

# 基于期望传播的活跃用户检测和信道估计

戴维佳,李乐天,周武旸

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系,安徽合肥 230026)

**摘要:** 5G 无线通信网络中,大规模机器类通信(massive machine type communication,mMTC)是一个新兴的研究课题。对于 mMTC,已经提出非正交多址接入(non-orthogonal multiple access,NOMA)来支持其大规模接入。由于 mMTC 实时接入的稀疏性,基于压缩感知的算法可用于识别活跃用户并恢复稀疏信道状态信息(channel state information,CSI)向量。于是提出一种基于期望传播(expectation propagation,EP)的贝叶斯消息传递算法,用于 NOMA 中的联合活跃用户检测(active user detection,AUD)和信道估计(channel estimation,CE)。该算法使用高斯分布对复杂的目标分布函数近似表达,实现线性计算复杂度,通过引入阻尼因子可以确保算法的收敛性。分析与仿真结果表明,基于 EP 的消息传递算法在联合活跃用户检测和信道估计中比现有算法具有更高的检测准确率和更低的漏检率及均方误差。

**关键词:** 大规模机器类通信;非正交多址接入;压缩感知;期望传播;活跃用户检测;信道估计

**中图分类号:** TN929.5      **文献标识码:** A      **doi:** 10.3969/j.issn.0253-2778.2019.10.004

**引用格式:** 戴维佳,李乐天,周武旸. 基于期望传播的活跃用户检测和信道估计[J]. 中国科学技术大学学报, 2019,49(10):797-804.

DAI Weijia, LI Letian, ZHOU Wuyang. Active user detection and channel estimation based on expectation propagation[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2019,49(10): 797-804.

## Active user detection and channel estimation based on expectation propagation

DAI Weijia, LI Letian, ZHOU Wuyang

(Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei 23026, China)

**Abstract:** In the 5<sup>th</sup>-generation (5G) wireless communication network, massive machine type communication (mMTC) is an emerging research topic. For mMTC, non-orthogonal multiple access (NOMA) has been proposed to support its large-scale connectivity. Due to the sparsity of mMTC, compressed sensing based algorithms can be used to identify the active users and recover the sparse channel state information (CSI) vector. A Bayesian message passing algorithm based on expectation propagation (EP) is proposed for joint active user detection (AUD) and channel estimation (CE) in NOMA. The proposed method approximates the complicated target distribution with a Gaussian distribution to achieve linear complexity. By introducing a damping factor, the convergence performance of the algorithm can be effectively ensured. Simulations demonstrate that the EP-based algorithm can achieve better performance in joint AUD and CE than the exiting algorithms, especially in the low SNR regime.

**Key words:** Massive machine type communication; non-orthogonal multiple access; compressed sensing; expectation propagation; active user detection; channel estimation

## 0 引言

与现有商业化 LTE(long term evolution) 网络不同, 5G(5<sup>th</sup>-generation) 中引入了多种新型通信场景。机器类型通信(machine-type communication, MTC) 即是新引入的场景, 可以进一步细分为大规模机器类通信(massive machine-type communication, mMTC) 和超可靠机器类通信 (ultra-reliable machine-type communication, uMTC)<sup>[1]</sup>。为了应对 mMTC 网络对稀缺频谱资源场景下的高频率效率和大规模连接等挑战, 非正交多址接入 (non-orthogonal multiple access, NOMA) 是一种理想的接入方式<sup>[2-3]</sup>。在非正交多址接入免授权(grant-free) 上行链路中, 用户可以在预先分配的冲突域上直接发送数据, 而无需从基站请求上行链路传输资源, 从而可以极大地减少上行传输的信令开销, 降低传输延迟。

由于上行链路传输避免了请求传输资源, 使得基站在接收到了某个时刻的接收信号之后不能及时确定此时发送信号的活跃用户以及这些活跃用户的信道状态信息。另外, 因为不同用户在同一个冲突域进行数据传输, 会增加基站侧多用户接收机设计复杂度, 这是非正交多址接入面对的主要问题。随着 5G 网络中支持连接用户的增加, 基站需要配备更高效的信号处理方法。对于非正交多址接入免授权上行链路中的联合活跃用户检测 (active user detection, AUD) 和信道估计(channel estimation, CE) 问题, 因为即使在通信繁忙时段, 在 mMTC 中同时传输的活跃用户也不会超过 10%<sup>[4]</sup>, 依据活跃用户的稀疏性, 应用压缩感知技术可以有效提高计算效率、降低估计误差<sup>[5]</sup>。

近年来, 国内外学者已经提出了多种方法研究联合活跃用户检测和信道估计问题。早期的研究假设 CSI 完全为基站所知<sup>[6-8]</sup>; 后来的一些工作提出了在压缩感知框架下联合求解活跃用户检测和信道估计。Knoop 等<sup>[9]</sup> 提出一种基于导频和正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP) 算法的联合活跃用户检测和信道估计方案, 通过最大相关准则在每次迭代中选择活跃用户。这种贪心算法需要假设已知用户稀疏度, 而不能充分利用系统的先验统计信息。Hannak 等<sup>[10]</sup> 运用近似消息传递(approximate message passing, AMP) 对 CSI 稀疏向量进行恢复, 该算法有效避免了矩阵求逆, 只存在加法和乘法运算, 但是其基于接入规模的二次复杂

度并不适合 mMTC 等大规模接入系统。Rangan<sup>[11]</sup> 提出广义近似消息传递(generalized approximate message passing, GAMP), 它利用中心极限定理(central limit theorem) 和泰勒级数展开进一步降低了 AMP 的计算复杂度, 然而对于信道响应系数估计等复数域问题, GAMP 中的泰勒级数展开将是新的挑战, 如共轭变量推导、组合共轭变量并证明复数域中复数残差的可忽略性等<sup>[12]</sup>。

期望传播(expectation propagation, EP) 基于先验统计信息, 通过高斯分布函数对复杂的目标分布进行近似, 可以有效利用系统先验信息、降低计算复杂度。本文提出了一种基于 EP 的新型消息传递算法, 用于解决 NOMA 中的联合活跃用户检测和信道估计问题。该算法采用中心极限定理和高斯近似, 避免了传统算法中的大尺寸矩阵求逆, 并且规避了 GAMP 中泰勒级数展开对应的共轭推导, 将计算复杂度降低到线性, 扩展了复数域压缩感知问题的解决方案。此外, 通过引入阻尼因子可以有效确保算法的收敛性能。分析与仿真结果表明, 基于 EP 的算法在联合 AUD 和 CE 中具有优异的性能。

