

基于 R 藤 copula 变点模型的金砖四国金融传染性与稳定性检验

叶五一, 郭人榛, 缪柏其

(中国科学技术大学管理学院统计与金融系, 安徽合肥 230026)

摘要: 从所分析国家与全球系统性风险相依关系的角度对金融传染性与稳定性进行刻画, 以 MSCI 全球指数代表全球系统性风险因子, 分析新兴市场代表国家——金砖四国(中国、俄罗斯、印度、巴西)的主要股指与 MSCI 全球指数之间的相依结构, 进而对金砖四国的金融传染与稳定进行实证分析. 为了分析系统性风险对金砖四国影响的结构性变化, 对 R 藤 copula 进行变点检验, 分析金砖四国金融传染性与稳定性受金融危机及金砖国家会议等事件的影响, 并采用以 MSCI 指数为条件的相关系数度量金砖国家间的金融传染性与稳定性. 实证结果表明, 系统性风险可控后金砖国家股市独立性增强, 金融危机过后金砖国家所受系统性风险冲击变大, 通过金砖国家会议各国合作加强后有助于降低金砖国家之间的风险传染.

关键词: 金融传染性与稳定性; 金砖四国; R 藤 copula; 变点检测

中图分类号: F764.1; F823 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.0253-2778.2018.08.009

引用格式: 叶五一, 郭人榛, 缪柏其. 基于 R 藤 copula 变点模型的金砖四国金融传染性与稳定性检验[J]. 中国科学技术大学学报, 2018, 48(8): 655-666.

YE Wuyi, GUO Renzhen, MIAO Baiqi. Financial contagion and stability test of BRIC countries based on R-vine copula change-point model[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2018, 48(8): 655-666.

Financial contagion and stability test of BRIC countries based on R-vine copula change-point model

YE Wuyi, GUO Renzhen, MIAO Baiqi

(Department of Statistics and Finance, School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: The BRIC countries (Brazil, Russia, India and China) are representations of the emerging markets. Financial contagion and stability from the perspective of the dependence of the analyzed countries on the global systemic risk was characterized, with the MSCI Global Index representing the global systemic risk factor. The dependency structure of the BRIC's major indexes and the MSCI global index was analyzed, and an empirical analysis of the financial stability of the BRIC countries was performed. To analyze the structural changes of systemic risk impact on the BRIC countries, R-vine copula was used to test the change point and analyze the financial contagion and stability of the BRIC countries affected by the financial crisis and BRICs events. The financial stability among BRIC countries was measured using the correlation coefficient based on the MSCI index. The empirical results show that after the control of systemic risk, the independence of the BRIC countries' stock markets has been strengthened. The BRIC

收稿日期: 2017-12-13; 修回日期: 2018-02-25

基金项目: 国家自然科学基金(71371007, 71172214)资助.

作者简介: 叶五一(通讯作者), 男, 1979年生, 博士/副教授. 研究方向: 风险管理, 金融工程. E-mail: wyue@ustc.edu.cn

countries have been hit harder by systemic risks after the financial crisis. Strengthening BRIC countries' cooperation will help to reduce the risk of the affection between BRIC countries.

Key words: financial contagion and stability; BRIC countries; R-vine copula; change-point testing

0 引言

2017年7月14日至15日,在北京召开的全国金融工作会议上宣布设立国务院金融稳定发展委员会,旨在加强金融监管协调、补齐监管短板,这充分说明了我国对金融稳定的重视程度.随着近年来金融危机的不断发生,金融风险不断聚集,金融传染性、与稳定性的研究受到越来越多的学者关注,有关金融稳定的研究多数是从金融脆弱性和金融不稳定性入手的.国际上金融稳定的定义很多,主要分为抵御冲击说、要素描述说、金融功能说、管理系统风险说以及金融不稳定说.我国中国人民银行2005年11月7日首次推出的《中国金融稳定报告》采用金融功能说,即金融稳定是指金融体系处于能够有效执行其关键功能的稳定状态.管理系统风险说的直观意义也比较明显,维护金融稳定应该强调对系统性风险的关注,避免金融危机的爆发,抑制金融风险的传染.系统性金融风险是指一事件引发的金融体系的经济价值损失或信心丧失,可能足以对实体经济产生巨大影响.

新兴国家不断加速发展,是世界经济发展的主要增长点.金砖四国是新兴国家的主要代表.21世纪前十年金砖国家经济保持高速增长,成为应对金融危机的强大力量.金砖四国(巴西、俄罗斯、中国和印度)作为最大的新兴市场国家,其人口和国土面积在全球占有重要份额,是世界经济发展的重要动力.以金砖四国为代表的新兴国家如何处理系统性风险所带来的金融不稳定性具有重要的意义.

金融脆弱性的理论起源于 Fisher^[1] 和 Keynes^[2] 的研究,他们发现金融投资能够传播冲击,并且构造了实体经济和金融机构之间的联系.自金融脆弱性理论提出以来大量学者对其展开研究,大部分研究集中在对银行系统金融稳定性的度量上. Frankel 和 Rose^[3] 通过本币贬值来定义虚拟变量建立 probit 模型度量了金融稳定性. Bussiere 和 Fratzscher^[4] 运用多元 Logit 模型建立金融危机模型,并测量了金融系统的稳定性. Albulescu^[5], Albulescu^[6], Stiglitz^[7], Bernoth 和 Pick 等^[8] 分别探讨了银行和货币市场对金融稳定性的影响. Bunn

和 Redwood^[9] 则试图用风险负债来反映银行业危机中金融系统的稳定性. Uhde 和 Heimeshoff^[10] 通过对欧洲银行业资产负债表的分析构建金融稳定性代理变量,反映银行系统的稳定性. Elsinger 等^[11] 通过压力测试的方法,度量了澳大利亚银行部门的金融脆弱性. Sensoy 等^[12] 基于五个发展中国家的经济变量,通过主成分方法和 DCC 方法,构建了一个时变的金融脆弱性指标 (FIX), 该指标可以对发展中国家的金融稳定性进行预警. 国内学者对金融传染性与稳定性的研究相对缺乏,主要原因在于对金融传染性与稳定性的测度比较困难. 马亚明和赵慧^[13] 利用 SVAR 模型研究了热钱对我国股票市场和房地产市场的影响从而得到金融稳定性相关结论. 文风华等^[14] 分析了中国房地产价格波动性与金融脆弱性之间的关系. 郭红兵和杜金岷^[15] 利用 2002 年第一季度~2013 年第二季度的季度数据和基于 UECM 模型及边界检验的协整方法构建我国金融稳定状况指数 (FSCI), 并为指数设置上下边界. 邓创等^[16] 通过考察中国上市公司破产距离的分布特征和变动规律,度量并分析了 1996~2013 年之间中国金融稳定性的波动态势. 杨光等^[17] 构建包含零利率下限约束的 DSGE 模型,系统探讨了存在零利率下限外生不利冲击对经济的影响研究货币政策与金融稳定性的联系.

