

文章编号:0253-2778(2019)10-0791-06

结合字典学习和稀疏聚类的医学图像分割算法

张滨凯,王翔,郑津津

(中国科学技术大学精密机械与精密仪器系,安徽合肥 230027)

摘要: 为了改善医学图像的分割效果,结合字典学习和聚类算法,提出了一种以字典作为聚类中心,以稀疏表示实现聚类分割的医学图像分割算法.对于单幅的医学图像,可以通过交互进行稀疏表示和字典更新至收敛,从而实现无监督自适应分割;对于序列图像,则可以利用样本图像训练字典,并利用训练字典完成序列图像的分割.通过对SBD数据库的大脑MRI序列图像进行分割实验,结果表明,该算法有较好的分割精度,且能够保持序列医学图像分割的准确性和一致性.

关键词: 聚类;字典学习;稀疏表示;医学图像分割

中图分类号: Q-334;TP751 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.0253-2778.2019.10.003

引用格式: 张滨凯,王翔,郑津津.结合字典学习和稀疏聚类的医学图像分割算法[J].中国科学技术大学学报,2019,49(10):791-796.

ZHANG Binkai, WANG Xiang, ZHENG Jinjin. Medical image segmentation algorithm based on dictionary learning and sparse clustering[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2019,49(10):791-796.

Medical image segmentation algorithm based on dictionary learning and sparse clustering

ZHANG Binkai, WANG Xiang, ZHENG Jinjin

(Department of Precision Machinery and Precision Instrumentation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: To improve the segmentation performance of medical images, dictionary learning was combined with clustering algorithm, and a medical image segmentation algorithm was proposed taking dictionaries as clustering centers and using sparse representation to cluster for segmentation. For a single medical image, unsupervised adaptive segmentation can be achieved by alternately iterating the sparse coding and updating the dictionary to convergence. For the medical image sequence, the sample images can be picked to obtain the trained dictionaries to complete the segmentation of the image sequence. According to the segmentation results of the synthetic images and the magnetic resonance images of the human brain from SBD database, it can be perceived that the proposed algorithm could not only improve segmentation accuracy, but also maintain the accuracy and consistency of sequential medical image segmentation.

Key words: clustering; dictionary learning; sparse representation; medical image segmentation

收稿日期: 2018-04-30; **修回日期:** 2019-03-18

基金项目: 国家自然科学基金联合基金(U1332130),111引智工程(B07033),国家重点基础研究发展计划(973)(2014CB931804),安徽省重点研究与开发计划(1704a0902051)资助.

作者简介: 张滨凯,男,1990年生,博士生.研究方向:图形与图像处理. E-mail: bkzhang@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 王翔,博士/副教授. E-mail: wxyf@ustc.edu.cn

0 引言

随着医学影像在临床应用的广度和深度不断增加,医学图像已经成为医学影像处理邻域重要的研究方向之一.图像分割是提取影像图像中特殊组织的定量信息所不可缺少的手段,同时也是三维可视化的预处理步骤和前提;分割后的图像可广泛应用于各种场合,如组织容积的定量分析、诊断、病变组织的定位、解剖结构的学习、治疗规划、功能成像数据的局部体效应校正和计算机指导手术等^[1].

在医学图像的分割中,提高分割精度和准确度,实现半自动甚至全自动分割,是学者的重要研究目标.聚类算法是一种无监督的自适应分割方法,其基本思想是根据像素之间的相似性进行分类,不需要人工标记,仅通过迭代实现图像的分类和特征值的提取,可以看作一种自我训练的分类方法.相较于传统医学图像分割方法,聚类算法具有无监督性、高效性和自适应性^[2].对于医学图像存在的模糊性和不确定性,模糊 C 均值算法(FCM, fuzzy C-means)^[3]引入了模糊集的概念,通过软化分的方式提高分割的准确度.在此基础上,FCM_S(fuzzy C-means with spatial constraints)^[4]和 FLICM(fuzzy local information C-means)^[5]将空间邻域信息引入聚类分割,从而降低噪声的干扰,提高分割精度.

由于医学图像多是序列图像,同样的器官或组织在不同层的图像中具有连续性和特征相似性,而基于单幅图像的聚类分割算法难以保证不同层分割的一致性,因此本文引入了稀疏表示和字典学习的方法.