## 1 系统模型

我们考虑 mMTC 网络的块衰落上行链路,  $N$  个用户向基站突发性发送消息。为每个用户分配一个长度为  $L$  的唯一导频序列用于识别, 并在它们连接到基站时完成时隙同步。在 NOMA 中, 每个用户的上行数据传输是突发的和不可预测的, 基站不能直接得知哪些用户当前时刻正在传输数据, 并且无法得知用户和基站之间的准确信道状态信息, 所以对于 NOMA, 需要在所有注册用户中实时检测活跃用户并且估计从活跃用户到基站的信道响应系数。基站处的接收信号可以表示为

$$\mathbf{y} = \sum_{n=1}^N \mathbf{s}_n \beta_n h_n + \mathbf{w} = \mathbf{S} \operatorname{diag}(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{h} + \mathbf{w} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1^\top, \dots, \mathbf{s}_N^\top]^\top$  表示由  $N$  个唯一的导频序列组成的  $L \times N$  大小的测量矩阵。 $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \dots, \beta_N]$ , 其中  $\beta_n \in \{0, 1\}$ , 表示第  $n$  个用户的状态 ( $\beta_n = 1$  表示活跃, 否则为 0>)。 $\mathbf{h} = [h_1, \dots, h_N]^\top$  表示服从方差为  $\mu_0$  的零均值复高斯独立瑞利衰落的 CSI。 $\mathbf{w}$  表示具有方差为  $\mu_w$  的独立零均值高斯噪声向量。

定义  $\mathbf{x} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{h}$ , 则  $x_n = \beta_n h_n$ 。如果第  $n$  个用户是活跃的, 则  $x_n$  等于真实的 CSI, 否则,  $x_n$  为零。通常, 同时处于活跃状态的用户比例非常小, 因

此  $\mathbf{x}$  是稀疏向量. 系统模型(1)可以重写为

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (2)$$

定义  $\mathbf{z} \triangleq \mathbf{S}\mathbf{x}$  表示没有噪声的接收信号, 则  $\mathbf{z}_l = \sum_{n=1}^N S_{l,n} x_n$ ,  $\mathbf{y} = \mathbf{z} + \mathbf{w}$ .

假设第  $n$  个用户以  $p_n$  的概率向基站发送信息, 则  $x_n$  的先验分布为

$$P(x_n) = (1 - p_n)\delta(x_n) + p_n \text{CN}(x_n; 0, \mu_0) \quad (3)$$

式中,  $\text{CN}(x_n; 0, \mu_0)$  表示  $x_n$  服从方差为  $\mu_0$  的零均值复高斯分布. 由于用户间相互独立, 接收信号的后验概率可以表示为

$$P(\mathbf{y} | \mathbf{x}) = \prod_{l=1}^L P(y_l | \mathbf{x}) \quad (4)$$

采用最小均方误差(minimum mean square error, MMSE)准则, 对于已知观测信号  $\mathbf{y}$ , 估计活跃用户集合对应的所有变量节点  $x_n$ , 即要求边缘后验概率密度分布

$$P(x_n | \mathbf{y}) = \int_{x_{\setminus n}} P(\mathbf{x} | \mathbf{y}) d\mathbf{x}_{\setminus n} \quad (5)$$

的期望. 式中,  $\mathbf{x}_{\setminus n}$  表示  $\mathbf{x}$  中除去  $x_n$  的所有元素集合. 后验概率密度分布可由贝叶斯理论表示为

$$P(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = \frac{P(\mathbf{x})P(\mathbf{y} | \mathbf{x})}{P(\mathbf{y})} \propto \left[ \prod_{n=1}^N P(x_n) \right] \left[ \prod_{l=1}^L P(y_l | \mathbf{x}) \right] \quad (6)$$

信道响应的估计值  $\hat{x}_n (n = 1, \dots, N)$  即为

$$\hat{x}_n = E_{x_n | \mathbf{y}} [x_n] \quad (7)$$

## 2 活跃用户检测和信道估计

### 2.1 因子图与消息传递算法

对式(6)可作出如图 1 所示的有环因子图, 基于和积算法的循环置信传播(loopy belief propagation, LBP)通过因子节点和变量节点之间消息传递, 迭代更新, 达到对目标边缘后验概率分布的近似. 图中, 圆圈表示变量节点  $x_n$ , 正方形表示先验或后验概率密度分布函数对应的因子节点.

图 1 中, 定义两种消息: ①  $\Delta_{n \rightarrow l}^t(x_n)$  表示第  $t$  次迭代中变量节点  $x_n$  向因子节点  $P(y_l | z_l)$  传递的消息; ②  $\Delta_{l \rightarrow n}^t(x_n)$  表示第  $t$  次迭代中因子节点  $P(y_l | z_l)$  向变量节点  $x_n$  传递的消息. 采用和积算法对这两种消息传递规则进行表达. 和积算法中, 从因子节点到变量节点的消息传递是根据联合概率密

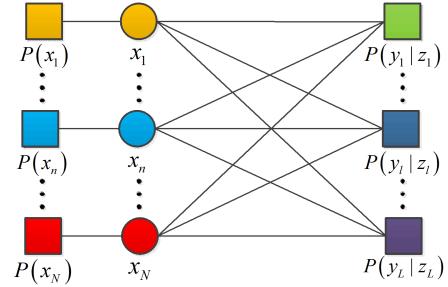


图 1 系统模型因子图

Fig. 1 Factor graph for system model

度计算边缘概率密度的积分运算, 如图 2 所示; 从变量节点到因子节点的消息传递是将多个条件独立的边缘概率密度进行相乘的运算, 如图 3 所示.