从以上文献可以看出,金融传染性与稳定性研究的关键是给出一个金融传染性与稳定性的度量指标. 本文将基于多元 copula 模型结合变点检验方法,从风险相依及其变结构的角度对金融传染性与稳定性进行研究. 叶五一等^[18] 应用阿基米德 copula 方法解决了价格日内波幅条件下条件 VAR 估计问题. 王璐等^[19] 运用动态 copula 研究国际多元化投资组合相关问题. 李平等^[20] 运用 copula 对 CoCo 债券进行了定价分析. 黄友珀等^[21] 运用藤 copula 对组合收益的分位数进行预测. 韩超和严太华^[22] 运用动态藤 copula 对汇率组合风险进行了度量. 在 copula 变点检测方面也有学者给出了一些相关的研究, Dias^[23] 给出了几种特殊的 copula 变点检测方法, 韦艳华和张世英^[24] 给出了二元正态 copula 的变结构检测方法. 上述研究都是对二元 copula 进行的变点检测,为

了对多维变量的联合分布进行估计,则需要应用高维 copula 方法. Bedford 和 Cooke^[25]首次提出藤这个概念并且提出 pair copula 的简单模型,将 copula 理论推向高维. Aas 等^[26]则第一次给出了藤 copula 的统计推断方法,藤 copula 方法的提出提供了更加灵活的描述高维相依的方法. Morales-Nápoles 等^[27]指出 R 藤 copula 与 C 藤 D 藤 copula 相比拥有更加多样和灵活的相依结构,因此 R 藤在金融和其他领域中高维变量相依关系建模时获得了越来越多的应用. Brechmann 和 Czado^[28]基于 R 藤 copula 研究了欧洲斯托克 50 指数成分股的风险相依关系. 马锋等^[29]用藤 copula 方法对股市组合动态 VaR 测度及预测模型进行研究. 申敏^[30]利用 R 藤 copula 对国民经济的 9 大行业的信用风险进行了传染性分析.

copula 建模的前提是时间序列不存在异方差和自相关,因此通过统计选择采用 ARMA-GARCH 模型对金融时间序列进行过滤去除异方差性和自相关性. R 藤 copula 模型可以对多元变量之间的相依性进行建模,并且与其他多元模型相比具有极大的灵活性和多样性. 不仅 copula 函数可以有多种选择而且藤结构也可以根据需求自由调整,通过调整藤结构可以获取条件相关性的更多信息,从而获得关于金融风险的更多信息. 在本文中提出两种关键的 R 藤结构. 为了避免人为选择变点时刻所带来的局限性,采用似然比方法对序列进行变点选择. 结合以上几点原因本文选择 R 藤 copula 变点结构对经 ARMA-GARCH 处理后的残差序列进行拟合. 本文将基于 R 藤 copula 这种新的方法,从风险相依的角度对金融传染性与稳定性进行度量. 研究主要对比给定系统性风险因子前后的相关性变化,系统性风险变化和限定系统风险后传染性与稳定性的变化等. 基于 R 藤 copula 结合变点检验的方法,分析在金融危机过后各个金砖国家与系统性风险的相依关系的结构性变化,具体来说即分析金砖四国国家股票综合指数收益率与系统性因子 MSCI 指数的相依关系的结构性变化. 同时还分析了金融危机的发生、多次金砖国家会议等相关事件对结构性变化的影响.

1 R 藤 copula 模型简介和变点检验方法

1.1 R 藤 copula 结构介绍

Dissmann 等介绍了 R 藤模型结构,并给出一个 R 藤的矩阵表示^[31],具体的 R 藤是一系列树的组合,每棵树的边对应一个 copula 函数或是条件 copula 函数,一个由 n 个变量的 R 藤由 $n-1$ 棵树构成,记为 T_1, T_2, \dots, T_{n-1} ,第 i 棵树的节点集记为 N_i ,边集记为 $E_i (i=1, 2, 3, \dots, n-1)$,它们需要满足下面几个条件:

① 树 T_1 的节点集 $N_1 = \{1, 2, 3, \dots, n\}$,边集为 E_1 ;

② 第 i 棵树的节点集记为 $N_i = E_{i-1} (i=2, 3, 4, \dots, n-1)$,即第 i 棵树的节点集是第 $i-1$ 棵树的边集;

③ 如果树 T_i 中的两条边在树 T_{i+1} 中用边连接,那么这两条边在树 T_i 中必须有一个共同的节点.

按照上面条件构造一个简单的五元 R 藤如图 1 所示,一共有四棵树,其中 1, 2, 3, 4, 5 分别代表五元 R 藤的五个节点,节点之间连线代表 copula 结构,其中“|”线之后的变量代表的是条件变量.

按照上面条件构造一个简单的五元 R 藤如图 1 所示,一共有四棵树,其中 1, 2, 3, 4, 5 分别代表五元 R 藤的五个节点,节点之间连线代表 copula 结构,其中“|”线之后的变量代表的是条件变量.

按照上面条件构造一个简单的五元 R 藤如图 1 所示,一共有四棵树,其中 1, 2, 3, 4, 5 分别代表五元 R 藤的五个节点,节点之间连线代表 copula 结构,其中“|”线之后的变量代表的是条件变量.

按照上面条件构造一个简单的五元 R 藤如图 1 所示,一共有四棵树,其中 1, 2, 3, 4, 5 分别代表五元 R 藤的五个节点,节点之间连线代表 copula 结构,其中“|”线之后的变量代表的是条件变量.

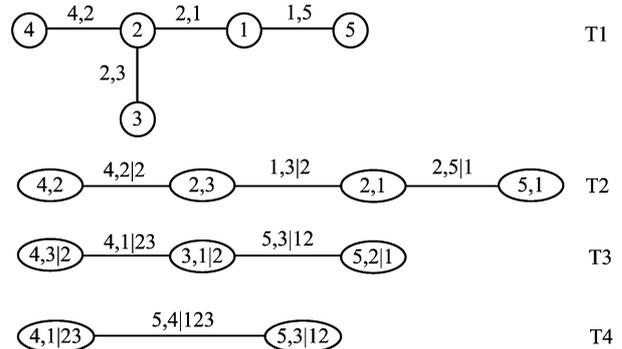


图 1 一个包含 5 个变量, 4 棵树的 R 藤
Fig.1 A R-vine with 5 variables and 4 trees

下面建立一个 n 元 R 藤的统计模型,其中共有 $n-1$ 棵树,记节点集为 $N = \{N_1, N_2, N_3, \dots, N_{n-1}\}$,边集 $E = \{E_1, E_2, E_3, \dots, E_{n-1}\}$, E_i 中的边 $e = j(e), k(e) | D(e)$,其中 $j(e), k(e)$ 是与边 e 相连接的两个节点, $D(e)$ 是条件集,那么我们将边 e 对应的 copula 密度函数表示成 $c_{j(e), k(e) | D(e)}$. 设 n 个随机变量为 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 构成的随机向量为 $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$,用 $X_{D(e)}$ 表示由条件集 $D(e)$ 决定的子向量,设第 i 个随机变量的边缘密度函数为 f_i 那么 X 的联合密度函数可以表示为

$$f(x_1, \dots, x_n) = \prod_{k=1}^n f_k(x_k) \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{e \in E_i} c_{j(e), k(e) | D(e)} (F(x_{j(e)} | x_{D(e)}), F(x_{k(e)} | x_{D(e)})) \quad (1)$$

由 Joe^[35] 给出的迭代公式可以获得条件分布 $F(x_{j(e)} | x_{D(e)})$ 和 $F(x_{k(e)} | x_{D(e)})$.

