

考虑可实现性和管理目标的带有非期望产出的生产计划决策

——基于数据包络分析的研究

曾文江, 杨 锋

(中国科学技术大学管理学院, 安徽合肥 230026)

摘要: 集中决策环境下的生产计划问题通常涉及所有子单元的参与, 每个子单元都对总生产做出自己的贡献. 在做生产计划时, 中央决策者需要根据下一季度已知的或可以预测的产品需求和可用资源的变化, 确定各子单元的投入和产出数量. 一方面, 由于短期内生产技术水平的相对稳定性, 较大幅度地提高生产不切实际, 因而需要考虑生产计划的可实现性, 即下一季度的生产计划距离当前季度的生产状态越近则越容易实现. 另一方面, 以前的生产计划研究中, 中央决策者没有为各个子单元制定有针对性的管理目标, 使得生产计划不能完全体现管理者对目标的期望, 因而在制定生产计划时应该将管理目标考虑在内, 同时要求生产计划尽可能靠近管理目标. 此外, 在生产过程中, 产出又可以分为期望产出和非期望产出. 从这几个角度出发, 在集中决策环境下, 通过考虑生产计划的可实现性和提前设定的管理目标, 为具有非期望产出的集中组织提供了基于数据包络分析(DEA)的生产计划方法, 并通过淮河沿岸32家造纸厂的真实案例对提出的模型进行阐释.

关键词: 数据包络分析; 生产计划; 可实现性; 管理目标; 非期望产出

中图分类号: C935 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.0253-2778.2020.07.011

引用格式: 曾文江, 杨锋. 考虑可实现性和管理目标的带有非期望产出的生产计划决策——基于数据包络分析的研究[J]. 中国科学技术大学学报, 2020, 50(7): 940-949.

ZENG Wenjiang, YANG Feng. DEA based production planning considering attainability and management goals with undesirable outputs[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2020, 50(7): 940-949.

DEA based production planning considering attainability and management goals with undesirable outputs

ZENG Wenjiang, YANG Feng

(School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: The problem of production planning in a centralized decision-making environment usually involves the participation of all subunits, and each subunit makes its own contribution to the total production. When making a production planning, the central decision-maker needs to determine the inputs and outputs quantities of each subunit based on the changes in product demand and available resources that are known or predictable in the next quarter. On the one hand, due to the relative stability of the production technology level in the short term, it is unrealistic to greatly increase production, we need to consider the attainability of the production planning, that is, the closer the production plan for the next quarter is to the production status of the current quarter, the easier it is to achieve. On the other hand, in the previous production planning research, the central decision-maker did not formulate targeted management goals for each subunit, so that the production plan cannot fully reflect the manager's expectations of the goal, so the management goals should be taken into account, and the production planning is required to be as close as possible to the management goals. In addition, in the production process, outputs can be divided into desirable and undesirable outputs. From these perspectives, a production planning method based on data envelopment analysis (DEA) for decision-making units with undesirable outputs was proposed by considering the attainability of production planning and management goals set in advance in a centralized decision-making environment. The proposed model was illustrated by the real cases of 32 paper mills along the Huaihe River in Anhui Province, China.

收稿日期: 2020-05-20; 修回日期: 2020-06-18

基金项目: 国家自然科学基金(71991464, 71631006)资助.

作者简介: 曾文江, 男, 1993年生, 硕士生. 研究方向: 基于DEA的生产计划. E-mail: weirdo@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 杨锋, 博士/教授, E-mail: fengyang@ustc.edu.cn

Key words: data envelopment analysis; production planning; attainability; management goals; undesirable outputs

0 引言

生产计划对于生产类组织的运作至关重要。多年来,研究人员对生产计划问题进行了广泛研究,其本质是使单个产品的生产水平与需求的波动和产能限制相匹配,或者将可用资源分配给所需产品^[1]。生产计划问题与资源分配问题^[2-4]和固定成本分摊问题^[5-7]密切相关,最终是通过最大或最小化一个或几个管理目标来确定最优的投入-产出计划,以使得下一季度的生产达到最优状态。

现有文献从各个角度研究了生产计划问题。文献[8-9]从库存管理的角度研究生产计划问题;文献[10-13]则将其视为数学优化问题,并通过线性规划模型进行求解;文献[2,4-5,14-15]将数据包络分析技术融合到生产计划问题中。本文则是在数据包络分析(data envelopment analysis, DEA)方法框架下进行的。

DEA 是数学、运筹学、数理经济学和管理科学的一个新的交叉领域,该方法最初由 Charnes 等于 1978 年提出^[16]。它是衡量一组具有多个投入和多个产出的决策单元(decision making units, DMU)的相对效率的有效方法。在这之后,Banker 等在 CCR 模型的基础上提出了经典的 BCC 模型^[17]。后人在这些经典的 DEA 模型的基础上,又提出了很多改进模型,例如,加性模型^[18],交叉效率模型^[19],超效率模型^[20],基于松弛变量的模型^[21]和网络 DEA 模型^[22]。这使得 DEA 被广泛应用到很多不同的情景,例如高科技行业的效率评估和分解^[23],研发项目选择和效率评估^[24],研究机构的生产力评估^[25],酒店连锁绩效评估^[26],甚至奥运会成绩的绩效评估^[27]。

DEA 方法拥有很多优势,例如其不受投入和产出的量纲影响,权重不受人为主观因素的干扰以及不需要知道投入和产出之间确定的生产关系等。当将 DEA 技术引入到生产计划问题研究中时,我们不需要知道投入和产出之间确定的生产关系,仅仅只需要根据当前的生产可能集,然后按照管理者设定的管理目标,就可以制定满足一定产品需求的可实现性的生产计划。然而在很多有关生产计划问题的研究中,先验的生产信息都是需要的,例如生产能力^[28]和外生的生产函数^[29],然而,这样的先验信息并不总是容易获取的。这也正是利用 DEA 技术框架来研究生产计划问题的一大优势。

最近, Du 等^[4]使用 DEA 方法从生产率和效率的角度研究了生产计划问题。他们提出了两个计划思想,分别以整个组织的平均或整体生产绩效和同时以最大化总产出和最小化总投入为目标对下一季度生产进行计划,以寻找最优的生产计划方案。Amirteimoori 等^[30]考虑了运作单位的生产规模,认为每个单位的生产水平与单位的生产规模成正比,提出了可达到的生产计划模型。Zhang 等^[31]认为生

产单位的生产能力的潜能是受地区、规模和其他固有属性等因素影响的,提出了考虑这些因素的生产计划模型,避免了新的生产计划超出了单位的生产能力或者没有完全利用好自身的生产潜能。Wu 等^[32]从生产计划的稳定性角度出发,定义了规模稳定性和技术效率稳定性这两个指标,提出了考虑生产稳定性的基于 DEA 的生产计划方法。Liang 等^[33]考虑到实际生产中的生产单元的技术异质性和受环境因素影响的非期望产出问题,提出了更符合实际的基于 DEA 的生产计划方法。