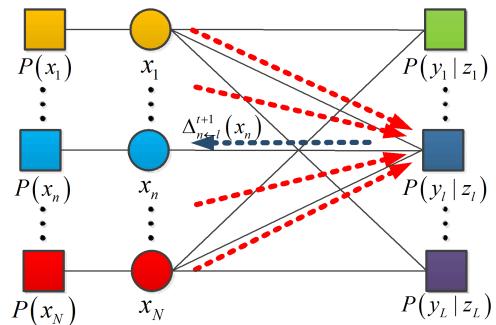


图 2  $P(y_l | z_l)$  向  $x_n$  传递的消息

Fig. 2 Message passing from  $P(y_l | z_l)$  to  $x_n$

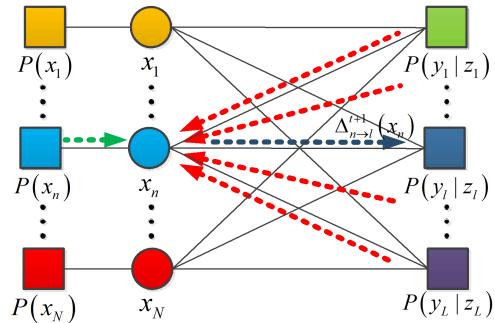


图 3  $x_n$  向  $P(y_l | z_l)$  传递的消息

Fig. 3 Message passing from  $x_n$  to  $P(y_l | z_l)$

这两种消息传递更新的过程可以表示为

$$\Delta_{n \rightarrow l}^{t+1}(x_n) \propto \int P(y_l | \mathbf{x}) \prod_{n' \neq n} \Delta_{n' \rightarrow l}^t(x_n') d\mathbf{x}_{\setminus n} \quad (8)$$

$$\Delta_{l \rightarrow n}^{t+1}(x_n) \propto P(x_n) \prod_{l' \neq l} \Delta_{l' \rightarrow n}^t(x_n) \quad (9)$$

### 2.2 期望传播

考虑  $N$  个变量节点和  $L$  个因子节点之间互相进行消息传递, 则每次迭代中式(8)和(9)的计算复杂度均为  $O(L \times N)$ , 占用极多的 mMTC 系统计算资源, 严重降低计算效率.

EP 将目标概率分布使用指数族分布中的高斯分布近似表达<sup>[13]</sup>, 通过 Kullback-Leibler(KL) 散度来衡量近似程度。假设  $P(\mathbf{x})$  表示目标分布,  $Q(\mathbf{x})$  表示 KL 散度最小的近似高斯分布, 那么

$$Q(\mathbf{x}) = \underset{Q'(\mathbf{x}) \in \Phi}{\operatorname{argmin}} D_{\text{KL}}[P(\mathbf{x}) || Q'(\mathbf{x})] = \operatorname{Proj}[P(\mathbf{x})] \quad (10)$$

式中,  $\Phi$  表示指数分布族,  $\operatorname{Proj}[\cdot]$  表示取 KL 散度最小的高斯分布近似。

假设  $P(\mathbf{x})$  和  $Q(\mathbf{x})$  可以表示为

$$P(\mathbf{x}) \propto \prod_n p(x_n) \quad (11)$$

$$Q(\mathbf{x}) \propto \prod_n q(x_n) \quad (12)$$

每次迭代中, 通过逐个对  $Q(\mathbf{x})$  中的  $q(x_n)$  用  $p(x_n)$  代替更新  $Q(\mathbf{x})$ 。定义  $Q_{\setminus n}(\mathbf{x}) = \frac{Q(\mathbf{x})}{q(x_n)}$ , 则

更新后的  $Q(\mathbf{x})$  可以表示为

$$Q(\mathbf{x}) = q(x_n) Q_{\setminus n}(\mathbf{x}) \approx p(x_n) Q_{\setminus n}(\mathbf{x}) \quad (13)$$

满足迭代终止条件或者达到迭代次数之后, 最终的  $Q(\mathbf{x})$  便可以看作对目标分布  $P(\mathbf{x})$  的最优近似, 那么

$$\operatorname{E}_P[\mathbf{x}] = \operatorname{E}_Q[\mathbf{x}] \quad (14)$$

$$\operatorname{Var}_P[\mathbf{x}] = \operatorname{Var}_Q[\mathbf{x}] \quad (15)$$

将 EP 应用于式(8)和(9), 则这两种消息更新规则可以改写为

$$\Delta_{n \leftarrow l}^{t+1}(x_n) \propto \frac{\operatorname{Proj}[\Delta_{n \leftarrow l}^t(x_n) \int P(y_l | \mathbf{x}) \prod_{n' \neq n} \Delta_{n' \leftarrow l}^t(x'_n) d\mathbf{x}_{\setminus n}]}{\Delta_{n \leftarrow l}^t(x_n)} \quad (16)$$

$$\Delta_{n \leftarrow l}^{t+1}(x_n) \propto \frac{\operatorname{Proj}[P(x_n) \Delta_{n \leftarrow l}^{t+1}(x_n)]}{\Delta_{n \leftarrow l}^t(x_n)} \quad (17)$$

### 2.3 消息传递更新

通过推导本文提出的基于 EP 的消息传递算法, 利用 EP 可以将计算复杂度降低到  $O(L + N)$ 。

假设在第  $t$  次迭代中, 首先推导式(16)的计算过程, 定义  $f_{n \leftarrow l}^t(x_n)$  表示为

$$f_{n \leftarrow l}^t(x_n) \propto \int P(y_l | \mathbf{x}) \prod_{n' \neq n} \Delta_{n' \leftarrow l}^t(x_{n'}) d\mathbf{x}_{\setminus n} = \int P(y_l | S_{l,n} x_n + \sum_{n' \neq n} S_{l,n'} x_{n'}) \prod_{n' \neq n} \Delta_{n' \leftarrow l}^t(x_{n'}) d\mathbf{x}_{\setminus n} \quad (18)$$

式中,  $x_{n'}$  对应于一个满足  $\Delta_{n' \leftarrow l}^t(x_{n'}) \sim N(x_{n'}; m_{n' \leftarrow l}^t, v_{n' \leftarrow l}^t)$  的随机变量, 假设用  $\gamma_{n' \leftarrow l}$  表示,  $z_l =$

$\sum_{n=1}^N S_{l,n} x_n$  假设对应于随机变量  $\eta_l^t = S_{l,n} x_n + \sum_{n' \neq n} S_{l,n'} \gamma_{n' \leftarrow l}^t$ , 对 mMTC 中的超大规模接入数  $N$ , 可以采用中心极限定理将  $z_l$  近似表示为高斯分布, 其均值和方差分别为

$$\begin{aligned} \operatorname{E}[\eta_l^t] &= S_{l,n} x_n + M_{n \leftarrow l}^t, \\ \operatorname{Var}[\eta_l^t] &= V_{n \leftarrow l}^t \end{aligned} \quad (19)$$