1.2 R 藤结构的简单矩阵表示及参数估计

Morales-Napoles^[32] 和 Dissmann^[33] 基于下三角矩阵来表示 R 藤, 本文将采用此方法来刻画 R 藤.

以上节五元 R 藤为例, 它的矩阵 \mathbf{M} 表示如下:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 5 & - & - & - & - \\ 4 & 4 & - & - & - \\ 3 & 1 & 3 & - & - \\ 2 & 3 & 1 & 2 & - \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

具体构造步骤是, 将第一棵树节点降序排列在主对角线上, 主对角线上第一个节点和矩阵最后一行的节点构成第一棵树的边, 例如 (5, 1), (4, 2), (3, 2), (2, 1) 是第一棵树的边. 主对角线上第一个节点和矩阵倒数第二行的节点以矩阵最后一行节点为条件构成第二颗树的边, 例如 (1, 3|2), (2, 5|1), (4, 3|2). 主对角线上第一个节点和矩阵倒数第三行的节点以矩阵最后两行为条件构成第三颗树的边 (5, 3|12), (4, 1|23). 以此类推即可得到表示矩阵.

在上述定义下推广至 n 元, 可以用 R 藤矩阵来表示 R 藤, 前面联合概率密度式 (1) 可以化简为

$$f_{1, \dots, n}(x) = \prod_{j=1}^n f_j \prod_{k=n-1}^1 \prod_{i=n}^{k+1} c_{m_{k,i}, m_{i,k} | m_{i+1,i}, \dots, m_{n,i}} (F_{m_{k,i} | m_{i+1,i}, \dots, m_{n,i}} (F_{m_{i,k} | m_{i+1,k}, \dots, m_{n,k}} (F_{m_{i,i} | m_{i+1,i}, \dots, m_{n,i}} | t_{i,k} \cdot p_{i,k}, s_{i,k}))) \quad (2)$$

式中, $m_{i,j}$ 为矩阵 \mathbf{M} 中 i 行 j 列对应的节点.

其中三个主对角线为空的下三角矩阵 $\mathbf{T} = (t_{i,j})_{i,j=1, \dots, n}$, $\mathbf{P} = (p_{i,j})_{i,j=1, \dots, n}$, $\mathbf{S} = (s_{i,j})_{i,j=1, \dots, n}$, 对于所有的 $j = 1, \dots, n-1, i = j+1, \dots, n$, 以 $t_{i,j}, p_{i,j}, s_{i,j}$ 来表述变量 $m_{j,j}$ 与 $m_{i,j}$ 在给定 $\{m_{i+1,j}, \dots, m_{n,j}\}$ 条件下的 copula 函数类型, 参数值 (如果有两个参数那么就是用两个矩阵) 以及 Kendall 相关系数值. 对于上述五元 R 藤, $t_{4,2}, p_{4,2}, s_{4,2}$ 就表示 copula 函数 $c_{4,1|23}$ 的类型, 参数及 Kendall 相关系数.

模型的估计大体上分为三步: 首先选择 R 藤的结构, 然后选择 copula 函数的类型, 最后估计参数的取值, 最大化对数似然函数函数如式 (3) 所示:

$$\sum_{k=n-1}^1 \sum_{i=n}^{k+1} \sum_{t=1}^T \ln(c_{m_{k,i}, m_{i,k} | m_{i+1,i}, \dots, m_{n,i}}(x_{m_{k,i}, t} | x_{m_{i+1,i}, \dots, m_{n,i}}, t))$$

$$(F_{m_{k,i} | m_{i+1,i}, \dots, m_{n,i}}(x_{m_{k,i}, t} | x_{m_{i+1,i}, \dots, m_{n,i}}, t)), F_{m_{i,k} | m_{i+1,k}, \dots, m_{n,k}}(x_{m_{i,k}, t} | x_{m_{i+1,k}, \dots, m_{n,k}}, t))) \quad (3)$$

本文首先采用 ARMA-GARCH 模型拟合边缘分布, 然后将得到的标准化残差序列用经验分布函数转换成 0, 1 均匀分布, 最后采用顺序极大似然方法估计出模型的参数, 具体算法步骤如下:

① 计算收益率序列两两之间的 Kendall 相关系数, 采用最大生成树 (绝对值) 的方法确定第一棵树的结构.

② 为第一棵树的边确定 copula 函数的类型 (采用 AIC 准则, 并且先对数据进行独立性检验, 如果数据独立我们采用独立 copula 函数拟合数据).

③ 通过第一棵树的 copula 函数运用确定条件观测值, 从而又可以采用最大生成数算法来确定第二颗树的结构.

④ 不断迭代下去直到所有结构及参数确定.

⑤ 以前面得到的参数为初值对模型运用式 (3) 进行全局极大似然估计得到模型的最终参数值.

1.3 R 藤 copula 的变点检验方法

为了进行区域金融危机传染的检验, 在实证中需要研究 R 藤 copula 相依函数是否发生结构变化, 该部分将给出 R 藤 copula 的变点检测方法. 设样本量的大小为 T , 第 i 个观测值为 $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{in}), i = 1, \dots, T$, 假设存在一个变点, 那么原假设和对立假设可以表示为

$$H_0: \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_T \leftrightarrow$$

$$H_1: \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_{t^*} \neq \theta_{t^*+1} = \dots = \theta_T.$$

式中, θ 为 R 藤 copula 中所有参数的集合, 其中 T-copula 函数包含两个参数, 其余 copula 函数包含一个参数, 如果拒绝原假设, 则在 t^* 时刻存在变点. 如果 $t^* = t$ 给定, 可以构建如下似然比统计量:

$$-2 \ln \Lambda_t = 2 \left(\sum_{i=1}^t \log \text{lik}(x_i, \hat{\theta}_i) + \sum_{i=t+1}^T \log \text{lik}(x_i, \hat{\theta}_{t^*+1}) - \sum_{i=1}^T \log \text{lik}(x_i, \hat{\theta}_i) \right)$$

式中, $\log \text{lik}(\cdot)$ 为进行极大似然估计时的对数似然函数即式 (3). 令

$$\lambda_T = \max_{1 < t < T} (-2 \ln \Lambda_t) \quad (4)$$

当统计量 λ_T 的值很大时, 可以拒绝原假设, 即 R 藤存在变点, 变点时刻为 $-2 \ln \Lambda_t$ 取最大值时的日期.