本研究考虑的生产计划问题是在一个集中决策环境下进行的,即一组同质决策单元的生产都是由一个中央决策者进行统一计划^[4,30,33]。中央决策者需要根据下一季度已知的或可以预测的产品需求和可用资源变化,确定各决策单元的投入和产出数量。一方面,由于在短时间内决策单元的生产技术水平相对稳定,较大幅度地提高产品生产不切实际,因而下一季度的生产计划在满足产出需求的前提下,越接近当前生产状态就越容易实现,而很多文献^[2,4-5]对生产计划问题进行研究时仅从效率最大化角度来进行生产计划,没有考虑生产计划的可实现性这一点。Wu 等^[32]从生产稳定性角度对这方面有类似的阐述。另一方面,中央决策者在对生产进行统一计划时,会给每个决策单元设定一个管理目标,通常这些管理目标可以是利益相关者的战略计划或者决策者根据决策单元的自身属性而设定的生产目标。考虑到决策单元的规模大小会影响其生产能力,规模较大的决策单元通常应该被分配更多的资源以及承担更多的生产任务,本文选择根据决策单元的规模大小来为各个决策单元设定对应的管理目标。因而中央决策者在现实生产计划过程中,还要考虑到新的生产计划要靠近于中央决策者根据决策单元规模大小为其提前设定的管理目标,从而制定出更符合实际的生产计划方案,而以前的生产计划问题的研究^[2,4-5,15]没有考虑这一点。

本文从这几个角度出发,在集中决策环境下,既考虑了生产计划的可实现性,即下一季度的生产计划距离当前季度的生产状态越近则越容易实现,又考虑了根据决策单元的规模大小设置的各个决策单元对应的管理目标,即下一季度的生产计划距离该管理目标越近则越符合决策单元的生产能力,并且进一步考虑了非期望产出的情形,提出了基于 DEA 的生产计划方法。

文章剩余部分组织如下:节 1 给出考虑了生产计划的可实现性和管理目标的生产计划模型,并且考虑了非期望产出的存在;节 2 将所提出的方法应用到淮河沿岸 32 家造纸厂的真实案例;最后,节 3 进行总结。

1 模型方法

生产计划问题指的是中央决策者根据下一季

度已知的或可以预测的产品需求和可用资源的变化,确定出各个 DMU 满足一定要求的目标投入和目标产出的数量. 本文假设仅仅当下一个生产季度的投入资源增加时,产品产出量才可以被增加,即要想获得额外产出,就必须给予一定的额外投入,这也是比较符合现实生产生活情景;并且考虑了非期望产出的存在,即系统中产出分为期望产出和非期望产出. 本文中使用的符号和定义均在表 1 中列出.

表 1 本文中使用的符号和定义

Tab. 1 The notations and definitions used throughout this paper

符号	定义
n	DMU 的数量
m	投入的数量
s	期望产出的数量
D	非期望产出的数量
α	目标偏好系数
C_i	下一生产季度投入资源总的改变量
D_r	下一生产季度期望产出需求总的改变量
B_d	下一生产季度非期望产出总的改变量
e_j	第 j 个 DMU 的当前生产季度的效率分数
x_{ij}^h	第 j 个 DMU 的第 i 个投入的历史观测值
y_{rj}^h	第 j 个 DMU 的第 r 个期望产出的历史观测值
z_{dj}^h	第 j 个 DMU 的第 d 个非期望产出的历史观测值
x_{ij}^g	第 j 个 DMU 的第 i 个投入的管理目标值
y_{rj}^g	第 j 个 DMU 的第 r 个期望产出的管理目标值
z_{dj}^g	第 j 个 DMU 的第 d 个非期望产出的管理目标值
α_j	第 j 个 DMU 的投入资源的分配比例
β_j	第 j 个 DMU 的期望产出需求的分配比例
γ_j	第 j 个 DMU 的非期望产出需求的分配比例
\tilde{x}_{ij}	第 j 个 DMU 的第 i 个投入的生产计划值
\tilde{y}_{rj}	第 j 个 DMU 的第 r 个期望产出的生产计划值
\tilde{z}_{dj}	第 j 个 DMU 的第 d 个非期望产出的生产计划值
t_{ij}^h	第 j 个 DMU 的第 i 个投入的生产计划改变量
s_{rj}^h	第 j 个 DMU 的第 r 个期望产出的生产计划改变量
q_{dj}^h	第 j 个 DMU 的第 d 个非期望产出的生产计划改变量
t_{ij}^g	第 j 个 DMU 的第 i 个投入的生产计划与管理目标的差值
s_{rj}^g	第 j 个 DMU 的第 r 个期望产出的生产计划与管理目标的差值
q_{dj}^g	第 j 个 DMU 的第 d 个非期望产出的生产计划与管理目标的差值
$\lambda^{(j)}$	定义生产可能集中 DMU 的投入、期望产出和非期望产出的强度系数
v_i	第 i 个投入的权重
u_r	第 r 个期望产出的权重
w_d	第 d 个非期望产出的权重

为了便于模型方法的叙述,我们假设在集中决策环境中存在 n 个 DMU,用 $DMU_j (j=1, \dots, n)$ 来表

示. 在当前季度,每个 DMU 都是消耗 m 个投入来生产出 s 个期望产出和 D 个非期望产出,分别用 $x_{ij}^h (i=1, \dots, m), y_{rj}^h (r=1, \dots, s)$ 和 $z_{dj}^h (d=1, \dots, D)$ 来表示 DMU_j 的第 i 个投入、第 r 个期望产出和第 d 个非期望产出. 然后我们采用 CCR 方法的乘数模型来计算 $DMU_k (k=1, \dots, n)$ 当前的效率值. 值得注意的是,在对非期望产出进行建模处理时,我们采用的是强处置方法^[39-40],具体计算模型如下:

$$\begin{aligned} \max e_k &= \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}^h \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^h + \sum_{d=1}^D w_d z_{dj}^h - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^h \geq 0, \\ & j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{ik}^h + \sum_{d=1}^D w_d z_{dk}^h = 1, \\ & v_i, u_r, w_d \geq \epsilon, i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, \\ & d = 1, \dots, D \end{aligned} \quad (1)$$

在这里,我们假设下一生产季度的期望产出 $r (r=1, \dots, s)$ 需求变化是已知的或者可以预测的,用 D_r 表示;相应的,投入资源 $i (i=1, \dots, m)$ 供应量变化和非期望产出的改变量 $d (d=1, \dots, D)$ 也是能够被预测的,分别用 C_i, B_d 表示,它们可以是正数、负数或者零. 本文假设额外的产出需要依赖额外的资源投入,所以投入和产出的改变是同向变化的. 为了满足投入和产出的变化需求,中央决策者需要确定集中决策环境下的所有 DMU 的最优投入-产出计划. 如前文所说,中央决策者在制定生产计划时,既要考虑生产计划的可实现性,又要考虑管理目标的存在. 基于这两点,我们制定的基于 DEA 的生产计划模型需要满足以下两个目标函数^[34]:

①新的生产计划应该距离当前实际生产点尽可能的近;

②新的生产计划应该距离管理目标生产点尽可能的近.