在信号处理邻域,稀疏表示和字典学习方法是利用过完备的字典使信号分解后的表达具有稀疏性,以简化信号的处理,具有良好的鲁棒性和自适应能力,因而在信号处理和图像处理方面受到了广泛的关注.字典学习是利用样本信号数据对过完备字典进行训练,得到具有样本信号特征的训练字典,进而在处理相似信号数据时,利用训练字典可以快速获得稀疏表示,便于信号的分析 and 处理.常用的实现方法有最优方向算法(method of optimal directions, MOD)算法^[6]和 K-SVD(K-singular value decomposition)算法^[7]等.研究表明,稀疏表示和字典学习方法在图像重建和去噪、模式识别、信号压缩等方面的应用有着优异的表现^[8].

本文结合上述两种算法,以字典作为聚类算法

的聚类中心,通过稀疏表示确定聚类归属,利用聚类内元素进行字典学习,提出了能够实现无监督自适应分割的聚类字典分割算法.字典的原子以原图像的区域图像块为基础构建,能够有效表征图像特征;此外该算法还利用范数距离对字典进行限制,在保证聚类字典内部相似性的同时,对字典内部特征进行自适应调整,以有效应对不同情况的噪声干扰.由于医学序列图像不同层图像具有一定的连续性和相似性,可以利用不同层的采样图像训练得到优化字典,再利用该字典对其他层图像进行聚类分割,从而保证序列图像中分割一致性.

1 算法原理

稀疏表示是利用过完备矩阵 D 作为字典来代替传统信号表示模型中的正交基函数,利用字典的过完备性,从解空间中找出非零元素最少的解,即最稀疏解,从而降低信号的维度.字典学习是在稀疏表示的基础上,利用对大量的信号训练进行字典的优化与学习,从而提高表示精度、降低稀疏度.

对于有 N 个 m 行向量组成的信号集 $X = [x_1, x_2, \dots, x_N] \in \mathbb{R}^{m \times N}$, 存在一个对应的过完备字典 $D = [d_1, d_2, \dots, d_L] \in \mathbb{R}^{m \times L}$, 则信号集 X 稀疏表示的解可表示为稀疏矩阵 $W = [w_1, w_2, \dots, w_N] \in \mathbb{R}^{L \times N}$, 则可得到字典学习的目标函数为

$$\min_{D, W} \|X - DW\|_2^2, \text{ s. t. } \|w_i\|_0 \leq T, i = 1, \dots, N \quad (1)$$

直接求解式(1)是个 NP(non-deterministic polynomial)难题,因此通常利用对过完备字典 D 和稀疏矩阵 W 交互更新,迭代至收敛时得到优化的字典及其对应的稀疏矩阵.

此外,聚类是根据数据的相似性将数据聚合成不同的簇,使得相同簇中的元素尽可能相似,不同簇中的元素差别尽可能大,即

$$\min_{C_i} \sum_{i=1}^K \sum_{x_j \in C_i} R(x_j, u_i) \quad (2)$$

式中, K 为聚类数, C_i 为第 i 个聚类,其聚类中心为 u_i , x_j 为输入信号, $R(x_j, u_i)$ 用来计算聚类中心 u_i 与输入信号 x_j 之间的距离,其值越小,说明二者越相似.

根据聚类中心 u_i 对输入信号 x_j 进行归类,再利用得到的聚类求出新的聚类中心,通过二者相互迭代至收敛,即可实现聚类过程.

聚类字典算法的基本思想是以字典代替通常聚类算法的聚类中心,对每个聚类都构建一个对应的字典,则字典表征了该聚类中图像的灰度特征;根据不同字典与待聚类图像区域的相似程度(即在对应字典稀疏表示与原图像之间的偏差值)进行聚类分割。

对于图像中的任意一个像素,将以该像素点为中心点的邻域(如 3×3 , 5×5 等)图像转化为 n 个元素的列向量的集合,作为输入信号集,则本文算法的目标函数为

$$\min_{w_{ij}, D_j, C_j} J = \min_{w_{ij}, D_j, C_j} \sum_{j=1}^k \sum_{x_i \in C_j} \|x_i - D_j w_{ij}\|_2^2, \text{ s. t. } \|w_{ij}\|_0 \leq T, \|w_{ij}\|_1 = 1, w_{ij} \in [0, 1]^{1 \times m_j}, R(D_j) < \delta \quad (3)$$