根据 Csorgo 和 Horvath^[34] 的结论, 该结论对一定条件下基于极大似然估计变点检测假设检验均

成立,当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\lambda_{\tau}^{1/2}$ 的渐近分布如下所示:

$$P(\lambda_{\tau}^{1/2} > x) \approx \frac{x^p \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)}{2^{\frac{p}{2}} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \cdot \left(\ln \frac{(1-h)(1-l)}{hl} \left(1 - \frac{p}{x^2}\right) + \frac{4}{x^2} + O\left(\frac{1}{x^4}\right)\right) \quad (5)$$

式中, $h(T) = l(T) = (\ln T)^{3/2} / T$, p 为 Θ 中参数的个数(在本文中考虑全部 R 藤中的参数),即发生结构性变化的参数个数, T 为样本数据的个数.

可以基于上述渐近分布对变点的存在与否进行检验,如果拒绝原假设,即变点存在,那么变点时刻的估计为

$$\hat{t}^* = \operatorname{argmax}_{1 \leq t < T} (-2 \ln \Lambda_t) \quad (6)$$

如果序列存在多个变点,可以根据二分法进行以下步骤的检测:首先对全部序列进行单变点检测,若没有变点,接受原假设;若存在变点,则对变点所产生的两个子序列再分别进行上一步骤继续检测变点,以此类推直到每个子序列中都不存在变点为止.

2 实证分析

本文选用 MSCI 全球指数来代表全球系统性风险因子,MSCI 指数是摩根士丹利资本国际公司所编纂的全球型指数,由全球主要国家的重点股票所组成,是全球投资经理参考最多的基准指数.本文首先建立金砖四国股票指数收益率与 MSCI 指数收益率之间的两个 R 藤结构,进而基于变点检测方法描述相依结构的结构性变化,并对前后的相依关系进行比较分析.

2.1 数据描述

本文选取四个金砖国家的股票指数(中国上证综指(SZZS)、俄罗斯莫斯科指数(RST)、巴西圣保罗指数(IBOVESPA)、印度 SENSEX30 指数(SENSEX))和 MSCI 全球指数日对数收益率为研究对象进行实证分析.时间范围为 2005-01-05 ~ 2017-08-11.记第 i 个指数的每日收盘价格为 $p_{i,t}$,则相应的样本对数收益率定义为

$$r_{i,t} = 100 \cdot \ln(p_{i,t} / p_{i,t-1}).$$

为了分析各个地区股指收益率的基本特征,首先给出了描述性统计量,如表 1 所示.

表 1 描述性统计量

Tab.1 Descriptive statistics data

	MSCI	SZZS	RTS	IBOVESPA	SENSEX
样本容量	3 063	3 063	3 063	3 063	3 063
均值	0.000 17	0.000 31	0.000 17	0.000 33	0.000 50
偏度	-1.263 23	-0.561 30	-1.781 32	-0.260 41	-0.043 98
峰度	22.744 3	4.167 2	37.594 7	9.133 4	10.155 7
标准差	0.010 76	0.017 01	0.022 69	0.017 79	0.014 74
ks p 值	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01

由表 1 可以看出,KS 检验 p 值均小于 0.01,五个对数收益率均不服从正态分布,因此在处理实际数据时将应用 GARCH 模型进行拟合.同时注意到所有对数收益率数据的峰度均显著大于 0,具有尖峰厚尾的性质,因此在 GARCH 建模时误差项选择为能够描述厚尾特征的 t 分布.

2.2 收益率序列的边缘分布建模

根据上面描述性统计量的分析,结合 AIC 准

则,首先采用 AR(1)-GARCH(1,1)-t 模型拟合各国地区的股指收益率,进而对边缘分布进行估计.AR(1)-GARCH(1,1)-t 模型的表达式如下所示:

$$\begin{aligned} r_{i,t} &= \mu + a r_{i,t-1} + e_{i,t}, \\ e_{i,t} &= \sigma_{i,t} \epsilon_{i,t}, \epsilon_{i,t} \sim t(\nu), \\ \sigma_{i,t}^2 &= \omega + \alpha \epsilon_{i,t-1}^2 + \beta \sigma_{i,t-1}^2. \end{aligned}$$

可以基于极大似然估计方法对上述模型进行参数估计,具体的估计结果如表 2 所示.

表 2 收益率边缘分布拟合结果

Tab.2 Fitting results of marginal distribution

	M	a	ω	α	β	shape(v)
MSCI	0.055 534*** (0.011 388)	0.135 166*** (0.017 603)	0.009 223*** (0.002 701)	0.094 385*** (0.013 188)	0.900 580*** (0.012 631)	5.189 746*** (0.494 206)
SZZS	0.063 246** (0.020 155)	0.016 004 (0.017 046)	0.008 251* (0.003 645)	0.055 060*** (0.007 831)	0.945 315*** (0.007 065)	4.889 444*** (0.463 316)
RTS	0.083 86** (0.025 93)	0.065 72*** (0.017 60)	0.051 68*** (0.014 85)	0.079 16*** (0.011 11)	0.912 06*** (0.010 97)	4.802 47*** (0.422 72)
IBOVESPA	0.058 08* (0.025 31)	-0.018 99 (0.017 80)	0.064 65*** (0.018 24)	0.062 78*** (0.010 24)	0.914 46*** (0.013 78)	6.321 23*** (0.710 99)
SENSEX	0.083 159*** (0.017 413)	0.051 796** (0.017 613)	0.019 844*** (0.006 015)	0.080 779*** (0.011 063)	0.912 267*** (0.011 156)	5.176 643*** (0.512 648)

[注] 括号内的值为参数估计标准差,***,**, * 分别为 0.1%,1%,5% 显著性水平。

为了检验模型拟合的优劣,对拟合后的残差序列进行如下两个检验:一是独立性检验,Ljung-Box 检验表明在 5% 的显著性水平下大部分时间序列不存在自相关,可以认为变换后的残差序列是独立的;二是分布假设检验,等价于检验变换后是否是 0,1 区间上的均匀分布,通过 KS 检验后发现,在 5% 显著性水平下通过检验.综上所述采用 AR(1)-GARCH(1,1)-t 模型能够非常好地拟合这五个指数的股指收益率时间序列。

表 3 Ljung-box 检验 $Q(10)$ Tab.3 Ljung-box test $Q(10)$

	统计量	p 值
MSCI	12.491 03	0.253 536
SZZS	27.951 93	0.0018 38
RTS	7.910 702	0.637 559
IBOVESPA	8.992 897	0.532 778
SENSEX	7.050 029	0.720 714

2.3 全部数据的 R 藤 copula 估计结果

为了从相依结构的角度分析金砖四国的金融传染性与稳定性,本文将对股指收益率与 MSCI 指数收益率之间的相依结构进行建模.首先需要选取一个合适的 R 藤结构,根据前面模型简介中介绍的算法选取的最优 R 藤 copula 结构矩阵如表 4 所示.同时为了更详细地了解 MSCI 指数与金砖国家的相依结构,改变最优 R 藤的第二棵树的结构产生一个自选 R 藤如表 5 所示,下面将基于两个 R 藤同步进行分析.这两个 R 藤对应的结构由式(2)给出。

表 4 最优 R 藤矩阵

Tab.4 Optimal R-vine matrix

4	—	—	—	—
2	3	—	—	—
5	2	1	—	—
3	5	2	2	—
1	1	5	5	5

[注] 1,2,3,4,5 分别代表 MSCI,SZZS,RTS,IBOVESPA,SENSEX.