式中,

$$\begin{aligned} M_{n \leftarrow l}^t &\triangleq \sum_{n' \neq n} S_{l,n'} m_{n' \leftarrow l}^t, \\ V_{n \leftarrow l}^t &\triangleq \sum_{n' \neq n} |S_{l,n'}|^2 v_{n' \leftarrow l}^t \end{aligned} \quad (20)$$

所以  $f_{n \leftarrow l}^t(x_n)$  可以改写为

$$f_{n \leftarrow l}^t(x_n) \propto \int P(y_l | z_l) N(z_l; S_{l,n} x_n + M_{n \leftarrow l}^t, V_{n \leftarrow l}^t) dz_l \quad (21)$$

运用高斯重构性 (Gaussian reproduction property)<sup>[14]</sup> 得到

$$\begin{aligned} \operatorname{N}(x; a, A) \cdot \operatorname{N}(x; b, B) &= \\ \operatorname{N}(0; a - b, A + B) \cdot \operatorname{N}(x; c, C) & \end{aligned} \quad (22)$$

式中,

$$\begin{aligned} C &= (\frac{1}{A} + \frac{1}{B})^{-1}, \\ c &= C \cdot (\frac{a}{A} + \frac{b}{B}) \end{aligned} \quad (23)$$

可以计算  $\operatorname{Proj}[\Delta_{n \leftarrow l}^t(x_n) \cdot f_{n \leftarrow l}^t(x_n)]$ , 即

$$\begin{aligned} \operatorname{Proj}[\Delta_{n \leftarrow l}^t(x_n) \cdot f_{n \leftarrow l}^t(x_n)] &\propto \\ \int P(y_l | z_l) N(z_l; S_{l,n} x_n + M_{n \leftarrow l}^t, V_{n \leftarrow l}^t) \cdot & \\ N(x_n; m_{n \leftarrow l}^t, v_{n \leftarrow l}^t) dz_l &\propto \\ \int P(y_l | z_l) N(x_n; \frac{z_l - M_{n \leftarrow l}^t}{S_{l,n}}, \frac{V_{n \leftarrow l}^t}{|S_{l,n}|^2}) \cdot & \\ N(x_n; m_{n \leftarrow l}^t, v_{n \leftarrow l}^t) dz_l &\propto \\ \int P(y_l | z_l) N(z_l; M_l^t, V_l^t) N(x_n; \tilde{m}_{n \leftarrow l}^t, \tilde{v}_{n \leftarrow l}^t) dz_l & \end{aligned} \quad (24)$$

式中,

$$\begin{aligned} M_l^t &\triangleq \sum_n S_{l,n} m_{n \leftarrow l}^t, \\ V_l^t &\triangleq \sum_n |S_{l,n}|^2 v_{n \leftarrow l}^t \end{aligned} \quad (25)$$

$$\tilde{v}_{n \leftarrow l}^t = (\frac{1}{v_{n \leftarrow l}^t} + \frac{|S_{l,n}|^2}{V_{n \leftarrow l}^t})^{-1},$$

$$\tilde{m}_{n \leftarrow l}^t = \tilde{v}_{n \leftarrow l}^t \left[ \frac{m_{n \leftarrow l}^t}{v_{n \leftarrow l}^t} + \frac{S_{l,n}^*(z_l - M_{n \leftarrow l}^t)}{V_{n \leftarrow l}^t} \right] \quad (26)$$

所以式(24)可以继续推导出

$$\begin{aligned} \text{Proj}[\Delta_{n \rightarrow l}^t(x_n) \cdot f_{n \leftarrow l}^t(x_n)] &= \\ \text{Proj}[\int N(x_n; \tilde{m}_{n \rightarrow l}^t, \tilde{v}_{n \rightarrow l}^t) \cdot \\ \frac{P(y_l | z_l) N(z_l; M_l^t, V_l^t)}{\int P(y_l | \bar{z}_l) N(\bar{z}_l; M_l^t, V_l^t) d\bar{z}_l}] \end{aligned} \quad (27)$$

定义

$$\zeta_l \sim P_{\zeta_l}(z_l) = \frac{P(y_l | z_l) N(z_l; M_l^t, V_l^t)}{\int P(y_l | \bar{z}_l) N(\bar{z}_l; M_l^t, V_l^t) d\bar{z}_l},$$

可以计算出  $P_{\zeta_l}(z_l)$  的均值  $\tilde{z}_l^t$  和方差  $\tilde{v}_l^t$  为

$$\tilde{z}_l^t = E_{\zeta_l}[\zeta_l] = \frac{y_l V_l^t + \mu_w M_l^t}{V_l^t + \mu_w} \quad (28)$$

$$\tilde{v}_l^t = \text{Var}_{\zeta_l}[\zeta_l] = \frac{\mu_w V_l^t}{V_l^t + \mu_w} \quad (29)$$

所以可以使用概率分布  $N(z_l; \tilde{z}_l^t, \tilde{v}_l^t)$  来近似表示  $P_{\zeta_l}(z_l)$ 。式(27)可继续改写为

$$\begin{aligned} \text{Proj}[\Delta_{n \rightarrow l}^t(x_n) \cdot f_{n \leftarrow l}^t(x_n)] &= \\ \text{Proj}[\int N(x_n; \tilde{m}_{n \rightarrow l}^t, \tilde{v}_{n \rightarrow l}^t) N(z_l; \tilde{z}_l^t, \tilde{v}_l^t) dz_l] &= \\ N(x_n; m_{l,n}^t, v_{l,n}^t) \end{aligned} \quad (30)$$

由式(26)可知,  $\tilde{m}_{n \rightarrow l}^t$  是关于  $z_l$  的函数表达, 所以可推导出

$$m_{l,n}^t = \frac{m_{n \rightarrow l}^t V_{n \leftarrow l}^t + v_{n \rightarrow l}^t S_{l,n}^* (\tilde{z}_l^t - M_{n \leftarrow l}^t)}{V_l^t} \quad (31)$$

$$v_{l,n}^t = \frac{v_{n \rightarrow l}^t V_{n \leftarrow l}^t}{V_l^t} + \frac{(v_{n \rightarrow l}^t)^2 |S_{l,n}|^2 \tilde{v}_l^t}{(V_l^t)^2} \quad (32)$$