式中, k 为聚类数,第 j 个聚类 C_j 的字典为 D_j , m_j 为字典 D_j 的原子数量. 对于聚类 C_j 的任意信号 $x_i \in C_j$, 其对应的稀疏表示向量为 w_{ij} , 其稀疏度限制为 T (T 为正整数); $R(D_j)$ 为判断字典 D_j 内部一致性的函数,以保证同一聚类内部的相似性和不同聚类间的差异性。

由于字典 D_j 用作聚类中心,其原子在数值上与聚类内部的图像灰度相近,因此需要对信号的稀疏表示向量 w_{ij} 进行限制,将其中的系数视为对应字典原子的权重,则有 w_{ij} 的 1 范数为 1,且 w_{ij} 中的各个系数均在区间 $[0, 1]$ 之间。

构建得到字典 D_j 之后,对于任意一个像素对应的输入图像信号 x_i ,都可以在不同的聚类字典中通过稀疏表示得到对应的稀疏向量 w_{ij} . 若找到使得 $\|x_i - D_j w_{ij}\|_2$ 最小的字典 D_j ,说明该字典与信号 x_i 相似度最高,则信号 x_i 归类到聚类字典 D_j 的聚类中。

2 算法实现

结合字典学习的聚类分割算法进行图像分割时,需要将每一个像素点所在的邻域信息分别转化为 $n \times 1$ 的一维向量 x_i ,并整合为输入信号集 $X = [x_1, x_2, \dots, x_N] \in \mathbb{R}^{n \times N}$. 构建初始的聚类字典后,利用稀疏编码得到各聚类字典对于输入信号集 X 的稀疏表示,并对其进行聚类分割;在各聚类字典内部,再分别利用聚类内的信号对字典进行更新,使得聚类字典与聚类内部图像信号的特征更为匹配. 稀疏编码和字典更新过程交互迭代进行,直到聚类的能量函数值 J 收敛,即可实现结合字典学习的聚类分割。

2.1 初始化

为了得到初始的字典,可利用 K -means 算法^[9]

或 FCM 算法对图像进行 k 聚类,将各聚类中心的数值分别扩展为 $n \times 1$ 的一维向量,从而得到 k 个聚类字典的基本原子. 各基本原子附上小幅值的高斯噪声(使得初始字典内不同原子之间有些微的差异性)并扩展到 m 个原子,即可得到分别由 m 个原子的 k 个初始聚类字典。

2.2 稀疏编码

稀疏编码是根据已有字典获得输入信号集对应的稀疏表示系数的过程,在该过程中,字典是保持不变的. 保持字典不变,则由公式(3)在求解目标函数值最小的情况下,稀疏系数有 $\|w_{ij}\|_0 \leq T, \|w_{ij}\|_1 = 1$ 以及系数数值在区间 $[0, 1]$ 内的限制条件. 对此,本文通过改进匹配追踪(marching pursuit, MP)算法^[10]来实现。

MP 算法是对信号进行稀疏分解的方法之一,其基本思想是从过完备字典 D 中选择一个与信号 x 最匹配的原子构建一个稀疏逼近,并求出信号残差 r ;然后继续选择与信号残差最匹配的原子,反复迭代,信号 x 可以分解为这些匹配原子的线性和再加上最后的残差值 r 来表示. 如果残差值小到可以忽略,则信号 x 就是这些匹配原子的线性组合。

由于本文算法对于稀疏向量 w_{ij} 的系数在 $[0, 1]$ 内,且 $\|w_{ij}\|_1 = 1$,因此需要对 MP 算法进行改进. 本文的算法思想是在稀疏表示时先求出可能的系数,对系数进行限制;再从中找出最接近于输入信号的向量. 对此,本文设立了一个稀疏系数上限 W_{limit} ,其初始值为 1,通过限制稀疏系数 w_{ij} 使其落在区间 $[0, W_{\text{limit}}]$ 内,其中 $W_{\text{limit}} = 1 - \sum_{l=1}^p w_{il}$,这样就可以保证求解出来的稀疏向量 w_{ij} 满足公式(3)中的要求,具体步骤如下:

(I) 对于输入向量 x_i . 第 j 个聚类字典 $D_j = \{d_p \mid p = 1, 2, \dots, n\}$,令初始残差 $r_0 = x_i$,初始稀疏系数上限 $m_c = 1$,初始的稀疏向量 w_{ij} 为 0 向量;