表 5 自选 R 藤矩阵

Tab.5 Self-selected R-vine matrix

2	—	—	—	—
4	3	—	—	—
3	4	4	—	—
1	5	5	5	—
5	1	1	1	1

[注] 1,2,3,4,5 分别代表 MSCI,SZZS,RTS,IBOVESPA,SENSEX.

将这两个 R 藤结构更直观地展示出来,如图 2 所示.首先看到 GZZS 处于 R 藤的边缘部分,与所要研究的系统性风险代表 MSCI 指数相距较远,一定程度上是因为中国股票市场的特殊性(受政策影响比较强,资本流通受到限制),所以与外部相关性较低.其次我们看到在最优 R 藤中 MSCI 指数在藤结构中处于比较重要的位置,并且为了更好地将金砖国家与 MSCI 指数相连在自选的 R 藤我们调整第二棵树的位置,这样在估计完成后可以得到更全面的关于系统性风险的信息。

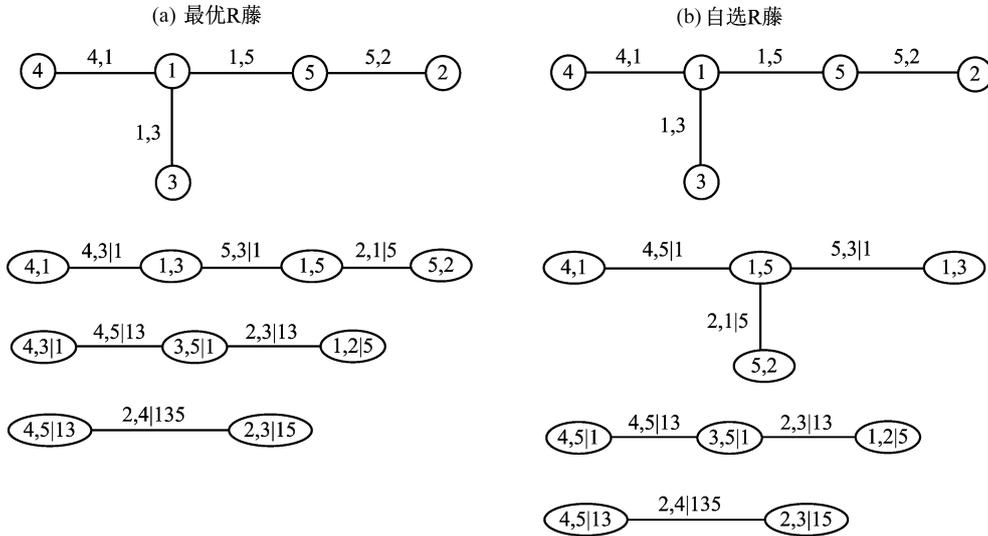


图 2 最优 R 藤和自选 R 藤的结构

Fig.2 The structure of self-selected R-vine and optimal R-vine

接下来需要确定连接每个节点的最优 copula 函数,我们采用最小 AIC 准则,最终确定的 copula 函数矩阵如表 6、表 7 所示,对应的结构由式(2)给出.

表 6 最优 R 藤 copula 矩阵
Tab.6 Optimal R-vine matrix

—	—	—	—	—
3	—	—	—	—
5	2	—	—	—
14	2	1	—	—
2	2	2	1	—

[注] 1, 2, 3, 5, 14 分别代表高斯 copula, T-copula, Clayton copula, Frank copula, survival Gumbel copula.

表 7 自选 R 藤 copula 矩阵
Tab.7 Self-selected R-vine matrix

—	—	—	—	—
3	—	—	—	—
2	14	—	—	—
1	2	16	—	—
2	2	2	2	—

[注] 1, 2, 3, 14, 16 分别代表高斯 copula, T-copula, Clayton copula, survival Gumbel copula, survival Joe copula.

为了对全部数据段的相依结构有一个初步的了

解,通过分步极大似然法估计得到的参数值作为初值,再进行整体极大似然估计,基于全部数据对 copula 参数矩阵和 Kendall 相关系数矩阵进行了估计.注意到 t-copula 有两个参数,将三个矩阵放在一个表中,每个表格中的数据依次为参数 1、参数 2(t-copula 的第二个参数)、Kendall 相关系数,具体估计结果如表 8,表 9 所示,对应的结构由式(2)给出.

表 8 最优 R 藤全部时间段 copula 参数 1, 参数 2 及相关系数的矩阵

Tab.8 Optimal R-vine parameters and the matrix of correlation coefficient

0.05299	—	—	—	—
—	0.02581	—	—	—
-0.054 47***	0.073 47*	—	—	—
—	26.970 34	—	—	—
-0.006 05	0.046 81	—	—	—
1.052 35***	0.184 93**	0.116 52**	—	—
—	20.622 18	—	—	—
0.049 75	0.118 41	0.074 34	—	—
0.628 02**	0.552 03***	0.391 47**	0.225 52***	—
6.175 18*	7.466 00*	16.696 97	27.352 6	—
0.432 27	0.372 29	0.256 06	0.144 82	—

[注] ***, **, * 分别为 0.1%, 1%, 5% 显著性水平.

表 9 自选 R 藤全部时间段 copula 参数 1, 参数 2 及相关系数的矩阵

Tab.9 Self-selected R-vine parameters and the matrix of correlation coefficient

0.053 55			
—			
0.026 07			
0.073 24*	1.050 69*		
26.977 69	—		
0.046 67	0.048 24		
0.116 38*	0.186 40***	1.021 61***	
—	20.649 86	—	
0.074 26	0.119 36	0.012 35	
0.222 84***	0.550 01***	0.628 99***	0.389 33***
27.267 44	7.530 48	6.093 49*	16.608 23*
0.143 06	0.370 75	0.433 06	0.254 58

[注] ***, **, * 分别为 0.1%, 1%, 5% 显著性水平。

首先从整体的角度对金砖国家系统性风险以及金融传染性与稳定性进行分析.通过总结表 8,9 倒数二行可以得到条件与非条件相关系数(表 10).考虑各个国家与 MSCI 的相关系数可以发现中-MSCI 相关性最小,认为中国受到系统性冲击的影响较小.金融市场比较稳定,巴-MSCI 相关系数很大,说明巴西受系统性冲击影响较大,出现这种现象的原因可能来源于资本开放的程度不同,中国有着严格的资本管制,导致中国不易受到外界风险的传染,从前面 R 藤的结构中也得到同样的结论.最终可以认为金砖四国的稳定性从强到弱依次为中国,印度,俄罗斯,巴西.