在处理距离最小化问题时,有很多范数可以应用,例如 l_1 范数^[35]、 l_2 范数^[36]、 l_p 范数^[37]以及 l_∞ 范数^[38]等等. 在本文中我们通过加权的 l_1 范数来衡量两点之间的距离. 对于一个给定的 $DMU_j (j=1, \dots, n)$,通过最小化以下两个偏差距离,来寻找到该 DMU 最优的生产计划方案.

$$\|(\tilde{X}_j, \tilde{Y}_j) - (X_j^H, Y_j^H)\|_1^w = \sum_{i=1}^m \frac{|\tilde{x}_{ij} - x_{ij}^h|}{x_{ij}^h} + \sum_{r=1}^s \frac{|\tilde{y}_{rj} - y_{rj}^h|}{y_{rj}^h} + \sum_{d=1}^D \frac{|\tilde{z}_{dj} - z_{dj}^h|}{z_{dj}^h} \quad (2.1)$$

$$\|(\tilde{X}_j^G, \tilde{Y}_j^G) - (\tilde{X}_j, \tilde{Y}_j)\|_1^w = \sum_{i=1}^m \frac{|\tilde{x}_{ij} - x_{ij}^g|}{x_{ij}^g} + \sum_{r=1}^s \frac{|\tilde{y}_{rj} - y_{rj}^g|}{y_{rj}^g} + \sum_{d=1}^D \frac{|\tilde{z}_{dj} - z_{dj}^g|}{z_{dj}^g} \quad (2.2)$$

理想情况下,我们都倾向于同时最小化模型(2)中的(2.1)和(2.2). 然而,当我们最小化(2.1)后,不一定会使得(2.2)达到最小化,反之亦然. 作

为这两个目标的折中,我们采用最小化两个目标的凸组合的方法,如下所示:

$$\min \varphi = \alpha \left\| (\tilde{X}_j, \tilde{Y}_j) - (X_j^H, Y_j^H) \right\|_1 + (1 - \alpha) \left\| (\tilde{X}_j, \tilde{Y}_j) - (X_j^G, Y_j^G) \right\|_1 \quad (3)$$

不同的 α 值代表决策者对于两个目标的偏好程度不同. 当 $\alpha = 1$ 时, 生产计划方案更接近于当前生产状态, 即此时的生产计划更容易实现, 很显然, 此时的生产计划忽视了管理目标的设定; 当 $\alpha = 0$ 时, 我们得到的生产计划方案更接近于管理目标, 即此时的生产计划更符合管理者对于生产目标的设定, 在这种情况下, 生产计划忽视了它的可实现性, 可能会导致它难以被完成; 当 α 在 0 和 1 之间波动时, 生产计划方案同时考虑了方案易实现性和管理目标的设定. 在实践中, 通过改变 α 值, 可以得到不同决策偏好下的一系列生产计划方案, 这可以为决策者提供一个全面直观的参考, 从而做出有针对性的生产计划方案.

在集中决策环境中, 中央决策者需要考虑每个 DMU 的情况, 做出综合的生产计划方案. 此时需要同时最小化所有 DMU 的偏差凸组合, 使得整个集中决策下所有 DMU 的总偏差达到最小, 即

$$\min \gamma = \alpha \sum_{j=1}^n \left\| (\tilde{X}_j, \tilde{Y}_j) - (X_j^H, Y_j^H) \right\|_1 + (1 - \alpha) \sum_{j=1}^n \left\| (\tilde{X}_j, \tilde{Y}_j) - (X_j^G, Y_j^G) \right\|_1 \quad (4)$$

下一个生产季度各个 DMU 的管理目标通常都是由中央决策者提前设定的, 这些目标反映了管理者对于各个 DMU 生产计划的期望. 本研究中, 我们将管理目标与 DMU 的规模大小联系在一起. 在日常生产中, 规模较大的 DMU 将会承担更大的生产任务, 规模较小的 DMU 所分配到的生产任务也相应较小. 也就是说, 在下一生产季度总的生产资源和需求产出已知或者可以预测的情况下, 每个 DMU 被分配的新增的投入资源和新增的产出任务量都是与 DMU 的规模大小成正比的. 对于每个 DMU, 我们定义三类规模, 即投入侧规模、期望产出侧规模以及非期望产出侧规模^[30], 具体如下所示:

定义 1.1 DMU_k 在投入侧的规模大小用 S_k^I 来表示, 它是由如下线性规划最优解来定义的:

$$\begin{aligned} \max S_k^I &= \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} \\ \text{s. t.} \quad &\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 1, j = 1, \dots, n, \\ &v_i \geq \epsilon, i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (5)$$

S_k^I 反映了 DMU_k 在投入侧的规模大小. 进一步, 可以定义 DMU_k 的投入侧规模系数 $\alpha_k = S_k^I / \sum_{j=1}^n S_j^I$. 通过该系数, 我们可以对总的投入资源的变化量进行分配, 从而得到投入侧的管理目标, 即 $x_{ij}^g = x_{ij}^h + \alpha_j C_i (i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n)$.

定义 1.2 DMU_k 在期望产出侧的规模大小用 S_k^O 来表示, 它是由如下线性规划最优解来定义的:

$$\begin{aligned} \max S_k^O &= \sum_{r=1}^s u_r y_{rk} \\ \text{s. t.} \quad &\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \leq 1, j = 1, \dots, n, \\ &u_r \geq \epsilon, r = 1, \dots, s \end{aligned} \quad (6)$$

类似地, S_k^O 反映了 DMU_k 在期望产出侧的规模大小. 进一步, 可以定义 DMU_k 的期望产出侧规模系数 $\beta_k = S_k^O / \sum_{j=1}^n S_j^O$. 通过该系数, 我们可以对总的期望产出需求的变化量进行分配, 从而得到期望产出侧的管理目标, 即 $y_{rj}^g = y_{rj}^h + \beta_j D_r (r = 1, \dots, s, j = 1, \dots, n)$.

定义 1.3 DMU_k 在非期望产出侧的规模大小用 S_k^U 来表示, 它是由如下线性规划最优解来定义的:

$$\begin{aligned} \max S_k^U &= \sum_{d=1}^D \omega_d z_{dk} \\ \text{s. t.} \quad &\sum_{d=1}^D \omega_d z_{dj} \leq 1, j = 1, \dots, n, \\ &\omega_d \geq \epsilon, d = 1, \dots, D \end{aligned} \quad (7)$$

类似地, S_k^U 反映了 DMU_k 在非期望产出侧的规模大小. 进一步, 可以定义 DMU_k 的非期望产出侧规模系数 $\gamma_k = S_k^U / \sum_{j=1}^n S_j^U$. 通过该系数, 我们可以对总的非期望产出的变化量进行分配, 从而得到非期望产出侧的管理目标, 即 $z_{dj}^g = z_{dj}^h + \gamma_j B_d (d = 1, \dots, D, j = 1, \dots, n)$.

令

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{ij} - x_{ij}^h &= t_{ij}^h, \tilde{y}_{rj} - y_{rj}^h = s_{rj}^h, \\ \tilde{z}_{dj} - z_{dj}^h &= q_{dj}^h, \tilde{x}_{ij} - x_{ij}^g = t_{ij}^g, \\ \tilde{y}_{rj} - y_{rj}^g &= s_{rj}^g, \tilde{z}_{dj} - z_{dj}^g = q_{dj}^g, \end{aligned}$$

我们为下一季度的生产提出了考虑生产的易实现性和管理目标的生产计划模型, 如模型(8)所示:

$$\begin{aligned} \min \varphi &= \alpha \left(\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \frac{|t_{ij}^h|}{x_{ij}^h} + \sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^s \frac{|s_{rj}^h|}{y_{rj}^h} + \sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D \frac{|q_{dj}^h|}{z_{dj}^h} \right) + \\ &(1 - \alpha) \left(\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \frac{|t_{ij}^g|}{x_{ij}^g} + \sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^s \frac{|s_{rj}^g|}{y_{rj}^g} + \sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D \frac{|q_{dj}^g|}{z_{dj}^g} \right) \\ \text{s. t.} \quad &\sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} x_{ik}^h \leq x_{ij}^h + t_{ij}^h, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n; \\ &\sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} z_{dk}^h \leq z_{dj}^h + q_{dj}^h, d = 1, \dots, D, j = 1, \dots, n; \\ &\sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} y_{rk}^h \geq y_{rj}^h + s_{rj}^h, r = 1, \dots, s, j = 1, \dots, n; \\ &\sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} x_{ik}^h \leq (x_{ij}^h + \alpha_j C_i) + t_{ij}^g, \\ &\quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n; \\ &\sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} z_{dk}^h \leq (z_{dj}^h + \gamma_j B_d) + q_{dj}^g, \\ &\quad d = 1, \dots, D, j = 1, \dots, n; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} y_{rk}^h \geq (y_{rj}^h + \beta_j D_r) + s_{rj}^g, \\
& \quad r = 1, \dots, s, j = 1, \dots, n; \\
& \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj}^h + s_{rj}^h) \geq e_j, j = 1, \dots, n; \\
& \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij}^h + t_{ij}^h) + \sum_{d=1}^D w_d (z_{dj}^h + q_{dj}^h) = 1, \\
& \quad j = 1, \dots, n; \\
& \sum_{j=1}^n t_{ij}^h = C_i, i = 1, \dots, m; \\
& \sum_{j=1}^n s_{rj}^h = D_r, r = 1, \dots, s; \\
& \sum_{j=1}^n q_{dj}^h = B_d, d = 1, \dots, D; \\
& \begin{cases} t_{ij}^h \geq 0, \text{ when } C_i \geq 0, \\ -x_{ij}^h \leq t_{ij}^h \leq 0, \text{ when } C_i \leq 0, \\ s_{rj}^h \geq 0, \text{ when } D_r \geq 0, \\ -y_{rj}^h \leq s_{rj}^h \leq 0, \text{ when } D_r \leq 0, \\ q_{dj}^h \geq 0, \text{ when } B_d \geq 0, \\ -z_{dj}^h \leq q_{dj}^h \leq 0, \text{ when } B_d \leq 0, \end{cases} \\
& i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, d = 1, \dots, D, j = 1, \dots, n; \\
& \lambda_k^{(j)} \geq 0, k, j = 1, \dots, n; \\
& v_i, u_r, w_d \geq 0, i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, d = 1, \dots, D; \\
& t_{ij}^h, s_{rj}^h, q_{dj}^h, t_{ij}^g, s_{rj}^g, q_{dj}^g \text{ free}, \\
& i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, d = 1, \dots, D, j = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{8}$$

模型(8)中目标函数是最小化偏差变量的凸组合,偏差变量分别为决策单元下一季度生产计划与自身当前季度生产状态之间的偏差和下一季度生产计划与管理目标之间的偏差.前面六个约束集是为了将下一季度的生产计划约束在原始生产可能集内,从而保证技术上的可行性.第七和第八个约束集是为了保证下一生产季度新的生产计划对应的所有 DMU 的 DEA 效率不低于其当前生产季度的 DEA 效率,即保证了计划后的决策单元的 DEA 效率不被降低.第九到第十一个约束集是为了保证下一个生产季度的投入资源被充分利用和产出需求被满足.第十二个约束集表示的是所有 DMU 的投入和产出变化是同向的,即当下一个生产季度总的投入资源量或产出需求量增加时,所有 DMU 计划后的投入或产出都是不减少的;当下一个生产季度总的投入资源量或产出需求量减少时,所有 DMU 计划后的投入或产出都是不增加的.虽然模型(8)是在规模报酬不变(constant returns to scale, CRS)的技术环境下进行的^[16],但是我们也可以将其拓展到规模报酬可变(variable returns to scale, VRS)的技术环境下进行建模^[17].

接下来我们来探究模型(8)解的存在性.对于该生产系统内的 DMU_j (j=1, ..., n),在 CRS 假设条件下,我们可以得到其下一季度参考的生产可能集如下:

$$PPS_{CRS-j} = \{ (x, y, z,) \mid \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j^h \geq Y, \}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j Z_j^h \leq Z, \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j^h \leq X, \lambda_j \geq 0, \forall j \}.$$

根据闵可夫斯基和定义:P 和 Q 的闵可夫斯基和 S = {p + q | p ∈ P, q ∈ Q},模型(8)对应的下一季度所有 DMU_j (j=1, ..., n)的总投入、总期望产出和总非期望产出参考的总生产可能集可以定义为 n 个 DMU 的生产可能集的闵可夫斯基和,因此我们可以得到在 CRS 环境下的下一季度总生产参考的总的生产可能集如下:

$$PPS_{CRS-O} = \{ (x, y, z) \mid \sum_{j=1}^n (x_{ij}, y_{rj}, z_{dj}) = (x_i, y_r, z_d), (x_{ij}, y_{rj}, z_{dj}) \in PPS_{CRS-j} \}.$$

当由下一季度总投入、总期望产出和总非期望产出处于总的生产可能集 PPS_{CRS-O} 内时,即

((∑_{j=1}ⁿ X_j^h + C), (∑_{j=1}ⁿ Y_j^h + D), (∑_{j=1}ⁿ Z_j^h + B)) ∈ PPS_{CRS-O},其中向量 C, B, D 分别为下一生产季度投入、期望产出和非期望产出的总的变化量,此时,系统的总生产任务在当前的技术水平下是可以完成的.这时候只需要在生产可能集内找到使得各 DMU 的 DEA 效率不降低的元素就可以满足模型的可解性,由于总的生产计划包含于总的生产可能集内,显然,这些元素在生产可能集内是存在的,即此时模型(8)有可行解.

性质 1.1 所有 DMU 通过模型(8)计算所得的下一季度生产计划,通过模型(1)求解得到的 DEA 相对效率都不会比当前季度对应的 DMU 的效率低.

证明 当用模型(1)求解 DMU_k (k=1, ..., n) 下一季度生产计划的 DEA 相对效率时,其目标函数为

$$\max \tilde{e}_k = \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_{rk}^h + s_{rk}^h), \text{ 约束为}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^m v_{ik} (x_{ij}^h + t_{ij}^h) + \sum_{d=1}^D w_{dk} (z_{dj}^h + q_{dj}^h) - \\
& \sum_{r=1}^s u_{rk} (y_{rj}^h + s_{rj}^h) \geq 0 (j = 1, \dots, n),
\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^m v_{ik} (x_{ik}^h + t_{ik}^h) + \sum_{d=1}^D w_{dk} (z_{dk}^h + q_{dk}^h) = 1.$$

又由模型(8),我们可以得到,存在 (v_i^{*}, u_r^{*}, w_d^{*}), i=1, ..., m, r=1, ..., s, d=1, ..., D,使得

$$\sum_{r=1}^s u_r^* (y_{rj}^h + s_{rj}^h) \geq e_j,$$

$$\sum_{i=1}^m v_i^* (x_{ij}^h + t_{ij}^h) + \sum_{d=1}^D w_d^* (z_{dj}^h + q_{dj}^h) = 1$$

对任意一个决策单元 DMU_j (j=1, ..., n) 恒成立.