(II) 求解字典 D_j 内部各原子对于 r_0 的系数 $w_p = \frac{r_0 \cdot d_p}{|d_p|^2}$;若其在区间 $[0, m_c]$ 外,则置为 0 或 m_c ;求解使得索引 $m_1 = \min_p |r_0 - w_p d_p|$,对应系数为 w_{m_1} ;

(III) 新的残差值 $r_1 = r_0 - w_{m_1} d_{m_1}$,稀疏系数上限 $m_c = m_c - w_{m_1}$,将残差值 r_1 作为新的输入向量;

(IV) 重复迭代步骤(II)和(III),则第 k 次迭代中

得到的对应系数为 ω_{mk} , 残差值为 $r_k = r_{k-1} - \omega_{mk} \cdot d_{mk} = r_0 - \sum_{t=1}^k \omega_{mt} d_{mt}$, 稀疏系数上限 $W_{\text{limit}} = 1 - \sum_{t=1}^k \omega_{mk}$, 将每一次迭代中的系数 ω_{mk} 累加到稀疏向量 ω_{ij} 的对应位置(即第 mk 列)上.

(V) 当满足以下任意一个条件时迭代停止: ① 迭代次数 k 达到稀疏度限制 $T-1$; ② 第 k 次迭代时 $\omega_{mk} = 0$; ③ 第 k 次迭代时 $W_{\text{limit}} = 0$.

(VI) 若 $m_c \neq 0$, 则最后的系数值为: $mT =$

$$\min_p |r_{T-1} - m_c d_p|, \omega_{mT} = W_{\text{limit}} = 1 - \sum_{t=1}^{T-1} \omega_{mt}.$$

通过上述步骤, 可得到输入向量 x_i 相对于聚类字典 D_j 的系数表达向量 ω_{ij} . 利用稀疏表示, 可以分别得到同一个向量在不同聚类字典下的稀疏表示向量. 在这些稀疏表示中与该信号最接近, 即 $\|x_i - D_j \omega_{ij}\|_2^2$ 最小的稀疏表示, 其对应聚类字典即可视为该元素的聚类归属.

2.3 字典更新

通过系数表达过程可以确定各个医学图像的各个像素点的聚类归属, 从而实现分割. 同时, 为了进一步对分割进行优化, 需要对各字典进行更新, 以使其特征与对应聚类内部的信号更为匹配, 从而提高分割精度.

在聚类字典算法中进行字典更新算法主要利用最优方向算法(MOD)^[5]来实现. 确认了聚类归属之后, 利用同一聚类内的信号集及其对应的稀疏表示, 可对对应的聚类字典进行更新, 其公式为

$$D_{(k+1)} = XWT_{(k)} (W_{(k)} WT_{(k)})^{-1} \quad (4)$$

式中, $W_{(k)}$ 为第 k 步迭代更新中稀疏表示得到的稀疏系数矩阵, X 为输入信号集, 则 $D_{(k+1)}$ 则为更新后得到的字典.

用 MOD 算法对各聚类字典进行更新, 能够有效减小聚类的能量函数值 J , 但无法保证聚类字典内部保持相似性, 这与聚类算法的基本原则相违背, 会导致更新中不同的字典之间的差别逐渐减小, 使得聚类无法有效将不同特征的组织区分开来, 因此利用范数距离在更新中对聚类字典进行限制, 以保证其内部的相似性, 结合公式(3), 有

$$\|d_{pj} - d_{aj}\|_q < \delta, d_{pj} \in D_j, d_{aj} = \frac{\sum_{p=1}^{m_j} d_{pj}}{m_j} \quad (5)$$

式中, m_j 为字典 D_j 的原子数量, d_{aj} 为字典 D_j 更新的各原子平均值. 若更新后的某一字典原子 d_{pj}

与 d_{aj} 的 q 范数距离大于所给出的波动阈值 δ 时, 则认为该原子的更新会破坏聚类字典内部的相似性, 因此将其还原到更新前的状态. 通过这样的方式可以有效地对聚类字典进行限制, 保证聚类字典内部的相似性, δ 越小, 字典内部原子越趋于一致, 但算法抗噪性能会降低. 此外, 公式(5)可改写为

$$\|d_{pj} - d_{aj}\|_q^q < \delta^q = n \cdot \sigma^q, d_{pj} \in D_j, d_{aj} = \frac{\sum_{p=1}^{m_j} d_{pj}}{m_j} \quad (6)$$

式中, n 为字典原子的维数, δ 可视为单维度的最大允许偏差, σ 为最大平均允许偏差(即所有维度都有相同偏差时的最大值).