表 10 条件 Kendall 相关系数与非条件 Kendall 相关系数对比

Tab.10 Contrast between conditional Kendall correlation coefficient and unconditional Kendall correlation coefficient

俄-巴 MSCI	俄-印 MSCI	印-巴 MSCI
0.049 75	0.118 41	0.012 35
俄-巴	俄-印	印-巴
0.253 005	0.231 94	0.156 09
巴-MSCI	俄-MSCI	印-MSCI
0.432 27	0.372 29	0.256 06
中-MSCI		
0.179 99		

2.4 R 藤 copula 变点检测结果

为了检验金融危机以及金砖国家会议等事件是否对金砖国家的相依结构产生影响,应用似然比检验方法对五个收益率构建的两个 R 藤 copula 结构进行变点检验.首先对全部数据进行变点检验,根据式(4)分别计算最优 R 藤和自选 R 藤的 λ_T , 具体 λ_T 随时间的变化趋势如图 3 和图 4 所示. λ_T 在 2012-12-26 分别取最大值 87.30 和 85.78.由渐近分布表达式(5)计算对应的 p 值,两种情形下的 p 值均小于 0.001,因此两种 R 藤 copula 相依结构在 2012-12-26 存在一个显著的变点.进而基于二分法对数据分段进行第二个变点的检验,按照相同的做法,可以得到第一个变点前的数据的 λ_T 随时间的变化趋势如图 5,图 6 所示.最优 R 藤和自选 R 藤 λ_T 在 2006-04-28 分别取得最大值为 113.05 和 112.03,相应的检验统计量的 p 值也小于 0.001,说明存在第二个变点.对后段数据进行相应的检验,则没有发现新的变点的存在.

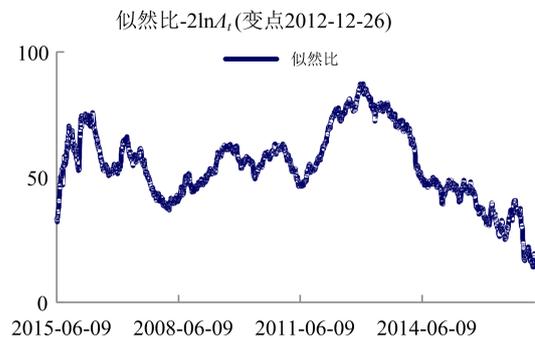


图 3 最优 R 藤第一变点检验

Fig.3 Optimal R-vine first change point test

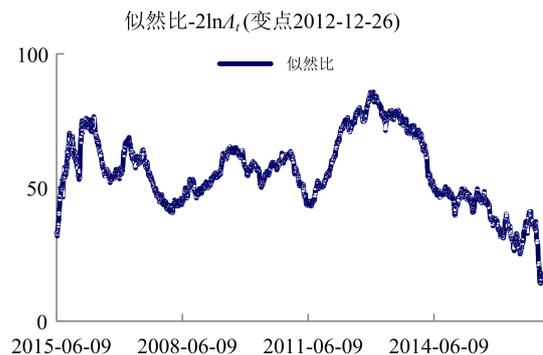


图 4 自选 R 藤第一变点检验

Fig.4 Self-selected R-vine first change point test

下面结合数据时间段内金融市场发生的哪些重大事件对变点的发生时刻进行分析.首先分析变点(2006-04-28):2005 年以来,美国住房市场不断降温,随着住房价格下跌,购房者难以将房屋出售或者



图 5 最优 R 藤第二变点检验

Fig.5 Optimal R-vine second change point test

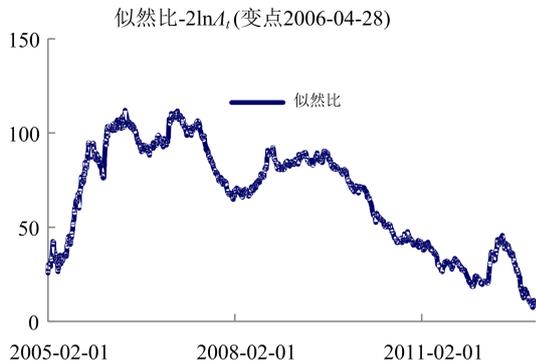


图 6 自选 R 藤第二变点检验

Fig.6 Self-selected R-vine second change point test

通过抵押获得融资,很多次级抵押贷款市场的借款人无法按期偿还借款,次级抵押贷款市场危机开始显现并呈愈演愈烈之势.2007年2月13日美国新世纪金融公司发出2006年第四季度盈利预警,美国第二大次级抵押贷款公司新世纪金融在2007-04-02日宣布申请破产保护,2007-07-10标普降低次级抵

押贷款债券评级,全球金融市场大震荡,2007年美国次贷危机爆发.因此,可以认为次贷危机的爆发以及传染导致了金砖国家股市发生了结构性变化,进而影响到金砖国家金融市场的稳定性.

其次分析变点(2012-12-26):2009年6月金砖国家召开第一次会议,确定了金砖国家之间的合作机制.2012年3月28日至29日,中国国家主席、巴西总统、俄罗斯总统、印度总理、南非总统出席在新德里举行的会晤,此次会晤主题是“金砖国家致力于全球稳定,安全和繁荣的伙伴关系”.这次会晤加强了金砖国家的合作伙伴关系,传递了金砖国家团结、合作、共赢的信息.因此,该变点与金砖四国之间越来越紧密的合作有关.

进一步,我们需要通过比较变点时刻前后 R 藤 copula 参数和 Kendall 相关系数的变化,具体分析金融市场的结构发生了怎样的变化,特别是分析 MSCI 指数所对应的系统性风险发生了怎样的变化.首先需要给出分段数据的参数估计结果,限于篇幅,本文不再详细给出.

为了对相关系数的变化有一个更加全面和清晰的比较,综合参数的估计结果,包括 Kendall 相关系数以及条件 Kendall 相关系数估计结果和与条件相关系数对应的非条件相关系数估计结果等,具体如表 11,12 所示.第一段时间为 2005-01-05 日至 2006-04-28,第二段为 2006-04-28 至 2012-12-26,第三段为 2012-12-26 至 2017-08-11.

表 11 最优 R 藤 Kendall 相关系数结果

Tab.11 The result of optimal R-vine Kendall correlation coefficient

	MSCI-巴	MSCI-俄	MSCI-印	中-印	巴-俄 MSCI	俄-印 MSCI	中-MSCI 印
第一段	0.357 11	0.112 24	0.119 79	0.095 99	0.125 19	0.099 99	0.054 94
第二段	0.505 06	0.427 19	0.283 92	0.166 09	0.000 91	0.140 10	0.080 15
第三段	0.347 92	0.346 41	0.259 62	0.132 37	0.092 65	0.088 54	0.063 51

表 12 自选 R 藤 Kendall 相关系数结果

Tab.12 The result of self-selected R-vine Kendall correlation coefficient

	MSCI-巴	MSCI-俄	MSCI-印	中-印	巴-印 MSCI	俄-印 MSCI	中-MSCI 印
第一段	0.357 11	0.112 25	0.119 79	0.095 99	0.004 05	0.099 99	0.054 94
第二段	0.505 06	0.427 19	0.283 92	0.166 09	0.010 09	0.140 1	0.080 15
第三段	0.346 27	0.344 07	0.259 1	0.130 44	0.014 45	0.088 03	0.063 75