式(16)中,  $\text{Proj}[\Delta_{n \rightarrow l}^t(x_n) \cdot f_{n \leftarrow l}^t(x_n)]$  采用  $N(x_n; m_{l,n}^t, v_{l,n}^t)$  近似表达, 利用高斯重构性可得

$$\begin{aligned} \Delta_{n \leftarrow l}^{t+1}(x_n) &\propto \frac{N(x_n; m_{l,n}^t, v_{l,n}^t)}{N(x_n; m_{n \rightarrow l}^t, v_{n \rightarrow l}^t)} = \\ &N(x_n; m_{n \leftarrow l}^{t+1}, v_{n \leftarrow l}^{t+1}) \end{aligned} \quad (33)$$

式中,

$$\begin{aligned} v_{n \leftarrow l}^{t+1} &= \left( \frac{1}{v_{l,n}^t} - \frac{1}{v_{n \rightarrow l}^t} \right)^{-1} = \\ &\frac{(V_l^t)^2 - v_{n \rightarrow l}^t |S_{l,n}|^2 (V_l^t - \tilde{v}_l^t)}{|S_{l,n}|^2 (V_l^t - \tilde{v}_l^t)} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} m_{n \leftarrow l}^{t+1} &= v_{n \leftarrow l}^{t+1} \left( \frac{m_{l,n}^t}{v_{l,n}^t} - \frac{m_{n \rightarrow l}^t}{v_{n \rightarrow l}^t} \right) = \\ &\frac{S_{l,n}^* V_l^t (\tilde{z}_l^t - M_l^t) + v_{n \rightarrow l}^t |S_{l,n}|^2 (V_l^t - \tilde{v}_l^t)}{|S_{l,n}|^2 (V_l^t - \tilde{v}_l^t)} \end{aligned} \quad (35)$$

通过忽略  $O(|S_{l,n}|^2)$  项,  $v_{n \leftarrow l}^{t+1}$  和  $m_{n \leftarrow l}^{t+1}$  可以简化为

$$\begin{aligned} v_{n \leftarrow l}^{t+1} &= \frac{1}{|S_{l,n}|^2 \tau_l^t}, \\ m_{n \leftarrow l}^{t+1} &= \frac{S_{l,n}^* \sigma_l^t + |S_{l,n}|^2 m_{n \rightarrow l}^t \tau_l^t}{|S_{l,n}|^2 \tau_l^t} \end{aligned} \quad (36)$$

式中,

$$\begin{aligned} \tau_l^t &= \frac{V_l^t - \tilde{v}_l^t}{(V_l^t)^2}, \\ \sigma_l^t &= \frac{\tilde{z}_l^t - M_l^t}{V_l^t} \end{aligned} \quad (37)$$

对  $l = 1, \dots, L$ ,  $\Delta_{n \rightarrow l}^{t+1}(x_n)$  进行当前迭代轮次更新后, 再对  $n = 1, \dots, N$  更新  $\Delta_{n \leftarrow l}^{t+1}(x_n)$ , 则式(17)依据高斯重构性可以改写为

$$\Delta_{n \leftarrow l}^{t+1}(x_n) \propto \frac{\text{Proj}[P(x_n) N(x_n; R_n^{t+1}, U_n^{t+1})]}{\Delta_{n \leftarrow l}^{t+1}(x_n)} \quad (38)$$

式中,

$$U_n^{t+1} = \left( \sum_l \frac{1}{v_{n \leftarrow l}^{t+1}} \right)^{-1} = \left[ \sum_l |S_{l,n}|^2 \tau_l^t \right]^{-1} \quad (39)$$

$$R_n^{t+1} = U_n^{t+1} \sum_l (S_{l,n}^* \sigma_l^t + |S_{l,n}|^2 m_{n \rightarrow l}^t \tau_l^t) \quad (40)$$

将式(3)代入式(38)并定义  $\xi_n^{t+1} \sim P_{\xi_n^{t+1}}(x_n) = \frac{P(x_n) N(x_n; R_n^{t+1}, U_n^{t+1})}{\int P(\bar{x}_n) N(\bar{x}_n; R_n^{t+1}, U_n^{t+1}) d\bar{x}_n}$ , 则可推导出

$P_{\xi_n^{t+1}}(x_n)$  的均值  $\tilde{m}_n^{t+1}$  和方差  $\tilde{v}_n^{t+1}$  为

$$\begin{aligned} \tilde{m}_n^{t+1} &\triangleq E_{\xi_n^{t+1}}[\xi_n^{t+1}] = \\ &\frac{p_n N(0; R_n^{t+1}, U_n^{t+1} + \mu_0)}{(1 - p_n) N(0; R_n^{t+1}, U_n^{t+1}) + p_n N(0; R_n^{t+1}, U_n^{t+1} + \mu_0)} \cdot \\ &\frac{\mu_0 R_n^{t+1}}{U_n^{t+1} + \mu_0} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\tilde{v}_n^{t+1} \triangleq \text{Var}_{\xi_n^{t+1}}[\xi_n^{t+1}] = \frac{p_n N(0; R_n^{t+1}, U_n^{t+1} + \mu_0) \cdot \left[ \left| \frac{\mu_0 R_n^{t+1}}{U_n^{t+1} + \mu_0} \right|^2 + \frac{\mu_0 U_n^{t+1}}{U_n^{t+1} + \mu_0} \right]}{(1 - p_n) N(0; R_n^{t+1}, U_n^{t+1}) + p_n N(0; R_n^{t+1}, U_n^{t+1} + \mu_0)} - (\tilde{m}_n^{t+1})^2 \quad (42)$$

式中,  $N(0; R_n^{t+1}, U_n^{t+1} + \mu_0)$  和  $N(0; R_n^{t+1}, U_n^{t+1})$  是常数项. 同理, 式(33), (17)可以近似表达为

$$\Delta_{n \rightarrow l}^{t+1}(x_n) \propto \frac{N(x_n; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1})}{N(x_n; m_{n \rightarrow l}^t, v_{n \rightarrow l}^t)} = \\ N(x_n; m_{n \rightarrow l}^{t+1}, v_{n \rightarrow l}^{t+1}) \quad (43)$$