又因为 (v_i^{*}, u_r^{*}, w_d^{*}), i=1, ..., m, r=1, ..., s, d=1, ..., D,是使得新的生产计划保持在原始生产可能集内的模型的解,故

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r^* (y_{rj}^h + s_{rj}^h)}{\left[\sum_{i=1}^m v_i^* (x_{ij}^h + t_{ij}^h) + \sum_{d=1}^D w_d^* (z_{dj}^h + q_{dj}^h) \right]} \leq 1,$$

即

$$\sum_{i=1}^m v_i^* (x_{ij}^h + t_{ij}^h) + \sum_{d=1}^D \tau_d^* (z_{dj}^h + q_{dj}^h) - \sum_{r=1}^s u_r^* (y_{rj}^h + s_{rj}^h) \geq 0, j = 1, \dots, n.$$

因此我们可以得到 $(v_i^*, u_r^*, \tau_d^*), i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, d = 1, \dots, D$, 是上述求解 DMU_k 的相对效率的模型(1)的一个可行解, 并且可以知道该可行解对应的 DMU_k 的目标函数值

$$\sum_{r=1}^s u_r^* (y_{rk}^h + s_{rk}^h) \geq e_k.$$

对任何一个 DMU_j ($j = 1, \dots, n$) 进行 CCR 效率求解时, 我们都可以得到一个这样的可行解. 当使用模型(1)去求解所有 DMU 的相对效率时, 例如对于 DMU_j ($j = 1, \dots, n$), $i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, d = 1, \dots, D$, 我们可以获得对应的最优权重向量为 (v_i^*, u_r^*, τ_d^*) , 则其 DEA 效率为 $\tilde{e}_j = \sum_{r=1}^s u_r^* (y_{rj}^h + s_{rj}^h)$, 又由于 $(v_i^*, u_r^*, \tau_d^*), i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, d = 1, \dots, D$, 的存在, 使得

$$\sum_{r=1}^s u_r^* (y_{rj}^h + s_{rj}^h) \geq e_j \text{ 对任意 } j (j = 1, \dots, n) \text{ 都成立. 则 } \sum_{r=1}^s u_r^* (y_{rj}^h + s_{rj}^h) \geq \sum_{r=1}^s u_r^* (y_{rk}^h + s_{rk}^h), \text{ 从而 } \tilde{e}_j \geq e_j (j = 1, \dots, n),$$

因此, 我们可以得到所有 DMU 通过模型(8)计算所得的下一季度生产计划, 通过模型(1)求解得到的 DEA 相对效率都不会比当前季度对应的 DMU 的效率低.

通过对模型(8)的目标函数去绝对值化处理, 并且令

$$\begin{aligned} t_{ij}^h &= a_{ij}^+ - a_{ij}^-, s_{rj}^h = b_{rj}^+ - b_{rj}^-, \\ q_{dj}^h &= c_{dj}^+ - c_{dj}^-, t_{ij}^g = d_{ij}^+ - d_{ij}^-, \\ s_{rj}^g &= e_{rj}^+ - e_{rj}^-, q_{dj}^g = f_{dj}^+ - f_{dj}^-, \\ v_i t_{ij}^h &= \tau_i^h, u_r s_{rj}^h = \pi_r^h, \tau_d q_{dj}^h = \delta_d^h, \end{aligned}$$

进一步将模型(8)转化为如下线性规划模型(9):

$$\begin{aligned} \min \varphi &= \alpha \left(\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \frac{(a_{ij}^+ + a_{ij}^-)}{x_{ij}^h} + \sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^s \frac{(b_{rj}^+ + b_{rj}^-)}{y_{rj}^h} + \sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D \frac{(c_{dj}^+ + c_{dj}^-)}{z_{dj}^h} \right) + \\ & (1 - \alpha) \left(\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \frac{(d_{ij}^+ + d_{ij}^-)}{x_{ij}^h} + \sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^s \frac{(e_{rj}^+ + e_{rj}^-)}{y_{rj}^h} + \sum_{j=1}^n \sum_{d=1}^D \frac{(f_{dj}^+ + f_{dj}^-)}{z_{dj}^h} \right) \\ \text{s. t. } & \sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} x_{ik}^h \leq x_{ij}^h + a_{ij}^+ - a_{ij}^-, \\ & i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n; \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} z_{dk}^h \leq z_{dj}^h + c_{dj}^+ - c_{dj}^-, \\ & d = 1, \dots, D, j = 1, \dots, n; \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} y_{rk}^h \geq y_{rj}^h + b_{rj}^+ - b_{rj}^-, \end{aligned}$$

$$r = 1, \dots, s, j = 1, \dots, n;$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} x_{ik}^h \leq (x_{ij}^h + \alpha_j C_i) + d_{ij}^+ - d_{ij}^-, \\ i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n;$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} z_{dk}^h \leq (z_{dj}^h + \gamma_j B_d) + f_{dj}^+ - f_{dj}^-, \\ d = 1, \dots, D, j = 1, \dots, n;$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k^{(j)} y_{rk}^h \geq (y_{rj}^h + \beta_j D_r) + e_{rj}^+ - e_{rj}^-, \\ r = 1, \dots, s, j = 1, \dots, n;$$

$$\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj}^h + \pi_r^h) \geq e_j, j = 1, \dots, n;$$

$$\sum_{i=1}^m (v_i x_{ij}^h + \tau_i^h) + \sum_{d=1}^D (\tau_d z_{dj}^h + \delta_d^h) = 1, \\ j = 1, \dots, n;$$

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij}^+ - a_{ij}^-) = C_i, i = 1, \dots, m;$$

$$\sum_{j=1}^n (b_{rj}^+ - b_{rj}^-) = D_r, r = 1, \dots, s;$$

$$\sum_{j=1}^n (c_{dj}^+ - c_{dj}^-) = B_d, d = 1, \dots, D;$$

$$\left\{ \begin{aligned} & a_{ij}^+ \geq a_{ij}^-, \text{ when } C_i \geq 0, \\ & a_{ij}^- - x_{ij}^h \leq a_{ij}^+ \leq a_{ij}^-, \text{ when } C_i \leq 0, \\ & b_{rj}^+ \geq b_{rj}^-, \text{ when } D_r \geq 0, \\ & b_{rj}^- - y_{rj}^h \leq b_{rj}^+ \leq b_{rj}^-, \text{ when } D_r \leq 0, \\ & c_{dj}^+ \geq c_{dj}^-, \text{ when } B_d \geq 0, \\ & c_{dj}^- - z_{dj}^h \leq c_{dj}^+ \leq c_{dj}^-, \text{ when } B_d \leq 0, \\ & \lambda_k^{(j)} \geq 0, k, j = 1, \dots, n; \end{aligned} \right. \forall i, r, d, j;$$

$$v_i, u_r, \tau_d \geq 0, i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, d = 1, \dots, D;$$

$$\tau_i^h, \pi_r^h, \delta_d^h \text{ for free,}$$

$$a_{ij}^+, a_{ij}^-, b_{rj}^+, b_{rj}^-, c_{dj}^+, c_{dj}^-, d_{ij}^+, d_{ij}^-, e_{rj}^+, e_{rj}^-, f_{dj}^+, f_{dj}^- \geq 0, \\ \forall i, r, d, j \quad (9)$$

在模型(9)中, 我们设定一个系数 $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ 的值, 可以得到一组最优解 $(a_{ij}^{+*}, a_{ij}^{-*}, b_{rj}^{+*}, b_{rj}^{-*}, c_{dj}^{+*}, c_{dj}^{-*}, d_{ij}^{+*}, d_{ij}^{-*}, e_{rj}^{+*}, e_{rj}^{-*}, f_{dj}^{+*}, f_{dj}^{-*}, v_i^*, u_r^*, \tau_d^*, \lambda_k^{(j)*}, \tau_i^{h*}, \pi_r^{h*}, \delta_d^{h*}), i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, d = 1, \dots, D, j = 1, \dots, n$, 通过该最优解, 我们可以得到下一季度生产计划 $(\tilde{x}_{ij}^*, \tilde{y}_{rj}^*, \tilde{z}_{dj}^*), i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s, d = 1, \dots, D, j = 1, \dots, n$, 如下:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}_{ij}^* &= x_{ij}^h + t_{ij}^{h*} = x_{ij}^h + (a_{ij}^{+*} - a_{ij}^{-*}), \\ \tilde{y}_{rj}^* &= y_{rj}^h + s_{rj}^{h*} = y_{rj}^h + (b_{rj}^{+*} - b_{rj}^{-*}), \\ \tilde{z}_{dj}^* &= z_{dj}^h + q_{dj}^{h*} = z_{dj}^h + (c_{dj}^{+*} - c_{dj}^{-*}) \end{aligned} \right\} (10)$$

2 算例分析

本节使用安徽省淮河沿岸 32 家造纸厂的真实数据集^[41]来对我们提出的方法进行算例分析. 每个造纸厂都需要劳动力和资本来生产纸产品, 与此同时排出大量的工业废水. 工厂的生产目的是生产纸产品, 它反映了公司的生产能力. 劳动力是指造纸厂的人力资源, 资本是指本期已使用的资本. 排出

的废水会造成水土污染,我们用生化需氧量(biochemical oxygen demand, BOD)来衡量其造成的污染程度.显然,生产出的纸制品是期望产出,而“BOD”是非期望产出.详细数据如表 2 所示,第 2 到第 5 列是当前季度投入和产出数据,第 6 列数据是当前季度各造纸厂利用模型(1)求得的 DEA 相对效率值.