对于两个 R 藤模型拟合的结果,可以发现对于同一对相关系数,估计出来的结果是几乎一样的,这

说明模型的拟合具有一定的稳健性,同时参考两个模型的拟合结果可以提供更多关于 MSCI 指数的

信息。

首先考虑非条件 Kendall 相关系数,由表 11 和 12 可以看出,MSCI-巴、MSCI-俄、MSCI-印在金融危机发生之后有显著的增加,因此金砖四国中的巴西、俄罗斯、印度在金融危机发生后受到的系统性风险冲击加重,特别是巴西在金融危机发生后巴西与 MSCI 相关系数上升至 0.50506。巴西是拉丁美洲最大的经济体,金融开放时间早,金融自由化程度高,受系统性风险的冲击最大,相比之下中国金融开放程度不够,资本流通受到限制,受到的系统性风险冲击小于其他金砖国家,具有一定的金融稳定性。在建立 R 藤模型时中国跟 MSCI 指数未连在一起也从侧面反映这一问题,这也和很多学者的研究结论相一致。且发现第二段到第三段相关系数变小,其主要原因有以下两点:首先,金砖国家之间通过一系列协议产生的合作交流有力地抵抗了系统性风险对股市的冲击,且各国受到欧债危机的影响较小。其次,次贷危机对全球的金融市场影响逐步消退,金砖各国金融市场运行逐步正常,系统性风险的传染性也有所降低,所以国家之间应该加强合作交流携手抵御金融危机,尽可能地减少金融危机所带来的冲击。

其次我们考虑条件 Kendall 相关系数。前面部分已经讨论了风险在金砖国家之间传染主要是系统性风险,因为限制住系统性风险过后金砖国家之间相关系数应该会变小,传染性变弱。这里考虑条件相关系数的变化也就是考虑某种区域稳定性的变化,取定 MSCI 指数为条件后,相关系数变大说明区域的稳定性变差,相关系数变小则说明区域稳定性变好。分析实证结果,发现俄罗斯-印度、巴西-印度在给定 MSCI 指数为条件下相关系数变大,说明了这两组国家之间在发生金融危机后,联动性变强,区域稳定性变差。反而巴西-俄罗斯之间的条件相关系数变小,原因可能有以下几点:首先,巴俄双边交流合作与其他金砖国家比相对偏低,两国经贸和投资规模非常有限,金融危机发生后合作程度进一步下降。并且巴西和俄罗斯同属资本输入型国家,在金融危机时期资本选择谨慎性加强。考虑第二段到第三段,金砖国家会议后我们发现条件相关系数的变化是不确定的,有的国家之间上升,有的下降,在此期间发生了欧债危机,出现这一现象很大可能是欧债危机对金砖各国的影响具有不对称性。

3 结论

在全球金融市场一体化,自由化逐步加强的时期,各个国家之间相互影响不断加强,一个国家金融市场的衰退,都有可能引起全球性的金融危机。新兴市场国家和发达国家相比经济发展迅速,与此同时风险聚集程度也比较高,金砖四国是作为全球最大的新兴市场国家,金融市场的表现也具有很大的代表性。对金砖四国市场的表现进行研究得出的结论对其他新兴市场国家也具有参考和借鉴意义。

对于金融传染性与稳定性的研究主要工作是建立度量金融传染性与稳定性的测度,本文建立 R 藤 copula 模型,将系统性风险因子 MSCI 指数与金砖四国主要股指收益率相联系,整体上认为金砖四国之间的风险主要通过系统性风险来传染,并且当系统性风险可控后各个国家的股市独立性增强,系统性冲击对于金砖国家的股市具有较大的影响。同时,通过变点检测的方法检测出建立的 R 藤结构在金融危机时期存在结构性变化。对结构变化前后的分段数据进行分析我们得到两个有一定价值的结论:金融危机发生后金砖国家受到的系统性冲击加大,以给定 MSCI 指数的条件相关系数为测度度量金融危机后金砖四国之间金融稳定性的变化。从实证结果可以看出金融危机对各个国家的传染性与稳定性带来了不同的影响。俄罗斯-印度、巴西-印度这两对国家的金融稳定性变差传染性变强。而巴西-俄罗斯这一对国家的金融稳定性反而变好。金砖国家之间不同的合作交流机制、贸易往来以及资本流动不同导致了这样的结果。金砖国家通过会议合作交流的方式传递大量信息,加强了金砖国家抵御系统性风险冲击的能力,在一定程度上加强了金融市场的稳定性。

基于以上研究结论提出以下几点政策建议:

(I)金融市场的日益开放是不可阻挡的一种趋势,新兴国家在面对市场不断开放的形势下需要加强金融监管,向发达国家金融机构不断学习吸取经验和教训,抑制资产价格泡沫的形成并且防范系统性金融风险的传染。

(II)新兴国家之间应该进一步加强合作交流,减少信息的不对称性,有利于区域金融市场的高质量快速发展。

(III)参考欧债危机的发生机制,新兴国家之间应该建立联合的系统性风险检测方法,从区域的角度

度量系统性风险水平,充分提升风险监管的效率。

本文关于金砖国家传染性与稳定性的研究,对于了解新兴国家金融不稳定性的演变过程具有很好的参考价值,对于新兴国家采取针对性措施稳定金融市场也具有一定的借鉴意义.本文是从变点的角度对金融风险问题进行实证分析,如果模型参数是动态变化的,那么我们的模型对相关性的捕捉效果将会降低,这是本文的主要不足之处.今后还可以用动态的观点对同样的问题进行分析,可以将我们使用的 R 藤 copula 函数中的一些参数改为动态变化的(使用一些动态迭代模型),然后观察参数变化的规律从而分析风险信息。

参考文献(References)