在字典更新过程中, 将最大平均允许偏差 σ 作为判断字典内部一致性的基本标准. 以 $n=2$ 的情况为例, 如图 1 所示, 范数 q 分别取 0.5、1 和 2 时, 相同的平均允许偏差 σ 对应的单维度的最大允许偏差分别为 $\delta_{0.5}$ 、 δ_1 和 δ_2 . 由此可以看出, 当 σ 相同时, δ 随 q 的减小而增大, 说明其容纳单维度或者少数维度噪声的能力越高, 因此可以通过适当减小 q 值来提高算法的抗噪能力.

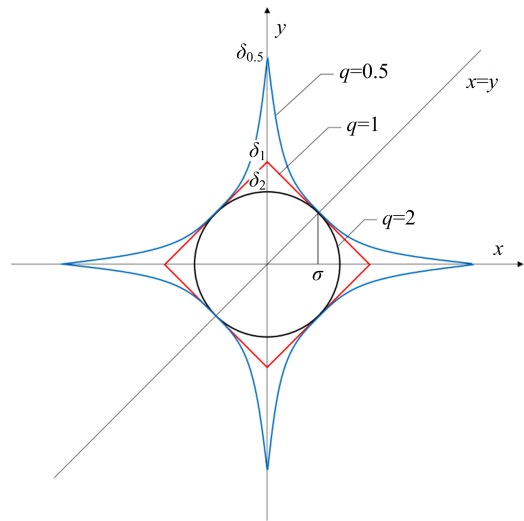


图 1 σ 相同时, δ 和范数 q 的关系图

Fig. 1 The relationship between δ and q with the same σ

通过带限制的字典更新, 能够保证相同聚类字典下的相似性以及不同字典间的差异性; 同时, 改变参数的取值, 还能够调整抗噪性, 提高分割精度.

3 图像分割

本文通过对 SBD(simulated brain database) 数据库^[11-12]提供的人脑 MRI 序列进行分割, 可以得到主要由脊髓液、灰质和白质组成的 3 类, 其分割结果

如图 2 所示. 其中, 图 2(a) 为原始图像; 由于 SBD 数据库提供了 10 类组织的分割参照, 如图 2(b) 所示, 黑色为其他分类, 而脊髓液、灰质和白质分别为由暗色到亮色的 3 种灰度区域表示; 图 2(c) 为该人脑 MRI 图像的颅内区域, 图 2(d)、2(e) 和 2(f) 分别为 FCM_S1 和 FCM_S2 算法^[13-14] 以及本文的聚类字典算法的分割情况. 由此可以看出, 3 种算法都具有比较好的抗噪效果; 在细节方面, 如中间的脊髓液部分、下方的脊髓液与灰质部分的分割等部分, 聚类字典算法的分割结果与分割参照更相近.

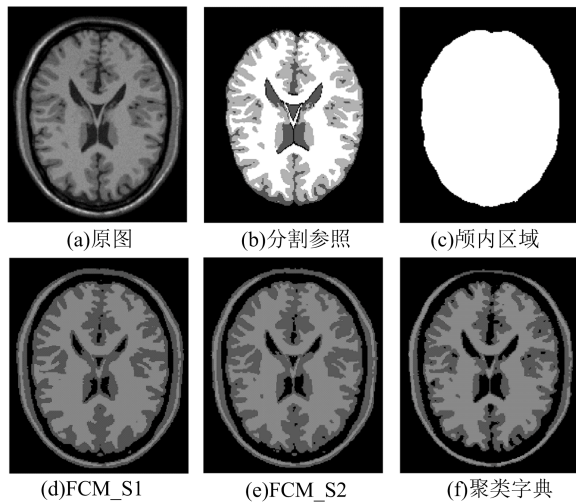


图 2 不同聚类分割算法对人脑 MRI 图像的分割
Fig. 2 Segmentation of human brain MRI images by different clustering segmentation algorithms

为了方便对比, 采用 Jaccard 相似度^[15-16] 来衡量 SBD 数据库提供的分割参照与不同分割结果的相似性, 并以此来判断分割的精度, 故

$$JAC(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \quad (7)$$

式中, A 和 B 分别为不同的集合, 可以看出两个集合越相似, 则 Jaccard 相似度越趋近于 1.