式中,

$$v_{n \rightarrow l}^{t+1} = (\frac{1}{\tilde{v}_n^{t+1}} - \frac{1}{v_{n \rightarrow l}^{t+1}})^{-1} = \\ (\frac{1}{\tilde{v}_n^{t+1}} - |S_{l,n}|^2 \tau_l^t)^{-1} \approx \tilde{v}_n^{t+1} \quad (44)$$

$$m_{n \rightarrow l}^{t+1} = v_{n \rightarrow l}^{t+1} (\frac{\tilde{m}_n^{t+1}}{\tilde{v}_n^{t+1}} - \frac{m_{n \rightarrow l}^{t+1}}{v_{n \rightarrow l}^{t+1}}) = \\ U_n^{t+1} \sum_l (S_{l,n}^* \sigma_l^t + |S_{l,n}|^2 m_{n \rightarrow l}^t \tau_l^t) \quad (45)$$

将式(44)和(45)代入式(25)和(40), 可以进一步简化为

$$V_l^t = \sum_n |S_{l,n}|^2 \tilde{v}_n^t, \\ M_l^t = \sum_n S_{l,n} \tilde{m}_n^t - \sigma_l^{t-1} V_l^t \quad (46)$$

$$R_n^{t+1} = \tilde{m}_n^t + U_n^{t+1} \sum_l S_{l,n}^* \sigma_l^t \quad (47)$$

当满足迭代终止条件  $|m_{n \rightarrow l}^{t+1} - m_{n \rightarrow l}^t| < \delta_m$  且  $|v_{n \rightarrow l}^{t+1} - v_{n \rightarrow l}^t| < \delta_v$  ( $\delta_m = \delta_v = 1e-5$ ) 或者达到迭代次数  $T$  之后, 最终的  $N(x_n; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1})$  即可认为是  $x_n$  的边缘概率分布的最优近似.  $x_n$  的 MMSE 估计值为

$$\hat{x}_n = \int x_n N(x_n; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1}) dx_n = \tilde{m}_n^{t+1} \quad (48)$$

从因子图 1 可以看出, 对用户  $n$  的活跃度判断主要取决于  $P(\beta_n | \mathbf{y}, \mathbf{S})$ , 定义用户  $n$  活跃度的后验对数似然比(LLR)

$$\text{LLR}_n \triangleq \ln \frac{P(\beta_n = 1 | \mathbf{y}, \mathbf{S})}{P(\beta_n = 0 | \mathbf{y}, \mathbf{S})} = \\ \ln \frac{P(\beta_n = 1) \cdot P(\mathbf{y}, \mathbf{S} | \beta_n = 1)}{P(\beta_n = 0) \cdot P(\mathbf{y}, \mathbf{S} | \beta_n = 0)} = \\ \underbrace{\ln \frac{P(\beta_n = 1)}{P(\beta_n = 0)}}_{\text{LLR}(l)_n} + \underbrace{\ln \frac{P(\mathbf{y}, \mathbf{S} | \beta_n = 1)}{P(\mathbf{y}, \mathbf{S} | \beta_n = 0)}}_{\text{LLR}(r)_n} \quad (49)$$

式中,  $\text{LLR}_n^{(l)}$  由式(10)先验信息得出,  $\text{LLR}_n^{(r)}$  是与变量节点  $\beta_n$  相连的左侧因子节点  $P(x_n | \beta_n)$  传递的消息, 即

$$\text{LLR}_n^{(r)} = \ln \frac{P(\hat{x}_n | \beta_n = 1)}{P(\hat{x}_n | \beta_n = 0)} = \\ \ln \frac{\int N(\hat{x}_n; 0, \mu_0) N(\hat{x}_n; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1}) d\hat{x}_n}{\int \delta(\hat{x}_n) N(\hat{x}_n; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1}) d\hat{x}_n} =$$

$$\ln \frac{N(0; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1} + \mu_0)}{N(0; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1})} \quad (50)$$

所以

$$\text{LLR}_n = \ln \frac{p_n}{1-p_n} + \ln \frac{N(0; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1} + \mu_0)}{N(0; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1})} = \\ \ln \frac{p_n \cdot N(0; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1} + \mu_0)}{(1-p_n) \cdot N(0; \tilde{m}_n^{t+1}, \tilde{v}_n^{t+1})} \quad (51)$$

对用户  $n$  活跃状态的判断为

$$\hat{\beta}_n = \begin{cases} 1, & \text{if } \text{LLR}_n > 0 \\ 0, & \text{if } \text{LLR}_n \leqslant 0 \end{cases} \quad (52)$$

## 2.4 阻尼因子

以上推导了基于 EP 的消息传递算法用于求解 NOMA 中的联合活跃用户检测和信道估计, 为了保证此消息传递算法的鲁棒性, 考虑使用经过证明的阻尼因子  $\lambda \in (0, 1]$ , 确保迭代过程中的收敛<sup>[15-17]</sup>. 采用阻尼因子的基于 EP 的消息传递算法如算法 2.1 所示.

### 算法 2.1 基于期望传播的活跃用户检测和信道估计

初始化:  $t = 1, \tilde{m}_n^t = 0 (n=1, \dots, N), \tilde{v}_n^t = p_n \mu_0 (n=1, \dots, N), \sigma_1^0 = 0;$

1 迭代: for  $t=1 \dots T$

for  $l=1 \dots L$ , 更新:

$$V_l^t = \lambda \sum_n |S_{l,n}|^2 \tilde{v}_n^t + (1-\lambda) V_l^{t-1}, M_l^t = \sum_n S_{l,n} \tilde{m}_n^t - \sigma_l^{t-1} V_l^t, \\ \tilde{z}_l^t = \lambda \frac{y_l V_l^t + \mu_w M_l^t}{V_l^t + \mu_w} + (1-\lambda) \tilde{z}_l^{t-1}, \tilde{v}_l^t = \lambda \frac{\mu_w V_l^t}{V_l^t + \mu_w} + (1-\lambda) \tilde{v}_l^{t-1}, \\ \tau_l^t = \frac{V_l^t - \tilde{v}_l^t}{(V_l^t)^2}, \sigma_l^t = \frac{\tilde{z}_l^t - M_l^t}{V_l^t}.$$

end for

for  $n=1 \dots N$ , 更新:

$$\tilde{m}_n^t = \lambda \tilde{m}_n^t + (1-\lambda) \tilde{m}_n^{t-1}, \\ U_n^{t+1} = [\sum_l |S_{l,n}|^2 \tau_l^t] - 1, R_n^{t+1} = \overline{m}_n^t + U_n^{t+1} \sum_l S_{l,n}^* \sigma_l^t, \\ \tilde{m}_n^{t+1} \triangleq E_{\xi_n^{t+1}}[\xi_n^{t+1}], \tilde{v}_n^{t+1} \triangleq \text{Var}_{\xi_n^{t+1}}[\xi_n^{t+1}].$$

end for

end for;