表 2 淮河沿岸 32 家造纸厂生产原始数据
Tab. 2 Original production data of 32 paper mills along the Huai River

造纸厂 编号	投入		产出		效率
	劳动 力(x_1)	资本 (x_2)/ 千万元	纸产品 (y_1)/ 万吨	BOD (z_1)/ 吨	
1	1 077	2.959 9	2.758 2	21.429 0	1
2	452	3.589 0	2.951 4	19.806 2	0.992 3
3	319	5.901 9	1.470 0	12.328 7	0.420 6
4	1 075	4.892 8	2.235 4	9.155 9	0.609 2
5	813	4.079 7	2.066 9	11.914 6	0.628 4
6	850	5.239 6	0.822 2	5.203 7	0.277 9
7	1 090	3.022 8	1.506 6	3.605 4	0.735 0
8	122	3.173 1	0.806 6	3.727 8	0.518 6
9	297	2.277 4	1.912 5	8.076 5	1
10	1 047	1.491 9	0.760 1	8.906 0	0.406 6
11	1 010	3.940 1	1.157 9	4.894 0	0.416 2
12	262	3.236 5	2.321 6	4.083 5	1
13	551	4.448 6	2.169 8	4.875 0	0.782 9
14	671	1.789 7	0.812 7	4.533 4	0.578 1
15	577	2.310 9	1.154 9	6.136 2	0.631 0
16	208	3.398 2	1.029 5	7.018 6	0.481 7
17	667	5.331 9	2.988 1	28.487 7	0.678 0
18	878	3.450 4	1.907 6	13.168 0	0.653 1
19	640	3.109 8	1.217 6	6.161 6	0.518 0
20	927	3.345 2	0.518 7	1.453 3	0.627 8
21	167	4.329 7	2.400 5	22.580 9	1
22	903	3.855 2	2.308 5	26.339 0	0.657 4
23	720	1.908 3	0.654 5	3.078 7	0.465 9
24	629	3.468 2	2.759 9	21.733 2	0.908 3
25	152	5.571 7	2.374 8	5.306 1	1
26	1 010	4.647 1	1.732 3	9.136 0	0.493 7
27	578	2.513 3	1.061 7	5.004 9	0.558 5
28	384	2.247 4	0.908 3	4.437 3	0.534 9
29	166	3.968 1	1.515 1	10.612 7	0.707 4
30	894	1.368 5	0.991 1	4.775 8	0.865 5
31	143	5.350 2	2.526 0	17.467 7	1
32	879	2.873 2	2.772 1	26.913 4	1
总计	20158	113.0903	54.5731	342.3508	—

如表 2 所示,每个造纸厂有两个投入和两个产出,两个产出分别为一个期望产出和一个非期望产出.为了方便阐释,我们假设原始生产数据所在的时间点为当前生产阶段.由于该 32 家造纸厂都是位

于淮河沿岸,地理位置、政策法规等存在相似性,现在某家大型造纸公司拟收购该 32 家造纸厂,并且针对市场需求和政策法规,对它们进行下一生产季度的集中生产计划.也就是说,中央决策者根据相应的目标为该 32 家造纸厂制定下一生产季度的生产计划方案,使得生产满足一定的目标.

由于淮河沿岸的每个造纸厂的劳动力是相对固定的,因此我们假设劳动力在下一个生产季度保持不变.然而资本是改变的,我们假设下一季度总资本增加 37000.由于预测市场对纸产品需求增加,因此设定纸产品产出总量增加 16 万吨.在这里,我们设定下一生产季度的 BOD 由原来的生产水平降低 25 吨.并且假设各造纸厂的生产计划中的投入或产出都是随着总投入或总产出的变化同向变化的,即总投入增加时,所有造纸厂的投入都增加,反之亦然.

中央决策者在根据下一季度投入资源和产出需求做生产计划时,需要考虑计划后的生产方案必须是容易实现的,即所得的下一季度生产计划与该造纸厂当前的生产状态距离尽可能的近,这样才能够使得所得的下一季度的生产计划相对更容易实现的;在另一方面,中央决策者还会根据造纸厂的规模大小为每个造纸厂设定对应的管理目标,也就是说我们所得的生产计划需要与管理目标的距离尽可能的近.值得注意的是,下一季度的生产计划的效率应该更有效,即效率不比当前生产季度对应的效率低.

我们令 $\alpha = 0.5$,即中央决策者对生产计划的可实现性和管理目标的偏好程度相同.然后利用模型(9)进行计算,所得的生产计划方案考虑了生产计划的可实现性和提前设定的管理目标这两点.32 家造纸厂下一季度的生产计划如表 3 所示,表 3 第 2 到第 5 列是计划的下一季度投入和产出数据,第 6 列数据是下一季度各造纸厂对应的 DEA 效率,最后一列是通过模型(1)计算所得的新的 DEA 相对效率值.

表 3 下一季度新的生产计划和效率分数
Tab. 3 New production planning and DEA efficiency value for the next quarter

造纸厂 编号	投入		产出		效率
	劳动 力(x_1)	资本 (x_2)/ 千万元	纸产品 (y_1)/ 万吨	BOD (z_1)/ 吨	
1	1 077	4.441 3	3.832 3	19.864 2	1
2	452	4.577 3	3.485 1	18.359 8	1
3	319	7.401 2	1.901 0	11.428 4	0.536 1
4	1 075	6.392 1	2.890 8	8.487 3	0.741 0
5	813	5.300 4	2.672 9	11.044 6	0.713 3
6	850	6.738 9	1.063 3	4.823 6	0.387 7
7	1 090	4.522 1	1.948 3	3.426 9	1
8	122	3.979 1	1.043 0	3.455 5	0.672 1
9	297	2.907 5	2.238 2	7.486 7	1
10	1 047	2.932 1	0.983 0	8.255 7	0.428 9

续表 3

造纸厂 编号	投入		产出		效率
	劳动力 (x_1)	资本 (x_2)/ 千万元	纸产品 (y_1)/ 万吨	BOD (z_1)/ 吨	
11	1 010	5.341 6	1.497 4	4.536 6	0.580 6
12	262	4.084 5	2.321 6	4.083 5	1
13	551	5.670 8	2.771 6	4.875 0	1
14	671	2.712 6	1.051 0	4.202 4	0.606 7
15	577	3.112 2	1.493 5	5.688 1	0.711 7
16	208	4.268 7	1.331 3	6.506 0	0.614 5
17	667	6.798 8	5.165 6	24.005 3	1
18	878	4.669 0	2.466 9	12.206 5	0.684 6
19	640	4.047 4	1.574 6	5.711 6	0.626 5
20	927	4.628 6	0.670 8	1.347 2	0.875 8
21	167	5.429 6	2.710 7	20.931 9	1
22	903	5.111 9	4.227 5	24.415 6	0.962 6
23	720	2.898 7	0.846 4	2.853 8	0.521 6
24	629	4.483 9	3.797 0	20.146 2	1
25	152	6.987 1	2.374 8	5.306 1	1
26	1 010	6.067 2	2.240 2	8.468 9	0.596 4
27	578	3.318 1	1.373 0	4.639 4	0.668 1
28	384	2.897 3	1.174 6	4.113 2	0.651 7
29	166	4.976 0	1.959 3	9.837 8	0.886 1
30	894	2.598 2	1.281 7	4.427 1	1
31	143	6.709 3	2.526 0	17.467 7	1
32	879	4.087 0	3.659 9	24.948 2	1
总计	20158	150.0903	70.5731	317.3508	—