- [1] FISHER I. The debt-deflation theory of great depressions [J]. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1933: 337-357.
- [2] KEYNES J M. *The General Theory of Employment, Interest and Money*[M]. New York: Harcourt, Brace and World, 1936.
- [3] FRANKEL J A, ROSE A K. Currency crashes in emerging markets: An empirical treatment[J]. *Journal of International Economics*, 1996, 41(3): 351-366.
- [4] BUSSIÈRE M, FRATZSCHER M. Towards a new early warning system of financial crises [J]. *Journal of International Money and Finance*, 2006, 25 (6): 953-973.
- [5] ALBULESCU C T. Forecasting the Romanian financial system stability using a stochastic simulation model [J]. *Romanian Journal of Economic Forecasting*, 2010, 13(1): 81-98.
- [6] ALBULESCU C T. Financial stability and monetary policy: A reduced-form model for the euro area [J]. *Romanian Journal of Economic Forecasting*, 2013, 16 (1): 62-81.
- [7] STIGLITZ J. Financial market stability and monetary policy [J]. *Pacific Economic Review*, 2002, 7 (1): 13-30.
- [8] BERNOTH K, PICK A. Forecasting the fragility of the banking and insurance sectors [J]. *Journal of Banking & Finance*, 2011,35(4): 807-818.
- [9] BUNN P, REDWOOD V. *Company accounts based modelling of business failures and the implications for financial stability*[R]. London: Bank of England, 2003.
- [10] UHDE A, HEIMESHOF U. Consolidation in banking and financial stability in Europe: Empirical evidence[J]. *Journal of Banking & Finance*, 2009, 33 (7): 1299-1311.
- [11] ELSINGER H, LEHAR A, SUMMER M. Risk assessment for banking systems [J]. *Management Science*, 2006, 52(9): 1301-1314.
- [12] SENSOY A, OZTURK K, HACIHASANOGLU E. Constructing a financial fragility index for emerging countries[J]. *Finance Research Letters*, 2014, 11(4): 410-419.
- [13] 马亚明, 赵慧. 热钱流动对资产价格波动和金融脆弱性的影响——基于 SVAR 模型的实证分析[J]. *现代财经: 天津财经学院学报*, 2012 (6): 5-15.
MA Yaming, ZHAO Hui. On the effect of hot money flows on asset price fluctuation and financial fragility: Based on empirical analysis of SVAR model [J]. *Modern Finance and Economics: Journal of Tianjin University of Finance and Economics*, 2012(6):5-15.
- [14] 文风华, 张阿兰, 戴志锋, 等. 房地产价格波动与金融脆弱性——基于中国的实证研究[J]. *中国管理科学*, 2012, 20(2): 1-10.
WEN Fenghua, ZHANG Alan, DAI Zhifeng, et al. Price fluctuation of real estate industry and financial fragility: An empirical study based on Chinese [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2012, 20(2): 1-10.
- [15] 郭红兵, 杜金岷. 中国金融稳定状况指数的构建[J]. *数量经济技术经济研究*, 2014, 31(5): 100-116.
GUO Hongbing, DU Jinmin. Construction of China's financial stability conditions index[J]. *The Journal of Quantitative & Technical Economics*, 2014, 31(5): 100-116.
- [16] 邓创, 王思怡, 甘喆. 中国金融稳定性的度量及其与主要宏观经济变量的关系[J]. *数量经济研究*, 2016, 7 (1): 51-69.
DENG Chuang, WANG Siyi, GAN Zhe. The financial soundness and its relationship with main macroeconomic variables in China[J]. *The Journal of Quantitative Economics*, 2016, 7(1): 51-69.
- [17] 杨光, 李力, 郝大鹏. 零利率下限, 货币政策与金融稳定[J]. *财经研究*, 2017, 43(1): 41-50.
YANG Guang, LI Li, HAO Dapeng. The zero lower bound, monetary policy and financial stability [J]. *Journal of Finance and Economics*, 2017, 43 (1): 41-50.
- [18] 叶五一, 缪柏其, 吴振翔. 基于 Copula 方法的条件 VaR 估计[J]. *中国科学技术大学学报*, 2006, 36(9): 917-922.
YE Wuyi, MIAO Baiqi, WU Zhenxiang. Estimating conditional VaR based on Copula method[J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2006, 36(9): 917-922.
- [19] 王璐, 黄登仕, 魏宇. 国际多元化下投资组合优化研

- 究:动态 Copula 方法 [J]. 数理统计与管理, 2016, 35(6): 1109-1124.
- WANG Lu, HUANG Dengshi, WEI Yu. Research on portfolio optimization under international diversification: dynamic Copula[J]. Journal of Applied Statistics and Management, 2016, 35(6): 1109-1124.
- [20] 李平, 尹菁华, 来娜, 等. 基于 Copula 双变量模拟的 CoCo 债券定价 [J]. 系统工程学报, 2016, 31(6): 772-782.
- LI Ping, YIN Jinghua, LAI Na, et al. CoCo bonds pricing based on Copulas bivariate simulation [J]. Journal of Systems Engineering, 2016, 31(6): 772-782.
- [21] 黄友珀, 唐振鹏, 唐勇. 基于藤 copula-已实现 GARCH 的组合收益分位数预测 [J]. 系统工程学报, 2016, 31(1): 45-54.
- HUANG Youpo, TANG Zhenpeng, TANG Yong. Portfolio quantile forecasts based on vine copula and realized GARCH[J]. Journal of Systems Engineering, 2016, 31(1): 45-54.
- [22] 韩超, 严太华. 基于高维动态藤 Copula 的汇率组合风险分析 [J]. 中国管理科学, 2017, 25(2): 10-20.
- HAN Chao, YAN Taihua. Risk analysis of foreign exchange portfolios based on high-dimensional dynamic vine copula [J]. Chinese Journal of Management Science, 2017, 25(2): 10-20.
- [23] Costa Dias A. Copula inference for finance and insurance [D]. Zurich, Switzerland: ETH Zurich, 2004.
- [24] 韦艳华, 张世英. 金融市场动态相关结构的研究 [J]. 系统工程学报, 2006, 21(3): 313-317.
- WEI Yanhua, ZHANG Shiyong. Research on dynamic dependence structure of financial markets[J]. Journal of Systems Engineering, 2006, 21(3): 313-317.
- [25] BEDFORD T, COOKE R M. Vines: A new graphical model for dependent random variables [J]. Annals of Statistics, 2002, 30(4): 1031-1068.
- [26] AAS K, CZADO C, FRIGESSI A, et al. Pair-copula constructions of multiple dependence [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2009, 44(2): 182-198.
- [27] MORALES NÁPOLES O, COOKE R M, KUROWICKA D. About the number of vines and regular vines on n nodes[R]. Delft, Netherlands: Delft University of Technology, 2010.
- [28] BRECHMANN E C, CZADO C. Risk management with high-dimensional vine copulas: An analysis of the EuroStoxx 50[J]. Statistics & Risk Modeling, 2013, 30(4): 307-342.
- [29] 马锋, 魏宇, 黄登仕. 基于 vine copula 方法的股市组合动态 VaR 测度及预测模型研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(1): 26-36.
- MA Feng, WEI Yu, HUANG Dengshi. Measurement of dynamic stock portfolio VaR and its forecasting model based on vine copula[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2015, 35(1): 26-36.
- [30] 申敏. 基于正则藤 Copula 的行业系统性信用风险传染分析 [J]. 工业技术经济, 2016, 35(6): 52-61.
- SHEN Min. Analysis of systemic credit risk contagion among industries based on R-vine Copula model [J]. Journal of Industrial Technological & Economics, 2016, 35(6): 52-61.
- [31] DISSMANN J, BRECHMANN E C, CZADO C, et al. Selecting and estimating regular vine copulae and application to financial returns [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2013, 59: 52-69.
- [32] MORALES NÁPOLES O. Bayesian belief nets and vines in aviation safety and other applications [D]. Delft, Nederland: Delft University of Technology, 2010.
- [33] DISSMANN J. Statistical inference for regular vines and application [D]. München, Germany: Technische Universität München, 2010.
- [34] CSÖRGÖ M, HORVÁTH L. Limit Theorems in Change-Point Analysis [M]. New York: Wiley, 1997.
- [35] JOE H. Families of m -variate distributions with given margins and $m(m-1)/2$ bivariate dependence parameters [J]. Lecture Notes: Monograph Series, 1996, 28: 120-141.