由于原始的分割结果包含颅骨及其外部组织, 待分割的 3 类组织主要集中在颅骨内部, 可以通过与颅内区域求交集的方式来提高分割精度. 表 1 所示为 3 种聚类算法的分割精度对比, 除颅骨外的区域, 脊髓液、灰质和白质的分割精度都有所提高. 此外, 由表 1 数据可知, 聚类字典算法在脊髓液和灰质部分的分割精度均高于另外两种算法, 而在白质部分的分割精度虽然低于 FCM_S2 算法, 但相差不到 0.01, 可以视作基本持平. 从总体上看, 聚类算法有着较高的分割精度.

表 1 三种聚类算法的分割精度对比

Tab. 1 Comparison of segmentation accuracy between three clustering algorithms

算法	脊髓液		灰质		白质	
	原始	颅骨内	原始	颅骨内	原始	颅骨内
FCM_S1	0.054	0.337	0.446	0.599	0.748	0.846
FCM_S2	0.075	0.472	0.535	0.714	0.803	0.909
聚类字典	0.124	0.756	0.62	0.777	0.794	0.901

对于序列图像, 其不同层之间相同组织的图像灰度具有一致性, 因此在对其进行分割时, 通过对其采样, 取少数包含分割特征的图像进行聚类分割, 并通过由此得到的训练字典对其他层的图像进行分割, 这样可以保证图像序列分割一致性的同时, 提高聚类分割的效率. 例如, 从该大脑 MRI 序列图像中取出组织区分度较高的图像为样本, 利用聚类字典算法进行聚类分割得到 3 个聚类的训练字典. 图 3 为不同字典的部分原子示意图, 由图 3 可以看出, 不同字典对应的基础灰度不同, 可以区分出不同的组织结构; 而相同字典内部各原子间也有一定的波动, 方便应对分割中存在的不同噪声情况.

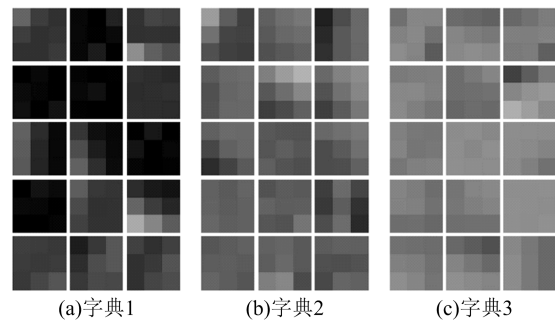


图 3 通过对样本图像分割得到的训练字典
Fig. 3 Training dictionary obtained by segmenting the sample images

序列图像中还存在组织成分较为复杂的图像, 如图 4(a) 所示, 该层图像灰质和白质部分稀少, 若仅通过单幅图像的信息进行聚类分割, 则容易产生误分割; 图 4(d) 为该层 MRI 图像的分割参照, 由于图像中各组织成分复杂, 灰质部分较少, 分割难度大, 若采用单幅分割的方式, 结果会出现大量的误分割, 如图 4(b) 所示; 利用图 3 所示的训练字典进行分割, 结果如图 4(c) 所示. 在颅骨内的区域中, 单幅图像中脊髓液、灰质和白质分割结果与分割参照的 Jaccard 相似度分别为 0.016、0.119 和 0.76, 而利用训练字典的分割时则提升到 0.389、0.372 和 0.776, 分割精度得到有效改善. 同时, 利用训练字典可以保证不同层图像之间各组织的分割特性是一致的, 可以保持序列图像分割

的连续性和相似性.此外,该方法分割序列图像时只需通过稀疏表示来实现聚类分割,不需要再更新字典,也可有效地提高分割效率.