可以看到,通过生产计划模型决策所得的下一季度造纸厂的 DEA 效率相比于当前季度造纸厂的 DEA 效率都有所提高(包括等于). 当前季度有 7 个

造纸厂达到 DEA 有效,分别是编号为 1、9、12、21、25、31 和 32 的造纸厂,而通过生产计划模型决策所得的在此基础上又增加了 6 个造纸厂达到 DEA 有效,分别是编号为 2、7、13、17、24 和 30 的造纸厂.

系数 α 表示的是决策者对两个目标的偏好程度,当 α 在 $[0,1]$ 范围内变动时,得到的生产计划也会随着改变. 我们选取其中 3 家造纸厂(包括一家计划前 DEA 有效的造纸厂 1、一家计划前 DEA 无效而计划后 DEA 有效的造纸厂 2 和 1 家计划后 DEA 无效的造纸厂 8)来阐述系数 α 的波动对这 3 家造纸厂生产计划的影响. α 的值我们分别设定为 0, 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8 和 1. 所得的生产计划的结果如表 4 所示.

从表 4 中我们可以看到这 3 个造纸厂的生产计划随着 α 值的变化而变化,决策者从而可以了解和掌握不同偏好程度下的生产计划的特征和规律. 从整体来看,我们可以得到 DEA 无效造纸厂的生产计划都是在历史数据和管理目标这两个点之间变化,例如造纸厂 8,无论 α 如何变动,其生产计划始终在历史数据和管理目标之间变化;而对于 DEA 有效造纸厂,生产计划有可能会超出管理目标. 例如造纸厂 1,期望产出纸产品在绝大多数时候都是超出管理者设定的目标的,再例如造纸厂 2,当 $\alpha=0.6$ 时,其资本 $x_2=5.2189$,超出了管理者设定的管理目标 4.5773. 这是由于有效 DMU 在生产计划中会更倾向于被参考,即 DEA 有效的造纸厂会被分配更多的资源和承担更多的生产任务. 在生产效率方面,对于 DEA 无效造纸厂,随着 α 值由小变大,对应的 DEA 效率在逐渐变小,这是由于当 α 值很大的时候,意味着生产计划对应的点离原始观测点更近,而原始观测点又是 DEA 无效,这就导致新的生产计划没有被充分改进,使得其 DEA 效率较低;对于有效的 DMU,其效率不随 α 值变化而变化,始终保持为 1.

表 4 不同的 α 值对应的生产计划

Tab. 4 Production planning corresponding to different α values

	投入		产出		效率
	劳动力 (x_1)	资本(x_2)/ 千万元	纸产品(y_1)/ 万吨	BOD(z_1)/ 吨	
历史数据	1 077	2.959 9	2.758 2	21.429 0	1
$\alpha = 0$	1 077	4.441 3	3.832 3	19.864 2	1
$\alpha = 0.2$	1 077	4.441 3	3.832 3	19.864 2	1
$\alpha = 0.4$	1 077	4.441 3	3.832 3	19.864 2	1
造纸厂 1 $\alpha = 0.5$	1 077	4.441 3	3.832 3	19.864 2	1
$\alpha = 0.6$	1 077	4.441 3	3.832 3	19.864 2	1
$\alpha = 0.8$	1 077	4.441 3	3.832 3	19.864 2	1
$\alpha = 1$	1 077	2.959 9	2.758 2	21.429 0	1
管理目标	1 077	4.441 3	3.566 9	19.864 2	0.928 6

续表 4

	投入		产出		效率	
	劳动力 (x_1)	资本(x_2)/ 千万元	纸产品(y_1)/ 万吨	BOD(z_1)/ 吨		
造纸厂 2	历史数据	452	3.589	2.951 4	19.806 2	0.992 3
	$\alpha = 0$	452	4.577 3	3.485 1	18.359 8	1
	$\alpha = 0.2$	452	4.577 3	3.485 1	18.359 8	1
	$\alpha = 0.4$	452	4.577 3	3.485 1	18.359 8	1
	$\alpha = 0.5$	452	4.577 3	3.4851	18.359 8	1
	$\alpha = 0.6$	452	5.218 9	3.816 7	18.359 8	1
	$\alpha = 0.8$	452	5.218 9	3.816 7	18.359 8	1
	$\alpha = 1$	452	4.590 3	3.491 8	19.806 2	1
	管理目标	452	4.577 3	3.816 7	18.359 8	0.992 3
	造纸厂 8	历史数据	122	3.173 1	0.806 6	3.727 8
$\alpha = 0$		122	3.979 1	1.043 0	3.455 5	0.672 1
$\alpha = 0.2$		122	3.979 1	1.043 0	3.455 5	0.672 1
$\alpha = 0.4$		122	3.979 1	1.043 0	3.455 5	0.672 1
$\alpha = 0.5$		122	3.979 1	1.043 0	3.455 5	0.672 1
$\alpha = 0.6$		122	3.979 1	1.043 0	3.727 8	0.666 8
$\alpha = 0.8$		122	3.173 1	0.806 6	3.727 8	0.519 0
$\alpha = 1$		122	3.173 1	0.806 6	3.727 8	0.518 6
管理目标		122	3.979 1	1.043 0	3.455 5	0.519 0

3 结论

在现实生产活动中,仅仅考虑组织生产效率最大化往往存在很多问题.这是由于,一方面所计划的最大化生产效率可能由于产能限制而无法达到,因此需要考虑生产计划的可实现性,即产出和投入量尽可能接近于当前的生产水平;另一方面,所计划的生产往往没有充分考虑管理者意志,即管理者对组织内成员的下一季度的生产目标有着自己的期望,因而新的生产计划应该尽可能接近管理者制定的生产目标.此外,这生产过程中,或多或少都有废弃物产生,因此本文也将非期望产出纳入生产决策中.本文从这几个角度出发,在保持效率不降低的前提下,在 DEA 方法的框架下为决策单元制定下一季度的生产计划.最后将本文提出的方法应用到安徽省淮河沿岸 32 家造纸厂的生产计划问题中.通过模型计算,我们可以得到下一季度的生产计划方案,并且可以得到随管理者对目标偏好程度的变化而变化的生产计划方案.对案例进一步分析,我们可以得出结论,无论决策者对两个目标的偏好程度如何变动,无效 DMU 的生产计划都是在历史数据和管理目标这两个点之间变化,而对于有效 DMU,生产计划有可能会超出管理目标,这也进一步说明了有效 DMU 在生产计划中会更倾向于被参考,即有效 DMU 会承担相对较多的生产任务和被分配更多的资源.

本研究指出了在生产计划决策中仅考虑最大化生产效率时存在的弊端,进而提出将生产计划的可实现性和管理目标考虑在内,为生产管理者提供更符合现实情形的生产计划决策,并且进一步考虑

管理者的目标偏好程度,来为管理者的主观决策做进一步的生产指导.但是在实际生产中,当决策者首要考虑生产成本和收益时,则会最大化总收益和/或最小化总成本.此时,如何将数量级存在巨大差异的多个目标融合起来进行权衡决策,是未来进一步研究的方向.