2 返回  $(\tilde{m}_n^{T+1}, \tilde{v}_n^{T+1})$ ;

3 由  $\hat{\beta}_n = \begin{cases} 1, & \text{if } \text{LLR}_n > 0 \\ 0, & \text{if } \text{LLR}_n \leqslant 0 \end{cases}$  估计用户活跃状态.

输出:  $(\hat{\beta}_n, \tilde{m}_n^{T+1}) (n=1, \dots, N)$ .

算法 2.1 中定义了一个新的变量  $\overline{m}_n^t = \lambda \tilde{m}_n^t +$

$(1 - \lambda)\tilde{m}_n^{t-1}$ , 对于  $\tilde{m}_n^t$  的初始化及变量  $V_n^t, M_n^t, \tilde{z}_n^t, \tilde{v}_n^t$  的更新,  $t = 1$  时令  $\lambda = 1$ . 通过迭代过程中采用阻尼因子  $\lambda$  可以有效平滑消息传递过程中的变量更新, 确保算法在各种信噪比场景下都能达到稳定的收敛性能.

### 3 仿真分析

仿真环境设置: 对于一个 mMTC 通信场景, 用户数  $N = 1024$ , 导频选用长度为  $L = 257$  的 ZC 序列<sup>[18]</sup>, 用户先验活跃概率为  $p_n = 5\%$  ( $n = 1, \dots, N$ ), 信道响应系数分布的方差为  $\mu_0 = 1$ . 仿真表明, 阻尼因子  $\lambda$  的取值对于算法收敛性及算法估计性能都会产生重要影响. 当信噪比较低, 即  $\text{SNR} \in [0 \text{ dB}, 15 \text{ dB}]$ , 阻尼因子取值  $\lambda \in [0.85, 1]$  时, 算法取得优秀的收敛性能, 其中  $\lambda = 0.85$  时, 基于 EP 的消息传递算法能达到最佳估计性能表现; 当信噪比较高, 即  $\text{SNR} \in [20 \text{ dB}, 40 \text{ dB}]$ , 阻尼因子取值  $\lambda \in [0.9, 1]$  时算法收敛, 最优取值为  $\lambda = 0.9$ . 考虑仿真设置信噪比范围  $\text{SNR} \in [0 \text{ dB}, 30 \text{ dB}]$ , 设置  $\lambda$  取值为 0.9, 图 4 所示表示  $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$  时阻尼因子取值对于算法性能的影响. 对于活跃用户检测性能, 采用检测准确率 (Accuracy) 和漏检概率 (missed detection ratio, MDR) 衡量, 信道估计性能采用 CSI 估计值的均方误差 (mean square error, MSE) 衡量. 最后通过仿真对比传统算法 OMP (假设基站已知活跃用户个数)、LMMSE (linear minimum mean square error) 和 GAMP; 仿真结果如图 5、图 6 及图 7 所示.

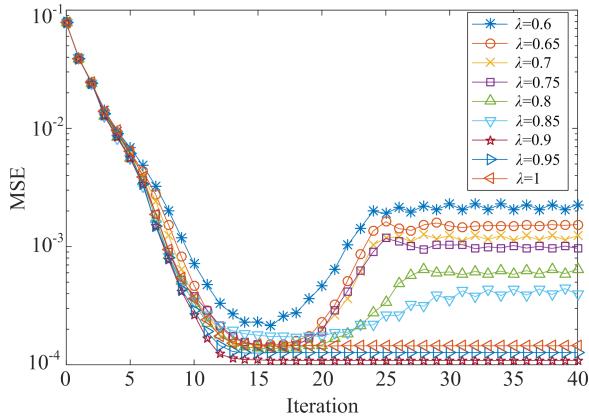


图 4 阻尼因子取值对于算法性能的影响( $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$ )

Fig. 4 Influence of damping value on algorithm performance( $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$ )