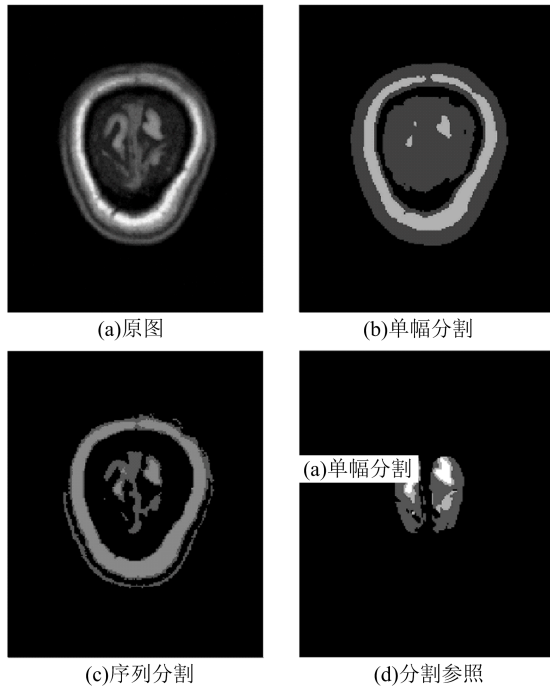


图 4 单幅图像分割与利用训练字典的序列分割结果对比
Fig. 4 The comparison of single image segmentation and sequence segmentation using training dictionary

4 结论

为了提高医学图像分割性能,本文提出了一种结合字典学习的医学图像聚类分割算法,将字典作为聚类分割的聚类中心,通过稀疏表示确定聚类归属从而实现医学图像分割.对于单幅医学图像,通过稀疏表示和字典更新的交互迭代直到能量函数收敛,即可实现无监督地自适应聚类分割;对于序列图像,则可以通过训练样本图像得到训练字典,再通过训练字典进行序列分割,不仅可以提高分割效率,还能保证序列图像分割的一致性.实验结果表明,相较于传统的基于区域的聚类分割算法,本文算法不仅在单幅图像分割中有较好的分割精度,并且在序列图像的分割中保持了很好的准确性和一致性,取得了较好的分割结果.

参考文献(References)

- [1] 聂生东, 邱建峰, 郑建立. 医学图像处理[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2010.
- [2] HAZRA J, CHOWDHURY A R, DUTTA P. Cluster Based Medical Image Registration Using Optimized Neural Network [M]// Medical Imaging: Concepts, Methodologies, Tools, and Applications, 2016.
- [3] DUNN J C. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters [J]. Journal of Cybernetics, 1973, 3(3): 32-57.
- [4] AHMED M N, YAMANY S M, MOHAMEDN, et al. A modified fuzzy c-means algorithm for bias field estimation and segmentation of MRI data [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2002, 21(3): 193-199.
- [5] KRINIDIS S, CHATZISIV. A robust fuzzy local information C-means clustering algorithm [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(5): 1328-1337.
- [6] ENGAN K, AASE S O, HUSOY J H. Method of optimal directions for frame design [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Barcelona, Spain: IEEE, 1999, 5: 2443-2446.
- [7] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. K-SVD: An algorithm for designing over complete dictionaries for sparse representation [J]. IEEE Transactions on signal processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [8] TOSIC I, FROSSARD P. Dictionary learning [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2011, 28(2): 27-38.
- [9] MACQUEEN J. Some methods for classification and analysis of multivariate observations [J]. Proceedings of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability. 1967, 1(14): 281-297.
- [10] MALLAT S G, ZHANG Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on signal processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [11] BrainWeb; Simulated Brain Database [EB/OL]. [2018-03-18] <http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>.
- [12] COCOSCO C A, KOLLOKIAN V, KWAN R K S, et al. BrainWeb: Online interface to a 3D MRI simulated brain database [J]. NeuroImage, 1997, 5(4): S425.
- [13] CHEN S, ZHANG D. Robust image segmentation using FCM with spatial constraints based on new kernel-induced distance measure [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2004, 34(4): 1907-1916.
- [14] CHOUDHRY M S, KAPOOR R. Performance analysis of fuzzy C-means clustering methods for MRI image segmentation [J]. Procedia Computer Science, 2016, 89: 749-758.
- [15] JACCARD P. The distribution of the flora in the alpine zone [J]. New Phytologist, 2010, 11(2): 37-50.
- [16] TAHA A A, HANBURY A. Metrics for evaluating 3D medical image segmentation: Analysis, selection, and tool [J]. BMC Medical Imaging, 2015, 15(1): 29-56.