参考文献(References)

- [1] BYRNE M D, BAKIR M A. Production planning using a hybrid simulation-analytical approach [J]. International Journal of Production Economics, 1999, 59(1-3): 305-311.
- [2] KORHONEN P, SYRJANEN M. Resource allocation based on efficiency analysis[J]. Management Science, 2004, 50(8): 1134-1144.
- [3] ASMILD M, PARADI J C, PASTOR J T. Centralized resource allocation BCC models[J]. Omega, 2009, 37(1): 40-49.
- [4] DU J, LIANG L, CHEN Y, et al. DEA-based production planning [J]. Omega, 2010, 38(1-2): 105-112.
- [5] BEASLEY J E. Allocating fixed costs and resources via data envelopment analysis[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 147(1): 198-216.
- [6] YU M M, CHEN L H, HSIAO B. A fixed cost allocation based on the two-stage network data envelopment approach [J]. Journal of Business Research, 2016, 69(5): 1817-1822.
- [7] ZHU W, ZHANG Q, WANG H. Fixed costs and shared resources allocation in two-stage network DEA [J]. Annals of Operations Research, 2019, 278(1-2): 177-194.
- [8] CHAZAL M, JOUINI E, TAHRAOUI R. Production planning and inventories optimization: A backward approach in the convex storage cost case[J]. Journal of Mathematical Economics, 2008, 44(9-10): 997-1023.

- [9] 朱宝琳,于海斌,黄小原,等. 基于拉格朗日松弛的供应链合作生产计划模型研究[J]. 控制与决策, 2009, 24(12): 1791-1794.
ZHU Baolin, YU Haibin, HUANG Xiaoyuan, et al. Cooperation production planning model for supply chain based on Lagrangian relaxation technology[J]. Control and Decision, 2009, 24(12): 1791-1794.
- [10] BYRNE M D, HOSSAIN M M. Production planning: An improved hybrid approach[J]. International Journal of Production Economics, 2005, 93-94: 225-229.
- [11] PASTOR R, ALTIMIRAS J, MATEO M. Planning production using mathematical programming: The case of a Woodturning Company [J]. Computers & Operations Research, 2009, 36(7): 2173-2178.
- [12] 李建祥,唐立新,吴会江. 采矿工业两级供应链中的协调生产计划建模[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2004, 25(4): 352-355.
LI Jianxiang, TANG Lixin, WU Huijiang. Modeling of the coordinated production planning of a two-stage mineral industry supply chain [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2004, 25(4): 352-355.
- [13] 赵忠,谢家平. 分布式多工厂制造/再制造生产计划的优先模型[J]. 统计与决策, 2009(7): 161-163.
- [14] GOLANY B. An interactive MOLP procedure for the extension of DEA to effectiveness analysis[J]. Journal of the Operational Research Society, 1988, 39(8): 725-734.
- [15] ANG S, LIU P, YANG F. Intra-organizational and inter-organizational resource allocation in two-stage network systems[J]. Omega, 2020, 91: 102009.
- [16] CHARNES A, COOPER W W, RHODES E. Measuring the efficiency of decision making units[J]. European Journal of Operational Research, 1978, 2(6): 429-444.
- [17] BANKER R D, CHARNES A, COOPER W W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis[J]. Management Science, 1984, 30(9): 1078-1092.
- [18] CHARNES A, COOPER W W, GOLANY B, et al. Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions[J]. Journal of Econometrics, 1985, 30(1-2): 91-107.
- [19] SEXTON T R, SILKMAN R H, HOGAN A J. Data envelopment analysis: Critique and extensions [J]. New Directions for Program Evaluation, 1986, 32: 73-105.
- [20] ANDERSEN P, PETERSON N C. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis[J]. Management Science, 1993, 39(10): 1261-1264.
- [21] TONE K. A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 130(3): 498-509.
- [22] KAO C. Network data envelopment analysis: A review [J]. European Journal of Operational Research, 2014, 239(1): 1-16.
- [23] ZHANG L, CHEN K. Hierarchical network systems: An application to high-technology industry in China [J]. Omega, 2019, 82: 118-131.
- [24] WU J, CHU J, SUN J, et al. DEA cross-efficiency evaluation based on pareto improvement[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 248(2): 571-579.
- [25] LIU C C, WANG T Y, YU G Z. Using AHP, DEA and MPI for governmental research institution performance evaluation[J]. Applied Economics, 2019, 51(10): 983-994.
- [26] RAMANATHAN R, RAMANATHAN U, ZHANG Y. Linking operations, marketing and environmental capabilities and diversification to hotel performance: A data envelopment analysis approach[J]. International Journal of Production Economics, 2016, 176: 111-122.
- [27] LEI X, LI Y, XIE Q, et al. Measuring Olympics achievements based on a parallel DEA approach[J]. Annals of Operations Research 2015, 226(1): 379-396.
- [28] KANYALKAR A P, ADIL G K. An integrated aggregate and detailed planning in a multi-site production environment using linear programming[J]. International Journal of Production Research, 2005, 43(20): 4431-4454.
- [29] KUNO T, UTSUNOMIYA T. A Lagrangian based branch-and-bound algorithm for production-transportation problems [J]. Journal of Global Optimization, 2000, 18(1): 59-73.
- [30] AMIRTEIMOORI A, KORDROSTAMI S. Production planning in data envelopment analysis[J]. International Journal of Production Economics, 2012, 140(1): 212-218.
- [31] ZHANG Y L, ZHANG H J, ZHANG R, et al. DEA-based production planning considering influencing factors [J]. Journal of the Operational Research Society, 2015, 66(11): 1878-1886.
- [32] WU H, YANG J, CHEN Y, et al. DEA-based production planning considering production stability [J]. INFOR: Information Systems and Operational Research, 2019, 57(3): 477-494.
- [33] LIANG Y C, WANG Y B, DING T, et al. DEA based production planning considering technology heterogeneity with undesirable outputs[J]. RAIRO-Operations Research, 2020, 54(2): 325-339.
- [34] RUIZ J L, SIRVENT I. Performance evaluation through DEA benchmarking adjusted to goals [J]. Omega, 2019, 87: 150-157.
- [35] CANDES E J, WAKIN M B, BOYD S P. Enhancing sparsity by reweighted ℓ_1 minimization[J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2008, 14(5-6): 877-905.
- [36] NIE F, HUANG H, CAI X, et al. Efficient and robust feature selection via joint $\ell_{2,1}$ -norms minimization[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2010: 1813-1821.
- [37] HORVATH L. On L_p -norms of multivariate density estimators[J]. The Annals of Statistics, 1991, 19(4): 1933-1949.
- [38] IWANIEC H, SARNAK P. L^∞ norms of eigenfunctions of arithmetic surfaces [J]. Annals of Mathematics, 1995, 141: 301-320.
- [39] SUEYOSHI T, GOTO M. Environmental assessment for corporate sustainability by resource utilization and technology innovation: DEA radial measurement on Japanese industrial sectors [J]. Energy Economics, 2014, 46: 295-307.
- [40] YANG H, POLLITT M. The necessity of distinguishing weak and strong disposability among undesirable outputs in DEA: Environmental performance of Chinese coal-fired power plants [J]. Energy Policy, 2010, 38(8): 4440-4444.
- [41] WU J, AN Q, ALI S, et al. DEA based resource allocation considering environmental factors [J]. Mathematical & Computer Modelling, 2013, 58(5-6): 1128-1137.