
- [ 8 ] MAMAN S, MANDELBAUM A, WHITT W, et al. Queues with random arrival rates: Interface, modelling and asymptotics ( C-staffing ) [ R ]. *Work in Progress*, 2015.
- [ 9 ] CHANNOUF N, L'ECUYER P. A normal copula model for the arrival process in a call center [J]. *International Transactions in Operational Research*, 2012, 19: 771-781.
- [10] SHEN H, HUANG J Z. Interday forecasting and intraday updating of call center arrivals [J]. *Manufacturing and Service Operations Management*, 2008, 10(3):391-410.
- [11] JAOUA A, L'ECUYER P, DELORME L. Call type dependence in multiskill call centers[J]. *Journal Simulation*, 2013, 89(6): 722-734.
- [12] THOMPSON H E, TIAO G C. Analysis of telephone data: A case study of forecasting seasonal time series [J]. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 1971, 2(2): 515-541.
- [13] MABERT V A. Short interval forecasting of emergency phone call work loads [J]. *Journal of Operations Management*, 1985, 5(3): 259-271.
- [14] TAYLOR J W. A comparison of univariate time series methods for forecasting intraday arrivals at a call center [J]. *Management Science*, 2008, 54(2): 253-265.
- [15] IBRAHIM R, L'ECUYER P. Forecasting call center arrivals: Fixed-effects, mixed-effects, and bivariate models[J]. *Manufacturing and Services Operations Management*, 2013, 15(1): 72-85.
- [16] AKTEKIN T, SOYER R. Call center arrival modeling: A Bayesian state space approach[J]. *Naval Research Logistics*, 2011, 58(1): 28-42.
- [17] SHEN H. Exponentially weighted methods for forecasting intraday time series with multiple seasonal cycles: Comments [J]. *International Journal of Forecasting*, 2010, 58: 652-654.
- [18] TAYLOR J W. Density forecasting of intraday call center arrivals using models based on exponentially smoothing[J]. *Management Science*, 2012, 58 (3): 534-549.
- [19] 李诗羽, 张飞, 王正林. 数据分析: R 语言实战[M]. 北京:电子工业出版社, 2014: 260-286.
- [20] 黄荣坦. ARIMA 模型建立与应用[EB/OL]. [2016-04-07]. <http://wenku.baidu.com/view/d88f12f3941ea76e58fa0484.html>.
- [21] Wikipedia. Overdispersion [EB/OL]. [2016-04-07]. <https://en.wikipedia.org/wiki/Overdispersion>.