图 5 和图 6 表明, 本文提出的基于 EP 的消息

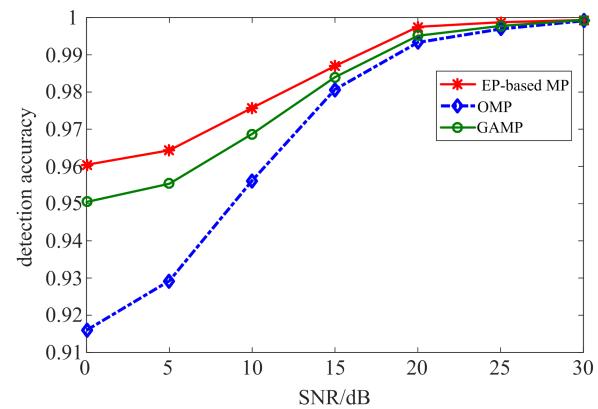


图 5 活跃用户检测准确率-SNR

Fig. 5 Active user detection accuracy versus SNR

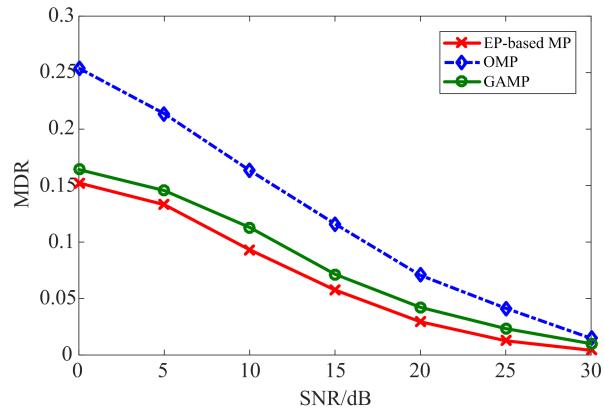


图 6 活跃用户检测漏检率 MDR-SNR

Fig. 6 Active user detection missed detection ratio versus SNR

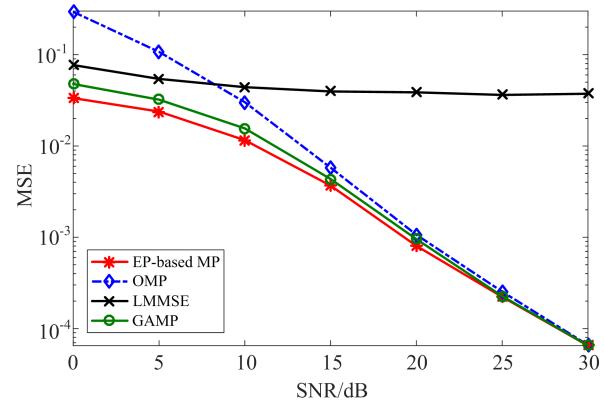


图 7 信道估计 MSE-SNR

Fig. 7 Channel estimation MSE versus SNR

传递算法稀疏度比已知的 OMP 算法表现更好, 尤其是在低 SNR 场景下. 当 SNR 为 0 dB 时, 本文提出的算法仍然具有超过 95% 的精度. 同时, 基于 EP 的消息传递算法与 GAMP 具有相近的性能, 因为它可以看作对复数域 GAMP 从期望传播的角度的新的推导方案, 避免了推导过程中泰勒级数展开的应

用和对级数残差可忽略性的分析。当 GAMP 用于求解复数域中的活跃用户检测和信道估计时,如果将复矢量视为二维实矢量(实数和虚数),则计算量将成倍增加,因此,基于 EP 的消息传递算法比 GAMP 具有更高的运算效率。此外,采用阻尼因子的基于 EP 的消息传递算法具有更高的性能表现。

图 7 表明,本文提出的算法对信道状态信息的估计性能具有比传统算法更优的性能。此外,基于 EP 的消息传递算法计算复杂度为  $O(L + N)$ ,在各 SNR 场景下都具有优秀的运算效率与收敛性能。图 8 所示为 SNR 分别为 5 dB、15 dB、25 dB 和 30 dB 时运用基于 EP 的消息传递算法产生的均方误差与迭代次数的变化曲线图。从图 8 可以看出,信噪比越高,即信道状态越优时,均方误差随迭代次数增加而下降越快,并且都能在有限迭代次数内达到收敛状态。

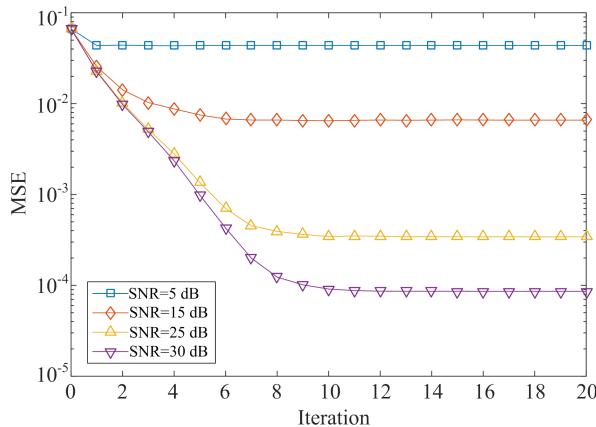


图 8 基于 EP 的消息传递算法在不同 SNR 下 MSE-迭代次数

Fig. 8 MSE of EP-based message passing algorithm at different SNRs versus iterations

## 4 结论

本文提出了一种基于期望传播的新型消息传递算法,通过易于计算的指数分布近似表示用户活跃度和信道状态信息等目标分布,并将其用于采用非正交多址接入方式的 mMTC 网络中,实现联合活跃用户检测和信道估计。由于基于 EP 的消息传递算法避免了泰勒级数展开的推导及级数可忽略性分析从而获得了优于传统 GAMP 的运算效率;再通过选择适当的阻尼因子进一步确保算法优秀的收敛性能。仿真结果表明,与传统方法相比,本文提出的算法在 mMTC 系统中的联合活跃用户检测和信道估

计中具有改进性的优异表现。

## 参考文献(References)

- [1] TULLBERG H, POPOVSKI P, LI Z, et al. The METIS 5G system concept: Meeting the 5G requirements[J]. IEEE Communications Magazine, 2016, 54(12): 132-139.
- [2] DING Z, DAI L, POOR H V. MIMO-NOMA design for small packet transmission in the Internet of things [J]. IEEE Access, 2016, 4: 1393-1405.
- [3] LIU Y, QIN Z, ELKASHLAN M, et al. Non-orthogonal multiple access for 5G and beyond [J]. arXiv Preprint 2018, arXiv:1808.00277.
- [4] HONG J P, CHOI W, RAO B D. Sparsity controlled random multiple access with compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(2): 998-1010.
- [5] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on information theory, 2006, 52 (4): 1289-1306.
- [6] ZHU H, GIANNAKIS G B. Exploiting sparse user activity in multiuser detection[J]. IEEE Transactions on Communications, 2011, 59(2): 454-465.
- [7] KNOOP B, MONSEES F, BOCKELMANN C, et al. Sparsity-aware successive interference cancellation with practical constraints [C]// 17th International ITG Workshop on Smart Antennas. StuTTGART, GERMANY: VDE, 2013: 1-8.
- [8] GOMAA A, AL-DHAHIR N. A sparsity-aware approach for NBI estimation in MIMO-OFDM [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(6): 1854-1862.
- [9] KNOOP B, SCHMALE S, PETERS-DROLSHAGEN D, et al. Activity and channel estimation in multi-user wireless sensor networks[C]// 20th International ITG Workshop on Smart Antennas. Munich, Germany: VDE, 2016: 1-5.
- [10] HANNAK G, MAYER M, JUNG A, et al. Joint channel estimation and activity detection for multiuser communication systems[C]// 2015 IEEE International Conference on Communication Workshop. London: IEEE, 2015: 2086-2091.
- [11] RANGAN S. Generalized approximate message passing for estimation with random linear mixing[C]// 2011 IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings. IEEE, 2011: 2168-2172.

(下转第 819 页)